Daten und Zufall I
Mathematisch kommunizieren

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

3. Daten und Zufall – Mathematisches Kommunizieren

Ziel: Die LiV sind in der Lage, einen zu den **Fachanforderungen passenden Unterrichtsgang zur Stochastik** zu entwickeln.

Anhand eines **Zufallsexperiments werden die Fachbegriffe geklärt**, die von den Fachanforderungen für die Sek. I vorgesehen sind.

Es wird thematisiert, dass die **Ergebnismengen definiert werden müssen.**

Mittels **Tabellenkalkulation wird das Gesetz der Großen Zahlen behandelt**; dabei wird anschaulich auf die Bedeutung der stochastischen Konvergenz eingegangen.

Auch **die Pfadregeln (Additions- und Multiplikationsregel) werden anschaulich** hergeleitet.

Die **Bedeutung der Sprache in der Stochastik und Konsequenzen für den Unterricht** werden mit den LiV herausgearbeitet.

Aktuelles aus den Schulen

Wo drückt der Schuh?

Aktivität 1:
Statistiken auswerten

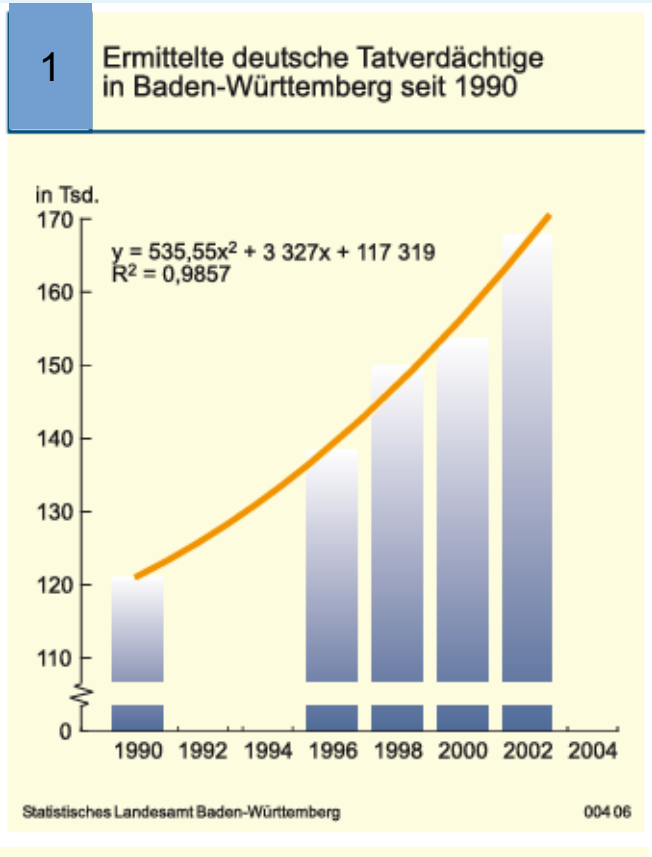
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Warum Stochastik im Unterricht der Sekundarstufe 1

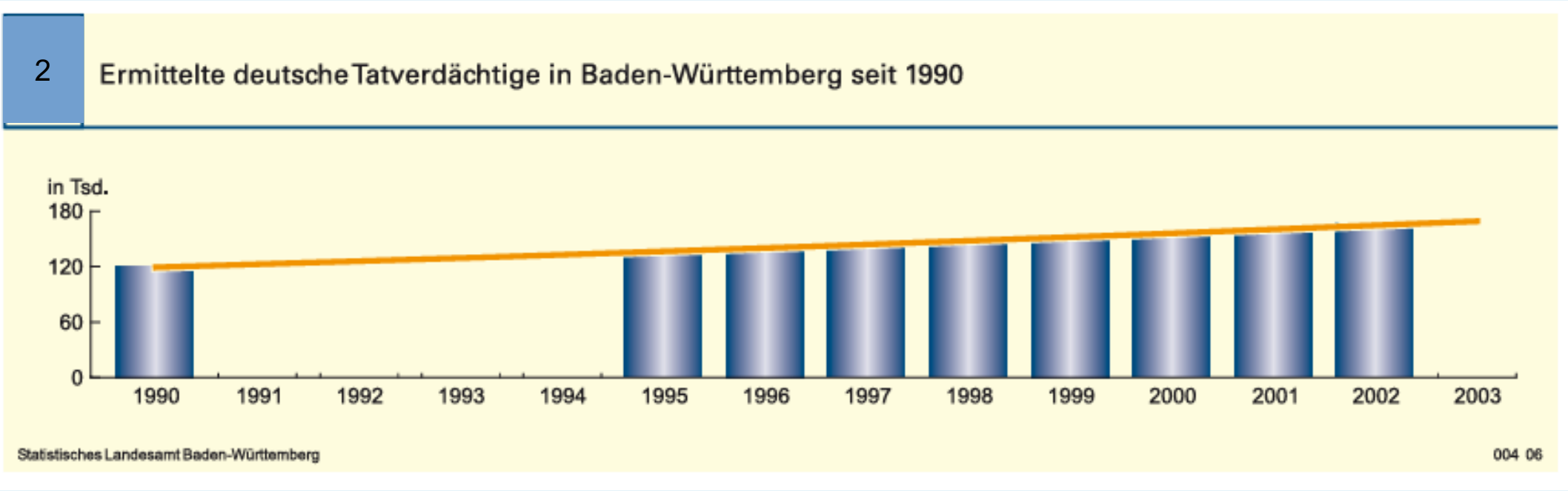
a) **Geben** Sie **an**, welche Informationen Sie aus dem Säulendiagramm gewinnen können.

b) **Formulieren** Sie eine Schlagzeile, die in der Boulevardpresse neben diesem Diagramm stehen könnte.

c) **Betrachten** Sie das Diagramm nun genauer. **Beschreiben** Sie, welche Details Ihnen auffallen.



Welche Botschaft vermittelt diese Darstellung?

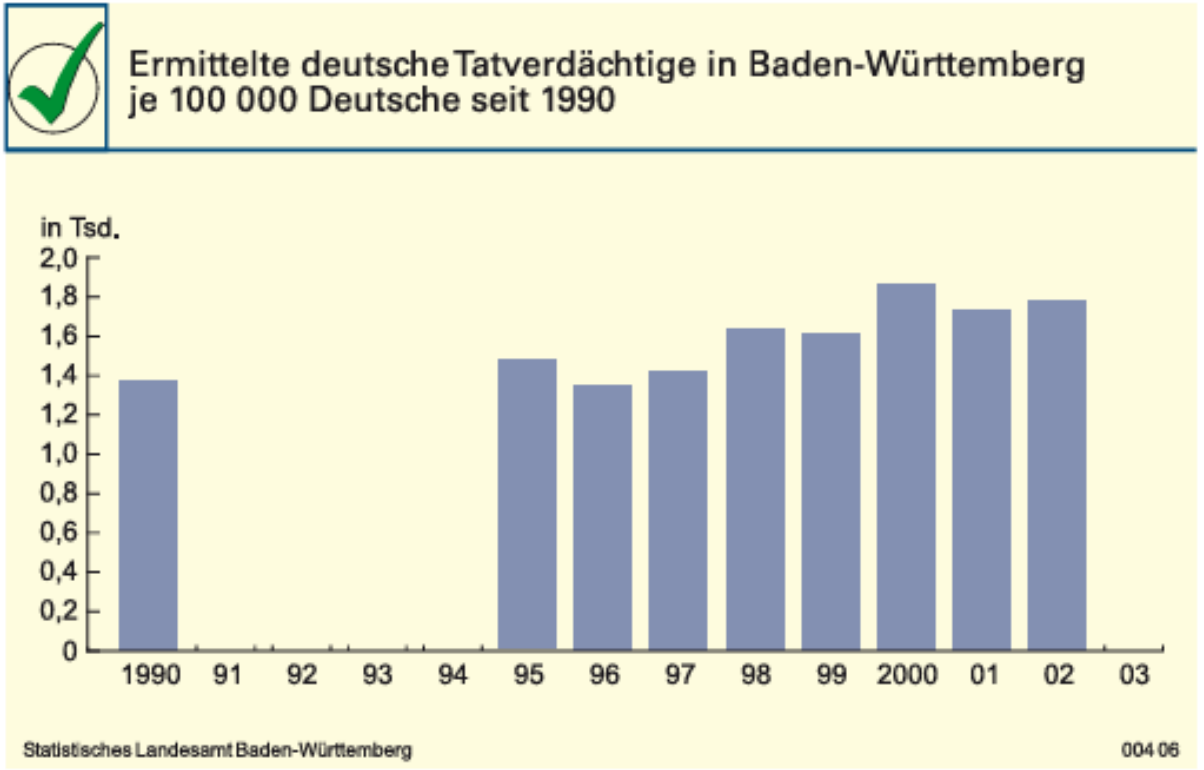


IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Das waren die Tatsachen

Die wichtigsten Daten sind immer (!) die ermittelten Werte, die sich nicht immer unmittelbar interpretieren lassen. Möchte man darstellen, ob die Deutschen krimineller werden, müsste man die Anzahl der Tatverdächtigen auf die entsprechende Bevölkerungsgruppe beziehen – hier als Tatverdächtige je 100 000 Deutsche.

Fazit: Alle überhöhten oder gespreizten Darstellungen sollten sehr kritisch interpretiert werden. Bei inadäquaten Darstellungen muss nicht immer eine taktische Hinterlist vermutet werden. Falsche Darstellungen werden manchmal nur gewählt, um Grafiken attraktiv zu gestalten.



Quelle: https://www.statistik-bw.de/Service/Veroeff/Querschnittsver!F6ffentlichungen/802011001.pdf Vertiefung bei Interesse: Wie man sich durch statistische Grafiken täuschen lässt - Broschüre

Warum Stochastik im Unterricht der Sekundarstufe 1

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

„**Die Fähigkeit, mit Daten umzugehen – sie zu verstehen, zu verarbeiten, ihnen Aussagen zu entnehmen, sie zu visualisieren und zu kommunizieren** – das werden in den nächsten Jahrzehnten **Schlüsselqualifikationen** sein und das nicht allein auf professionellem Niveau, sondern auch auf Niveau der Grundschule wie der Sekundarstufe und im Bereich des Studiums.“ Aussage von Hal Varian (Manager von Google) übersetzt von Eichler, Andreas und Gasteiger, Hedwig in Abshagen (2021), S. 131)

Die beschriebenen Fähigkeiten sind wichtig, weil **Daten** in Entscheidungsprozessen unserer Welt **omnipräsent sind**.
(vgl. Eichler und Vogel (2013))

Z.B. Steuerung der Finanzwirtschaft , Zuteilung staatlicher Ressourcen an Städte und Kreise auf der Basis von Volkszählungen und und und…

„Man wird kaum noch einen Bereich finden, bei dem nicht statistische Daten und deren häufig auf der Wahrscheinlichkeitstheorie beruhende Verarbeitung eine wesentliche Rolle spielen.“ (ebenda S.131)

Aktivität 2a:
Statistiken auswerten

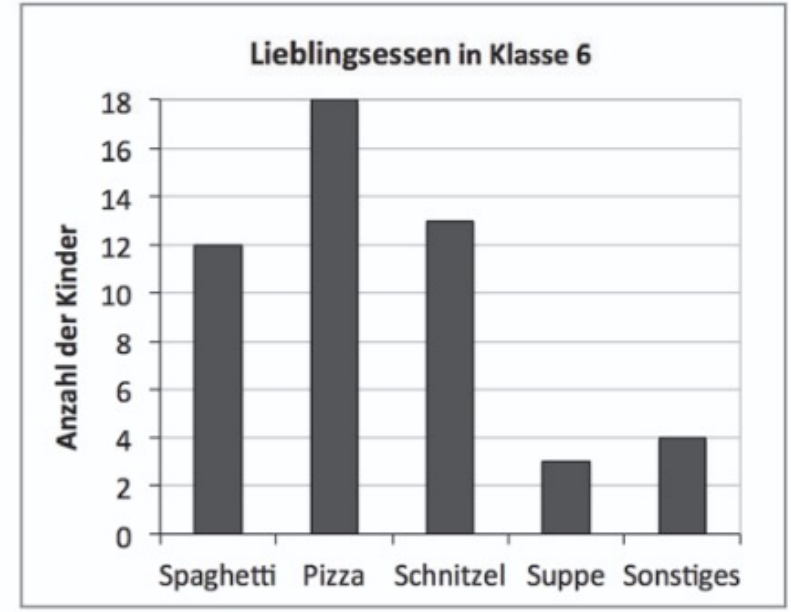
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Viele Lehrwerke der 5 .Klasse beginnen mit statistischen Erhebungen und deren Auswertung.
Angeknüpft an den Kennlernprozess werden Fragebögen innerhalb der Lerngruppe erstellt und die Ergebnisse auf verschiedene Arten dargestellt.

a) **Skizzieren** Sie kurz ihre Unterrichtseinheit dazu und dokumentieren Sie diese in einem separaten Dokument.
b) Welche **Kompetenzen** erscheinen Ihnen als besonders relevant im Kontext der **Veranschaulichung von Daten in Diagrammen und des Lesens von Diagrammen?**

Aktivität 2b:
Diagramme erstellen und lesen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein



Formulieren Sie Fragen an das Diagramm, die über das reine Ablesen von Werten hinausgehen.

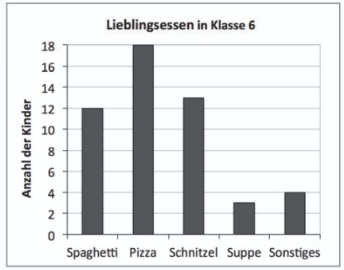
Aktivität 2b
Diagramme erstellen und lesen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

<u>Fragen zum Diagramm, die über das Datenablesen hinausgehen:</u>
Wie viel Kinder mehr haben Pizza zum Lieblingsessen gewählt als Suppe?

Wie viel Kinder wurden insgesamt befragt?
…

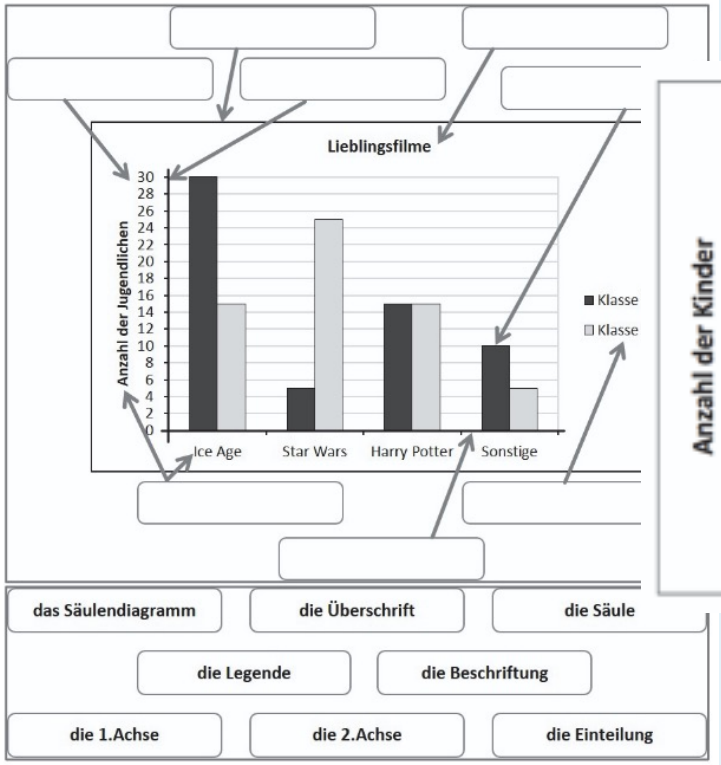
<u>Beschreibung des Diagramms (Sprachmittel üben):</u>
Beschreibe Dein Diagramm möglichst genau:
Was siehst Du? Wie lautet das Thema?
(Sprachspeicher nutzen?)



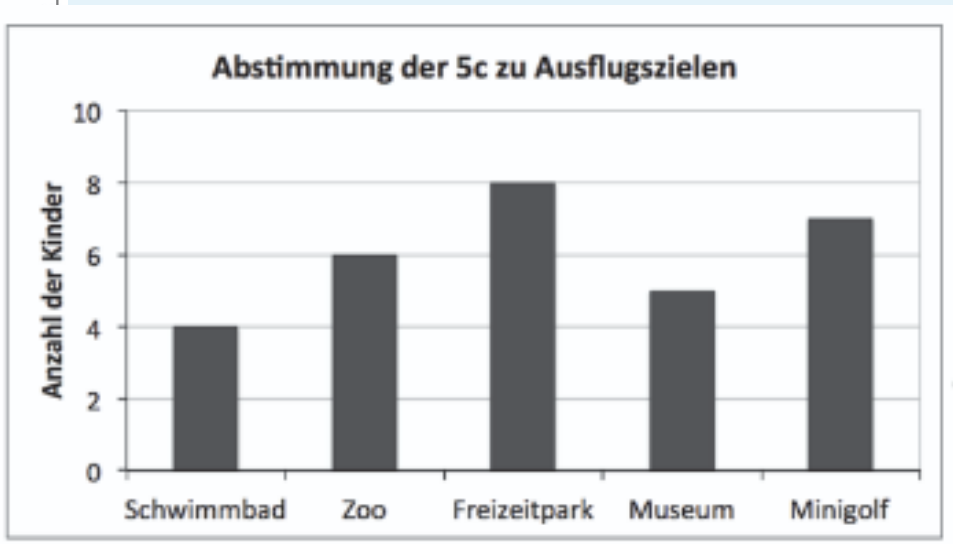
Aktivität 2b:
Diagramme erstellen und lesen

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Beschreiben Sie das Diagramm unter Verwendung des Sprachspeichers



Sprachspeicher zu äußeren Merkmalen eines Säulendiagramms



Sprachspeicher, um das Denken sprachlich zu entlasten

Aktivität 2b

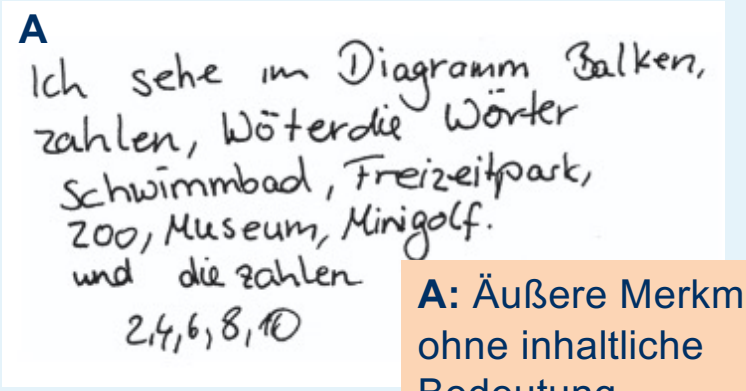
Diagramme erstellen und lesen:

Q.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Sprachliche Beschreibungstypen (Diagnostik):

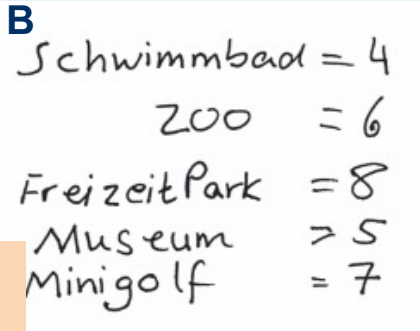
Analysieren Sie die Äußerungen? Wie sehen Ihre Impulse aus? Was sollte gefördert werden?

A



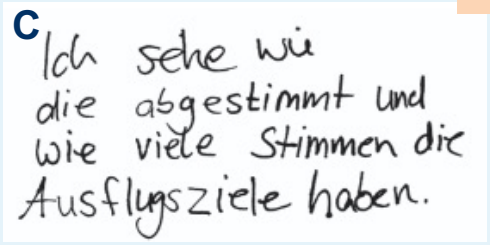
A: Äußere Merkmale, ohne inhaltliche Bedeutung

B



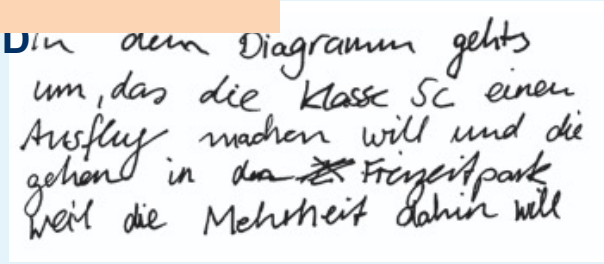
B: Korrektes Ablesen der werte, ohne inhaltliche Deutung

C



C: Grobe Nennung des Themas, keine inhaltliche Beschreibung

D



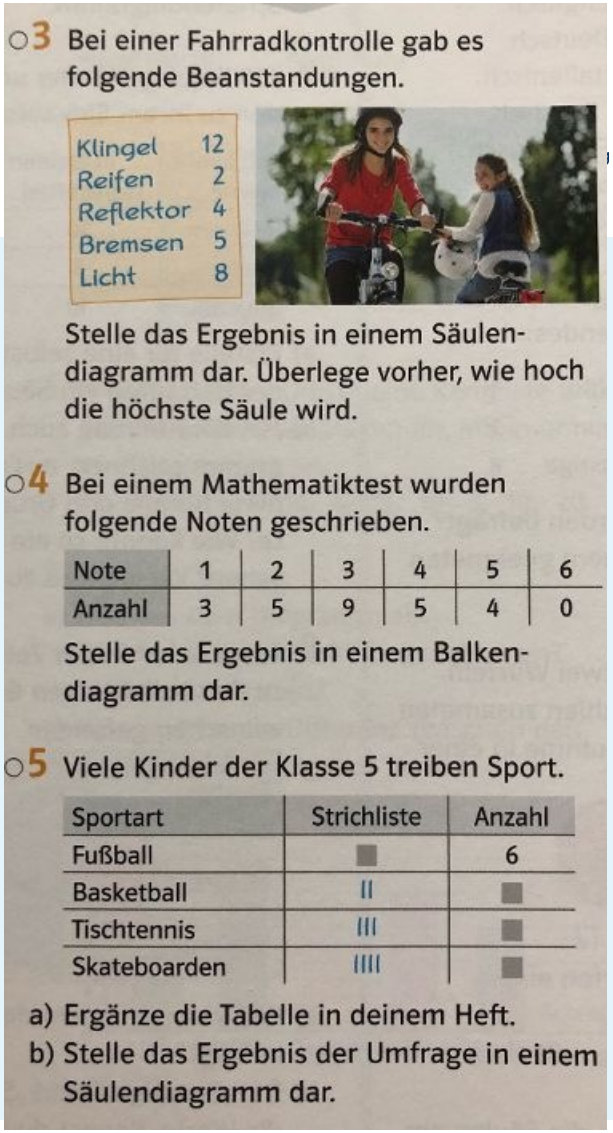
D: Grobe Nennung des Themas, inhaltlicher Blick vorhanden

Aktivität 3:
Statistiken auswerten

Die folgenden Aufgaben sind aus einem Lehrwerk für die 5. Klasse.

b) Vergleichen Sie die Aufgaben.

Beschreiben Sie, was ihnen auffällt.



○3 Bei einer Fahrradkontrolle gab es folgende Beanstandungen.

Klingel	12
Reifen	2
Reflektor	4
Bremsen	5
Licht	8

Stelle das Ergebnis in einem Säulendiagramm dar. Überlege vorher, wie hoch die höchste Säule wird.

○4 Bei einem Mathematiktest wurden folgende Noten geschrieben.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	3	5	9	5	4	0

Stelle das Ergebnis in einem Balkendiagramm dar.

○5 Viele Kinder der Klasse 5 treiben Sport.

Sportart	Strichliste	Anzahl
Fußball	■	6
Basketball	II	■
Tischtennis	III	■
Skateboarden	IIII	■

a) Ergänze die Tabelle in deinem Heft.
b) Stelle das Ergebnis der Umfrage in einem Säulendiagramm dar.

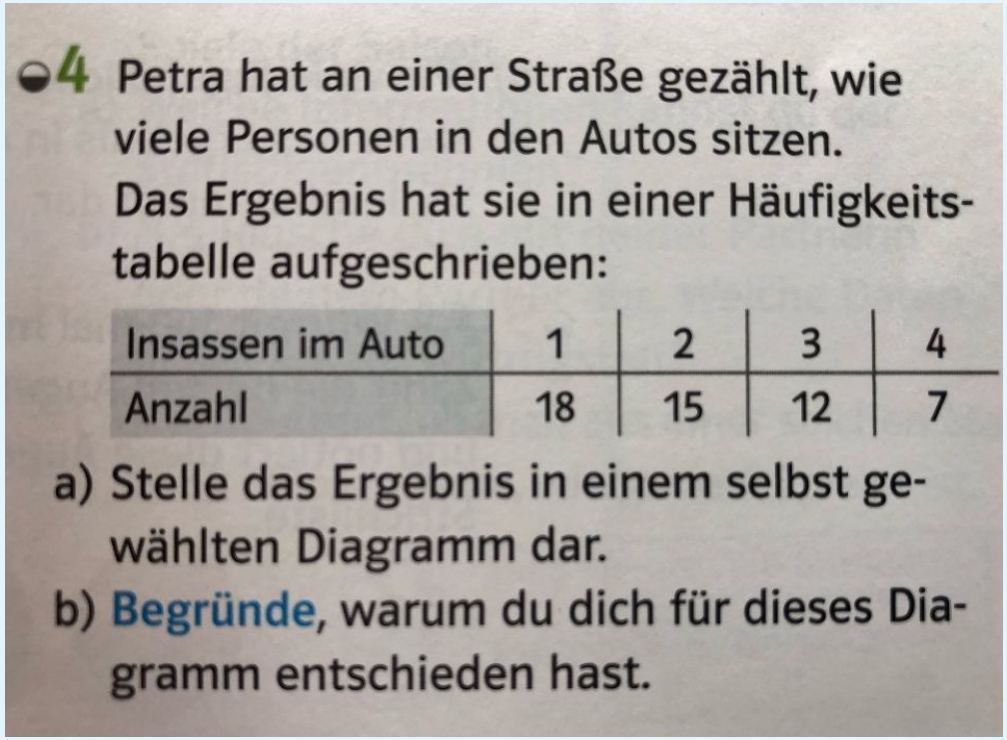
Quelle: Schnittpunkt 5 : Mathematik – Differenzierende Ausgabe,2021, 1 . Auflage, Ernst – Klett – Verlag , Stuttgart, S.15

Aktivität 3:
Statistiken auswerten

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Die Aufgabe ist aus dem gleichen Lehrwerk für die 5. Klasse.

c) Erläutern Sie, inwiefern sich die Aufgabe von den vorherigen unterscheidet.



4 Petra hat an einer Straße gezählt, wie viele Personen in den Autos sitzen. Das Ergebnis hat sie in einer Häufigkeitstabelle aufgeschrieben:

Insassen im Auto	1	2	3	4
Anzahl	18	15	12	7

a) Stelle das Ergebnis in einem selbst gewählten Diagramm dar.

b) Begründe, warum du dich für dieses Diagramm entschieden hast.

Quelle: Schnittpunkt 5 : Mathematik – Differenzierende Ausgabe,2021, 1 . Auflage, Ernst – Klett – Verlag , Stuttgart, S.15

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

„Dem Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I kommt daher die Aufgabe zu, Schülern ein Grundverständnis verschiedener grafischer Darstellungen von Daten zu vermitteln. Dabei darf sich der **Unterricht im Sinne von stochastischer Grundbildung nicht auf das Erstellen einfacher Diagramme zu Rohdaten oder Häufigkeitsverteilungen beschränken**, sondern muss auch das Lesen und Interpretieren von grafischen Darstellungen in überschaubaren Sachkontexten einüben.“ (Krüger, S. 229)

Wesentlich sind daher auch die Fragen, warum man Diagramme zur Darstellung von Daten nutzt (welcher Mehrwert entsteht?) und ‚ob sich ein Diagramm zur Darstellung der jeweiligen Datenart eignet.

Stochastik in den Bildungsstandards

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

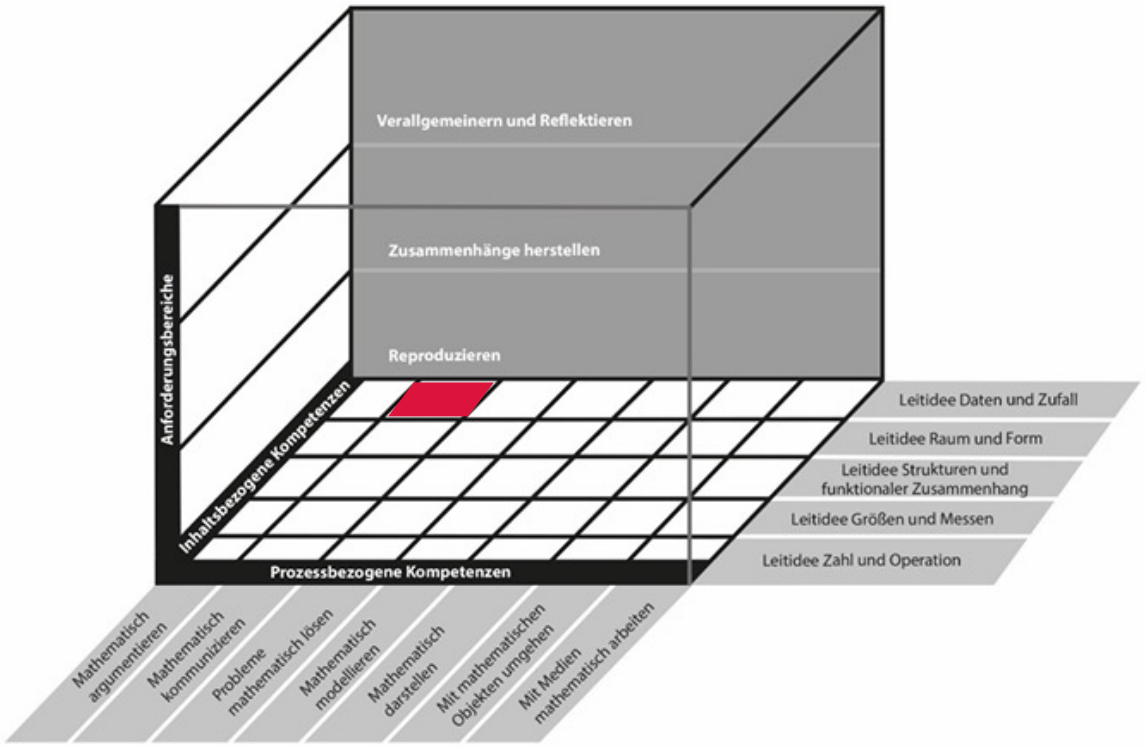


Abbildung 1: Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Ersten Schulabschluss und den Mittleren Schulabschluss

Quelle: KMK: Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA) (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 und vom 04.12.2003, i.d.F. vom 23.06.2022); S.8

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Leitidee Daten und Zufall

Diese Leitidee umfasst zwei Säulen, die beschreibende Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Modellierung von zufallsabhängigen Vorgängen und Risiken. Wahrscheinlichkeiten können als Prognosen von relativen Häufigkeiten bei zufallsabhängigen Vorgängen gedeutet werden, wodurch die beiden Säulen verknüpft werden. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe I sind die Stochastik und Funktionen. Es werden Begriffe und Methoden zur Erhebung, Aufbereitung und Interpretation von statistischen Daten vernetzt mit solchen zur Beschreibung und Modellierung zufallsabhängiger Situationen. Die stochastische Simulation spielt bei der Verknüpfung eine wichtige Rolle. Der Umgang mit Daten und Zufallserscheinungen im Alltag und Zufallsexperimenten geschieht auch unter Verwendung einschlägiger digitaler Mathematikwerkzeuge, hier vor allem Tabellenkalkulation und Stochastiktools.

Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA) (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 und vom 04.12.2003, i.d.F. vom 23.06.2022), S.21

Stochastik in den Fachanforderungen
(Sekundarstufe,S.42)

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

2.2.5 Leitidee Daten und Zufall

Diese Leitidee umfasst zwei Säulen, die beschreibende Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Modellierung von zufallsabhängigen Vorgängen und Risiken. Das Herausarbeiten des Unterschieds zwischen den Begriffen Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit sowie deren Verbindung über das empirische Gesetz der großen Zahlen sind von zentraler Bedeutung. Aufbauend auf den Erfahrungen aus der Primarstufe werden die Auswertung und Darstellung von Daten sowie das Lesen und Interpretieren grafischer Darstellungen vertieft. Handlungsorientierte, experimentelle Zugänge sowie Simulationen unterstützen theoretische Überlegungen. Das korrekte Beschreiben von Zufallsexperimenten durch Sprache und formale Notation ist die Grundlage stochastischer Berechnungen. Auf dieser Grundlage dient das Baumdiagramm als wichtiges Darstellungsmittel beim Modellieren stochastischer Vorgänge.

Stochastik in den Fachanforderungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen *Die Schülerinnen und Schüler…*	**Verbindliche Themen und Inhalte**	**Vorgaben und Hinweise**
werten vertraute Darstellungen von statistischen Daten aus, planen einfache Befragungen und statistische Erhebungen, auch unter den Aspekten Stichprobenauswahl und Erhebungsinstrument, sammeln systematisch Daten, organisieren sie in Tabellen und stellen sie grafisch auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge dar.	• Strichliste • Tabelle • absolute Häufigkeit • Säulendiagramm	Die Auswertung und grafische Darstellung von Daten kann zur Vorbereitung des Zuordnungsbegriffs genutzt werden.
lösen einfache kombinatorische Probleme, z. B. durch systematische Zählprinzipien und Darstellungen.	• Baumdiagramm	Permutationen können behandelt werden, ohne den Fachbegriff einzuführen.
planen Zufallsexperimente, beschreiben sie, führen sie durch und werten sie aus, geben Ergebnisse bei vertrauten Zufallsexperimenten an, stellen Häufigkeiten von Zufallsexperimenten grafisch dar, sagen begründet erwartete absolute Häufigkeiten vorher, interpretieren Daten in realitätsbezogenen Situationen, beurteilen Darstellungen nach Angemessenheit und erstellen adäquate Darstellungsformen, reflektieren mithilfe der mathematischen Kenntnisse den Umgang mit und die Darstellung von Daten in Medien, etwa in Bezug auf die Absicht und mögliche Wirkungen der Darstellung.	• Zufallsexperiment • Versuch • Ergebnis • Ergebnismenge • Häufigkeitstabelle • Median • arithmetischer Mittelwert • relative Häufigkeit • Kreisdiagramm • Histogramm	Auf die vollständige Beschreibung eines Zufallsexperiments ist zu achten, dazu gehören die Anzahl und Art der Versuche sowie die Ergebnismenge. Bei der Durchführung ausgewählter Zufallsexperimente im Unterricht kann mit der Auswertung und Darstellung der gewonnenen Daten der Unterschied zwischen vorhergesagter und tatsächlicher Häufigkeit eines Ergebnisses thematisiert werden. Als Beispiele für Zufallsexperimente können auch statistische Erhebungen genutzt werden.

Inhaltsbezogene Kompetenzen *Die Schülerinnen und Schüler…*	**Verbindliche Themen und Inhalte**	**Vorgaben und Hinweise**
erklären an einem Beispiel den Unterschied zwischen der relativen Häufigkeit und der Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses, nutzen und deuten bei der Durchführung von Zufallsexperimenten die auftretenden relativen Häufigkeiten als Schätzwerte von Wahrscheinlichkeiten, die bei wachsendem Stichprobenumfang besser werden, unterscheiden zwischen Ergebnis und Ereignis, **beurteilen, ob ein Zufallsexperiment ein Laplace-Experiment ist,** modellieren realitätsbezogene Situationen stochastisch, berechnen die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen, erproben beziehungsweise nutzen Simulationen, um stochastische Fragen zu entscheiden, geben Ergebnisse bei vertrauten Zufallsexperimenten an und bestimmen deren Wahrscheinlichkeiten, ermitteln Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei Laplace-Experimenten **durch theoretische Überlegungen**, **geben zu gegebenen Wahrscheinlichkeiten zugehörige Ereignisse bei Zufallsexperimenten an.**	• Wahrscheinlichkeit • Empirisches Gesetz der großen Zahlen • Ereignis • Gegenereignis • Additionsregel • ein- und zweistufige Laplace-Experimente	Für die Anforderungsebene des Ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses müssen die Begriffe Ereignis, Gegenereignis und Additionsregel nicht formal verwendet werden. Die Simulation von Zufallsexperimenten mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms ermöglicht die Durchführung und Auswertung von Zufallsexperimenten mit einer großen Anzahl von Versuchen und damit eine Annäherung an die Wahrscheinlichkeit. Eine zu starke Formalisierung in der Unterscheidung von Ergebnissen und Ereignissen soll vermieden werden. Es geht darum, das Grundverständnis zu fördern. Es sollten auch Nicht-Laplace-Experimente (z. B. Werfen einer Reißzwecke) im Unterricht durchgeführt werden, um den Unterschied zu verdeutlichen.
planen zweistufige und mehrstufige Zufallsexperimente, führen sie durch und werten sie aus, berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mithilfe der Pfadregeln, beurteilen Aussagen zu mehrstufigen Zufallsexperimenten.	• zweistufiges Zufallsexperiment • mehrstufiges Zufallsexperiment • Additions- und Multiplikationsregel	Das Phänomen der bedingten Wahrscheinlichkeit kann bei mehrstufigen Zufallsexperimenten problematisiert werden; eine Formalisierung ist nicht vorgesehen.

Fachanforderungen, S.42f.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Stochastik in den Fachanforderungen (Primarstufe)

3.2.5 Inhaltsbereich Daten, Zufall und Kombinatorik

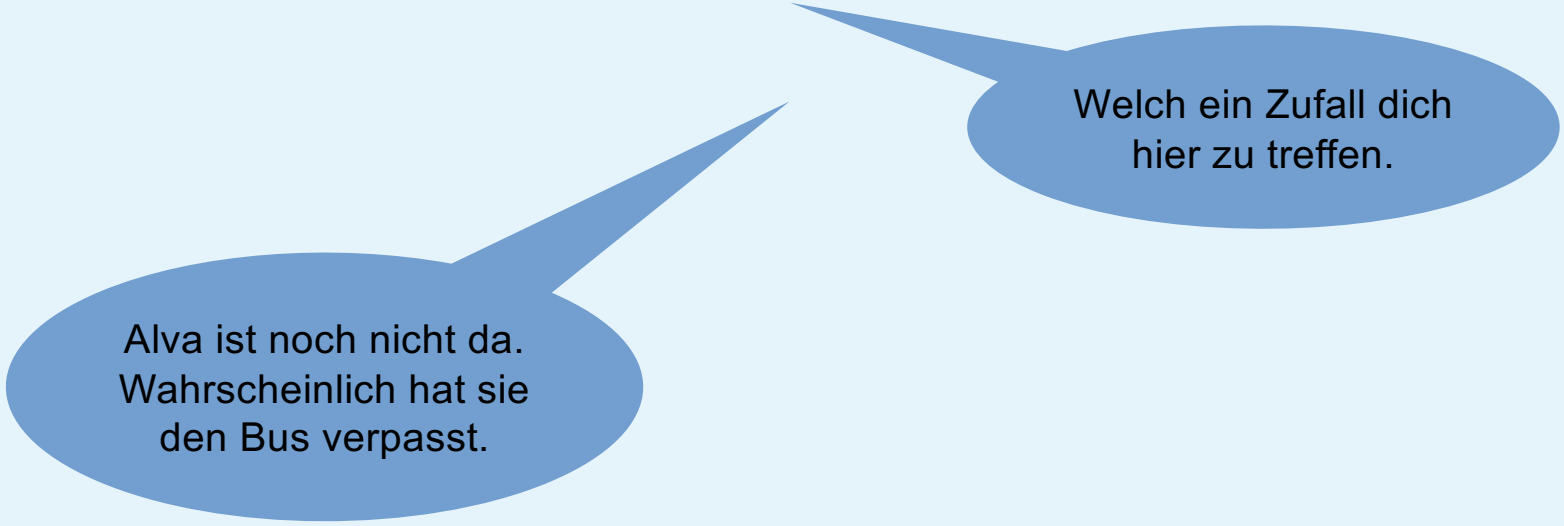
Kompetenzen *Die Schülerinnen und Schüler…*	**Themen und Inhalte**	***Hinweise***
Vorläuferfähigkeiten		
· beherrschen die Menge-Zahl-Zuordnung und kennen die Würfelbilder. · haben Erfahrungen mit Gesellschaftsspielen. · klassifizieren nach selbst definierten und vorgegeben Merkmalen.	· Würfelbilder · Gesellschaftsspiele · Kriterien zum Ordnen und Sortieren	*In Spielsituationen machen Kinder erste Erfahrungen mit zufälligen Ereignissen und Wahrscheinlichkeiten (z. B. Würfelspiele, Kartenspiele, Memory).* *Das Sammeln, Sortieren und Ordnen von Gegenständen sind typisch kindliche Tätigkeiten und bieten gute Anknüpfungspunkte über Ordnungskriterien zu reflektieren. Die Merkmale, nach denen sortiert wird, sollten daher aus der unmittelbaren Erfahrungswelt der Kinder kommen, z. B. Farbe, Form, Geschlecht etc.*

Aktivität 4:
Subjektiver Wahrscheinlichkeitsbegriff

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

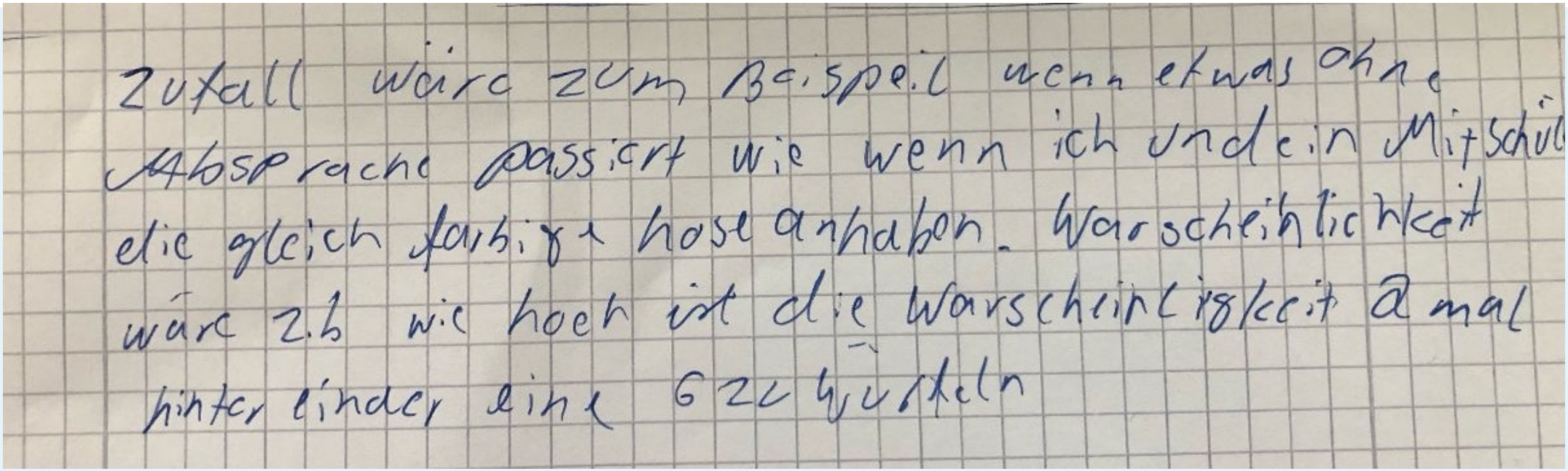
a) Erläutern Sie, was Sie unter „Zufall“ und unter „Wahrscheinlichkeit“ verstehen!

b) Beschreiben Sie Beispiele aus ihrer Lebenswelt, in denen die Begriffe eine Rolle spielen.



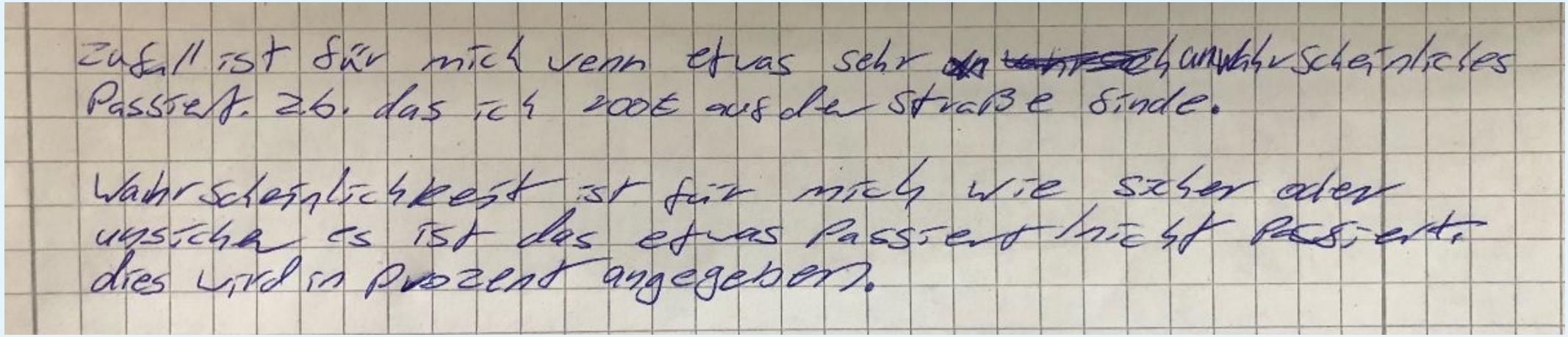
Schülerantwort
(9.Klasse)

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein


Zufall wäre zum Beispiel wenn etwas ohne
Absprache passiert wie wenn ich und ein Mitschü
die gleich farbige hose anhaben. Warscheinlichkeit
wäre z.b wie hoch ist die Warscheinlichkeit 2 mal
hinter einander eine 6 zu würfeln

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

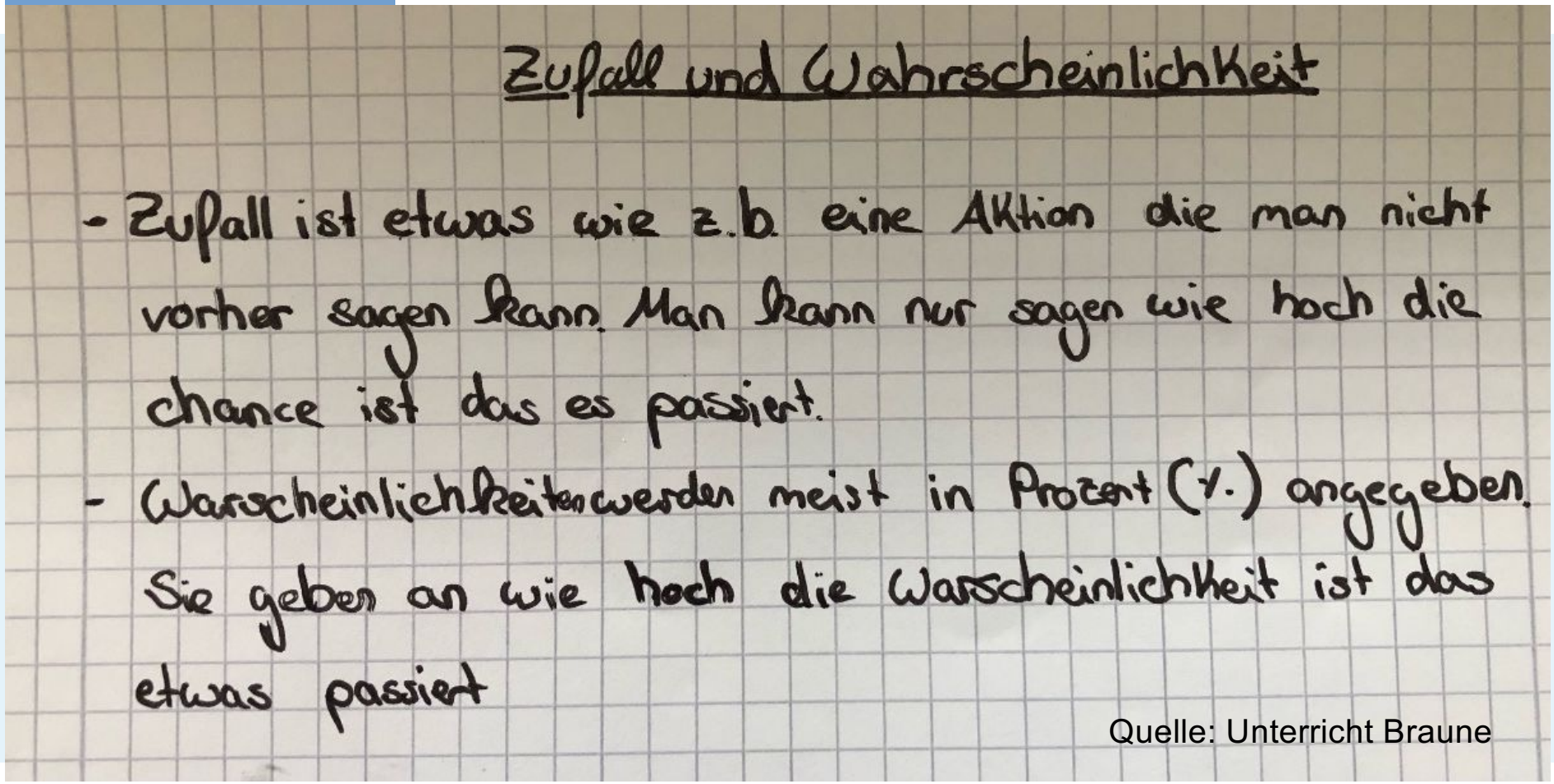
Schülerantwort (9.Klasse)


Zufall ist für mich wenn etwas sehr ~~unwahrscheinliches~~ unwahrscheinliches passiert. z.b. das ich 200€ auf der Straße finde.

Wahrscheinlichkeit ist für mich wie sicher oder ungsicher es ist das etwas passiert/nicht passiert. dies wird in Prozent angegeben.

Schülerantwort
(9.Klasse)

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein



Zufall und Wahrscheinlichkeit

- Zufall ist etwas wie z.b eine Aktion die man nicht vorher sagen kann. Man kann nur sagen wie hoch die chance ist das es passiert.
- Warscheinlichkeiten werden meist in Prozent (%.) angegeben. Sie geben an wie hoch die Warscheinlichkeit ist das etwas passiert

Quelle: Unterricht Braune

Stochastische Begriffe im Alltag

Begriff	Umgangssprache	Fachliche Verwendung
wahrscheinlich	Einordnung in ein kategoriales System: W´keit liegt je nach Kontext und Betrachter oft zwischen 50 % und 100 %	In Verbindung mit der Frage „wie wahrscheinlich ist…?“
Höchst-wahrscheinlich	nur geringe Zweifel am Nichteintreten des Ereignisses	*keine fachsprachliche Definition*
unwahrscheinlich	erhebliche Zweifel am Eintreten des Ereignisses	*keine fachsprachliche Definition*
sicher	Gewissheit – (subjektive) W´keit liegt aber nicht zwangsläufig bei 100 %	Die W´keit eines sicheren Ereignisses beträgt 1.
möglich	Nichteintreten des Ereignisses ausgeschlossen	*keine fachsprachliche Definition*
unmöglich	Erwartungsgefühl des Nichteintretens einer Situation	Nur in Kombination mit „unmögliches Ereignis“

Quelle: PRECHTL/V.SCHROEDERS. „Zufall“ und „Wahrscheinlichkeit“ – Alltagssprache und Mathematik im Anfangsunterricht zur Stochastik. Stochastik in der Schule 38 (2018)

mathe.sh
IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

Alles Zufall – Stochastische Begriffe in der Lebenswelt von Schülerinnen und Schülern

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Peter, 8. Klasse nach Abgabe der Mathearbeit: *„Die Klassenarbeit ist nicht gut gelaufen. Ich bin mir sicher, dass meine Note nicht besser als eine Vier wird."*

Mehmet, 9. Klasse: *„Bayern München wird wahrscheinlich wieder Deutscher Meister."*

Sarah, 9. Klasse: *„Ich bekomme bestimmt kein Mountainbike zum Geburtstag."*

Klara, 10. Klasse: *„Möglicherweise schaffe ich es heute, die 1000 Meter unter 3:30 Minuten zu laufen."*

Häufig gezeigte Strategien und Vorstellungen zur Einschätzung von Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

1. **„Verfügbarkeitsheuristik“**:
   Urteile werden auf häufig erlebte Situationen zurückgeführt.
2. **„Verallgemeinerung“**:
   Selbst durchgeführte, oft wenige Versuche werden als repräsentativ für die allgemeine Häufigkeitsverteilung angesehen.
3. **„Gleichwahrscheinlichkeitstendenz“**:
   Alle Möglichkeiten werden als gleich wahrscheinlich gesehen
4. **„Ergebnisorientierter Ansatz“**:
   Es wird nicht auf die Wahrscheinlichkeit, sondern auf den speziellen Ausgang des Versuchs eingegangen

Quelle: (Pratt 200), Making sense of the total of two dice. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, (31).

Grundvorstellungen zur Wahrscheinlichkeit

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Grundvorstellungen
unterschiedliche Sichtweisen auf den Wahrscheinlichkeitsbegriff

Start: subjektiv (persönliche Überzeugung)

Ziel: Diese beiden Sichtweisen auf den Wahrscheinlichkeitsbegriff werden in der Schule weiterentwickelt (objektiv), um ein Verständnis für die Wahrscheinlichkeit zu entwickeln:

- **theoretisch** („Wahrscheinlichkeit als Anteil“): Anteil günstiger Ereignisse gegenüber aller möglichen Ereignisse
- **frequentistisch** (relative Häufigkeit als Schätzwert)

Quelle: Kleine, M. und Schmelzer, N. „Steck weg die 6!“ in: mathematiklehren, 236, 2023, Friedrich Verlag

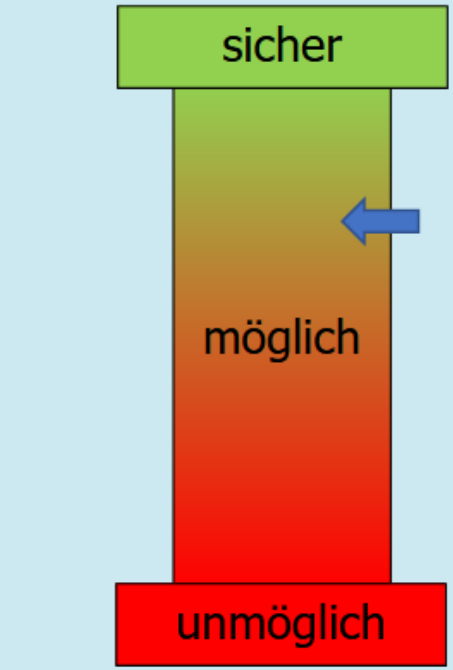
mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 5:
Wahrscheinlichkeitsstreifen

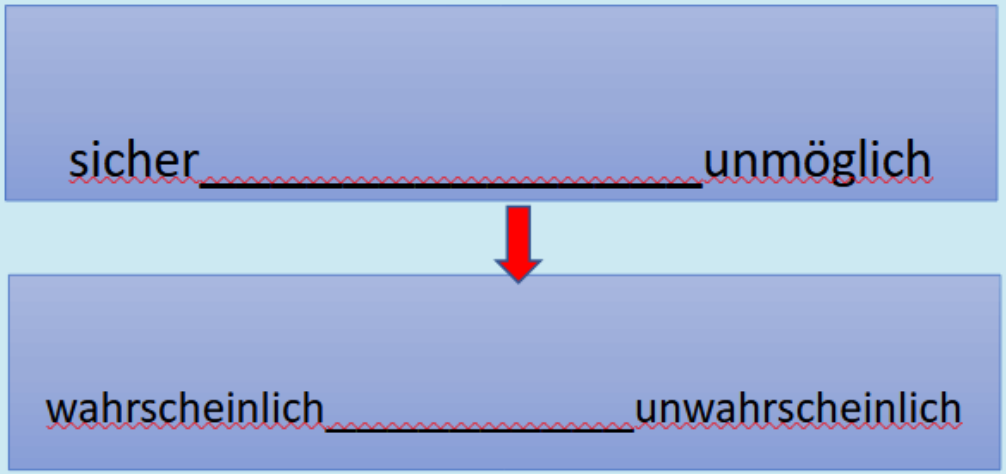
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Formulieren Sie jeweils ein Ereignis das sicher, eher wahrscheinlich, eher unwahrscheinlich und unmöglich ist!



Wahrscheinlichkeitsbarometer

Wahrscheinlichkeitsstreifen



Aktivität 5:
Wahrscheinlichkeitsstreifen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Ordnen Sie die Schüleräußerungen zu.

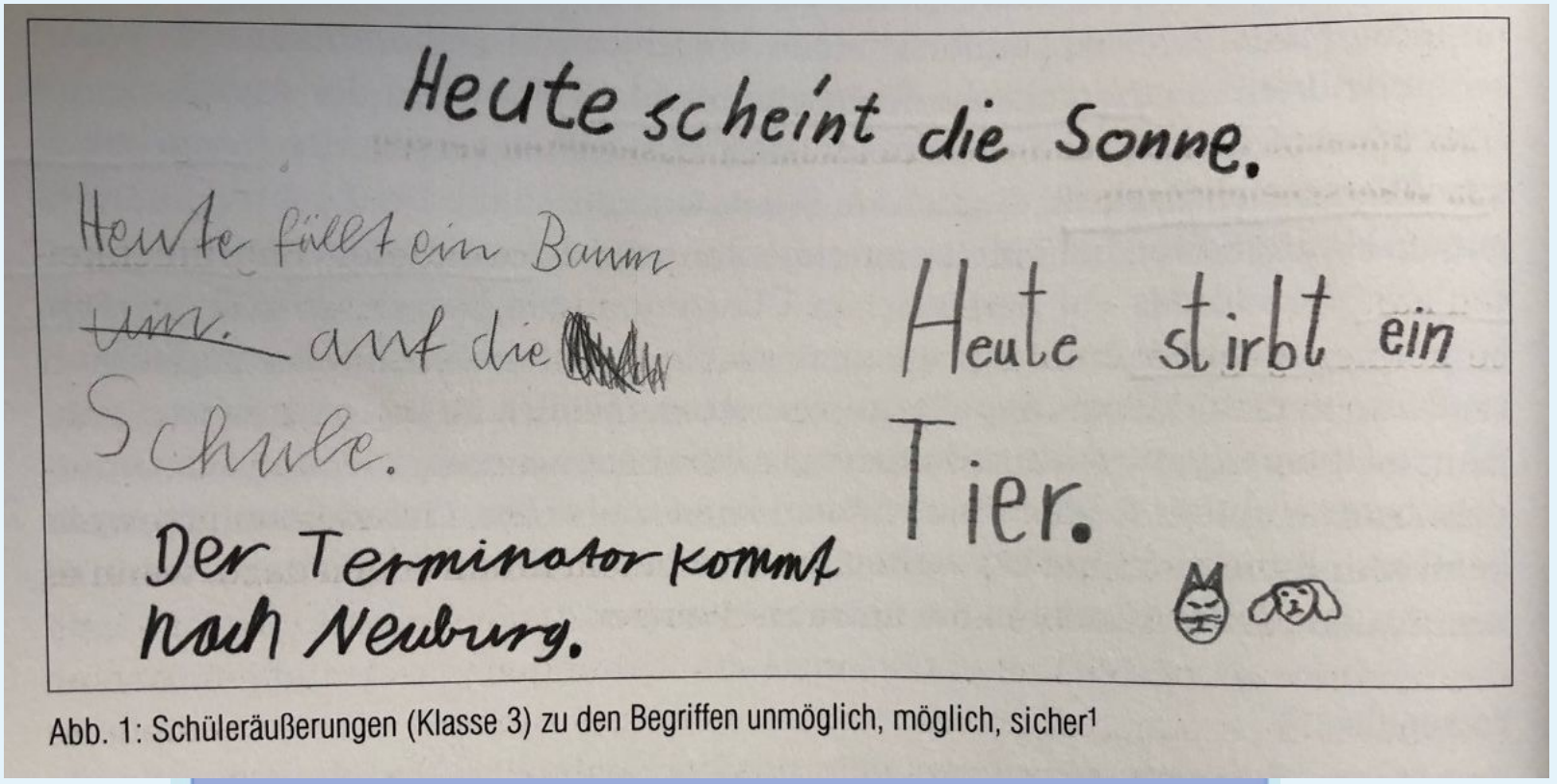


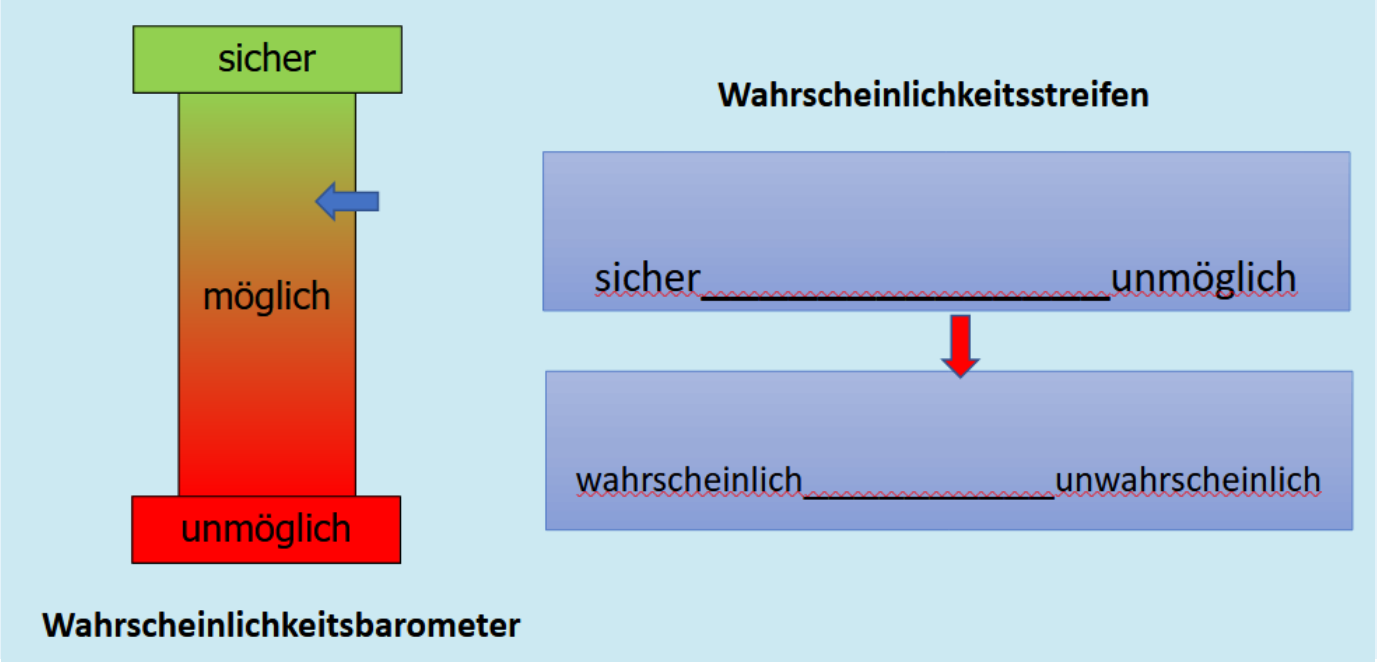
Abb. 1: Schüleräußerungen (Klasse 3) zu den Begriffen unmöglich, möglich, sicher[1]

sicher _____ unmöglich

Aktivität 5:
Wahrscheinlichkeitsstreifen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Bewerten Sie die folgenden Aussagen, in dem Sie eine Markierung auf dem Wahrscheinlichkeitsstreifen vornehmen.



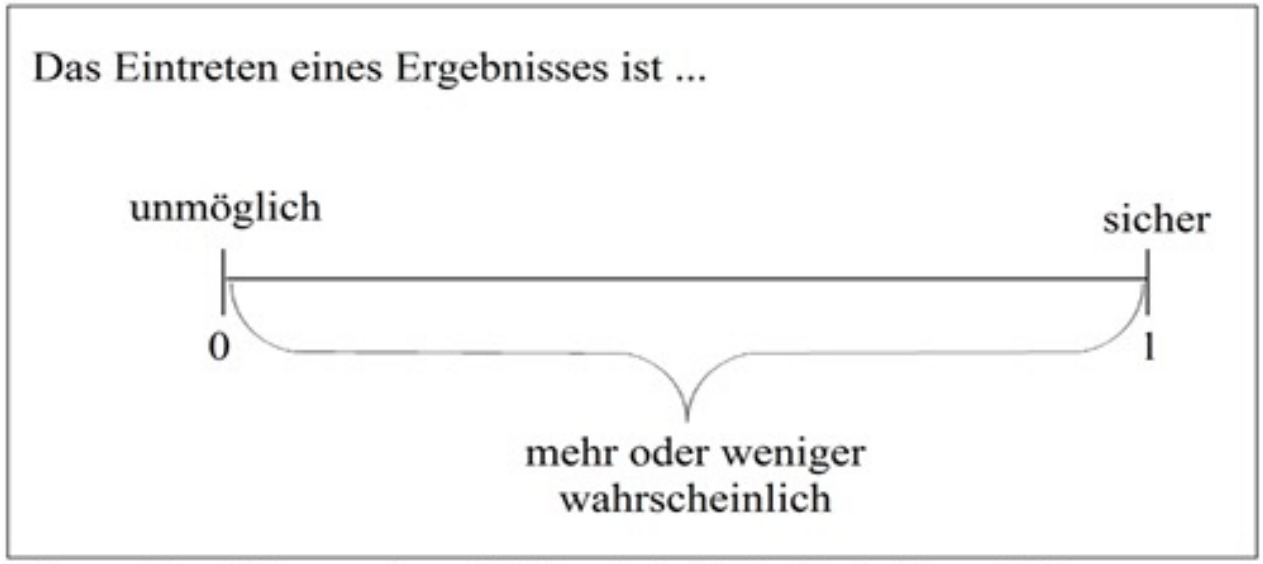
Beim Fußballtraining trage ich **in jedem Fall** mein Lieblingsshirt.	**Eventuell** wird der nächste Sommer sehr heiß.	**Vielleicht** bekomme ich zum Geburtstag einen neuen Computer.
Die **Chance** dafür, dass ich noch ein Geschwisterchen bekomme, ist **gering.**	Ich weiß **nicht hundertprozentig**, welche Filme heute im Kino laufen.	Ich kann die Hausaufgaben auf die ganze Woche aufteilen. Dass ich heute meine Deutschaufgabe mache, hat die **Wahrscheinlichkeit ein Fünftel**.
Die **Wahrscheinlichkeit**, bei einem Verkehrsunfall zu sterben, ist bei alten Menschen **besonders groß**.	Ich bin mir **absolut sicher**, dass wir dieses Jahr nicht mehr in den Urlaub fahren.	**Auf keinen Fall** darf man aus einem fahrenden Zug springen.
Sicher gehe ich heute noch raus, weil mir sonst die Decke auf den Kopf fällt.	**3 von 4 Personen** in unserer Klasse kommen mit dem Bus.	Ich wasche mir **immer** 20 Sekunden lang die Hände.
Ich teile mir mit meinen beiden Brüdern den Computer. Die **Chance**, ihn zu bekommen, ist **1 zu 3**.	**Hundertprozentig** bekomme ich beim nächsten Geburtstag mehr Taschengeld.	**Möglicherweise** bekomme ich am Schuljahresende in Mathe eine 2.

Quelle: Mathematik 5 – 10, 2020 Heft 53, S. 16-17

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Der Wahrscheinlichkeitsstreifen nach Varga

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

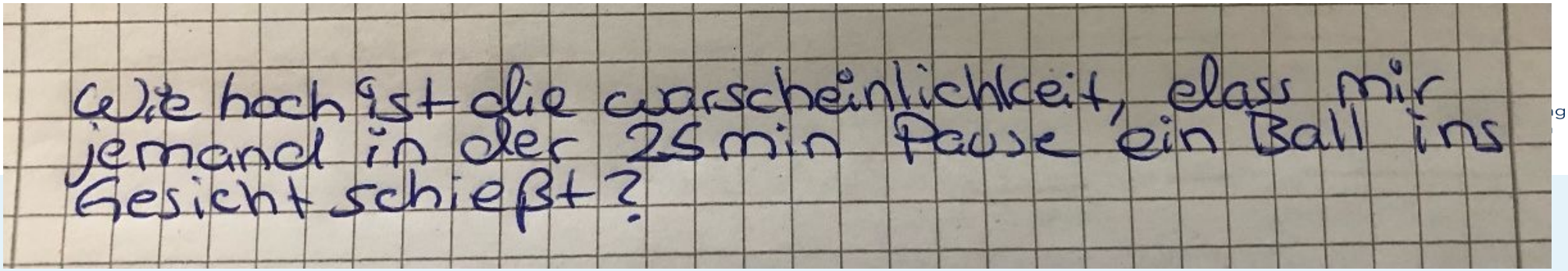


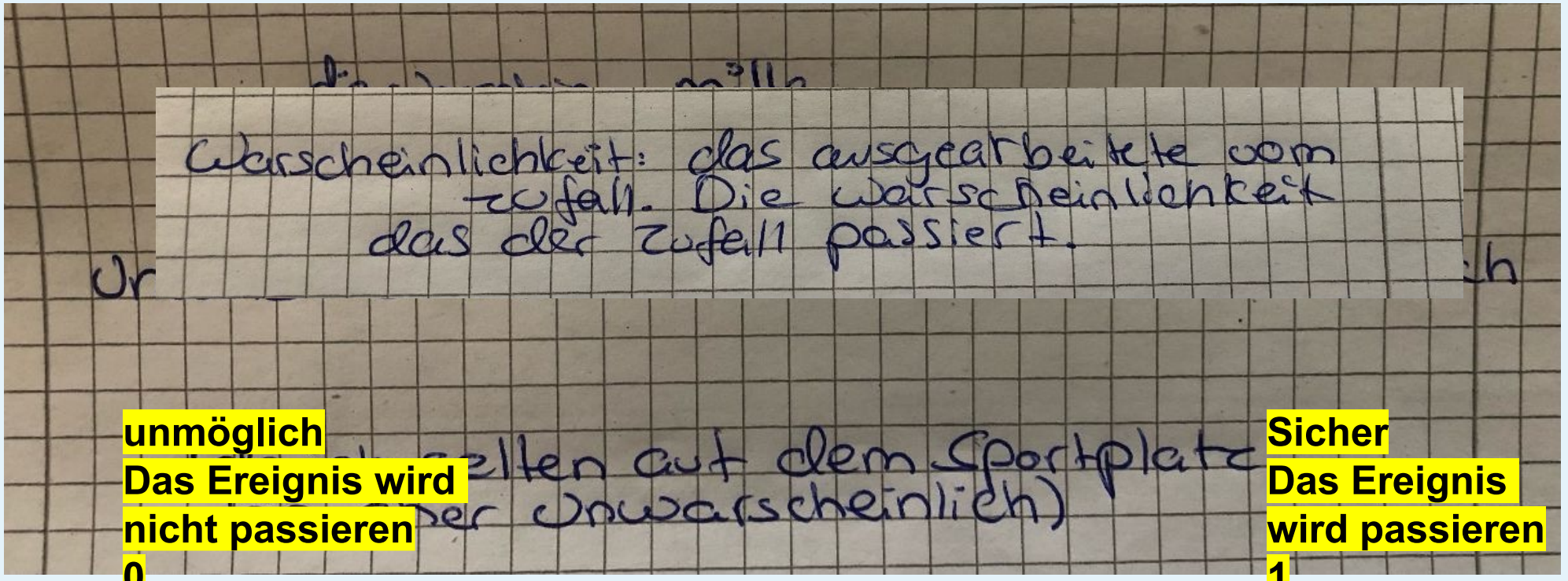
Veranschaulichung einer Wahrscheinlichkeitsskala nach Varga

Ereignisse aus ihrer Erfahrungswelt können Kinder als unmöglich, möglich oder (ganz) sicher einschätzen. Mit Hilfe eines Pappstreifens und einer Klammer können sie veranschaulichen und begründen, ob sie mögliche Ereignisse eher für unmöglich oder sicher halten oder auch als fifty-fifty einschätzen.

Damit werden Kinder angeregt, Wahrscheinlichkeiten quantitativ abzuschätzen und können dazu ein erstes inhaltliches Verständnis erwerben.

https://primakom.dzlm.de/inhalte/daten-h%C3%A4ufigkeit-wahrscheinlichkeit/zufall-und-wahrscheinlichkeit/hintergrund#zufallsbegriff


Wie hoch ist die Warscheinlichkeit, dass mir jemand in der 25 min Pause ein Ball ins Gesicht schießt?

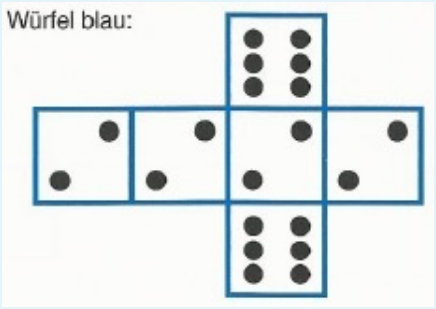

Warscheinlichkeit: das ausgearbeitete vom Zufall. Die Warscheinlichkeit das der Zufall passiert.
unmöglich
Das Ereignis wird
nicht passieren
0
Sicher
Das Ereignis
wird passieren
1

Lernplakat „Wahrscheinlichkeit" aus Heft 2 – bestens geeignet zur Begriffsklärung.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Zufallsexperimente/Zufallsversuche: Kommunikationsanlässe über Wahrscheinlichkeiten

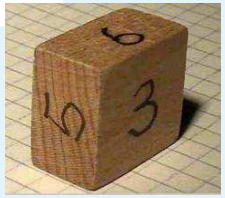
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein



- Lernumgebung „nichttransitive Würfel“

- Black socks ,

- Riemerquader,



- Bingo

6	12
8	7

Über Wahrscheinlichkeiten kommunizieren - Lernumgebung „Bingo“

Aktivität 6:
Kommunikation über Zufallsversuche (Bingo)

Füllen Sie bitte die vier Felder auf Ihrem Tablet mit Zahlen zwischen 2 und 12 intuitiv **aus** (Einzelarbeit).

2	8
12	10

Literatur: PM – Heft 35 – 52. Jahrgang

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Lernumgebung - Mathematische Kompetenzen formulieren

Aktivität 6:
Kommunikation über Zufallsversuche (Bingo)

Formulieren Sie, welche mathematischen Kompetenzen beim Zahlenbingo angesprochen werden ?

2	8
12	10

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 6:
Kommunikation über Zufallsversuche (Bingo)

2	8
12	10

a) Diskutieren Sie Ihre Bingofelder.
(Gruppieren sie Ihre Felder nach selbstgewählten Aspekten)

b) Begründen Sie , welche Zahlen Sie zukünftig wählen würden,

c) Beschreiben Sie, wie Sie diesen Aspekt im Unterricht umsetzen.
(Würfeln der Lernenden)

Aktivität 6b:
Kommunikation über Zufallsversuche (Bingo)

Sprachspeicher „Bingo“

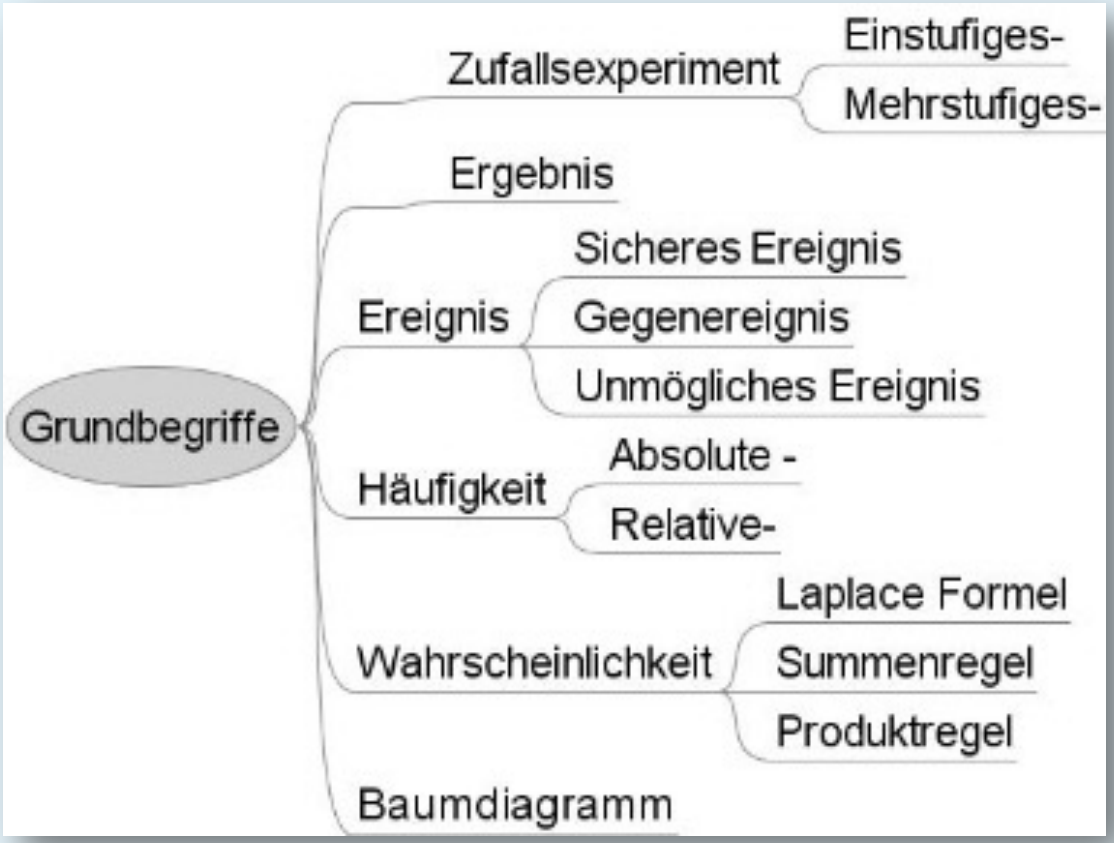
Grundbegriffe der Stochastik am Beispiel: Bingo:

- Zufallsexperiment
- Ergebnis
- Ergebnismenge
- Relative Häufigkeit
- Absolute Häufigkeit
- Wahrscheinlichkeit
- Laplace-Experiment
- Ereignis
- Gegenereignis
- Sicheres Ereignis
- Unmögliches Ereignis

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Grundbegriffe der Stochastik
erklärt am Beispiel

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

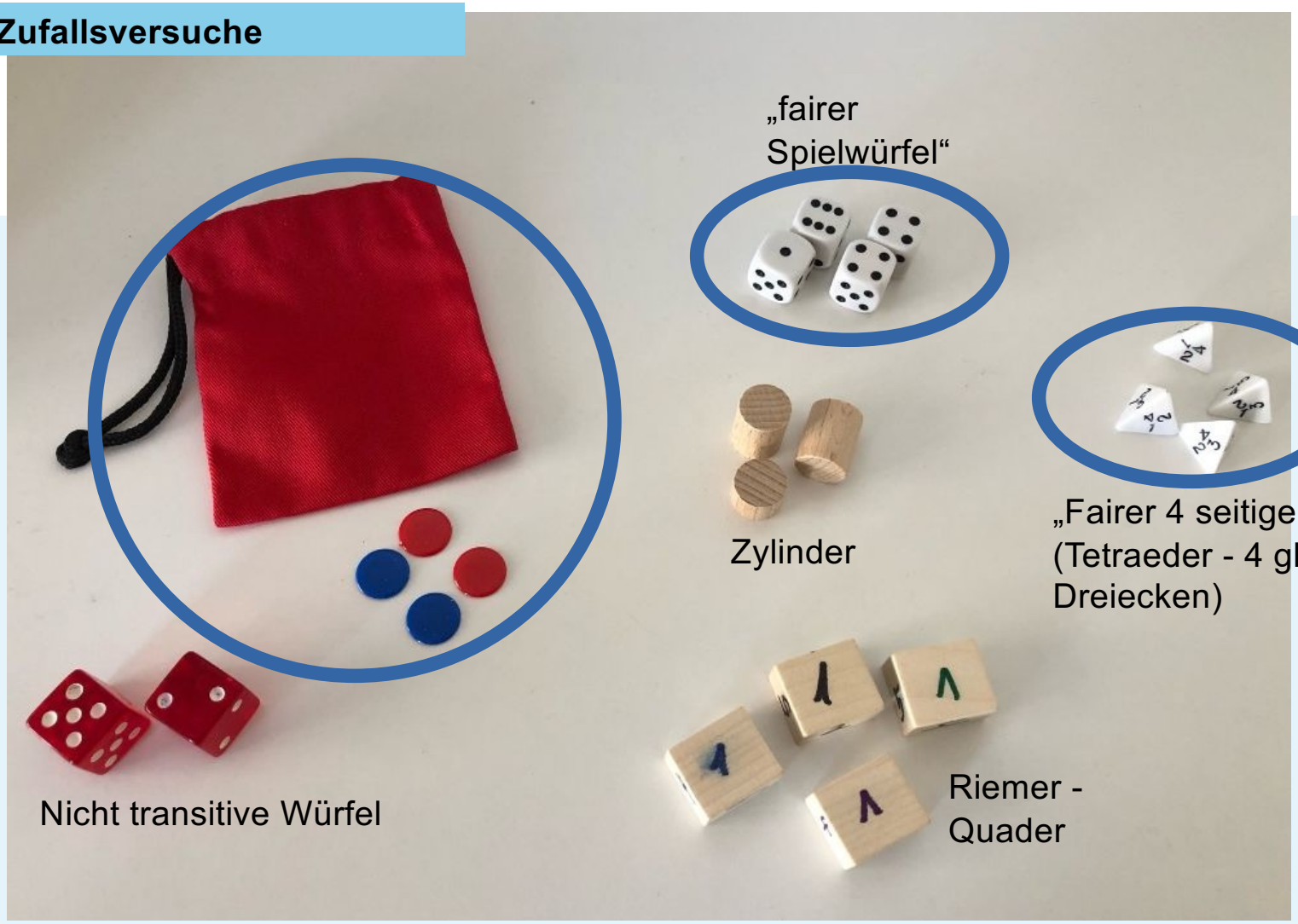


IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Mit den dargestellten Zufallsgeräten lassen sich Zufallsversuche durchführen.

Beschreiben Sie, in welchen Fällen sind die zu erwartenden Ergebnisse gleich wahrscheinlich.

Zufallsversuche



„fairer Spielwürfel“

Zylinder

„Fairer 4 seitiger Würfel“ (Tetraeder - 4 gleichseitigen Dreiecken)

Nicht transitive Würfel

Riemer - Quader

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Laplace- Experimente

Wenn bei einem Vorgang mit mehreren möglichen Ergebnissen angenommen werden kann, dass **alle Ergebnisse die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen**, so hat ein Ereignis A die Wahrscheinlichkeit:

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

(Laplace - Formel)

Krüger, Katja (2015): „Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe 1“, S. 94

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 7:
Kommunikation über Laplace - Versuche

Krüger und Sill empfehlen, dass die Gleichwahrscheinlichkeit und die Bedingungen dafür mit den Lernenden thematisiert werden sollten, z.B.

Unter welchen Bedingungen kann man annehmen, dass alle möglichen Ergebnisse der folgenden Vorgänge die gleiche Wahrscheinlichkeit haben?

a) Es wird ein Los aus einem Behälter gezogen.

b) Aus einem Gefäß mit zehn nummerierten Kugeln wird eine Kugel gezogen.

c) Ein Glücksrad mit acht Feldern wird einmal gedreht.

(aus Krüger, Katja (2015))

a) Formulieren Sie die Bedingungen für die Zufallsversuche.
b) Beschreiben Sie, wie Sie die Lernenden für die Fragestellung sensibilisieren könnten.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Wie können die Lernenden den Weg zur theoretischen Wahrscheinlichkeit verstehen?

Die theoretische Wahrscheinlichkeit muss näherungsweise abgebildet werden.
Dazu sind viele (sehr viele) Versuche notwendig.

Einmaliges Würfeln mit einem fairen Spielwürfel

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Ergebnis: Ein Ausgang eines Zufallexperiments. (z.B. Es wird eine „4“ gewürfelt.“)

Ergebnismenge Ω (Ergebnisraum) : Menge, die alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsversuch enthält.
(Hier: Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6})

Ereignis:
Ein Ereignis (auch Zufallsereignis) ist in der Wahrscheinlichkeitstheorie ein Teil einer Mengevon Ergebnissen eines Zufallsexperiments, dem eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden kann. Beispielsweise wird das Ereignis „eine gerade Zahl zu würfeln“ der Teilmenge {2,4,6} aus der Gesamtmenge {1,2,3,4,5,6} aller möglichen Ergebnisse (dem Ergebnisraum) zugeordnet.

Gegenereignis: Der Teil der Ergebnismenge bzw. des Ergebnisraums, der nicht zur Teilmenge des Ereignisses gehört. Zum Beispiel zum Ereignis „eine gerade Zahl zu würfeln“ ist das Gegenereignis {1,3,5}.

Aktivität 8:
Einmaliges Würfeln – 100 fach durchgeführt

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

a) Schauen Sie sich ihren Würfel genau an.
Beschreiben Sie, welche Ereignisse sie erwarten.
Begründen Sie Ihre Erwartung.

b) **Würfeln** Sie 100 mal mit dem fairen Spielwürfel.

c) **Dokumentieren** Sie das Zufallsexperiment.
Legen Sie dazu eine Tabelle an, in der Sie die absoluten Häufigkeiten notieren.

d) **Ermitteln** Sie die relative Häufigkeit und stellen Sie diese als Bruch und als Prozentzahl dar.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

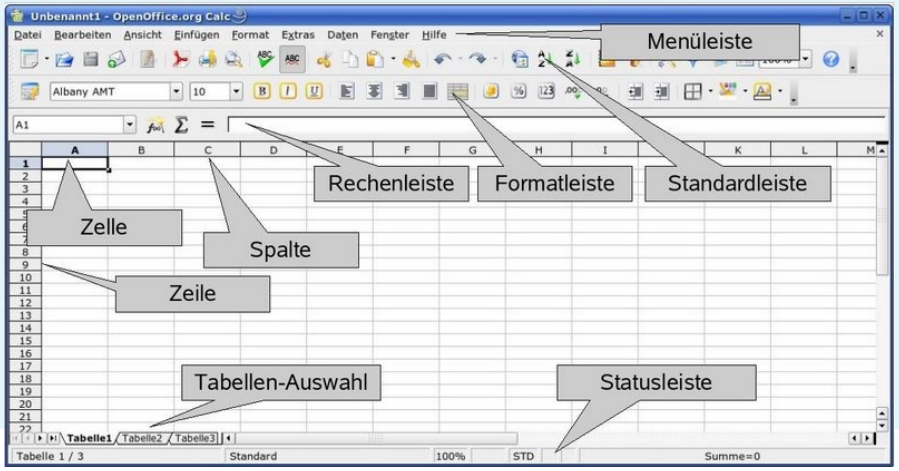
Die Zusammenführung der Versuche wird in der Regel die theoretischen Wahrscheinlichkeiten schon ganz gut näherungsweise abbilden, noch besser lässt sich dieser Zusammenhang mithilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen und entsprechenden Simulationen darstellen.

Aktivität 9:
TK – Simulation („100 000 mal Würfeln“)

a) Erstellen Sie eine Simulation mit einer TK – Software.
Es soll 1000, 10 000 und 100 000 mal gewürfelt werden.
Orientieren Sie sich an den folgenden Funktionen.

b) Stellen Sie die Ergebnisse in einem geeigneten Diagramm ebenfalls mit TK **dar**.

c) Begründen Sie, welchen didaktischen Mehrwert die Arbeit mit Simulationen hat.



Einfache Simulationen mit TK durchführen
- zwei Funktionen reichen im Prinzip schon zur Simulation aus-

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Das Ergebnis ist eine Zahl im Bereich von 0 bis kleiner als 1. Drücken der F9-Taste bewirkt eine Neugenerierung. Bereits mit diesem kleinen Experiment wird ein motivierender Einstieg für die Schülerinnen und Schüler erreicht.

Es liegt nahe, als nächstes das Würfeln mit einem Würfel zu simulieren. Bei aktuellen Tabellenkalkulationsprogrammen steht die Funktion *ZUFALLSBEREICH(untere_Zahl;obere_Zahl)* zur Verfügung.

1

Eingabe:

	A
1	=ZUFALLSBEREICH(1;6)

Ergebnis:

	A
1	2

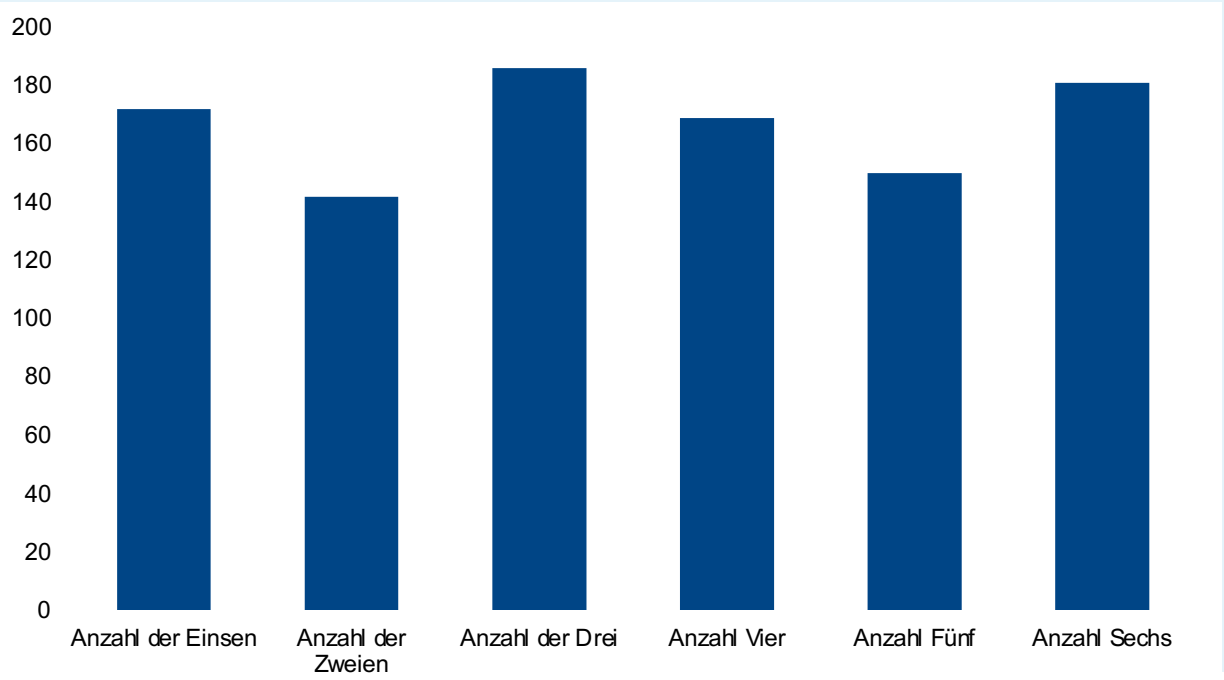
Interessant für das Auswerten von simulierten Zufallsexperimenten ist die Tabellenfunktion *ZÄHLENWENN(Bereich; Suchkriterien)*. Hiermit kann z. B. die Anzahl bestimmter Ausgänge eines Zufallsexperiments ermittelt werden, etwa die Anzahl der Einsen beim Würfeln.

2

	A	B	C
1	=ZUFALLSBEREICH(1;6)	Einsen:	=ZÄHLENWENN($A:$A;1)
2	=ZUFALLSBEREICH(1;6)		

Ergebnisse nach 1 000 Würfen

			Relative Häufigkeit	Prozentualer Anteil
Anzahl der Einsen	172		0,17	17,20
Anzahl der Zweien	142		0,14	14,20
Anzahl der Drei	186		0,19	18,60
Anzahl Vier	169		0,17	16,90
Anzahl Fünf	150		0,15	15,00
Anzahl Sechs	181		0,18	18,10
Summe	1000		1,00	100,00

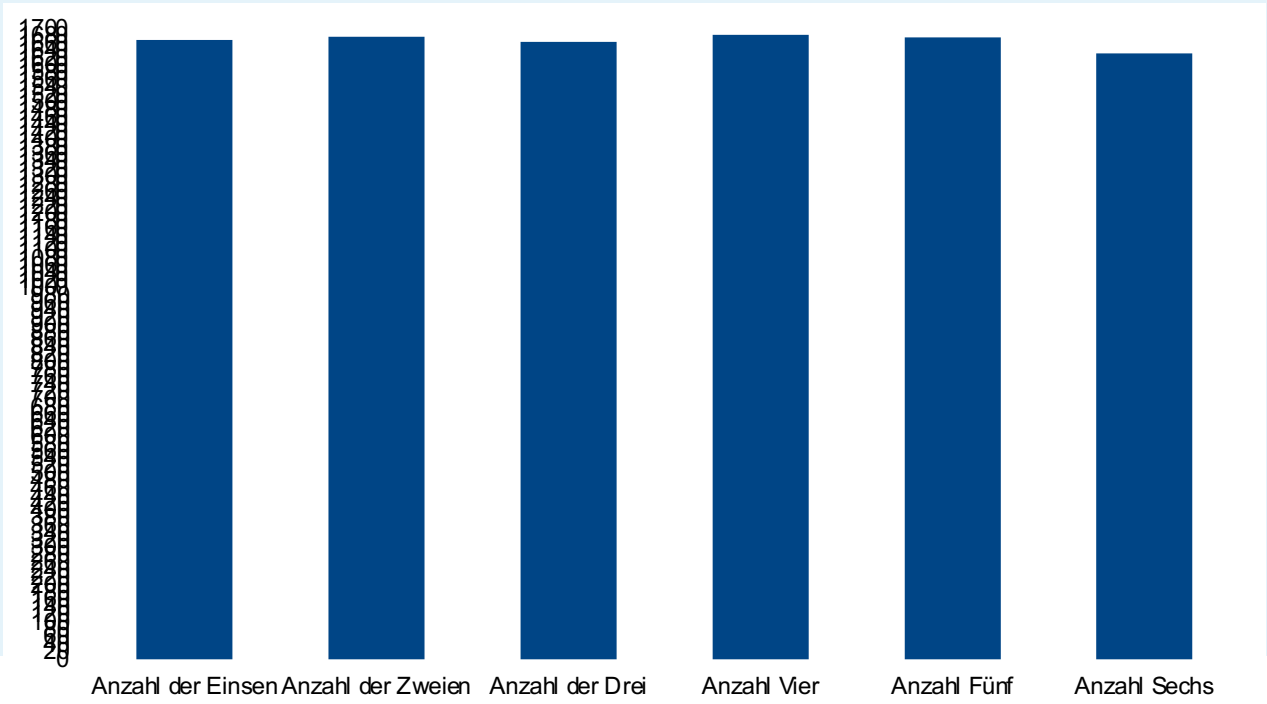


IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Ergebnisse nach 10 000 Würfen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

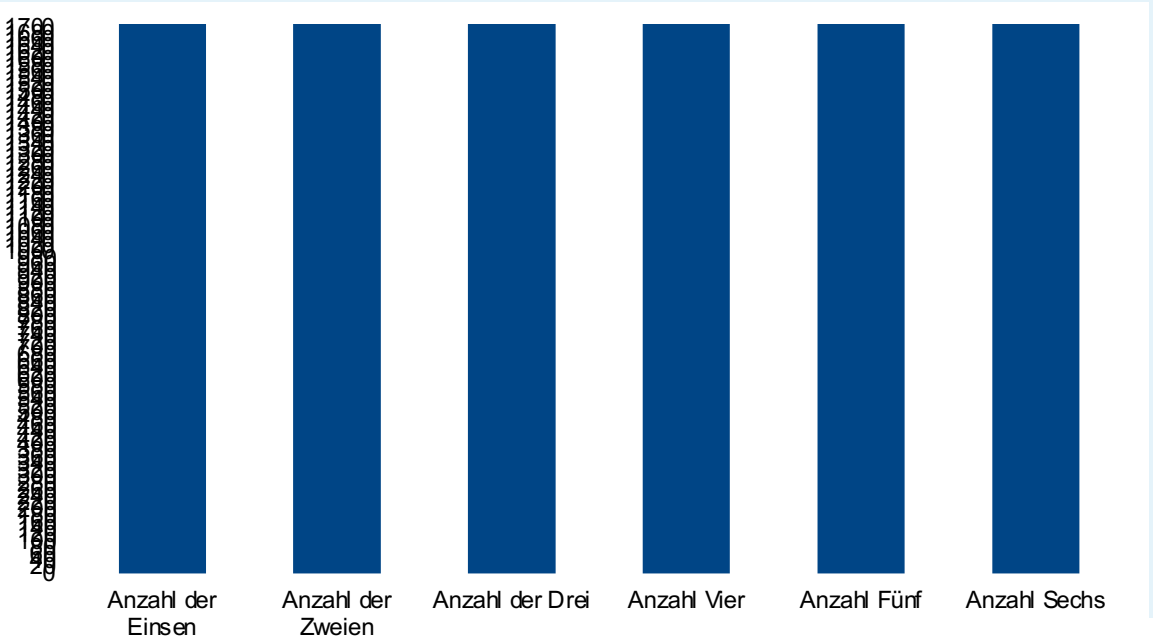
			Relative Häufigkeit	Prozentualer Anteil
Anzahl der Einsen	1669		0,17	16,69
Anzahl der Zweien	1677		0,17	16,77
Anzahl der Drei	1663		0,17	16,63
Anzahl Vier	1683		0,17	16,83
Anzahl Fünf	1675		0,17	16,75
Anzahl Sechs	1633		0,16	16,33
Summe	10000		1,00	100,00



Ergebnisse nach 100 000 Würfen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

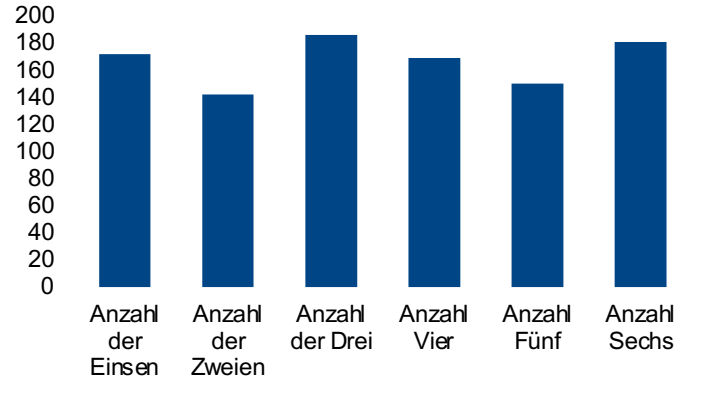
			Relative Häufigkeit	Prozentualer Anteil
Anzahl der Einsen	16606		0,17	16,61
Anzahl der Zweien	16610		0,17	16,61
Anzahl der Drei	16785		0,17	16,79
Anzahl Vier	16652		0,17	16,65
Anzahl Fünf	16812		0,17	16,81
Anzahl Sechs	16535		0,17	16,54
Summe	100000		1,00	100,00



„Gesetz der großen Zahl“

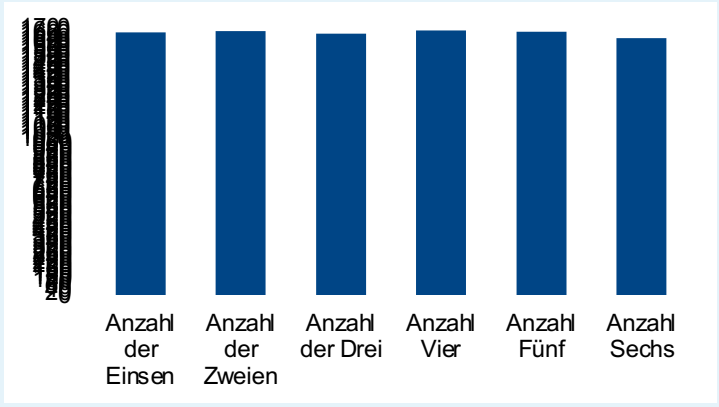
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

1000 Versuche



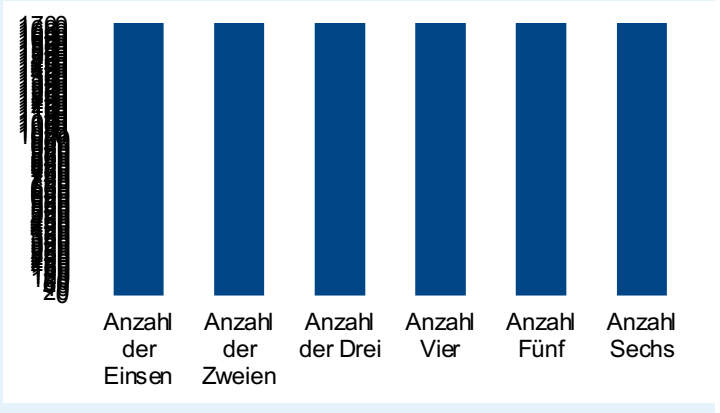
			Relative Häufigkeit	Prozentualer Anteil
Anzahl der Einsen	172		0,17	17,20
Anzahl der Zweien	142		0,14	14,20
Anzahl der Drei	186		0,19	18,60
Anzahl Vier	169		0,17	16,90
Anzahl Fünf	150		0,15	15,00
Anzahl Sechs	181		0,18	18,10
Summe	1000		1,00	100,00

10 000 Versuche



			Relative Häufigkeit	Prozentualer Anteil
Anzahl der Einsen	1669		0,17	16,69
Anzahl der Zweien	1677		0,17	16,77
Anzahl der Drei	1663		0,17	16,63
Anzahl Vier	1683		0,17	16,83
Anzahl Fünf	1675		0,17	16,75
Anzahl Sechs	1633		0,16	16,33
Summe	10000		1,00	100,00

100 000 Versuche



			Relative Häufigkeit	Prozentualer Anteil
Anzahl der Einsen	16606		0,17	16,61
Anzahl der Zweien	16610		0,17	16,61
Anzahl der Drei	16785		0,17	16,79
Anzahl Vier	16652		0,17	16,65
Anzahl Fünf	16812		0,17	16,81
Anzahl Sechs	16535		0,17	16,54
Summe	100000		1,00	100,00

Schwerpunkt im Bereich der Wahrscheinlichkeit: Experimente beschreiben

Empirisches Gesetz der großen Zahlen:
Mit wachsender Anzahl der Versuche stabilisiert sich die relative Häufigkeit eines beobachteten Ereignisses.

Quelle: Jürgen Roth

mathe.sh
IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Lernplakat „Wahrscheinlichkeit" aus Heft 2 – bestens geeignet zur Begriffsklärung.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Wie bestimmt man Wahrscheinlichkeiten in Nicht – Laplace – Versuchen?

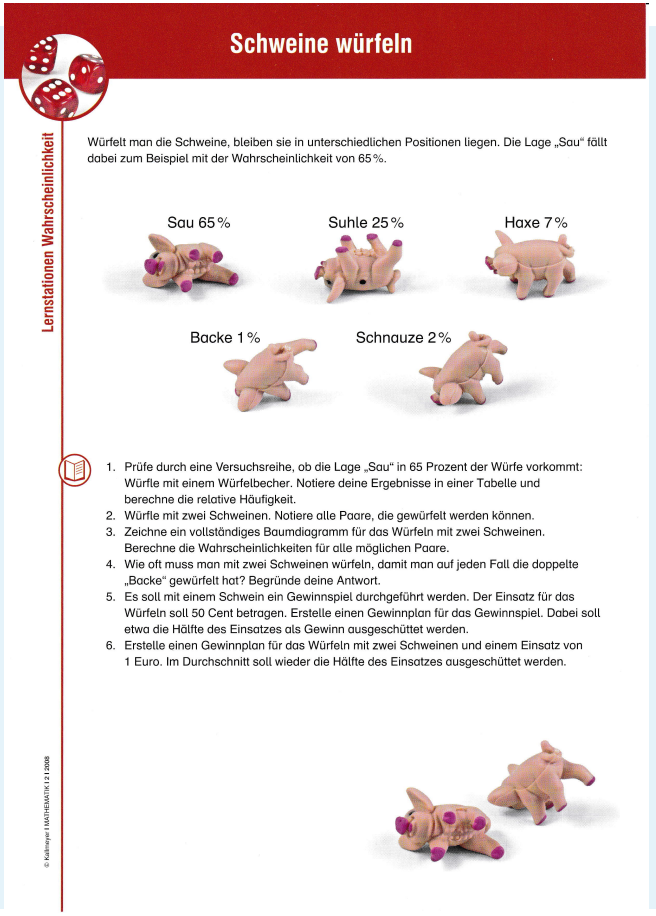
Empirisch ermitteln!

Aktivität: Ausblick für die nächste AV

Schweine würfeln

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Dieses Experiment führen wir nächstes Mal in Präsenz durch.



Schweine würfeln

Lernstationen Wahrscheinlichkeit

Würfelt man die Schweine, bleiben sie in unterschiedlichen Positionen liegen. Die Lage „Sau“ fällt dabei zum Beispiel mit der Wahrscheinlichkeit von 65 %.

Sau 65 %

Suhle 25 %

Haxe 7 %

Backe 1 %

Schnauze 2 %

1. Prüfe durch eine Versuchsreihe, ob die Lage „Sau“ in 65 Prozent der Würfe vorkommt: Würfle mit einem Würfelbecher. Notiere deine Ergebnisse in einer Tabelle und berechne die relative Häufigkeit.
2. Würfle mit zwei Schweinen. Notiere alle Paare, die gewürfelt werden können.
3. Zeichne ein vollständiges Baumdiagramm für das Würfeln mit zwei Schweinen. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Paare.
4. Wie oft muss man mit zwei Schweinen würfeln, damit man auf jeden Fall die doppelte „Backe“ gewürfelt hat? Begründe deine Antwort.
5. Es soll mit einem Schwein ein Gewinnspiel durchgeführt werden. Der Einsatz für das Würfeln soll 50 Cent betragen. Erstelle einen Gewinnplan für das Gewinnspiel. Dabei soll etwa die Hälfte des Einsatzes als Gewinn ausgeschüttet werden.
6. Erstelle einen Gewinnplan für das Würfeln mit zwei Schweinen und einem Einsatz von 1 Euro. Im Durchschnitt soll wieder die Hälfte des Einsatzes ausgeschüttet werden.

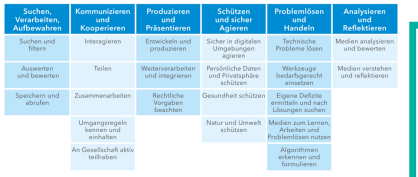
© Kallmeyer | MATHEMATIK | 2 | 2008

Verwendung Künstlicher Intelligenz

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Digitale Medien im Unterricht: Unterschiedliche Perspektiven

Mathematikunterricht hilft beim Verstehen von KI.



Suchen, Verarbeiten, Aufbewahren	Kommunizieren und Kooperieren	Produzieren und Präsentieren	Schützen und sicher Agieren	Problemlösen und Handeln	Analysieren und Reflektieren
Suchen und filtern	Interagieren	Entwickeln und produzieren	Sicher in digitalen Umgebungen agieren	Technische Probleme lösen	Medien analysieren und bewerten
Auswerten und bewerten	Teilen	Weiterverarbeiten und integrieren	Persönliche Daten und Privatsphäre schützen	Werkzeuge bedarfsgerecht einsetzen	Medien verstehen und reflektieren
Speichern und abrufen	Zusammenarbeiten	Rechtliche Vorgaben beachten	Gesundheit schützen	Eigene Defizite ermitteln und nach Lösungen suchen	
	Umgangsregeln kennen und einhalten		Natur und Umwelt schützen	Medien zum Lernen, Arbeiten und Problemlösen nutzen	
	An Gesellschaft aktiv teilhaben			Algorithmen erkennen und formulieren	

Abbildung 1: Medienkompetenzbereiche für Schülerinnen und Schüler gemäß den Fachanforderungen SH

KI hilft beim Organisieren von Unterricht

Abbildung 2: Kompetenzbereiche für Lehrkräfte zur Nutzung digitaler Medien für die Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen

KI hilft beim Verstehen von Mathematik.

Aktivität 10:
Qualität von Aufgabenbearbeitung durch KI

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Bilden Sie Gruppen. Betrachten Sie in ihrer Gruppe die Aufgaben aus Heft 2 (MSA) mit Erwartungshorizont. Die Materialien finden Sie unter folgendem Link:

https://za.schleswig-holstein.de/?view=101&path=2%20MSAI2%20Fachspezifische%20Hinweise&dHash=42f66878cfc054738a220e7b39103fd3

Lassen Sie die Aufgabe von einer KI lösen und vergleichen dem Erwartungshorizont.

B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit

Emre hat sich auf dem Handy eine Playlist aus 12 Liedern zusammengestellt. Er hat die SHUFFLE-Funktion für eine zufällige Wiedergabe der Lieder eingestellt.

Playlist

1 Ahead
2 Bee you
3 Come on
4 Do it
5 Everyday
6 Finally
7 Go
8 Hello
9 I´m happy
10 Jetlag
11 Kim
12 Lou

(1) Gestern hat Emre als erstes und zweites Lied *Come on* gehört.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass *Come on* zufällig als erstes und gleich danach noch einmal als zweites Lied gespielt wird.

/2 P.

(2) Auf seinem Schulweg hört Emre immer vier Lieder. Dabei startet er niemals mitten in einem Lied, sondern lässt sein Handy zum Anfang eines Liedes springen.

a) **Gib** einen Term **an**, mit dem die Anzahl aller möglichen Kombinationen von vier aufeinander folgenden Liedern berechnet werden kann. Wiederholungen von Liedern sind erlaubt.

/1 P.

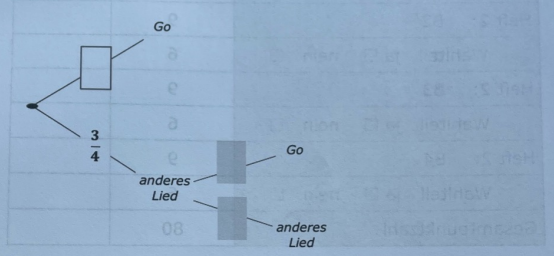
b) **Beschreibe** ein Zufallsexperiment, mit dem die zufällige Wiedergabe einer Abfolge von vier Liedern aus Emres Playlist modelliert werden kann.

/2 P.

Wahlteil zu B4

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(4) Emre verändert seine Einstellung im Handy: Alle 12 Lieder der Playlist werden in zufälliger Reihenfolge ohne Wiederholung abgespielt.
Auf dem nächsten Schulweg fehlen noch genau vier Lieder der Playlist.
Eines der vier Lieder ist *Go*.
Für die Abfolge der fehlenden vier Lieder beginnt Emre, ein Baumdiagramm zu zeichnen:



a) **Trage** in den weißen Kasten die fehlende Wahrscheinlichkeit **ein**.

/1 P.

b) **Gib** die Bedeutung der Wahrscheinlichkeit in dem weißen Kasten im Sachzusammenhang **an**.

/1 P.

c) Emre überlegt: „Wenn an einem Pfad des Baumdiagramms *Go* steht, dann ist es unnötig, diesen Pfad noch weiter zu zeichnen."

Beurteile Emres Überlegung.

/2 P.

d) **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit dafür, dass *Go* als zweites Lied gespielt wird.

/2 P.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

„Videos“ im Unterricht

- Erklärvideo
- Videopodcasts
- Unterrichtsvideos
- Interviews mit Experten

- Interaktive Lernvideos

Beispiel

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 11
Interaktives Lernvideo

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Produziere in Einzelarbeit ein interaktives Lernvideo zur Leitidee Daten und Zufall.

Inhaltliche Vorgaben:

- Grundbegriffe der Stochastik erklären (passende Auswahl zur Lerngruppe und zum Thema)
- Zufallsexperiment (frei wählbar)
- Interaktiver Part
- Mathematisches Kommunizieren
- Inhaltliche Reflexion

Formale Vorgaben:

- Länge des Videos max. 6 Minuten
- Einhaltung der relevanten Rechte
- Klassenstufe und Thema frei wählbar
- Format frei wählbar (ob mit Stativ, Stopptrick, subjektive Kamera, Draufsicht, Bildschirmaufnahme oder oder oder)
- Programme z.B. Clipchamp (Windows) oder iMovie (Apple)
- Hochladen bei Moodle bis _____ Uhr.

Lernplakat „Wahrscheinlichkeit" aus Heft 2 – bestens geeignet zur Begriffsklärung.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Kommunikation im Stochastikunterricht

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Mathematisches Kommunizieren

Reproduzieren

Die Schülerinnen und Schüler...

- formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich,
- entnehmen Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Texten und Abbildungen, reagieren sach- und adressatengerecht auf Fragen und Kritik zu eigenen Lösungen.

Verallgemeinern und Reflektieren

Die Schülerinnen und Schüler...

- präsentieren sachgerecht komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich,
- interpretieren und beurteilen komplexe mathematische Texte sinnentnehmend, vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen.

Zusammenhänge herstellen

Die Schülerinnen und Schüler...

- stellen Überlegungen, Lösungswege beziehungsweise Ergebnisse und Verfahren verständlich dar,
- erfassen, interpretieren und deuten komplexere mathematikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen,
- verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen und erklären ihre Bedeutung,
- gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (zum Beispiel konstruktiver Umgang mit Fehlern, Weiterführen mathematischer Ideen).

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 12:
Arbeitsaufträge mit dem Fokus auf Kommunikation

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Plättchen aus einem Sack ziehen
(siehe Abbildung)

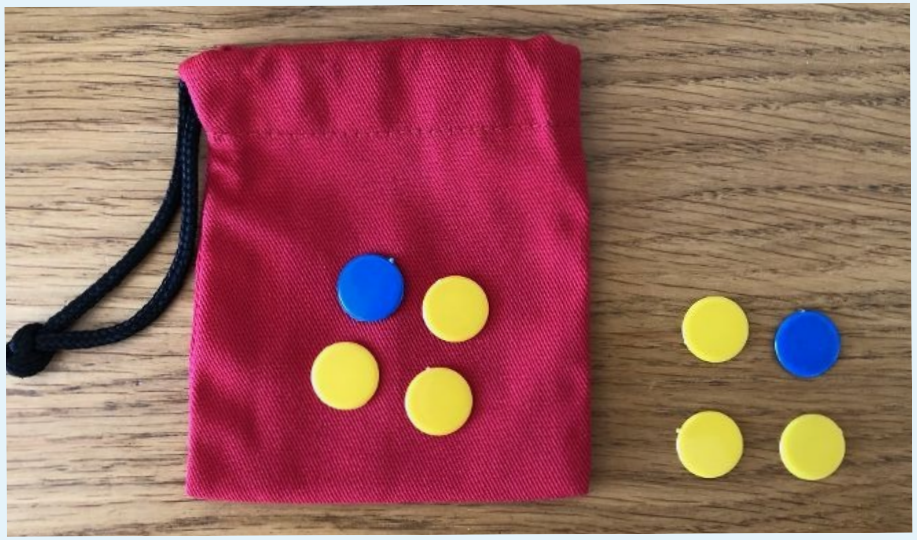
a) Geben Sie ein mögliches Ergebnis **an**.

b) Geben Sie die Ergebnismenge **an.**

c) Formulieren Sie ein Ereignis sowie das dazugehörige Gegenereignis.

Aktivität 12:
Arbeitsaufträge mit dem Fokus auf Kommunikation

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein



Sie möchten mit Ihrer Lerngruppe mithilfe der dargestellten Situation ins Gespräch kommen.

Welche Impulse / Fragestellungen sind aus Ihrer Sicht möglich?

Skizzieren Sie mit Ihrem Nachbarn ein Gespräch!

Ist Ihr Nachbar auf ihre Impulse eingegangen, wann haben Sie Veränderungen vorgenommen.

Aktivität 12:
Arbeitsaufträge mit dem Fokus auf Kommunikation

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Unterrichtsgespräche führen

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ein blaues Plättchen zu ziehen, kann ich rechnen, wenn ich mehr als 1000 mal ein Plättchen aus dem Beutel ziehe.

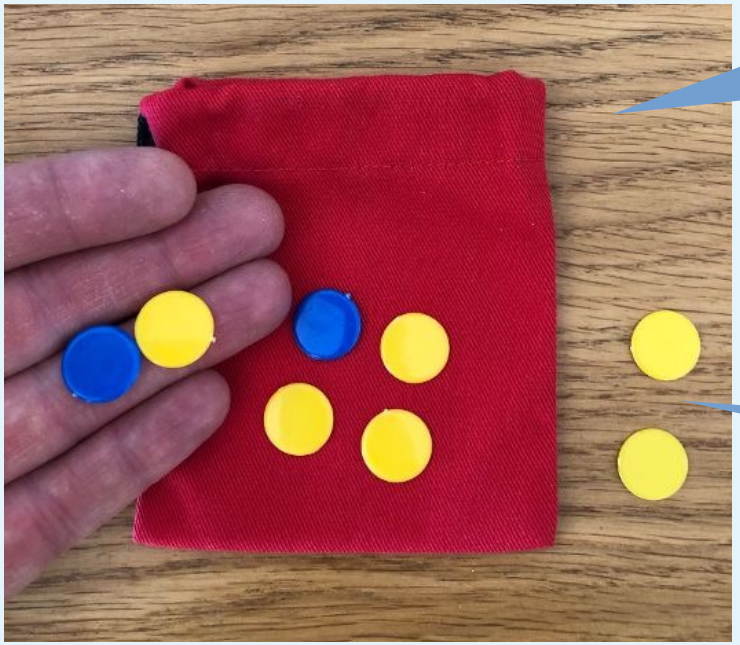
Gib die Wahrscheinlichkeit an, ein blaues Plättchen zu ziehen.

a) **Geben** Sie spontan **an**, welche der beiden Fragestellungen Sie eher in ihrer Lerngruppe anwenden würden?

b) **Betrachten** Sie die Fragestellungen nun genauer.
Erläutern Sie, welche Informationen und fachlichen Inhalte jeweils transportiert werden.

Aktivität 12:
Arbeitsaufträge mit dem Fokus auf Kommunikation

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein



Ich lege zwei Plättchen dazu.
Hat sich die Wahrscheinlichkeit ein blaues Plättchen zu ziehen, verändert?

Welche Schülerantworten erwarten Sie?
Wie würden Sie mit den Antworten weiterarbeiten?

Es hat sich nichts verändert, weil die gleiche Anzahl an Plättchen dazu gekommen ist.

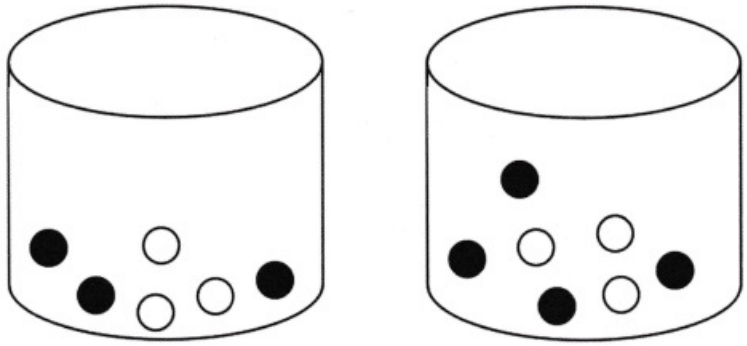
Aktivität 13

Anteil als Teil-Ganzes-Beziehung versprachlichen

Beurteilen Sie die Äußerungen der Lernenden

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

A11 Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen bei Behälter A größer ist als bei Behälter B.



Behälter A

Behälter B

/1 P.

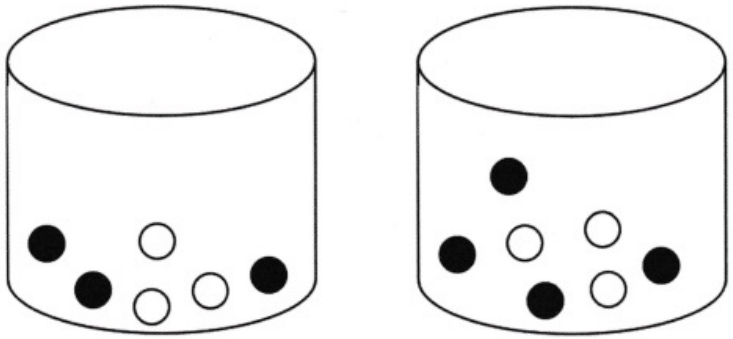
Aktivität 13

Anteil als Teil-Ganzes-Beziehung versprachlichen

Beurteilen Sie die Äußerungen der Lernenden

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

A11 Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen bei Behälter A größer ist als bei Behälter B.



Max: „Behälter A hat insgesamt 6Kugel[n,] Behälter B hat 7 [,] daher ist die Chance bei Behälter a größer.

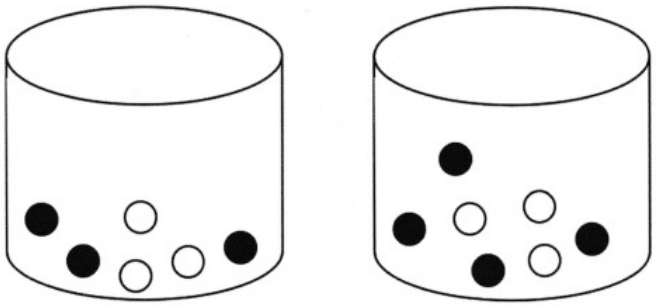
Aktivität 13

Anteil als Teil-Ganzes-Beziehung versprachlichen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Formulieren Sie Fragen, die im Unterricht eine Denkunterstützung durch das Versprachlichen bieten

A11 Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen bei Behälter A größer ist als bei Behälter B.



Behälter A Behälter B

a) Welches ist das Ganze?
b) Welche Teilgruppen gibt es?
c) Was ist der Anteil?

Aktivität 13

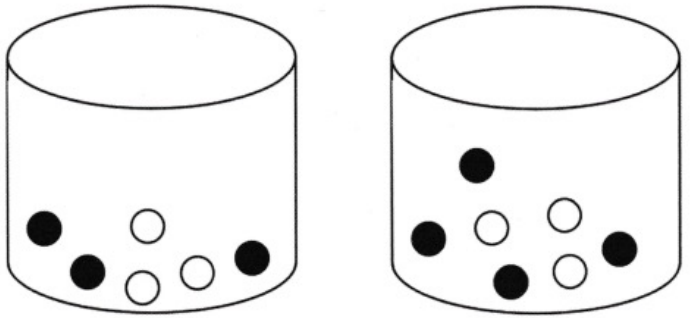
Anteil als Teil-Ganzes-Beziehung versprachlichen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Stellen Sie **Sprachmittel** zur Verfügung

… ist das Ganze.
… ist ein Teil vom Ganzen.
… ist eine Teilgruppe von..
… von … sind …

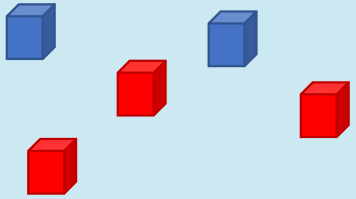
A11 Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen bei Behälter A größer ist als bei Behälter B.

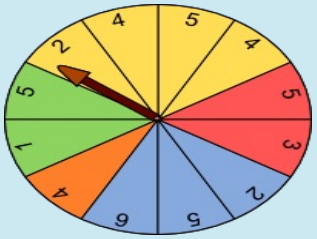


Behälter A Behälter B

Aktivität 14:
Arbeitsaufträge mit dem Fokus auf Kommunikation

Formulieren Sie unter Zuhilfenahme der Fachanforderungen und Ihrer Lehrwerke Arbeitsaufträge zur Stochastik mit Fokus auf die Kommunikation auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus (gerne unter Materialeinsatz/EIS-Prinzip, gerne offene Aufgaben).





Feedback

1. Folgendes will ich im Unterricht ausprobieren…

2. Das war für mich neu…

3. Das war für mich die zentrale Botschaft…

4. Das kam für mich heute zu kurz…

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

Feedback

https://oncoo.de/q01n

Los geht's!

Ausblick

Das nächste Modul zum Thema

„ Daten und Zufall 2 – gemeinsam lernen“

findet

am **25.06.2025**

bei **Sascha an der Gemeinschaftsschule Husum Nord**

statt.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Gute Heimfahrt!

Quellenverzeichnis – Hinweis Verweise/Quellen – Internetseiten finden Sie auf den Folien

Abshagen, Maike u.a. (2021): Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten, 2. Auflage, Hannover, Klett – Verlag.

Barzel, Bärbel u.a. (2012): Mathematik Methodik – Handbuch für die Sekundarstufe I und II, 6. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Büchter, Andreas Hrsg. (2006): Mathematik lehren: Daten und Zufall, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 138

Fauth, Benjamin (u.a.) (2021): Beobachtungsmanual zum Unterrichtsfeedbackbogen Tiefenstruktur, Institut für Bildungsanalysen Baden – Württemberg , Stuttgart.

Hesse, Daniela u. Kliemann, Sabine (2015): Methodenbuch Mathematik Sekundarstufe 1, 1. Auflage, Klett, Stuttgart

Krüger, Katja u Sill, Hans – Dieter, Sikora, Christine (2015): Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I, 1. Auflage, Heidelberg, Springer Spektrum

Krüger. Katja (Hrsg.) (2016): Mathematik lehren: Statistische Grundbildung, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 197

Leuders, Timo u.a. (2013): Mathematik Didaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II, 8.Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Meyer, Hilbert (2010):Was ist guter Unterricht, Berlin, Cornelsen Scriptor,

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): Fachanforderungen Mathematik, 2.Auflage, Kiel

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel

Pies – Hötzinger, Anja u.a. (2020): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: So ein Zufall! – Sprechen über zufällige Erscheinungen, Velber, Friedrich – Verlag Heft 53

Pies – Hötzinger, Anja u.a. (2020): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Was sagt mir das? - Statistik(en) besser verstehen, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 43

Vernay, Rüdiger Hrsg (2013): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Alles Zufall oder was? – Mit Wahrscheinlichkeiten umgehen, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 24

Vollrath, Hans Joachim und Roth, Jürgen (2012): Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe, 2. Auflage, Heidelberg, Spektrum Verlag

Vernay, Rüdiger Hrsg (2008): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Mit Wahrscheinlichkeit anfangen; Velber, Friedrich – Verlag, Heft 2

Vernay, Rüdiger Hrsg (2011) : Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Tendenz steigend: Mit Daten umgehen, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 14

Weitere (nicht mehr verfügbare) Zeitschriften: Praxis der Mathematik erschien bis 2017 im Aulisverlag:

PM, Heft 26, April 2009, Zahlen aufräumen – Daten verstehen

PM, Heft 35, Oktober 2010, MaTEAMatik. Gruppenarbeit & Co

PM, Heft 39, Juni 2011, Das kann doch kein Zufall sein!Wahrscheinlichkeitsmuster in Daten finden

PM, Heft 66, Dezember 2015, Mit Zufall durch die Schule – Wahrscheinlichkeit