# Modellieren Textarbeit

Herzlich Willkommen

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Curriculum

Ziel: Die LiV kennen den **Modellierungskkreislauf** und können Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben **strategisch** und **sprachlich** unterstützen.

Exemplarische Modellierungsaufgaben sowie eingekleidete Aufgaben werden von den LiV bearbeitet und deren Einsatz im Unterricht reflektiert. Dazu gehört, dass die einzelnen Teilprozesse des Modellierungskreislaufs transparentgemacht werden und die Lehrkraft den Einsatz von Textaufgaben durch entsprechende Didaktisierung der Texte begleitet (vor dem Lesen – während des Lesens – nach dem Lesen). Der Einsatz und die Benotung von Modellierungsaufgaben in Leistungsnachweisen werden thematisiert.

# Ablaufplan

- Begrüßung und Aktuelles
- Wir lernen uns kennen
- Rückblick: Messen - Förderkonzepte
- Stunde hospitieren und reflektieren
- Mathematisch modellieren (Beispielaufgabe - Fachanforderungen)
- 3 Eigenschaften von Modellierungsaufgaben
- Mittagspause
- Modellierungskreislauf
- Bewertung von Modellierungsaufgaben
- Textarbeit – Didaktisieren von Texten
- Abschluss

# Terminplanung – Module – 2. Halbjahr 2025/2026 - Vorschläge

| Modul | Datum | Tagungsort | Veranstalter/in |
|---|---|---|---|
| Messen - Förderkonzepte | 18.02.2026 | Online | Lara |
| Modellieren - Textarbeit | 18.03.2026 | Marne | Tom |
| Unterrichtsplanung | 29.04.2026 | Husum | Marcel |
| Raum und Form – Problemlösen | 27.05.2026 | Heide | Maxi |
| Problemlösen - Argumentieren | 24.06.2026 | | |

# Aktuelles aus den Schulen

**Wo drückt der Schuh?**

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Aktuelles

**Mathematik – GemS „Bewertungskriterien zur Prüfungsstunde“**

| **I. Hat die Lehrkraft sachlich und fachlich korrekt unterrichtet?** | |
|---|---|
| Fachliche Fehler unterlaufen | |
| Grundvorstellungen aufgebaut und weiterentwickelt (Darstellungswechsel) | |
| Förderung fachlicher Kompetenzen nach SIC/Fachanforderungen/Abgrenzung zu Fertigkeiten | |
| Förderung prozessbezogener Kompetenzen der Bildungsstandards | |
| Angemessener Einsatz von Anschauungsmaterial | |
| Rum für individuelle Lösungsansätze und individuelle Denkweisen | |
| | |

| **II. Hat die Lehrkraft die Selbstständigkeit der Lernenden unter anderem durch schüleraktivierende Unterrichtsformen gefördert?** | |
|---|---|
| Unterstützung bei der Entwicklung eigener Strategien und Lösungsansätze | |
| Did. sinnvolle Impulssetzung in selbstverantwortlichen Arbeitsphasen (möglichst keine Inhalte vorgeben) | |
| Intelligentes Üben (sinnvolle Übungsphasen) | |
| Lernumgebung sinnvoll (praktikabel) gestaltet | |
| | |

| **III. Hat die Lehrkraft die unterschiedlichen Voraussetzungen und Kompetenzen der Lernenden berücksichtigt?** | |
|---|---|
| Kognitiv aktivierende Unterrichtsgespräche geplant und moderiert | |
| Kognitiv aktivierende Aufgabenstellungen niveaugerecht | |
| Vorunterrichtliche Vorstellungen berücksichtigen (Vorwissen/Alltagswissen) | |
| Förderung/Unterstützung zum Verbalisieren/Darstellen von Lösungswegen u. Strategien | |
| Differenzierungsstrategien effektiv eingesetzt, trotzdem einen gemeinsamen inhaltlichen Austausch ermöglicht | |
| Zieldifferent unterrichten | |
| Unterstützung bei dem Erwerb und der Anwendung von Fachsprache | |

**Selbstreflexion einer Unterrichtsstunde**

| | |
|---|---|
| 1. Reflexion der Stundenschwerpunkte<br>a. Aufgabenstellung<br>b. Durchführung | 2. Besonders positiv und gelungen hinsichtlich eines effektiven Lernens… |
| 3. Schwierigkeiten ergaben sich…<br>a. …in den einzelnen Unterrichtsphasen<br>b. …speziell in den selbstverantwortlichen Arbeitsphasen der Lernenden | 4. Didaktische Alternativen wären…<br>In folgenden Bereichen fand eine differenzierte Kompetenzerweiterung statt<br>a. inhaltsbezogen<br>b. prozessbezogen |
| 5. Schwierigkeiten ergaben sich…<br>a. …in den einzelnen Unterrichtsphasen<br>b. …speziell in den selbstverantwortlichen Arbeitsphasen der Lernenden | 6. Die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen wurden berücksichtigt durch… |
| 7. Konsequenzen / Schlussfolgerungen für die Weiterarbeit sind… | |

Ihr findet beide Unterlagen in unserem Moodle - Raum

## Aktivität 1
## Wir lernen uns kennen

Die Ausbildungsgruppe wird in zwei Gruppen geteilt.
(Teilgruppe A und B)
Es setzen sich jeweils zwei Teilnehmer/innen
(einer aus A und einer aus B) an einen Tisch!

**a) Stellen** Sie sich nun mithilfe Ihres Schlüsselbundes **vor!**
**b) Tauschen** Sie sich mit Ihrer Partnerin bzw. Ihrem Partner auch über Ihre Erwartungen an den heutigen Ausbildungstag **aus**!

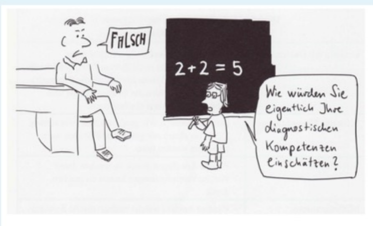
Sie haben jeweils 2 Minuten für die Vorstellung Zeit.

# Rückblick
# Messen und Förderkonzepte

# Aktivität 2

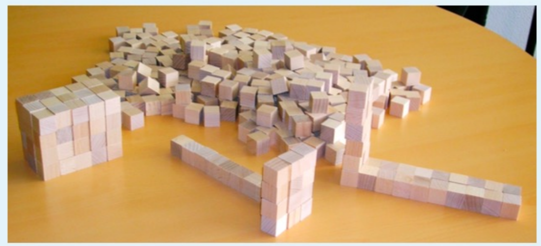
## Beschreiben Sie kurz die Idee. Berichten Sie über Ihre Erfahrungen.

### Folgende Anregungen habe ich im Unterricht um- bzw. eingesetzt:

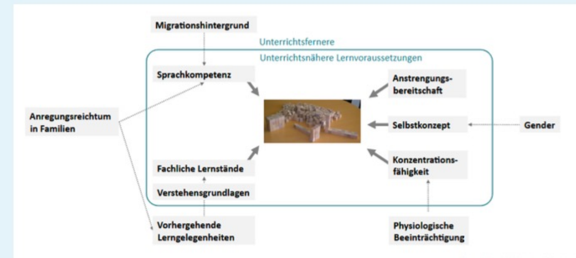



Quelle: PM Heft 15, Juni 2007 / 49. Jg.

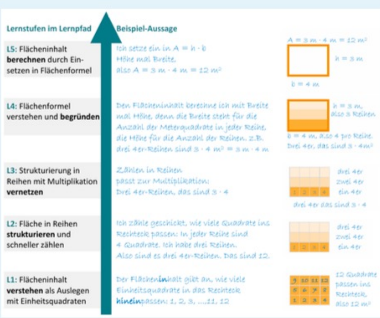
**Diagnostische Interviews**



**Würfelaufgabe**




**Differenzierung nach Heterogenitätsaspekten**

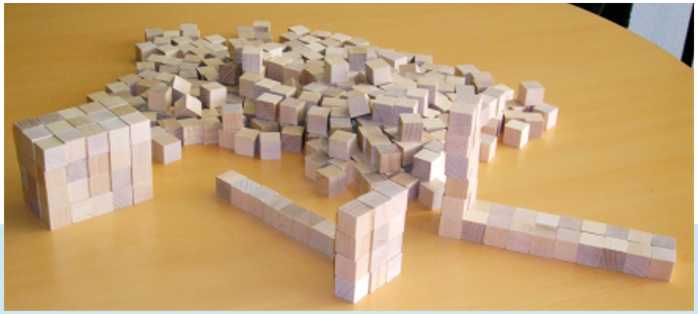



**In Lernstufen denken**


**Nutzung von Diagnosetools**


**Förderkonzepte eingesetzt?**

## Rückblick



# Der Aufbau von Grundvorstellungen

Der Aufbau von Grundvorstellungen wird über vier Phasen umgesetzt:

| |
|---|
| Phase (1): Das Kind handelt am geeigneten Material und versprachlicht diese Handlung – auch auf mathematischer Symbolebene. |
| Phase (2): Das Kind diktiert der Lehrkraft die Handlung am Material und kontrolliert, wie diese nach seinen Anweisungen durchgeführt wird. |
| Phase (3): Wie bei (2), nur dass die Handlung der Lehrkraft hinter einem Sichtschirm durchgeführt wird und das Kind gezwungen wird, sich nicht nur die Handlung vorzustellen, sondern diese auch so zu formulieren, dass sie tatsächlich durchgeführt werden kann. |
| Phase (4): Üben und Automatisieren auf symbolischer Ebene, ggf. Aktivierung der Handlung in der Vorstellung. |

Vgl. Wartha, Sebastian

Hinweis - Schülerinnen und Schüler bringen Vorstellungen mit!

Nicht alle Phasen müssen / werden durchlaufen – ein flexibles Wechseln ist möglich.

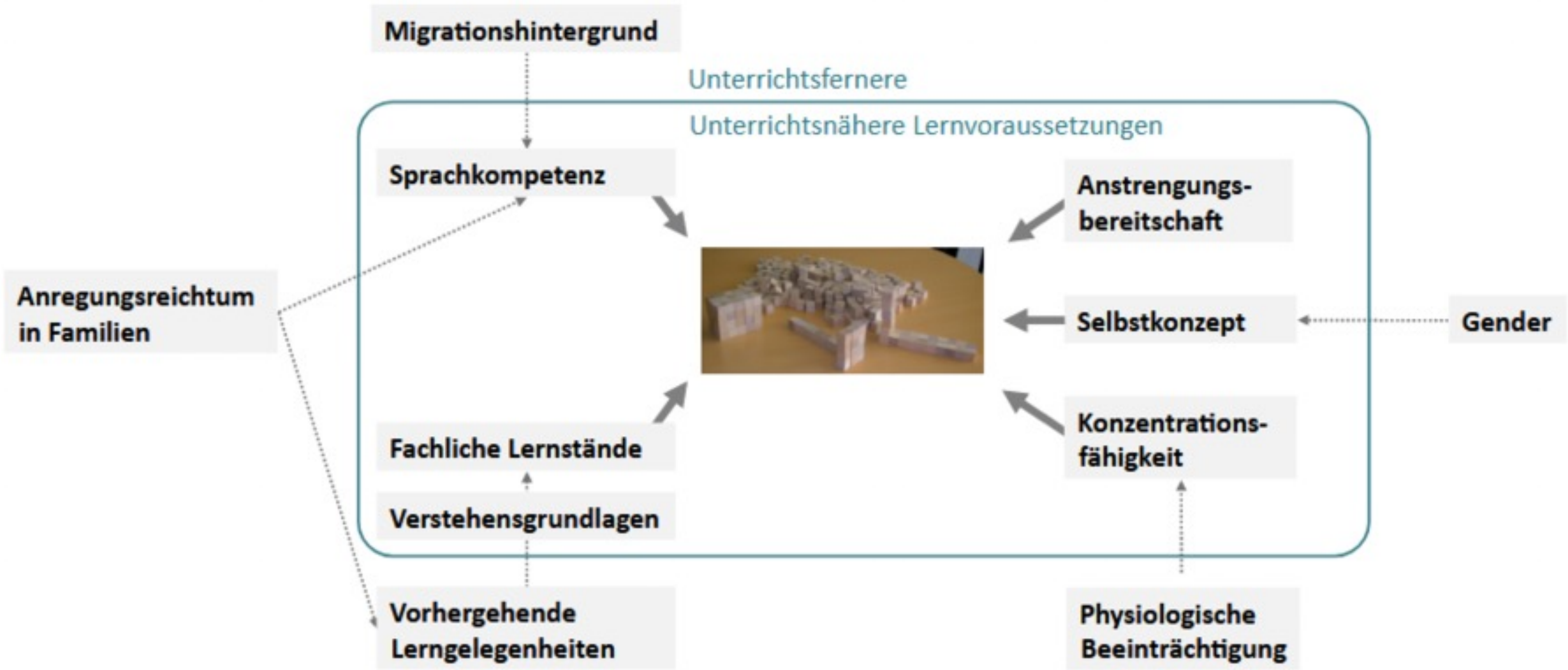
mathe.sh

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Rückblick

QuaMath | SH

## Unterrichtsnahe Heterogenitätsaspekte lassen sich leichter berücksichtigen



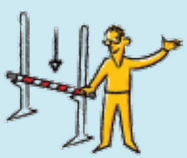

(Boban & Hinz, 2009; Leuders & Prediger, 2016)

Quelle: Florian Schacht, Claudia Ademmer und Susanne Prediger (2024): Baustein 3: Individuelle Lernvoraussetzungen berücksichtigen –Sprache bilden, QuaMath Programm, DZLM

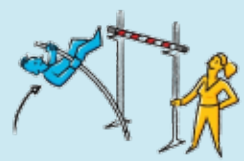
# Welche Heterogenitätsaspekte sollten wir berücksichtigen?

Lernprozesse

unterstützen



fördern



Anforderungen absenken?

Hilfen einsetzen?

Quelle: Florian Schacht, Claudia Ademmer und Susanne Prediger (2024): Baustein 3: Individuelle Lernvoraussetzungen berücksichtigen –Sprache bilden, QuaMath Programm, DZLM

# Wie können wir heterogene Lernvoraussetzungen berücksichtigen?

**Produktives Unterstützen kompensiert bestimmte Schwierigkeiten, um fachliches Lernen zu ermöglichen**

Lernprozesse unterstützen

Lernprozesse fördern

Lernvoraussetzung
**Sprachkompetenz**

Lernvoraussetzung
**Verstehensgrundlagen**

Lernstand

Diese Sätze könnt ihr nutzen, um eure Quader zu beschreiben:

In der unteren Schicht …

In jeder Reihe liegen …

Wie kannst du geschickter zählen?

Welche Rechnung passt zum Zählen in Reihen und Schichten?

Quelle: Florian Schacht, Claudia Ademmer und Susanne Prediger (2024): Baustein 3: Individuelle Lernvoraussetzungen berücksichtigen –Sprache bilden, QuaMath Programm, DZLM

(Corno, 2008; Prediger & Buró, 2021)

## Rückblick

# Wie können wir heterogene Lernvoraussetzungen berücksichtigen?

Lernprozesse unterstützen

Lernprozesse fördern

Unproduktives Unterstützen reduziert Lerngelegenheiten, indem es Lernenden das Denken abnimmt

**Fördern heißt, nächste Lernstufen gezielt ansteuern**

**Produktives Unterstützen kompensiert bestimmte Schwierigkeiten, um fachliches Lernen zu ermöglichen**

Quelle: Florian Schacht, Claudia Ademmer und Susanne Prediger (2024): Baustein 3: Individuelle Lernvoraussetzungen berücksichtigen –Sprache bilden, QuaMath Programm, DZLM

(Corno, 2008; Prediger & Buró, 2021)

# Rückblick

Erfahrene Lehrkräfte berichten, dass ihre Fördergespräche im Laufe der Zeit immer weiterentwickelt haben und empfehlen daher, diese Liste der Impulse immer wieder auszuprobieren, um Routine im Umgang damit zu bekommen. Natürlich können viele weitere Impulse ergänzt werden.

**Kommunikationsförderung**

**Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit**

- Es ist nicht wichtig, dass wir die Aufgaben ganz schnell schaffen, wenn wir länger drüber sprechen, lernt man manchmal mehr dabei.
- Ok, das hast du schnell gelöst, nun zeige das doch noch-mal mit dem Material.
- Könnte es nicht auch so gehen? Warum nicht?
- ...

**Diagnosegeleitetheit**

- Ich komme nochmal auf Lisas Idee zurück, wie passt die zu dem hier?
- Erkläre mal, wie du das denkst, das ist spannend.
- Verstehe ich deine Idee richtig, dass ...
- ...

**Verstehensorientierung**

- Erkläre nochmal wie das man in der anderen Darstellung sieht.
- Wie sieht dein Bild dazu im Kopf aus?
- Zeig es mir am Material.
- ...

***Nützliche Impulse für Fördergespräche***

# Grundsätze der Förderarbeit

- Grundvorstellungen zu Zahlen, Operationen und Strategien analysieren.
- Material einsetzen.
- „Verinnerlichen“ von Darstellungen durch sprachliches Operieren.
- Die Diagnose von Grundvorstellungen erfolgt über Aufgaben, die einen Übergang zur nächsten Darstellungsebene erfordern.
- Kein Überspringen der Phasen 2 und 3 beim Aufbau von Grundvorstellungen.
- Bei Schwierigkeiten nur eine Phase zurückgehen (nicht sofort wieder konkret am Material handeln lassen).


Mathe macht stark

# Unterrichtshospitation

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Basisdimensionen guten Unterrichts
## (gemeinsames Nachdenken über Unterricht)

### Unterrichtsqualität: Drei Dimensionen

**I. Klassenführung und Strukturierung**

1. Störungspräventive Unterrichtsführung
2. Effektive Zeitnutzung
3. Monitoring der Lerngruppe
4. Zielorientierung, strukturierte und kohärente Unterrichtsepisoden

**II. Kognitive Aktivität**

5. Auswahl und Sequenzierung kognitiv herausfordernder Aufgaben
6. Kognitiv aktivierendes Unterrichtsgespräch
7. Kognitiv herausforderndes Üben und Metakognition

**III. Individuelle Unterstützung**

8. Umgang mit Heterogenität
9. Konstruktiver Umgang mit Fehlern
10. Respekt und Geduld bei Verständigungsproblemen


Quelle: Holzberger, Kunter, 2016 in: „Schule und Unterricht, Lehren und Lernen", S. 39 -51

# Minimale Hilfen nach Zech

1. Allgemeine Motivation
2. Positive oder negative Rückmeldungen zu Zwischenergebnissen
3. Allgemein-strategische Hilfen
4. Inhaltlich-strategische Hilfen
5. Inhaltliche Hilfen

Quelle: Zech, Friedrich (1996): Grundkurs Mathematikdidaktik. 8. Weinheim: Beltz Verlag.

# Unterrichtsbesuch

Verteilung der Beobachtungsschwerpunkte

Unterrichtsstunde

Reflexion

# Beobachtungsbogen der Prüfungsstunde als Grundlage für Hospitationsstunden

**Übergeordnete Punkte:**

1. Hat die LK sachlich und fachlich korrekt unterrichtet?
2. Hat die LK die Selbstständigkeit der Lernenden unter anderem durch schüleraktivierende Unterrichtsformen gefördert?
3. Hat die LK die unterschiedlichen Voraussetzungen und Kompetenzen der Lernenden berücksichtigt?
4. Hat die LK den Unterricht sinnvoll strukturiert und flexibel auf sich verändernde Situationen reagiert?
5. Hat die LK präzise und verständlich formuliert?
6. Ist die LK mit den Lernenden respektvoll und wertschätzend umgegangen?
7. Ist die LK überzeugend und als Vorbild aufgetreten?
8. Konnte die LK ihr didaktisches Konzept und dessen Realisierung angemessen reflektieren?

# Reflexion der Stunde

| | |
|---|---|
| 1. Eigenreflexion: | LiV reflektiert ihre Unterrichtsstunde (Hilfe |
| 2. Positivblitzlicht: | Jede LiV nennt einen Punkt (Bitte keine Dopplungen). |
| 3. Beobachtungsaufträge: | Jede Gruppe stellt ihre Beobachtungen vor. |
| 4. Tipps und Fragen: | LiV wählt ein bis zwei Tipps/Fragen aus, über die sie sprechen möchte. |

# Beobachtungsaufträge

Den Beobachtungsbogen finden Sie in der Moodle – Gruppe oder unter IBBW_Unterrichtsfeedbackbogen.

Kognitive Aktivierung

Konstruktive Unterstützung

Strukturierte Klassenführung

# Tiefenstruktur

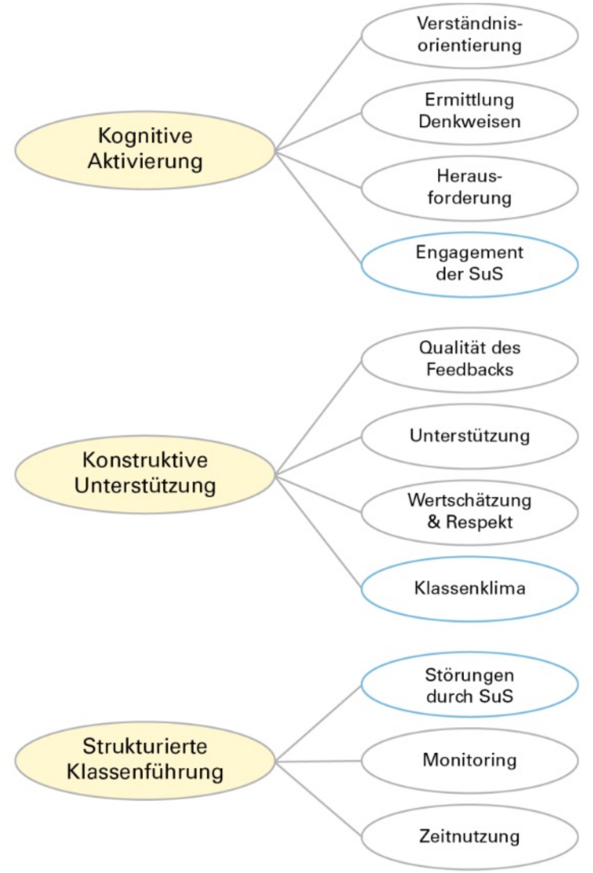
Manual zum Fragebogen

(1) Zu welchem Grad werden die Lernenden angeregt, sich aktiv mit den Lerngegenständen auseinanderzusetzen und sich dabei vertieft mit den Inhalten zu beschäftigen? (Kognitive Aktivierung)

(2) Wie gut unterstützt die Lehrkraft die Lernenden beim Wissenserwerb und wie sehr ist die Interaktion zwischen Lehrkraft und Lernenden durch Wertschätzung und Respekt geprägt? (Konstruktive Unterstützung)

(3) Wie gut gelingt es, den Unterricht so zu steuern, dass möglichst wenige Störungen auftreten, alle Schülerinnen und Schüler beim Lernen beteiligt sind und Unterrichtszeit somit effektiv genutzt werden kann? (Strukturierte Klassenführung)

Übersicht über die mit dem *Unterrichtsfeedbackbogen Tiefenstrukturen* erfassbaren Unterrichtsqualitätsmerkmale:



# Kognitive Aktivierung

| 1. Kognitive Aktivierung | trifft nicht zu | trifft eher nicht zu | trifft eher zu | trifft völlig zu |
|---|---|---|---|---|
| **1.1 Der Unterricht hat einen klaren Fokus auf die zentralen Inhalte, die von den Schülerinnen und Schülern verstanden werden sollen.** | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **1.2 Die Lehrkraft ermittelt das aktuelle Verständnis der Schülerinnen und Schüler.** | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **1.3 Im Unterricht wird mit Fragen und Aufgaben gearbeitet, die die Schülerinnen und Schüler zur vertieften Auseinandersetzung mit den Inhalten herausfordern.** | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **1.4 Die Schülerinnen und Schüler sind engagiert am Unterrichtsgeschehen beteiligt.** | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

# Konstruktive Unterstützung

| 2. Konstruktive Unterstützung | trifft nicht zu | trifft eher nicht zu | trifft eher zu | trifft völlig zu |
|---|---|---|---|---|
| 2.1 Das Feedback, das die Lehrkraft den Schülerinnen und Schülern gibt, ist zum Weiterlernen hilfreich. | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 2.2 Die Lehrkraft unterstützt die Schülerinnen und Schüler individuell in ihrem Lernprozess. | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 2.3 Die Lehrkraft begegnet den Schülerinnen und Schülern mit Wertschätzung und Respekt. | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 2.4 Die Schülerinnen und Schüler begegnen einander und der Lehrkraft mit Wertschätzung und Respekt. | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Strukturierte Klassenführung

| 3. Strukturierte Klassenführung | trifft nicht zu | trifft eher nicht zu | trifft eher zu | trifft völlig zu |
|---|---|---|---|---|
| 3.1 Der Unterricht verläuft weitgehend störungsfrei. | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 3.2 Die Lehrkraft hat einen guten Überblick über das Geschehen im Unterricht. | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 3.3 Die zur Verfügung stehende Unterrichtszeit wird für die Auseinandersetzung mit den Lerninhalten genutzt. | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

# Selbstreflexion einer Unterrichtsstunde

| | |
|---|---|
| 1. Reflexion der Stundenschwerpunkte<br>a. Aufgabenstellung<br>b. Durchführung | 2. Besonders positiv und gelungen hinsichtlich eines effektiven Lernens… |
| 3. Schwierigkeiten ergaben sich…<br>a. …in den einzelnen Unterrichtsphasen<br>b. …speziell in den selbstverantwortlichen Arbeitsphasen der Lernenden | 4. Didaktische Alternativen wären…<br>a. |
| 5. In folgenden Bereichen fand eine differenzierte Kompetenzerweiterung statt<br>a. inhaltsbezogen<br>b. prozessbezogen | 6. Die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen wurden berücksichtigt durch… |

# Mathematisch modellieren

## Aktivität 2


Methode – ICH – DU – WIR/Think – Pair – Share
(Barzel,Büchtel, Leuders S.118 ff.)

Aufgabe 1:
Bei einem Staffellauf legte jeder Läufer 2500 m zurück. Insgesamt wurden 62,5 km zurückgelegt.
Wie viele Läufer waren am Start?
(aus dem Schulbuch – mathe live 5, 2006 , S.60)

Aufgabe 2:
Annika möchte mit ihren Eltern in die Sommerferien fahren. Doch leider geht es nicht vorwärts. Stau! Seit Stunden stehen Sie auf der Autobahn fest, im Radio hört Annika, dass der Stau 20 km lang ist. Annika ist durstig, doch endlich kommt jemand vom Roten Kreuz und bringt Wasser.
Wie viele Menschen müssen in so einem Stau versorgt werden?
(Mathematik unterrichten, Leuders, S. 76)

# ICH

Bearbeiten Sie die Aufgaben zunächst alleine.
Notiere Sie Ihre Ergebnisse/Erkenntnisse auf einem Blatt!

Aufgabe 1:
Bei einem Staffellauf legte jeder Läufer 2500 m zurück. Insgesamt wurden 62,5 km zurückgelegt.
Wie viele Läufer waren am Start?
(aus dem Schulbuch – mathe live 5, 2006 , S.60)

Aufgabe 2:
Annika möchte mit ihren Eltern in die Sommerferien fahren. Doch leider geht es nicht vorwärts. Stau! Seit Stunden stehen Sie auf der Autobahn fest, im Radio hört Annika, dass der Stau 20 km lang ist. Annika ist durstig, doch endlich kommt jemand vom Roten Kreuz und bringt Wasser.
Wie viele Menschen müssen in so einem Stau versorgt werden?
(Mathematik unterrichten, Leuders, S. 76)

ICH

Bearbeiten Sie die Aufgaben zunächst alleine.
Notiere Sie Ihre Ergebnisse/Erkenntnisse auf einem Blatt!

Lösen Sie die Aufgaben nacheinander!

**a) Fertigen** Sie dazu jeweils eine Skizze **an**, die den Sachverhalt und Ihren Lösungsweg darstellt!

b) **Geben** Sie **an**, in welchen Jahrgängen Sie die Aufgaben jeweils verorten und welche Vorkenntnisse bei den Schülerinnen und Schülern zur Lösung vorhanden sein müssen, damit diese gelöst werden können.

**c) Notieren** Sie Ansätze und Idee, wie die Aufgaben differenziert werden könnten bzw. welche Hilfsmittel Sie den Schülerinnen und Schülern an die Hand geben würden!

**d) Bewerten** Sie die Aufgaben hinsichtlich des Anforderungsniveaus,
der Authentizität, der Komplexität, der Realitätsnähe, der Offenheit, der Problemhaltigkeit, der Lösbarkeit und des Motivationscharakters!

## DU

a) Stellen Sie sich Ihre Lösungen gegenseitig vor!

b) Geben Sie einander Feedback und passen Sie ggf. Ihre Lösungen an!

c) Bereiten Sie einen Ansatz so vor, dass dieser der Gruppe vorgestellt werden kann!

WIR

# Präsentieren Sie Ihre Lösungen!

Aufgabe 1:
Bei einem Staffellauf legte jeder Läufer 2500 m zurück. Insgesamt wurden 62,5 km zurückgelegt.
Wie viele Läufer waren am Start?
(aus dem Schulbuch – mathe live 5, 2006 , S.60)

Aufgabe 2:
Annika möchte mit ihren Eltern in die Sommerferien fahren. Doch leider geht es nicht vorwärts. Stau! Seit Stunden stehen Sie auf der Autobahn fest, im Radio hört Annika, dass der Stau 20 km lang ist. Annika ist durstig, doch endlich kommt jemand vom Roten Kreuz und bringt Wasser.
Wie viele Menschen müssen in so einem Stau versorgt werden?
(Mathematik unterrichten, Leuders, S. 76)

**Bewerten** Sie die Aufgaben hinsichtlich des Anforderungsniveaus, der Authentizität, der Komplexität, der Realitätsnähe, der Offenheit, der Problemhaltigkeit, der Lösbarkeit und des Motivationscharakters!

**Aktivität 3**

# Mathematisch modellieren

Lesen Sie sich den Abschnitt 2.1.4 zu „Mathematisch modellieren“ auf S.23f. in den Fachanforderungen von 2024 aufmerksam durch.


**Ordnen** Sie anschließend die darin formulierten Kompetenzerwartungen in den drei Anforderungsbereichen Reproduzieren, Zusammenhänge herstellen sowie Verallgemeinern und Reflektieren den Aufgaben 1 und 2 zu.

# Mathematisch modellieren

Aufgabe 1:
Bei einem Staffellauf legte jeder Läufer 2500 m zurück. Insgesamt wurden 62,5 km zurückgelegt.
Wie viele Läufer waren am Start?
(aus dem Schulbuch – mathe live 5, 2006 , S.60)

Aufgabe 2:
Annika möchte mit ihren Eltern in die Sommerferien fahren. Doch leider geht es nicht vorwärts. Stau! Seit Stunden stehen Sie auf der Autobahn fest, im Radio hört Annika, dass der Stau 20 km lang ist. Annika ist durstig, doch endlich kommt jemand vom Roten Kreuz und bringt Wasser.
Wie viele Menschen müssen in so einem Stau versorgt werden?
(Mathematik unterrichten, Leuders, S. 76)

# Mathematisch modellieren

## Kompetenzerwartungen

Aufgabe 1:
Bei einem Staffellauf legte jeder Läufer 2500 m zurück. Insgesamt wurden 62,5 km zurückgelegt.
Wie viele Läufer waren am Start?
(aus dem Schulbuch – mathe live 5, 2006 , S.60)

**Verallgemeinern und Reflektieren**

*Die Schülerinnen und Schüler...*

- modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln gegebenenfalls eigene Modelle,
- reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, zum Beispiel in Bezug auf die Realsituation,
- entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.

**Aktivität 3**

# Mathematisch modellieren

## Kompetenzerwartungen

### Verallgemeinern und Reflektieren

*Die Schülerinnen und Schüler…*

- modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln gegebenenfalls eigene Modelle,
- reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, zum Beispiel in Bezug auf die Realsituation,
- entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.

Aufgabe 2:
Annika möchte mit ihren Eltern in
die Sommerferien fahren. Doch
leider geht es nicht vorwärts. Stau!
Seit Stunden stehen Sie auf der
Autobahn fest, im Radio hört Annika,
dass der Stau 20 km lang ist. Annika
ist durstig, doch endlich kommt
jemand vom Roten Kreuz und bringt
Wasser.
Wie viele Menschen müssen in so
einem Stau versorgt werden?
(Mathematik unterrichten, Leuders, S. 76)

# Eigenschaften von Modellierungsaufgaben

# Eigenschaften von Modellierungsaufgaben

Aufgabe 2:
Annika möchte mit ihren Eltern in die Sommerferien fahren. Doch leider geht es nicht vorwärts. Stau! Seit Stunden stehen Sie auf der Autobahn fest, im Radio hört Annika, dass der Stau 20 km lang ist. Annika ist durstig, doch endlich kommt jemand vom Roten Kreuz und bringt Wasser.
Wie viele Menschen müssen in so einem Stau versorgt werden?
(Mathematik unterrichten, Leuders, S. 76)

# Eigenschaften von Modellierungsaufgaben

- authentisch
- komplex
- realistisch
- offen
- problemhaltig
- lösbar durch Ausführung eines Modellierungsprozesses

Die **Aufgabe** zeigt, wie Mathematik hilft, die Realität zu verstehen.
Ein **Modell** ist eine vereinfachende […] Darstellung der Realität, die einem bestimmten Zweck dienen soll. (Henn)

Im Verlauf des **Unterrichts** sollen SuS die Fähigkeit entwickeln, zu erkennen, dass mathematische Modelle die Umwelt zweckmäßig beschreiben.

# Klassifizierung von „Modellierungsaufgaben“

**Eingekleideten Aufgaben**: Ziel dieser Aufgaben ist das Anwenden von Rechenverfahren. Der Sachkontext ist unwichtig, austauschbar und häufig künstlich.

**Textaufgaben:** Ziel dieser Aufgaben ist das Erfassen des Zusammenhangs zwischen den angegebenen Zahlen und das Zuordnen einer mathematischen Zeichenreihe (Term oder Gleichung). Die Schwierigkeit liegt im Übertragen der Textstruktur in eine mathematische Struktur. Die Aufgaben erhalten meist genau eine Lösung.

**Sachaufgaben:** Ziel dieser Aufgaben ist das Mathematisieren von Sachbeziehungen. Die Sachsituation ist hier bedeutsam. Die Mathematik dienst als Hilfsmittel, um tiefer in den Sachkontext eindringen zu können.

**Aktivität 4a**

## „Eingekleidete“ oder „echte“ Aufgabe?

Ordnen Sie die Aufgaben jeweils einer Kategorie zu.
Begründen Sie Ihre Auswahl.

Wie teuer ist das Auto im Vergleich zur Bahn?

Auf einer Waage liegen 7 Würstchen. Jedes wiegt 95g. Wie viel wiegen sie zusammen?

Eine Holzleiste ist 1,20m lang. Peter braucht für seinen Drachen eine 95cm lange Leiste. Wie viel ist übrig?

Was brauche ich, wenn ich für 5 Personen kochen will?

Passt das Sofa an die Wand?

Kann ich den Schrank aufrichten?

Ist der Familienbecher Joghurt wirklich billiger?

Zum Geburtstag hat die Mutter sechs Liter Kakao gekocht. Jedes Kind bekommt einen ½-Liter Becher. Wie viel Kinder sind es?

**Aktivität 4b**

Wenn die Lernenden nur „eingekleidete Aufgaben“ lösen, dann …

Ergänzen Sie den Satz!

# Wohin führt das?

**Lernende lösen nach vielen Standardaufgaben zu antiproportionalen Zuordnungen, diese Sogenannte „Kapitänsaufgaben“ so:**

*Ein neueres Beispiel (von W. Herget)*
*Zwei Tankschiffe brauchen für den Weg von Freiburg nach Schwäbisch Gmünd 10 Tage, wie viele Tage benötigen drei Tankschiffe?*

*Antwort: Drei Schiffe brauchen 6,6 Tage.*

**Das ist kein Defizit seitens der Schüler sondern eine (meist) erfolgreiche Bewältigungsstrategie, wie der folgende Dialog zeigt:**
*L: Du hast einen Farbstift für 12 Cent und einen Bleistift für 10 Cent. Wie alt bist du?*
*S: 22!*
*L: Aber du weißt doch genau, dass du nicht 22 Jahre alt bist.*
*S: Wenn du die falschen Fragen stellst…*

# Sind Einkleidungen „pfui“?

***SCHLAFENDE ROBBE (PISA 2000)***
Eine Robbe muss atmen, auch wenn sie schläft. Martin hat eine Robbe eine Stunde lang beobachtet. Zu Beginn seiner Beobachtung befand sich die Robbe an der Wasseroberfläche und holte Atem. Anschließend tauchte sie zum Meeresboden und begann zu schlafen. Innerhalb von 8 Minuten trieb sie langsam zurück an die Oberfläche und holte Atem. Drei Minuten später war sie wieder auf dem Meeresboden, und der ganze Prozess fing von vorne an.

Nach einer Stunde war die Robbe:
A - auf dem Meeresboden
B - auf dem Weg nach oben
C - beim Atemholen
D - auf dem Weg nach unten

## Gute Einkleidungen - schlechte Einkleidungen?

Wird die Mathematik genutzt, um die Welt zu verstehen?
➔ authentische Modellierung

Wird die Welt genutzt, um die Mathematik zu verstehen?
➔ Einkleidung

Wird eine Anwendung von Mathematik vorgegaukelt?
➔ Pseudokontext

# Kriterien zur Konstruktion und Realisation „guter Sachaufgaben“ nach Winter

„Gute Sachaufgaben“ erwachsen aus einer Thematik, die Neugier und Interesse wecken kann, die Schülerinnen und Schülern etwas bedeutet.

„Gute Sachaufgaben“ animieren zum sachorientierten Handeln, insbesondere zum Experimentieren und Explorieren.

„Gute Sachaufgaben“ sind mit grundlegenden mathematischen Ideen verbunden/ verbindbar.

„Gute Sachaufgaben“ stimulieren Modellbildung, das Deuten und Verstehen von Sachsituationen im Lichte mathematischer Begriffe.

Winter, Heinrich (2003): „Gute Aufgaben“ für das Sachrechnen. In Baum/Wielpütz (Hrsg.): Mathematik in der Grundschule, Seelze 2003, S. 177ff.

# Kriterien zur Konstruktion und Realisation „guter Sachaufgaben“ nach Winter

„Gute Sachaufgaben“ vertiefen und vermehren das Wissen über Phänomene unserer Welt (Aufklärung) und formen unsere alltäglichen Denk- und Sprechweisen.

Von „guten Sachaufgaben“ gehen Anstöße zu Variationen und Übertragungen auf andere Sachsituationen aus.

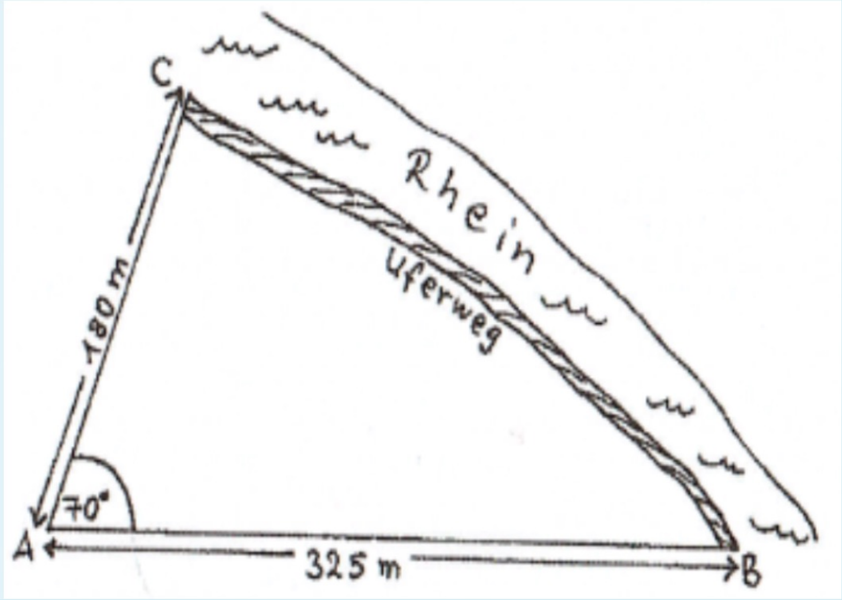
„Gute Sachaufgaben“ sind problemhaltig oder können zu problemhaltigen Aufgaben weitere entwickelt werden, die Gelegenheit verschaffen, heuristische Vorgehensweisen gezielt zu kultivieren.

Winter, Heinrich (2003): „Gute Aufgaben“ für das Sachrechnen. In Baum/Wielpütz (Hrsg.): Mathematik in der Grundschule, Seelze 2003, S. 177ff.

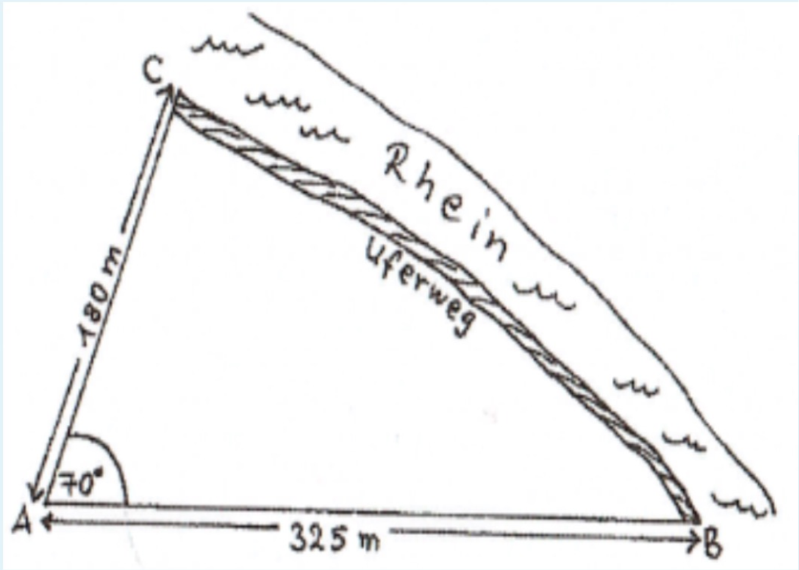
## Aktivität 4c

Beurteilen Sie, ob es sich bei der Aufgabe um eine hilfreiche Einkleidung handelt!

Die Mitglieder des Campingvereins „Rheinaue“ möchten den Uferweg entlang des Rheins in Stand setzen.
Der Vereinsvorstand geht davon aus, dass die Arbeiten in einer Woche abgeschlossen sind, wenn an jedem Tag 50 m bewältigt werden.
Was meinst du dazu?
Begründe deine Aussage.




Blum(2006):Bildungsstandards Mathematik: konkret, S. 204




- Kosinussatz steht im Vordergrund
- Tätigkeit SuS: „Auskleiden“ einer zuvor eingekleideten Aufgabe,
- (Pseudo)realistische Hülle der Aufgabe problematisch: Abschreiten des Ufers wäre einfacher!
- -> SuS nehmen Kontext nicht ernst (zu recht)
- -> unerwünschtes Bild von Mathematik:

„Mathematik ist nur nützlich, um Schulbuchaufgaben zu lösen.“

## Aktivität 4c

Beurteilen Sie, ob es sich bei der Aufgabe um eine hilfreiche Einkleidung handelt!

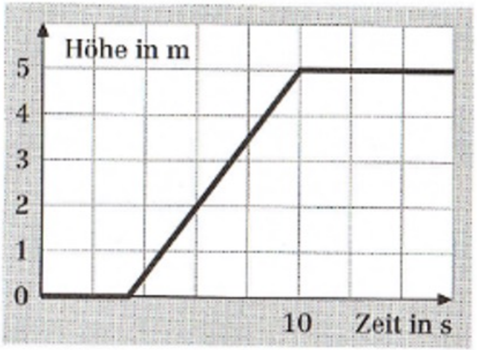
**Rolltreppe**

Hanna fährt im Kaufhaus auf der Rolltreppe aufwärts. Ihre Bewegung lässt sich als Funktionsgraph darstellen:

**a1)** Was kann man alles aus diesem Graphen ablesen?

**a2)** Der Graph gibt die Bewegung nicht ganz richtig wieder. Mache Verbesserungsvorschläge.

**a3)** Stelle auch einen entsprechenden Graphen für die Bewegung eines Fahrstuhls (eines Skiliftes, eines Paternosters) dar und vergleiche.




Blum (2006):Bildungsstandards Mathematik: konkret, S. 205

**Aktivität 4d**

# „Modellierungsaufgaben“ im Mathematikbuch

a) **Suchen** sie in ihrem Mathebuch jeweils ein Beispiel einer „gut eingekleideten“ und einer „schlecht eingekleideten“ Aufgabe. **(5 Minuten)**

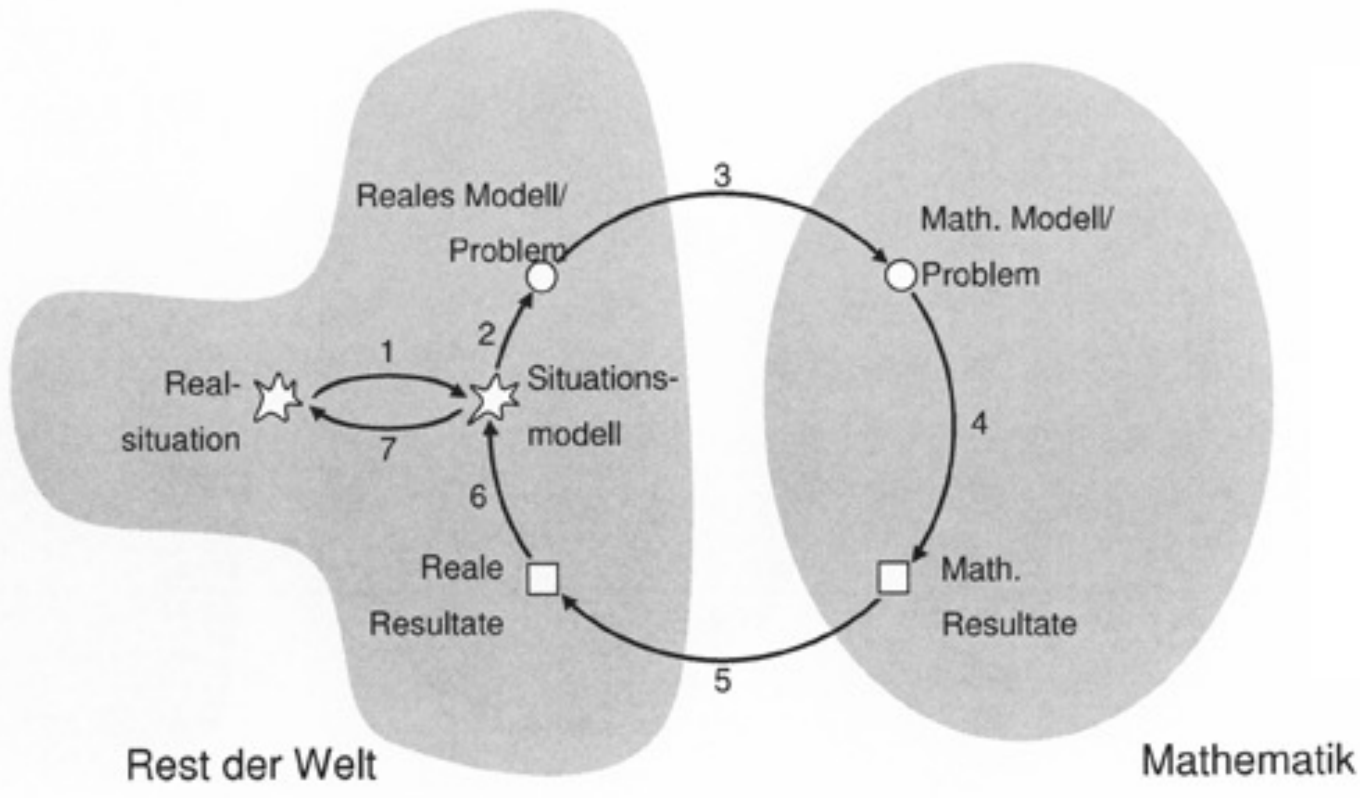
b) **Tauschen** Sie sich mit ihrem/-r Sitznachbar*in und **begründen** Sie ihre Auswahl. **(5 Minuten)**

# Mittagspause

# Modellierungskreislauf

mathe.sh

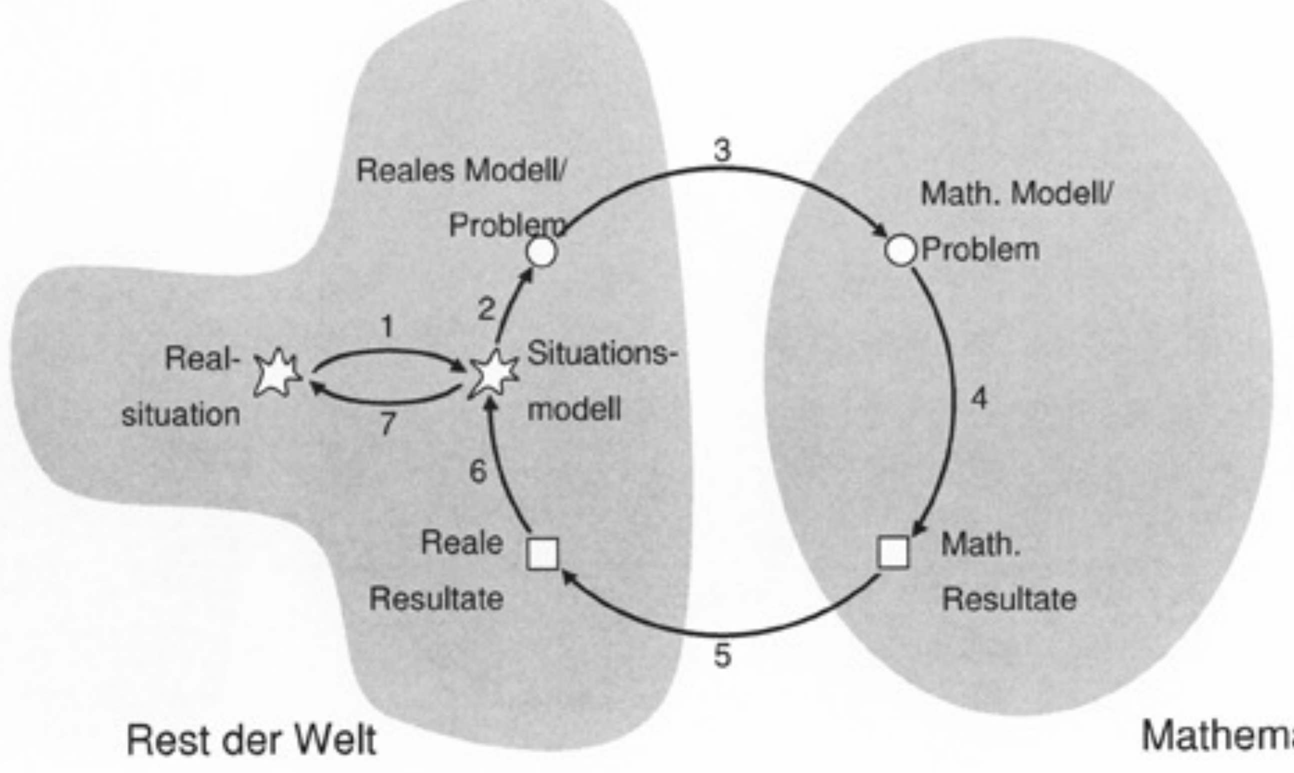
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein




Modellierungskreislauf nach Blum & Leiß (2006)

## Aktivität 5 Modellierungskreislauf

Ordnen Sie die Teilprozesse (A – G) den entsprechenden Positionen (1 – 7) Im Modellkreislauf zu.

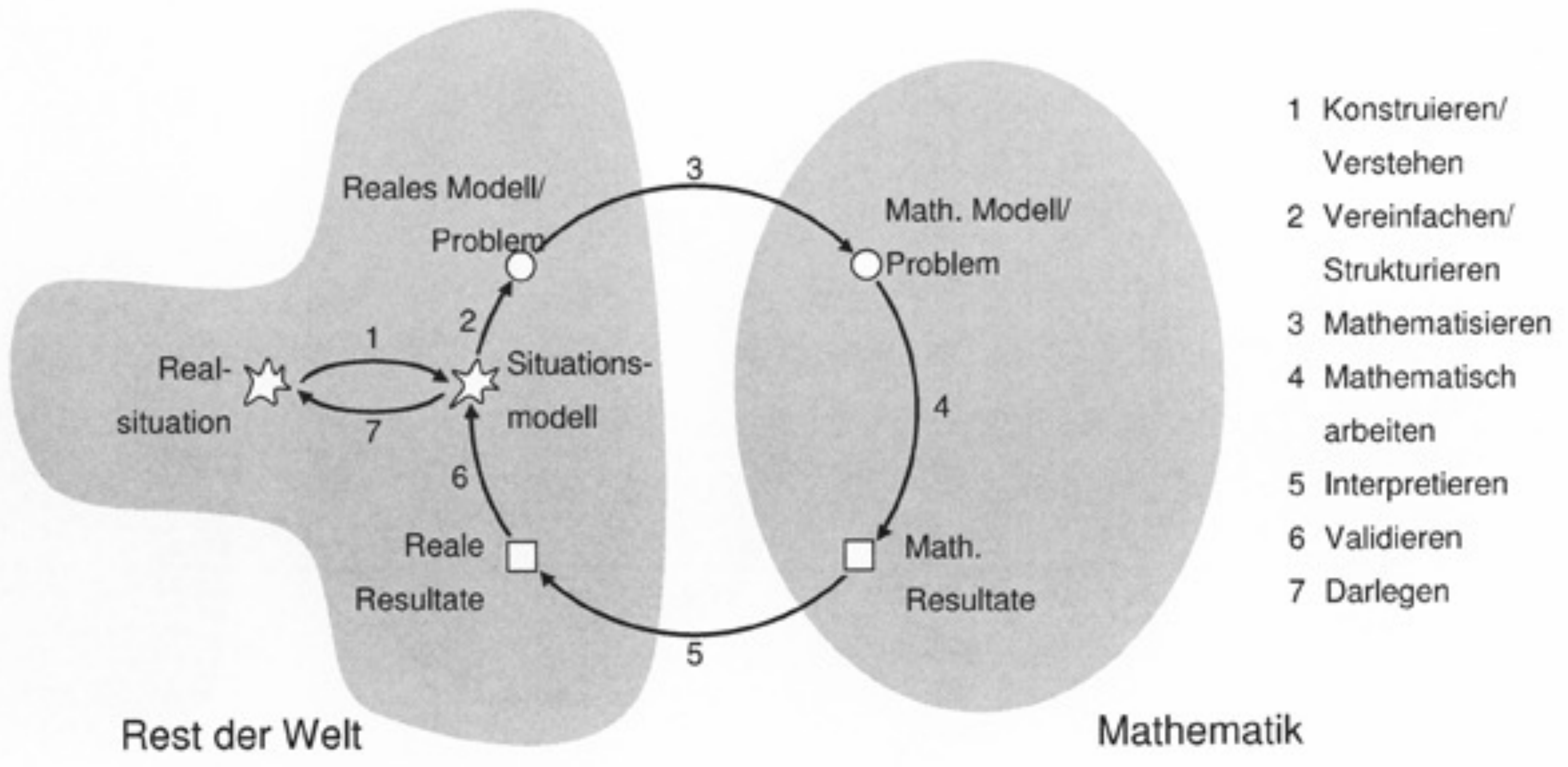



Modellierungskreislauf nach Blum & Leiß (2006)

(A) darlegen
(B) interpretieren
(C) konstruieren/ verstehen
(D) validieren
(E) mathematisch Arbeiten
(F) mathematisieren
(G) vereinfachen/ strukturieren

mathe.sh

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein




Modellierungskreislauf nach Blum & Leiß (2006)

# Der Modellierungskreislauf
(nach Katja Maaß, 2005)

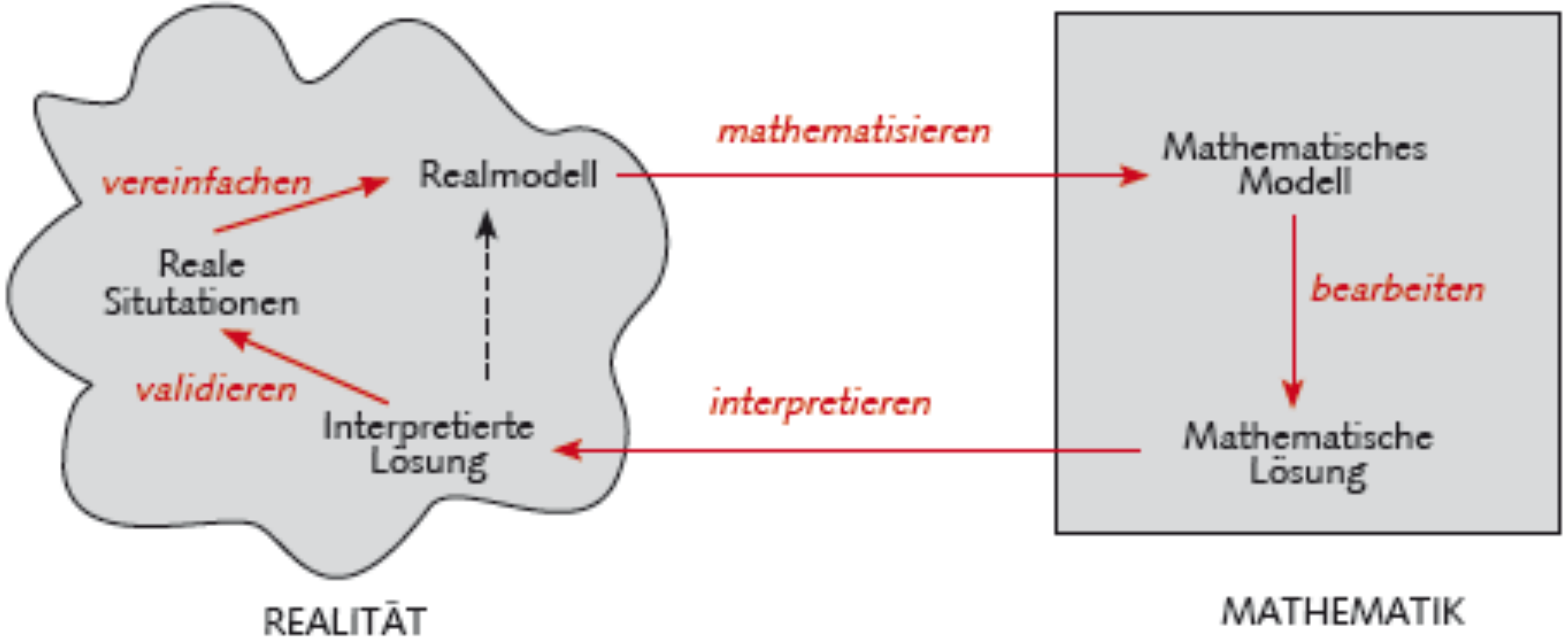
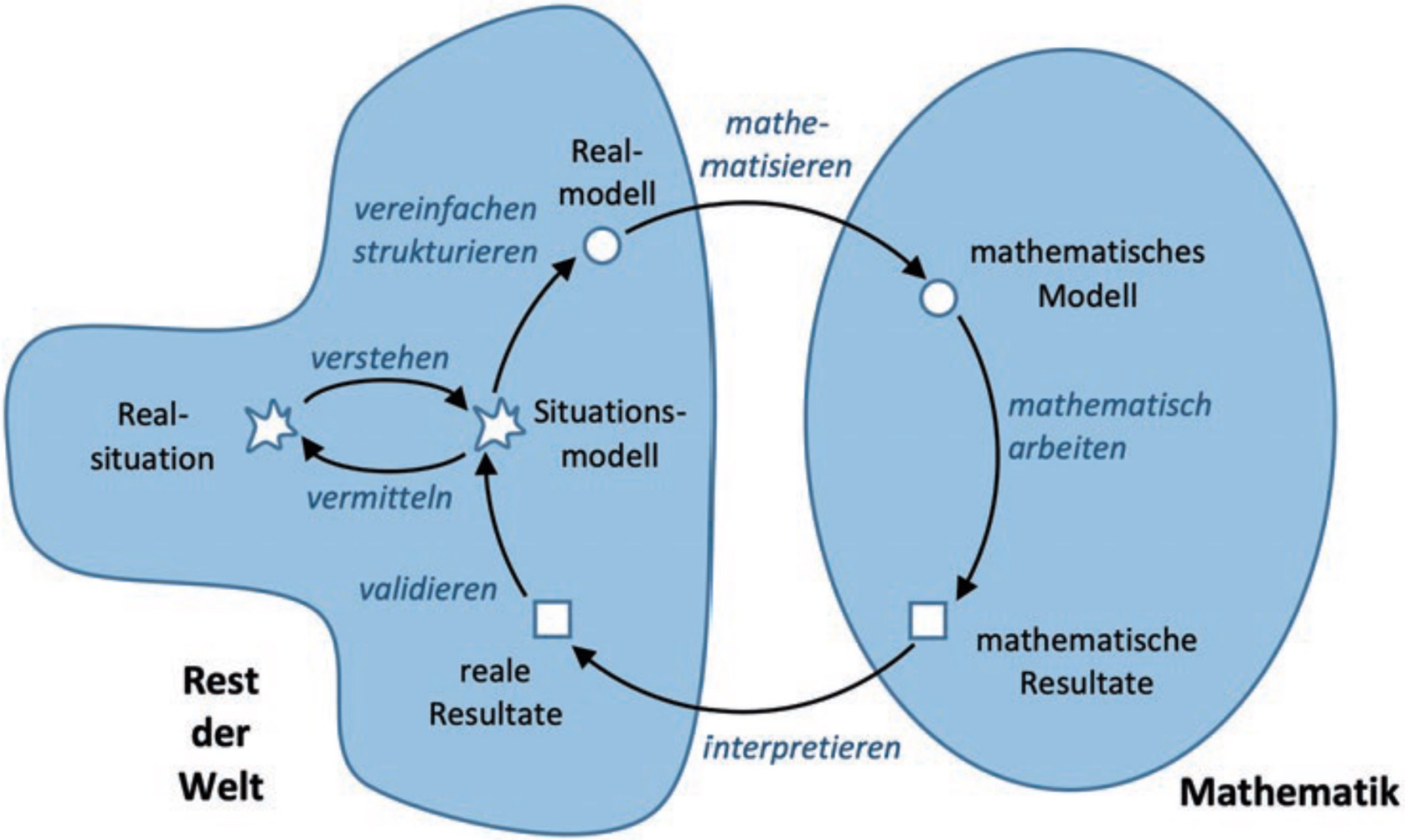



Abb. 1: Kreislaufdarstellung des Modellierungsprozesses (Maaß 2005b).

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein



mathe-
matisieren
Real-
modell
vereinfachen
strukturieren
mathematisches
Modell
verstehen
Real-
situation
Situations-
modell
vermitteln
mathematisch
arbeiten
validieren
mathematische
Resultate
reale
Resultate
Rest
der
Welt
interpretieren
Mathematik

## Aktivität 6

a) **Erstellen** Sie in Partnerarbeit selbst eine Modellierungsaufgabe für die Jahrgangsstufe, in der Sie gerade unterrichten.
Nutzen Sie dazu die Zeitungen, die Umgebung (Schulhof/Schulgelände/Klassenraum) und/oder Ihre Schulbücher.

**LÖSUNGSPLAN für Modellierungsaufgaben**

| | |
|---|---|
| **Die Aufgabe verstehen** | **Ein Modell erstellen** |
| **Das Ergebnis erklären** | **Mathematik nutzen** |

b)**Füllen** Sie dazu die Felder des Modellierungskreislaufes (Lösungsplan) stichwortartig aus.

# „Lösungsplan“ für Modellierungsaufgaben

## 1. Aufgabe verstehen

- Lies den Aufgabentext genau durch und stell dir dabei die Situation ganz konkret vor!
- Mach dir eine Skizze dazu!
- Mach dir klar: Was wird hier von dir verlangt?

## 2. Mathematik suchen

- Suche die Angaben, die du zur Lösung brauchst, und ergänze sie falls nötig!
- Suche mathematische Zusammenhänge zwischen den Angaben (z.B. Gleichung oder Formel oder Graph)!

## 3. Mathematik benutzen


- Verwende ein passendes mathematische Verfahren!

## 4. Ergebnis erklären

- Runde dein Ergebnis sinnvoll!
- Überschlage, ob dein Ergebnis ungefähr passt! Falls nein: zurück zu **1!** Falls ja: Schreib einen Antwortsatz auf!

# Stellen Sie Ihre Aufgabe vor.

Mein Freund bezeichnet sich als Pfand – Millionär.

# Hinweise zur praktischen Umsetzung von Modellierungsaufgaben im Unterricht

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Der Modellierungskompetenzen

(nach Katja Maaß, 2005)

- Für ein angemessenes, zielgerichtetes Modellieren sind zudem noch einige weitere, den ganzen Modellierungsprozess betreffende Kompetenzen erforderlich:

- Vorgehensweise begründen und diese **Begründungen verschriftlichen** können.
- **Zielgerichtetes Vorgehen** bei der Bearbeitung der Probleme.
- Auf einer Metaebene über Modellierungsprozesse nachdenken und **Metawissen über Modellierungsprozesse** einsetzen.
- Möglichkeiten, die die **Mathematik zur Lösung von realen Problemen** bietet, erkennen und sie positiv beurteilen.

# Praktische Unterrichtsgestaltung
(nach Katja Maaß, 2005)

***Einstieg - Vermittlung der nötigen Sachinformationen***

- Informationstexte, Filme, Gegenstände, Lehrervortrag, Tonmaterialien, Besuche vor Ort,

***Reflexion über Lösungsansätze - Brainstorming***

- Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit, Plenum, …

***Bearbeiten der Lösungsansätze***

- Gruppenarbeit, Bilden von Expertenteams, Hausarbeit ( Einholen weiterer Informationen, Befragungen ...),
  Diskussionsphasen im Plenum, …

***Ergebnissicherung***

- Präsentation der Ergebnisse der Gruppenarbeit, Erstellen einer Wandzeitung, Anfertigen von Dokumentationsmappen, Anfertigen von Protokollen, Anfertigen von Lerntagebüchern, Diskussion und Vergleich verschiedener Lösungsansätze

# Praktische Unterrichtsgestaltung
(nach Katja Maaß, 2005)

## *Konstruktiver Umgang mit Fehlern*

Alle Lösungen werden diskutiert, jede Idee, jede Frage ist ein Beitrag auf dem Weg zur Lösung, auch Irrwege zur Lösung werden präsentiert

## *Metakognition*

Lösungsstrategien auf einer Metaebene diskutieren, vereinfachte Kreislaufdarstellung einführen

# Der Modellierungskreislauf im Unterricht (Matakognition)

**Die Aufgabe verstehen**

- Erfasse den Kern des Problems.
- Was ist gegeben? Was ist gefragt? Was wird bezweckt und beabsichtigt?
- Ist eine spezielle oder eine allgemeine Antwort gesucht?
- Wie beschafft man sich die Daten?
  Wie ist die Quelle der Daten und Fakten zu beurteilen?
- Schreibe alle in das Problem eingehenden Größen mitsamt ihrer Dimension auf.
- Welche Größen sind wichtig und welche sind vernachlässigbar?
- Ordne jeder Größe eine sinnvolle Bezeichnung zu, welche auf ihre Bedeutung hinweist.
- Unterscheide zwischen Eingangs (E) - und Ausgangsgrößen (A).

# Der Modellierungskreislauf im Unterricht (Matakognition)

**Mathematik suchen**

- Welche Annahmen bzw. Vereinfachungen werden getroffen? Schreibe jede Annahme genau auf. Dokumentiere jeden Schritt!
- Fertige Schaubilder und Diagramme an, die alle in das Problem eingehenden Größen enthalten.
- Welche Resultate sind zu erwarten?
- Beginne mit dem einfachsten Modell und verbessere es sukzessive.
- Stelle Beziehungen und Gleichungen zwischen den Größen auf. Verwende Sachverhalte aus anderen Bereichen (Physik, Chemie, Biologie,...)

# Der Modellierungskreislauf im Unterricht (Matakognition)

## Das mathematische Modell lösen

- Welche im Unterricht behandelten mathematischen Fertigkeiten kommen zum Einsatz (Termumformungen, Lösen von Gleichungen, Differential- und Integralrechnung, geometrische Beziehungen,...).
- Ist der Einsatz von Taschenrechner oder Computer-Algebra_System erforderlich?
- Stelle die Ergebnisse grafisch oder tabellarisch dar.

# Der Modellierungskreislauf im Unterricht (Matakognition)

**Das Ergebnis erklären**

- Welche Eigenschaften hat die Lösung?
- Stimmt die Größenordnung?
- Wie verhält sich die Lösung für kleine oder große Werte?

**und mit der Realität vergleichen**

- Ist die Lösung sinnvoll? Stimmen die Ergebnisse mit der Erfahrung überein?
- Erfüllt das Modell seinen Zweck? Wo ist das Modell ungenau?

- *(Dobner H.-J. aus: Math. Schule 35 (1997), S. 645ff.)*

# Möglicher Ablauf einer Modellierungsaufgabe im Unterricht

1) Vorstellung der Aufgabe im Plenum

2) Einzelarbeit

3) Konstruktive Arbeit in Gruppen

4) Aufschreiben von Lösungen individuell oder in Gruppen

5) Lösungs-Präsentation im Plenum oder in neuen Gruppen

6) Vergleich der Lösungen und reflektierender Rückblick

**Aktivität 7** **Teilprozesse im Modellierungskreislauf**

a) **Lösen** Sie die Aufgabe „Feuerwehr“.

b) **Ordnen** Sie die Schritte den Teilkompetenzen im Modellierungskreislauf zu.
**Begründen** Sie Ihre Zuordnung.

Aktivität 7

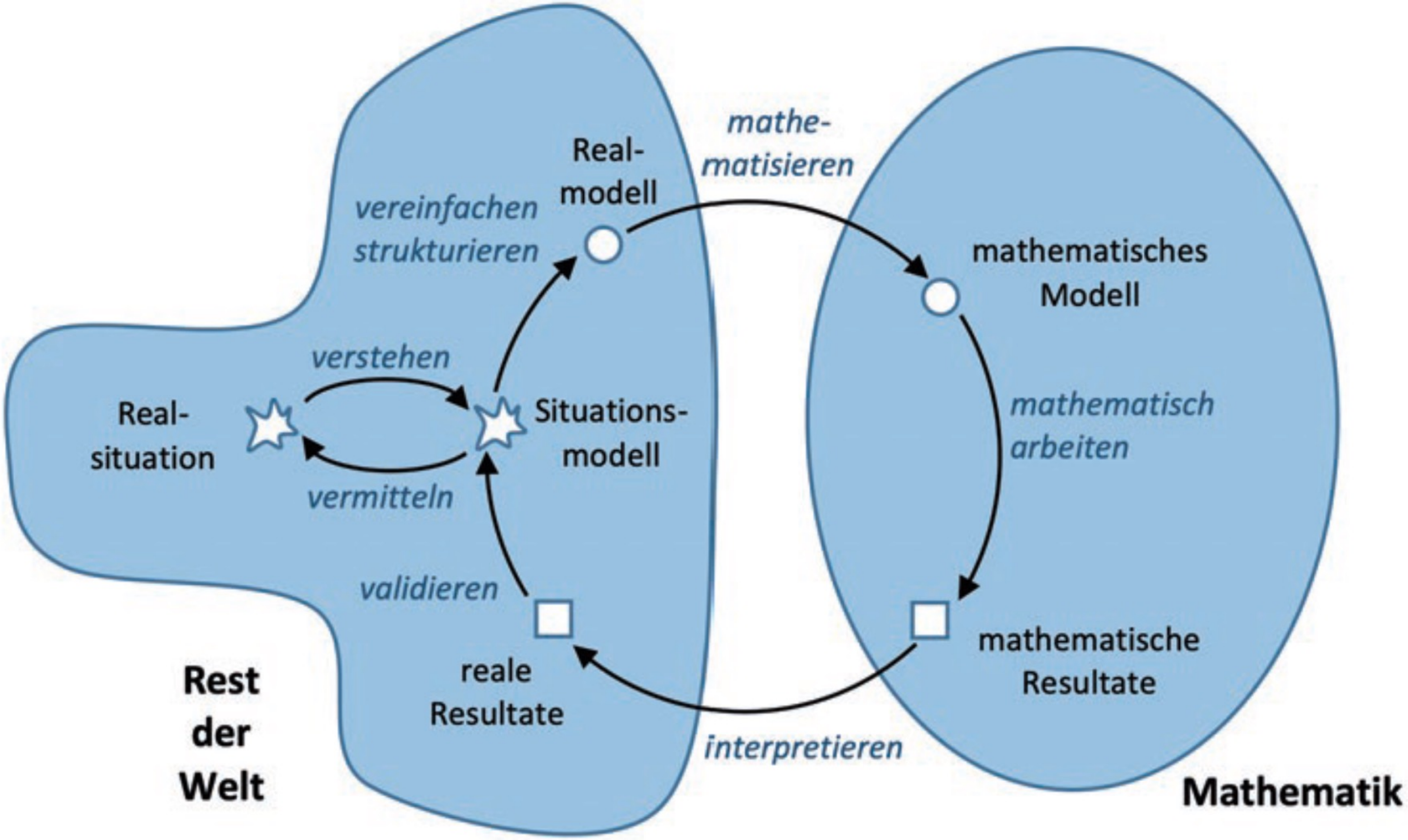
# Aufgabe Feuerwehr

Die Feuerwehr hat sich ein neues Drehleiter-Fahrzeug angeschafft.
Mit diesem kann man über einem am Ende der Leiter angebrachten Korb Personen aus großen Höhen retten.
Dabei muss das Feuerwehrauto laut einer Vorschrift 12 m Mindestabstand vom brennenden Haus einhalten.

**Aus welcher maximalen Höhe kann die Feuerwehr mit diesem Fahrzeug Personen retten?**

*Technische Daten des Fahrzeugs:*

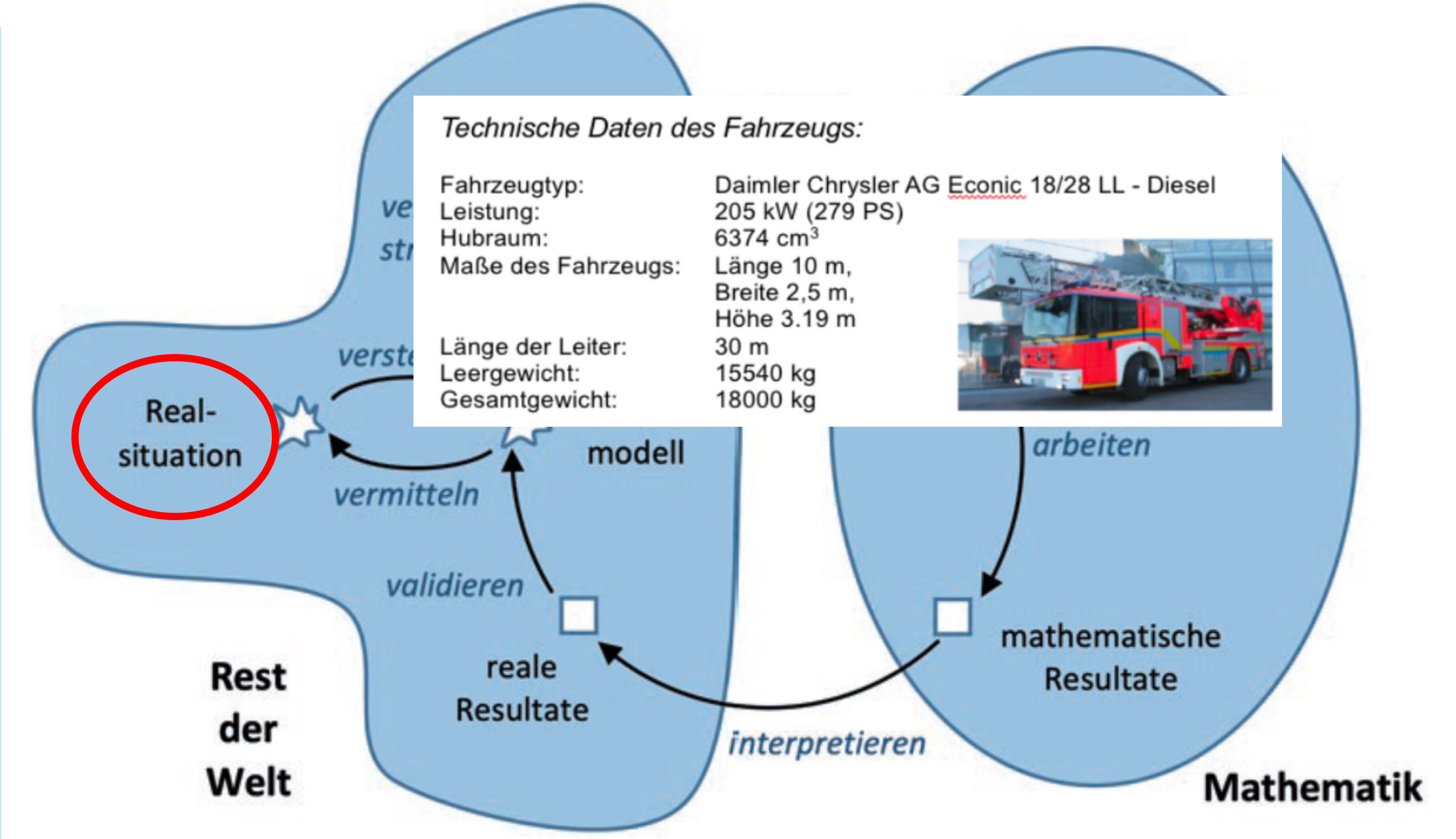
| | |
|---|---|
| Fahrzeugtyp: | Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL - Diesel |
| Leistung: | 205 kW (279 PS) |
| Hubraum: | 6374 $cm^3$ |
| Maße des Fahrzeugs: | Länge 10 m, Breite 2,5 m, Höhe 3.19 m |
| Länge der Leiter: | 30 m |
| Leergewicht: | 15540 kg |
| Gesamtgewicht: | 18000 kg |




mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe: Feuerwehr



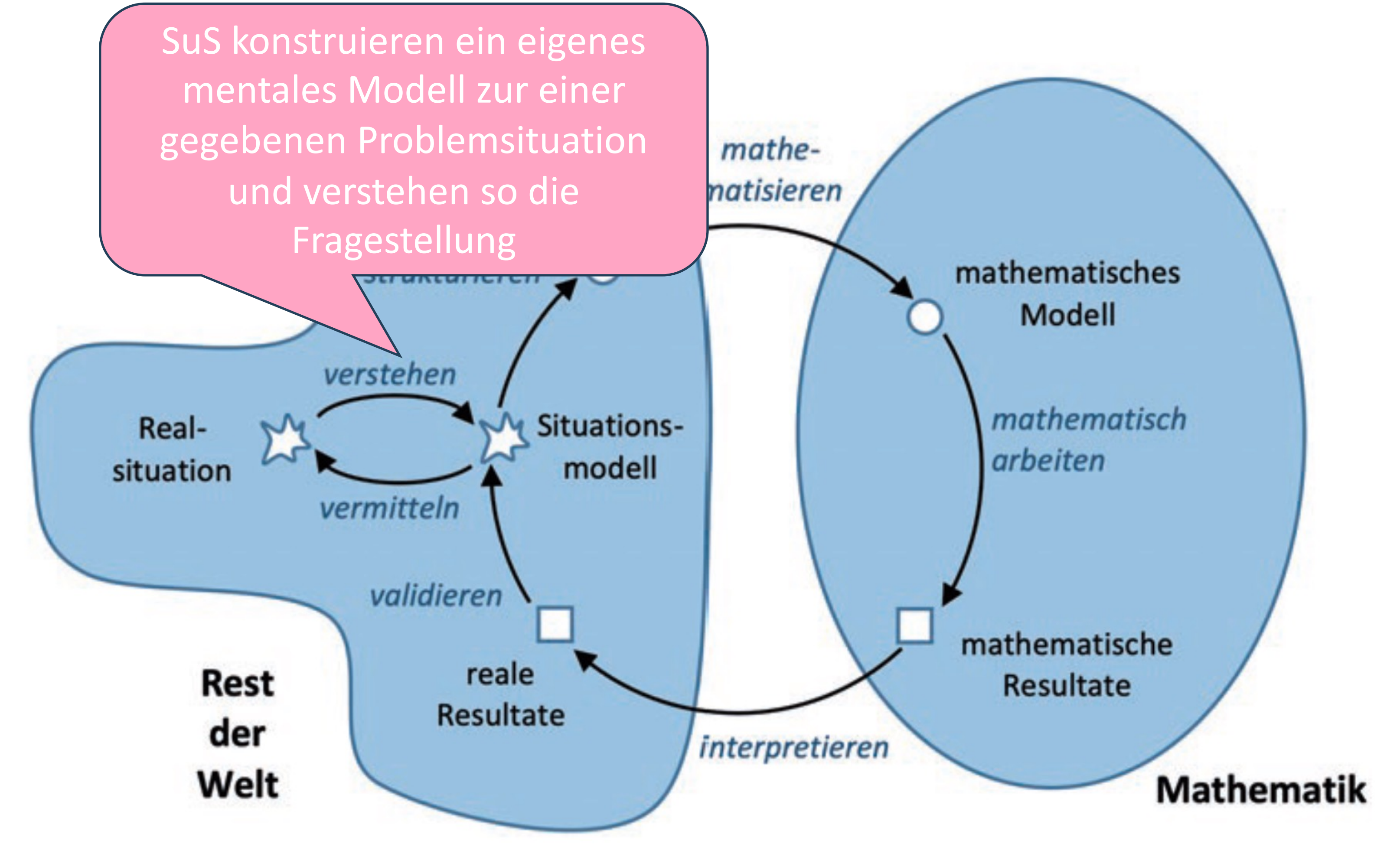

*Technische Daten des Fahrzeugs:*

| | |
|---|---|
| Fahrzeugtyp: | Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL - Diesel |
| Leistung: | 205 kW (279 PS) |
| Hubraum: | 6374 cm$^3$ |
| Maße des Fahrzeugs: | Länge 10 m,<br>Breite 2,5 m,<br>Höhe 3.19 m |
| Länge der Leiter: | 30 m |
| Leergewicht: | 15540 kg |
| Gesamtgewicht: | 18000 kg |

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung,
Wissenschaft und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein

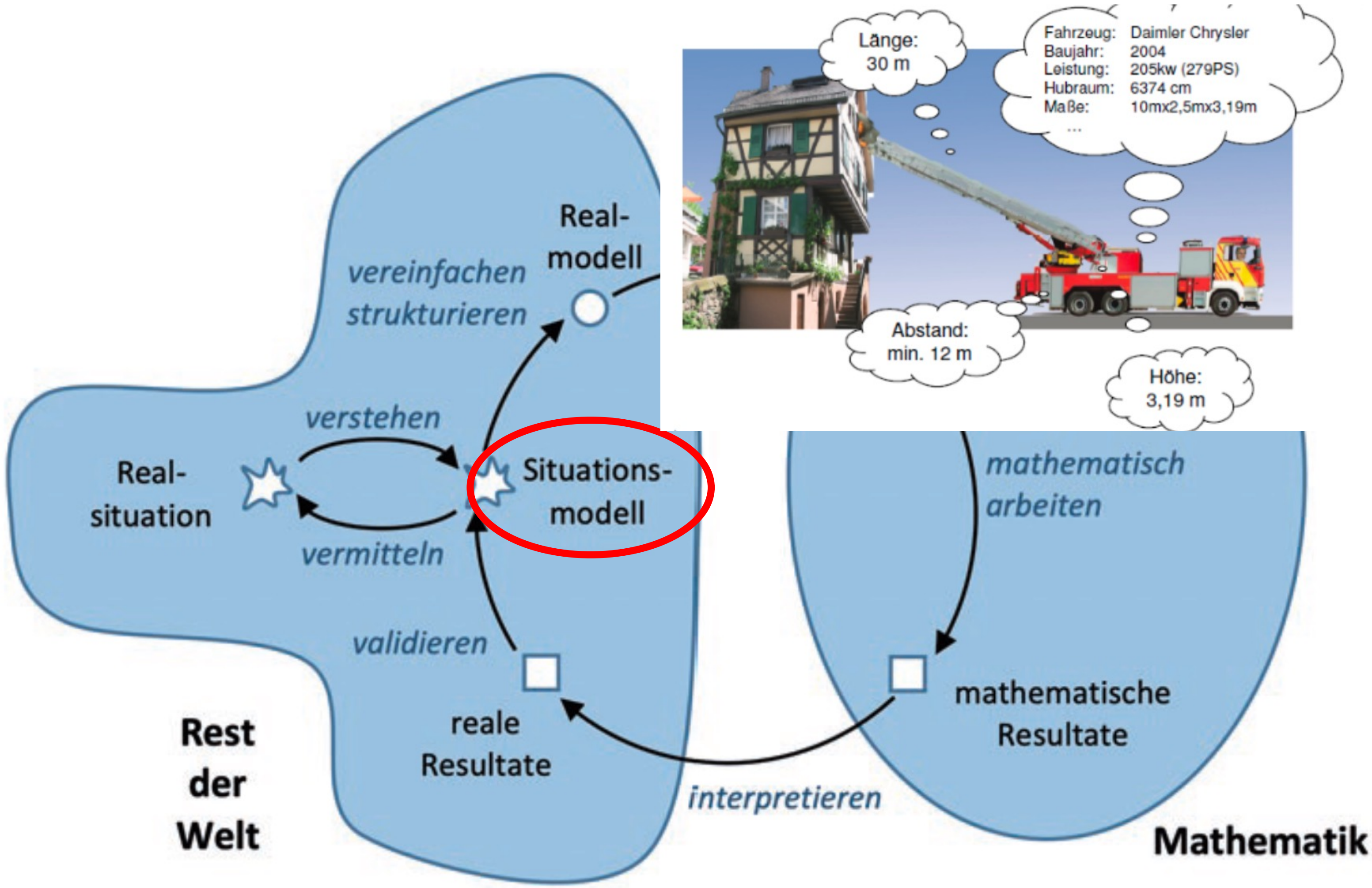
# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)




mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

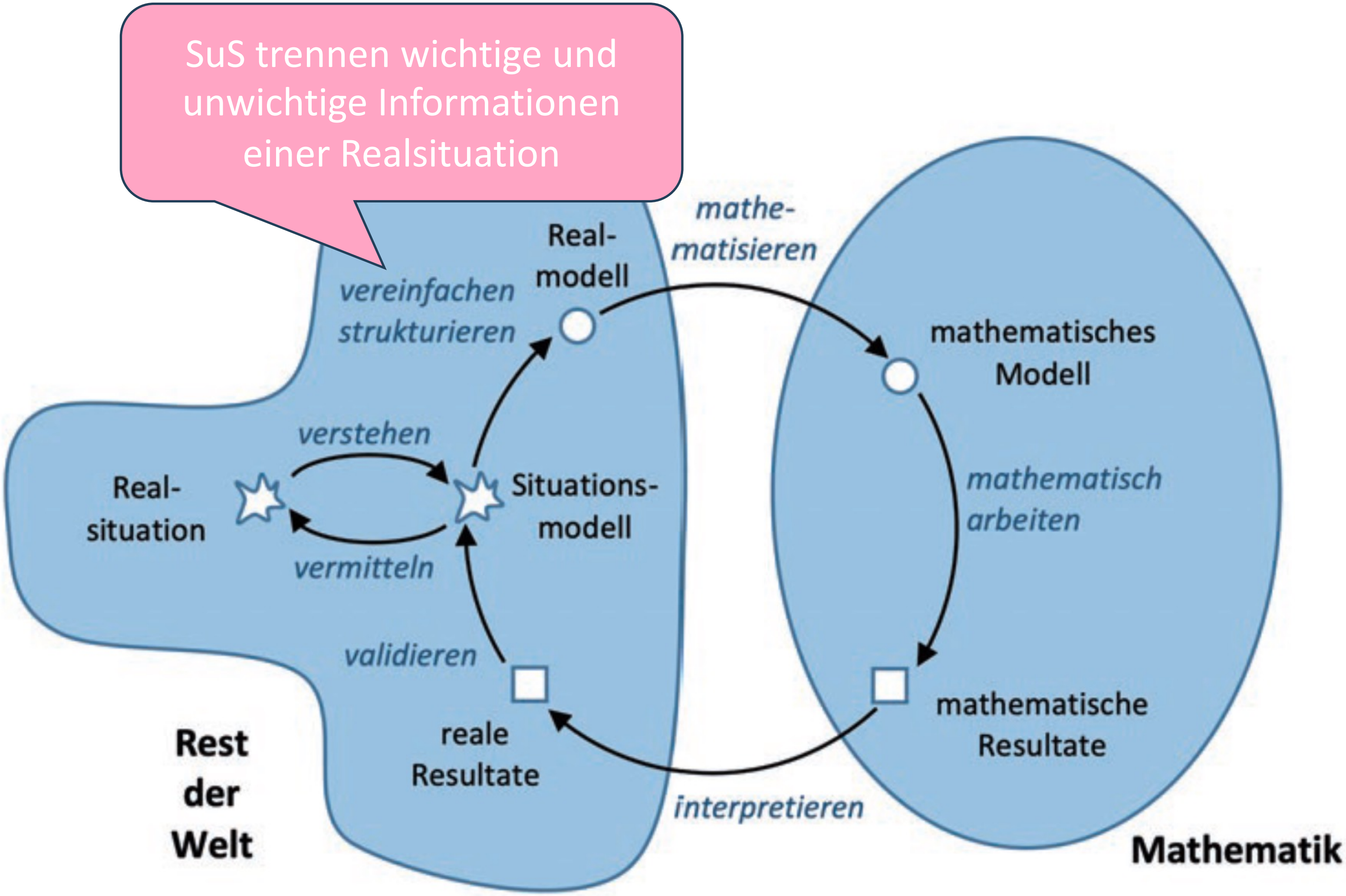
# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe: Feuerwehr



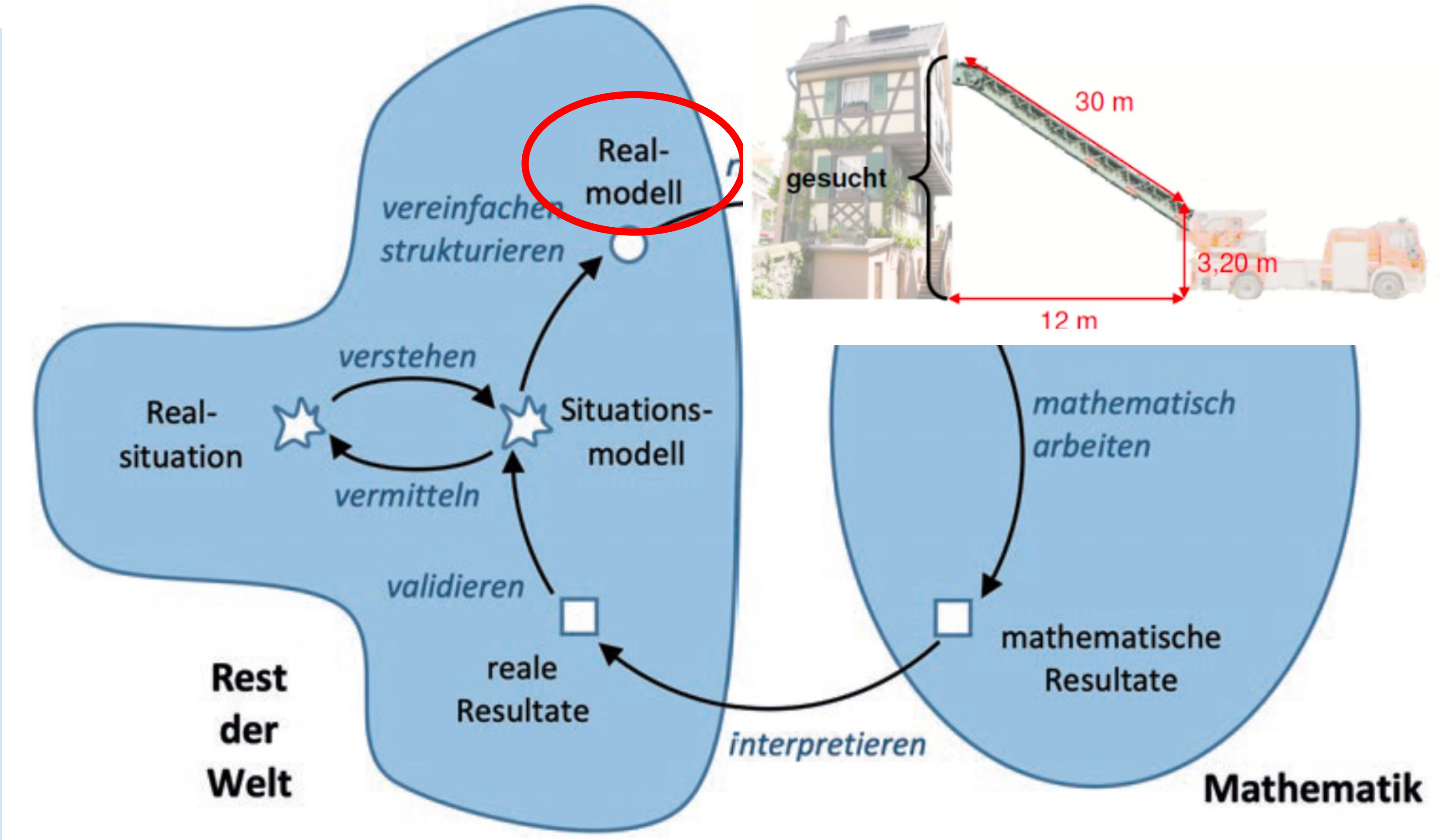

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

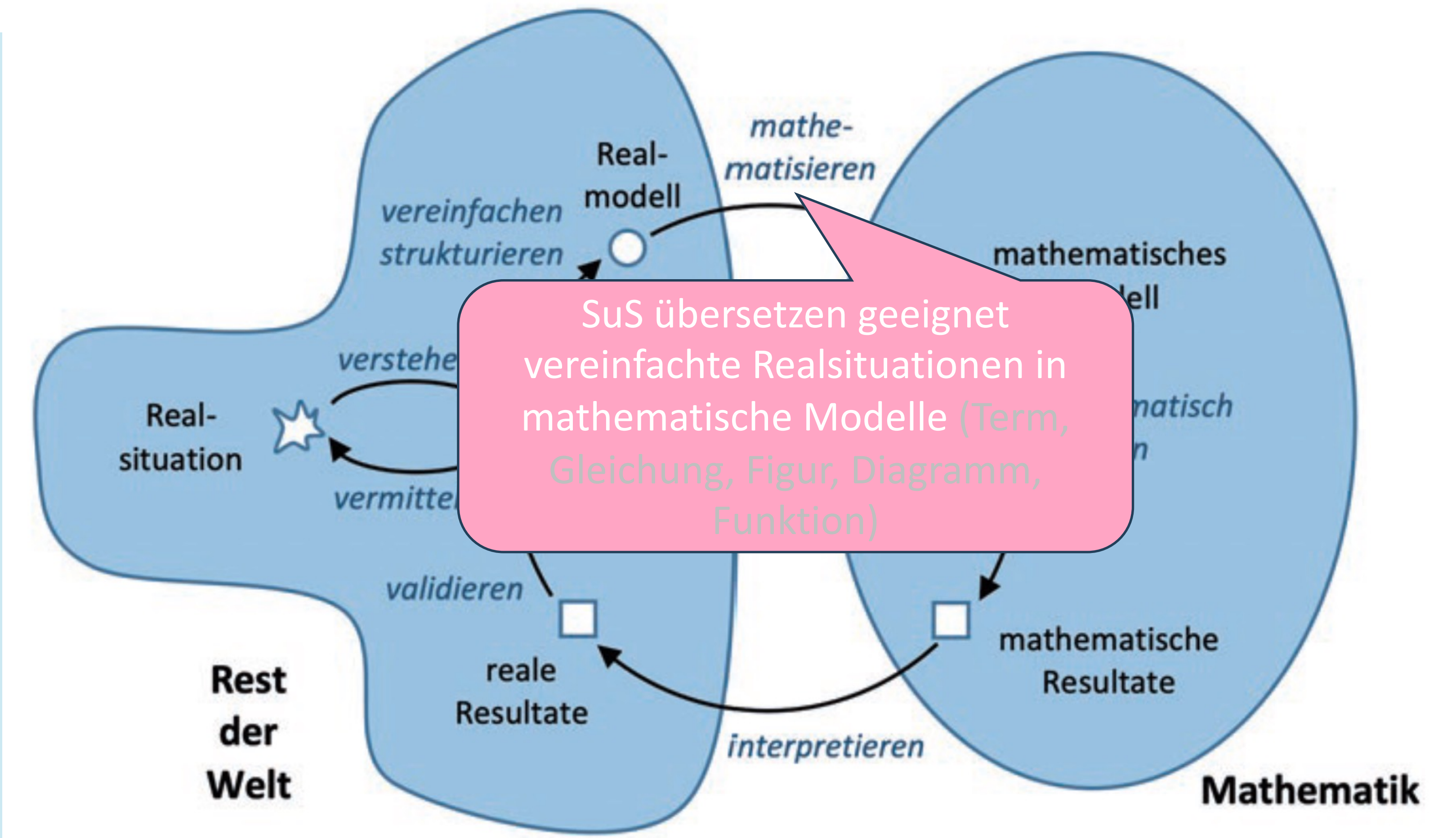
# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)



# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe: Feuerwehr

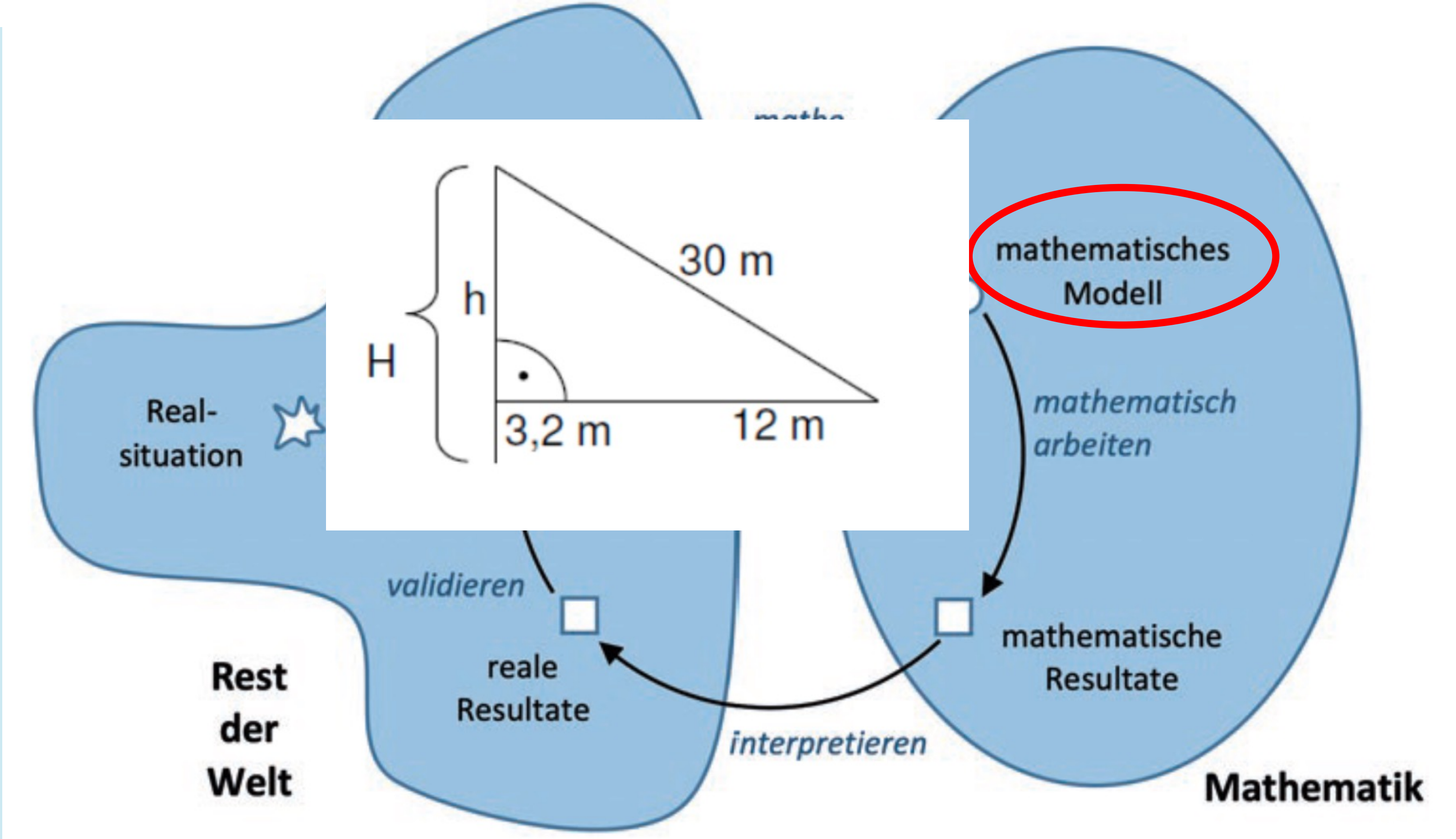


# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)

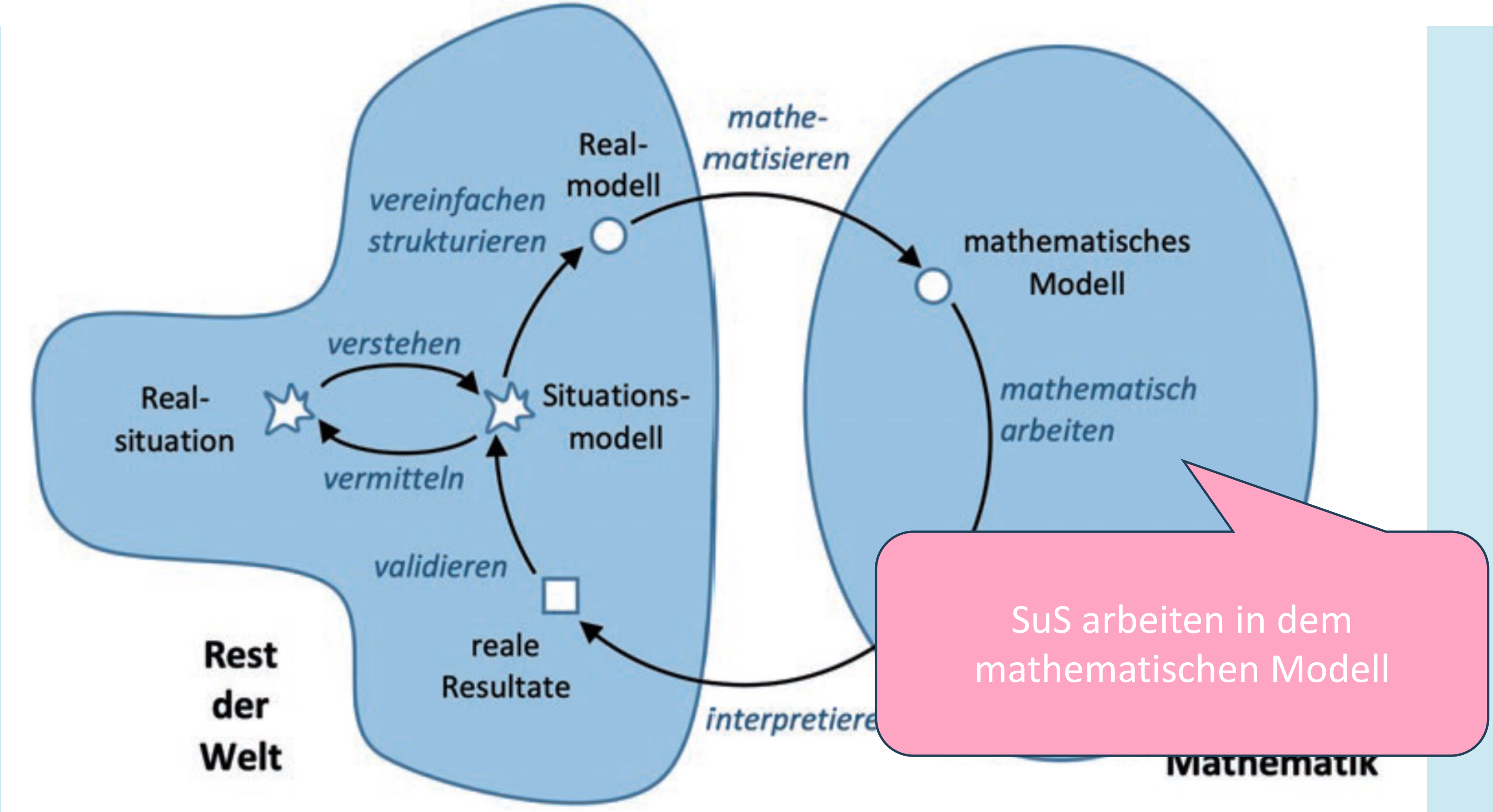



SuS übersetzen geeignet vereinfachte Realsituationen in mathematische Modelle (Term, Gleichung, Figur, Diagramm, Funktion)

# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe: Feuerwehr



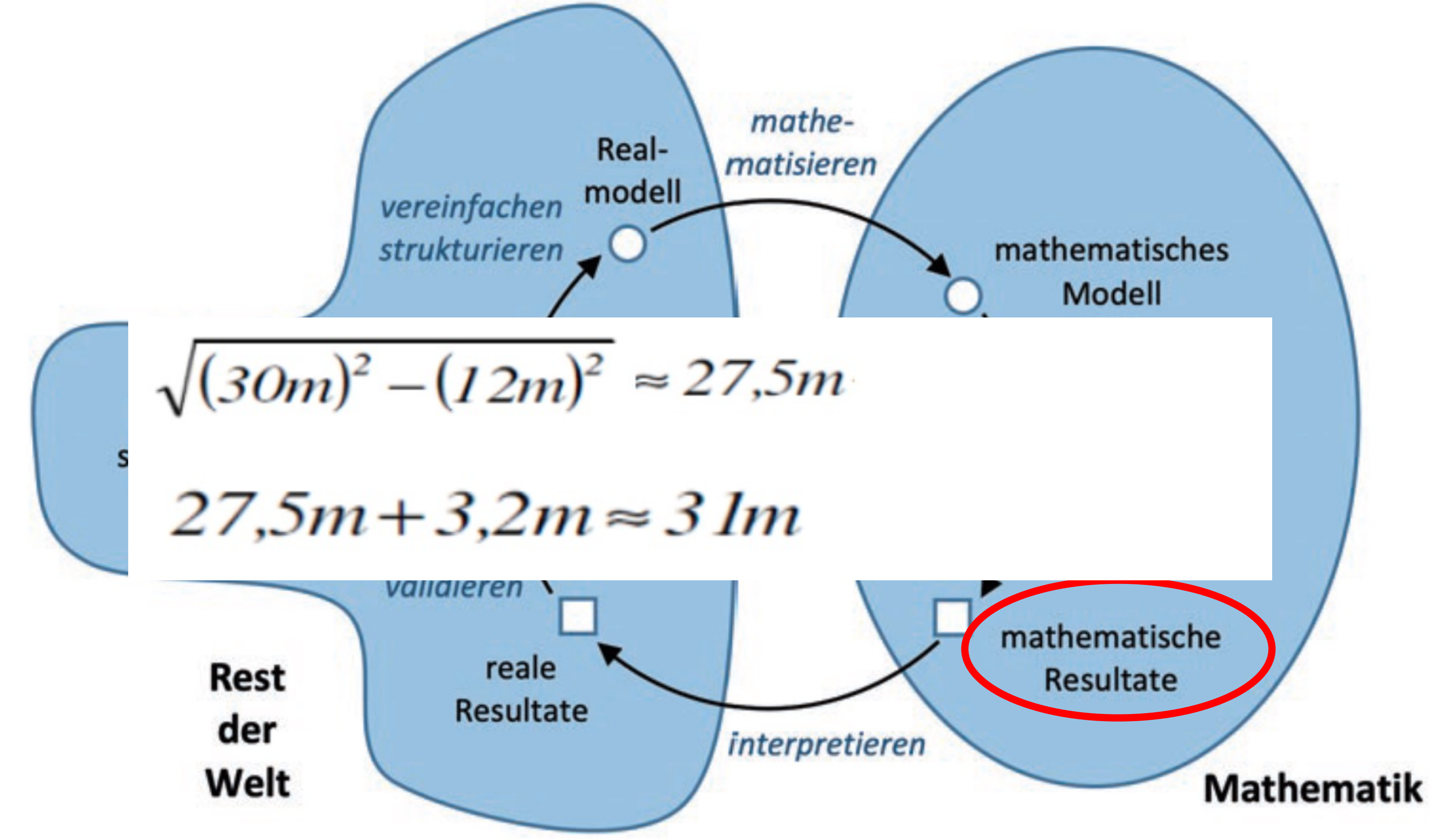
# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)




mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung,
Wissenschaft und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein

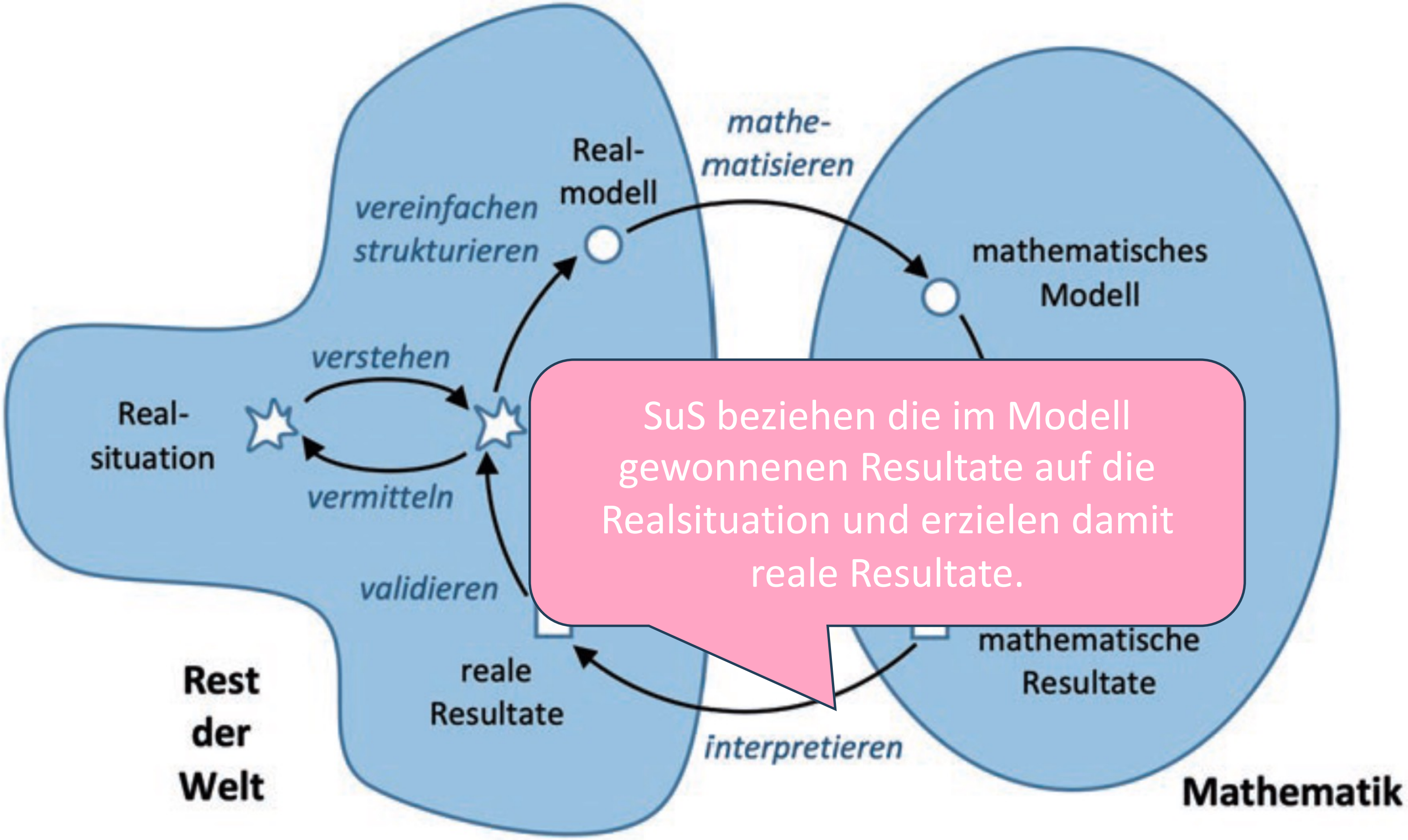
# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe: Feuerwehr




$$\sqrt{(30m)^2-(12m)^2}\approx 27{,}5m$$

$$27{,}5m+3{,}2m\approx 31m$$

# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)

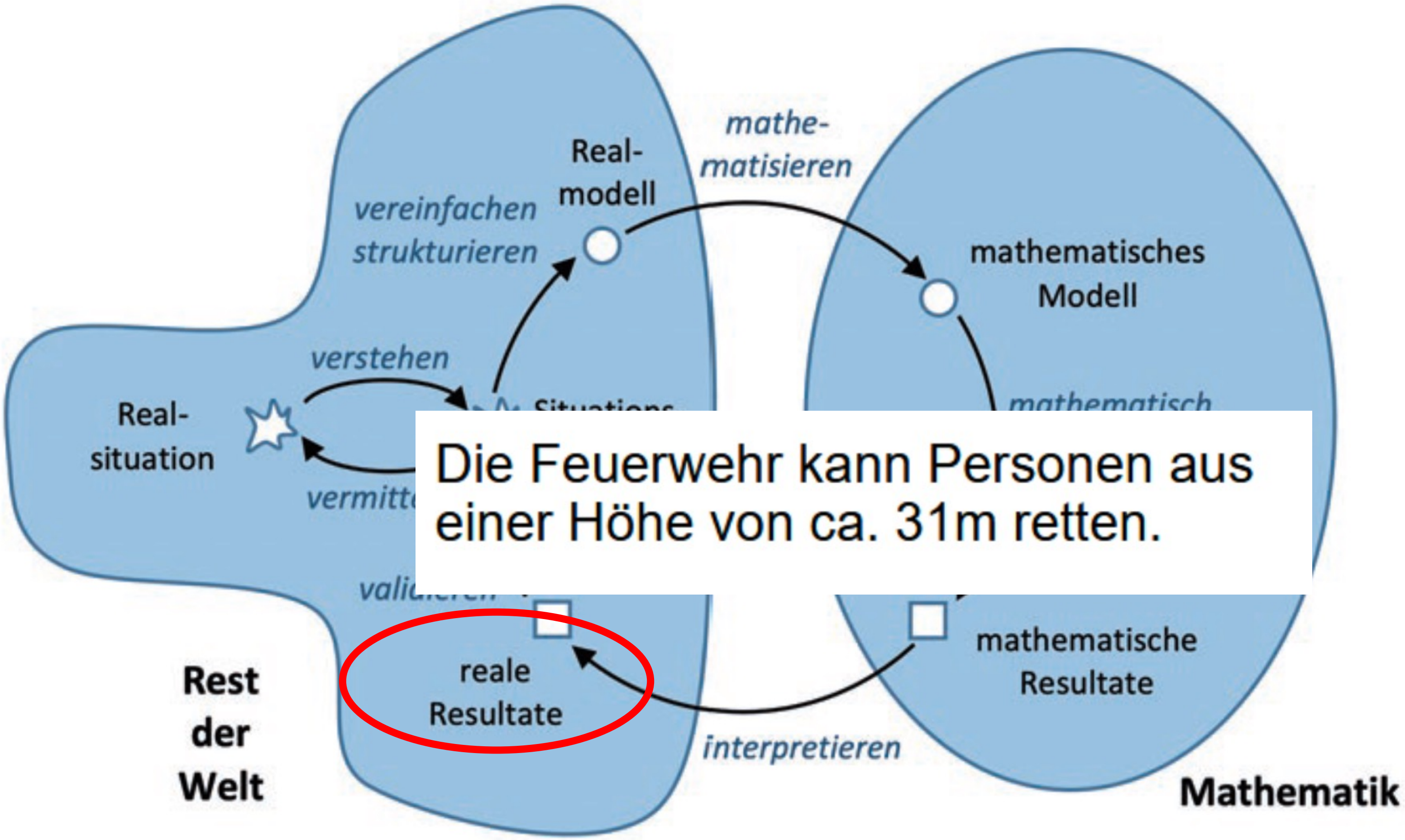



SuS beziehen die im Modell gewonnenen Resultate auf die Realsituation und erzielen damit reale Resultate.

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe: Feuerwehr

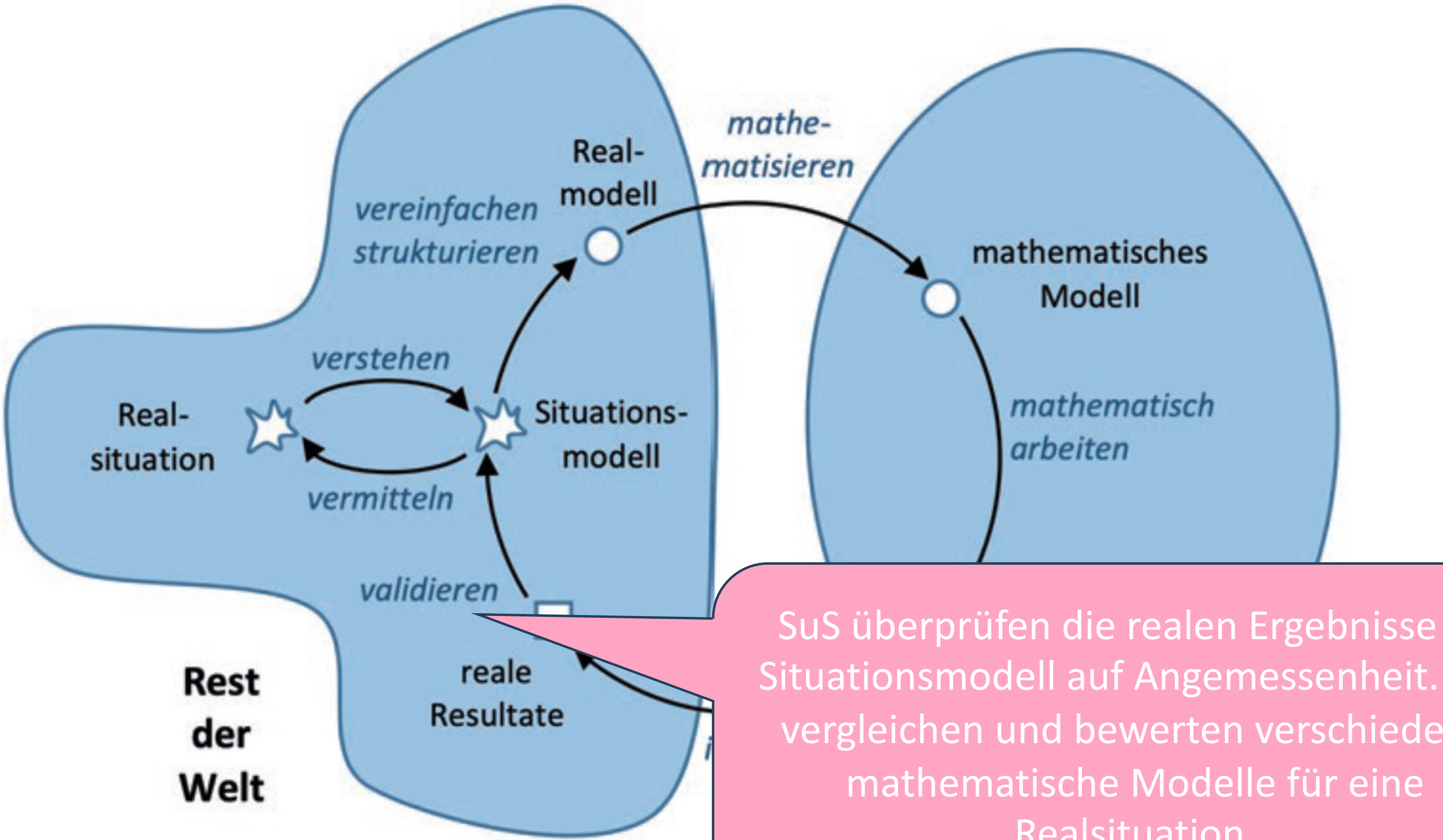



Die Feuerwehr kann Personen aus einer Höhe von ca. 31m retten.

mathe.sh

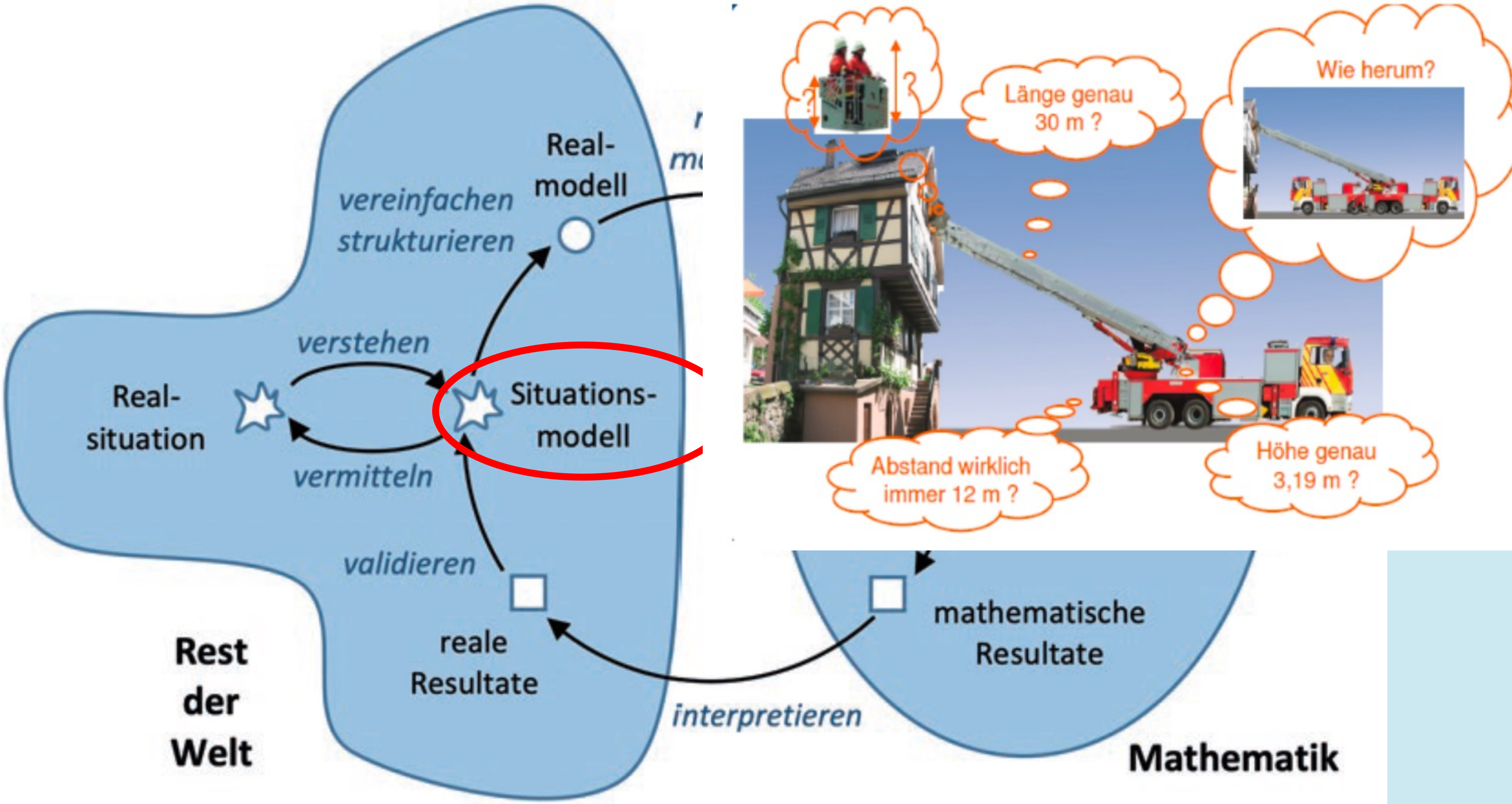
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)

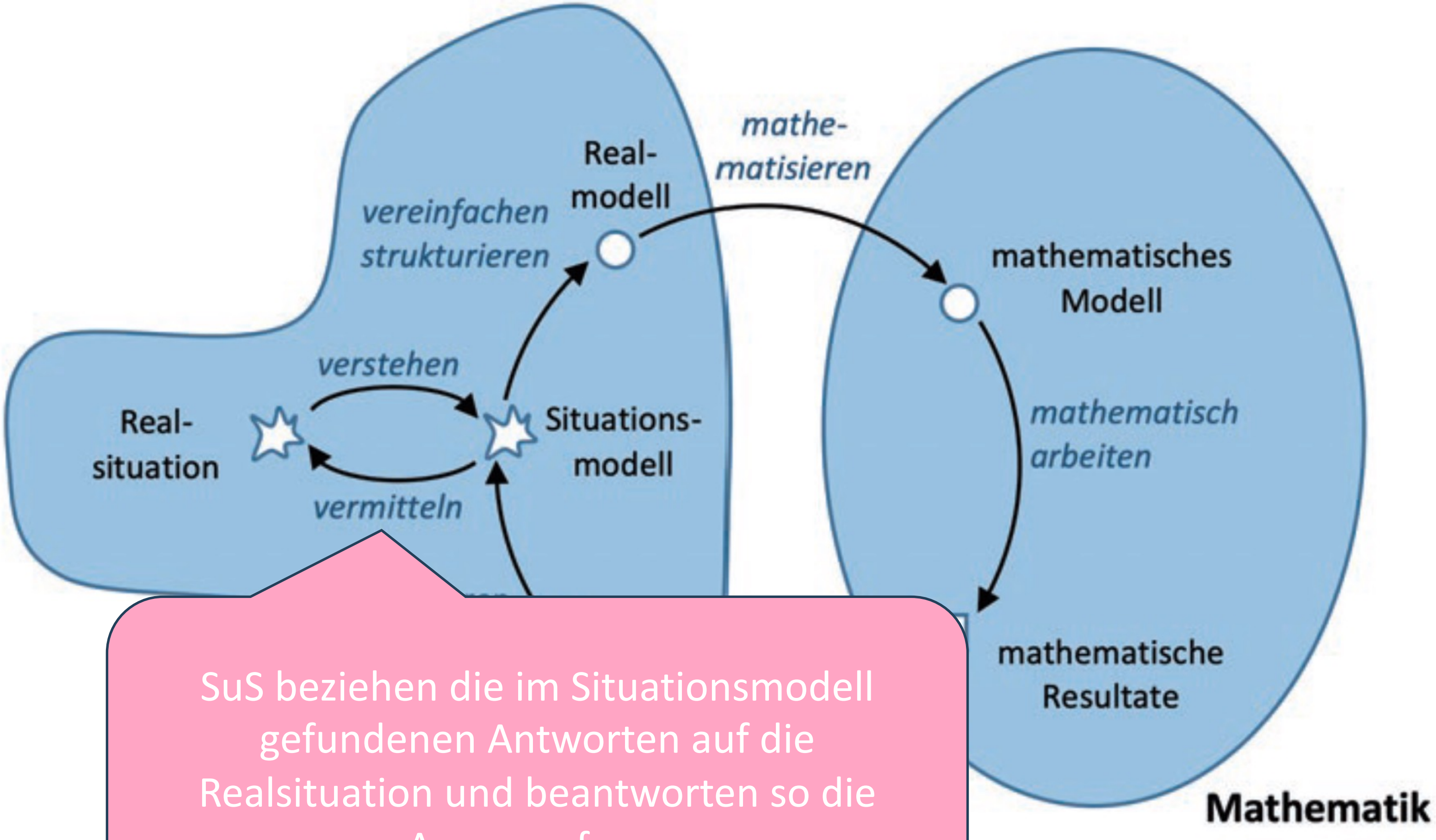



SuS überprüfen die realen Ergebnisse im Situationsmodell auf Angemessenheit. SuS vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation.

# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe: Feuerwehr



# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)

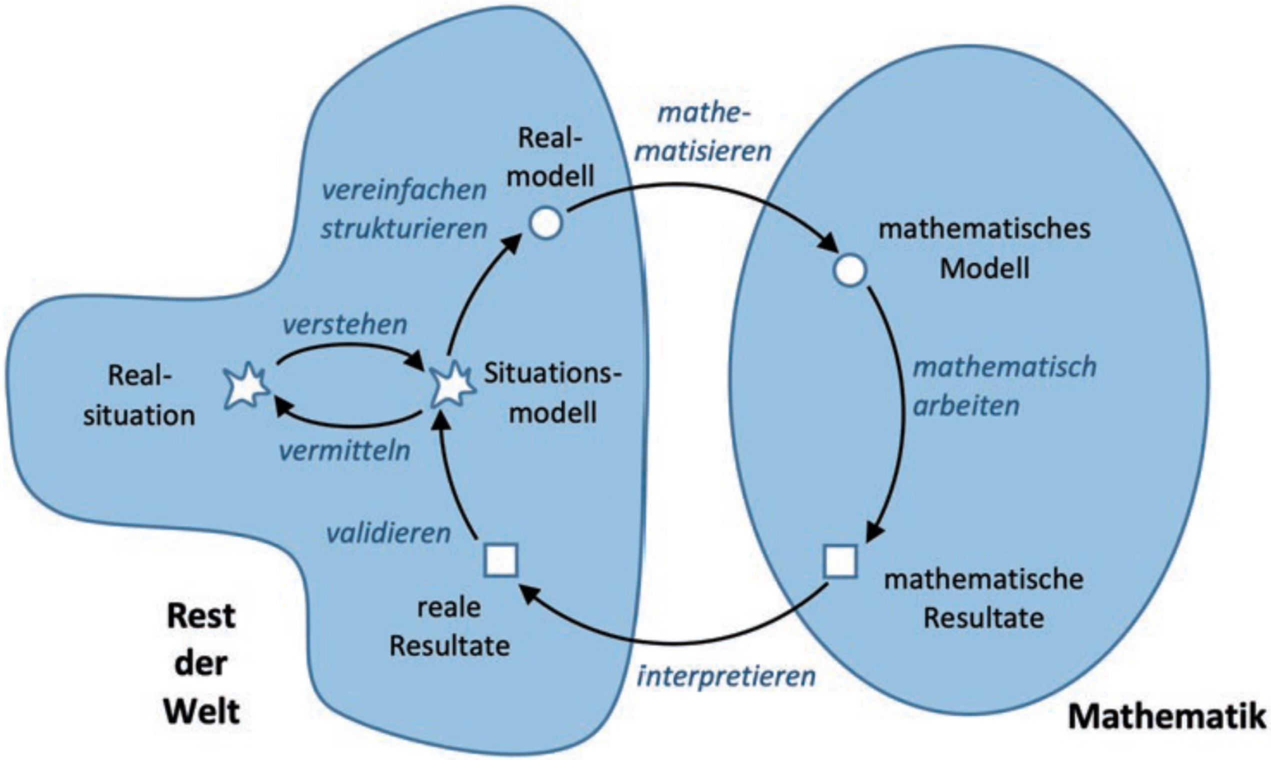



SuS beziehen die im Situationsmodell gefundenen Antworten auf die Realsituation und beantworten so die Ausgangsfrage

mathe.sh

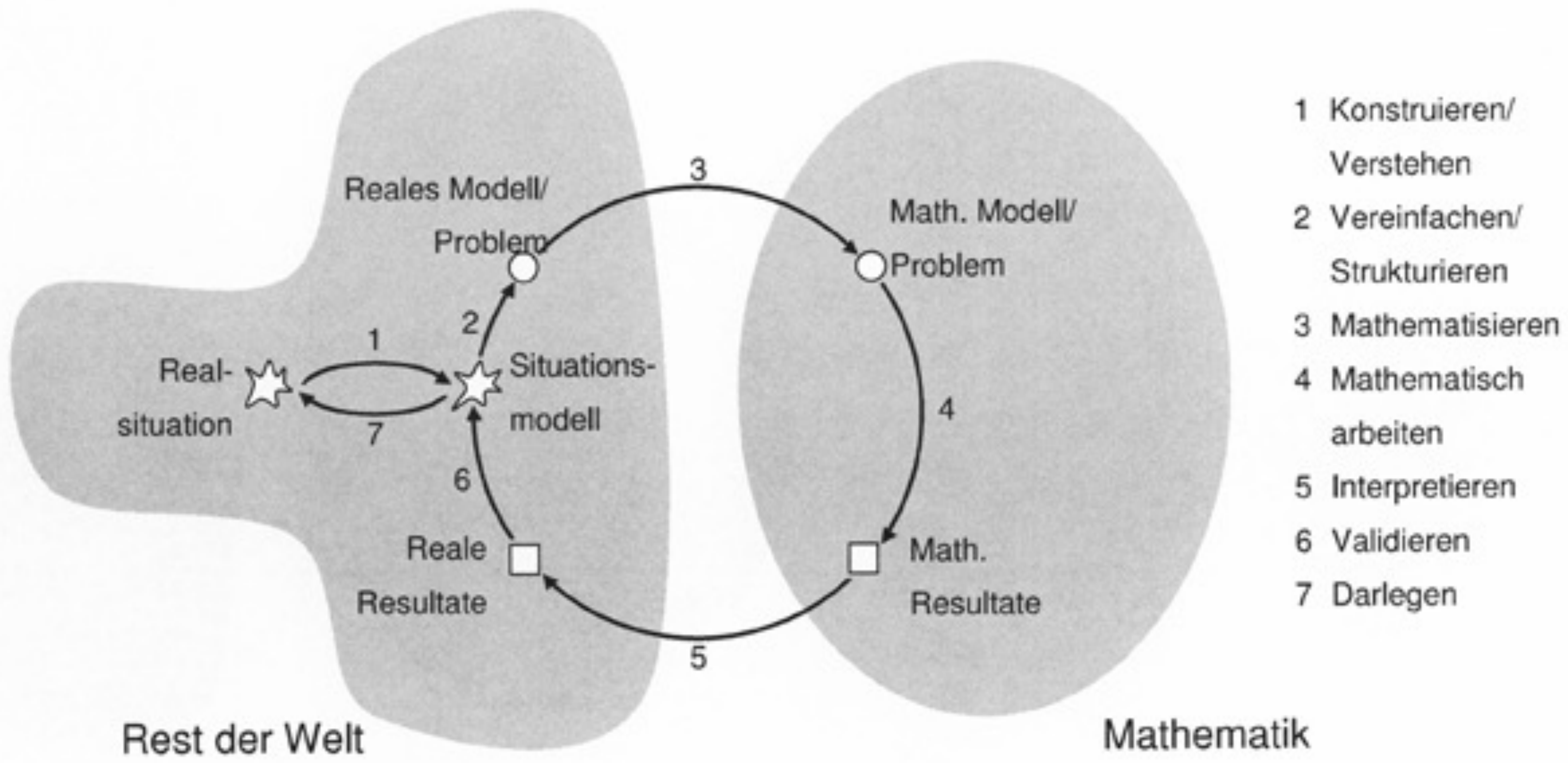
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)




**Außerdem: metakognitive Kompetenzen**
z.B. zielgerichtet vorgehen, angemessene Techniken auswählen und ggf. korrigieren, das eigene Vorgehen begründen und bewerten (auch schriftlich), Bedeutung von Mathematik in der realen Welt beurteilen

# Muss der Kreislauf vollständig durchlaufen werden?

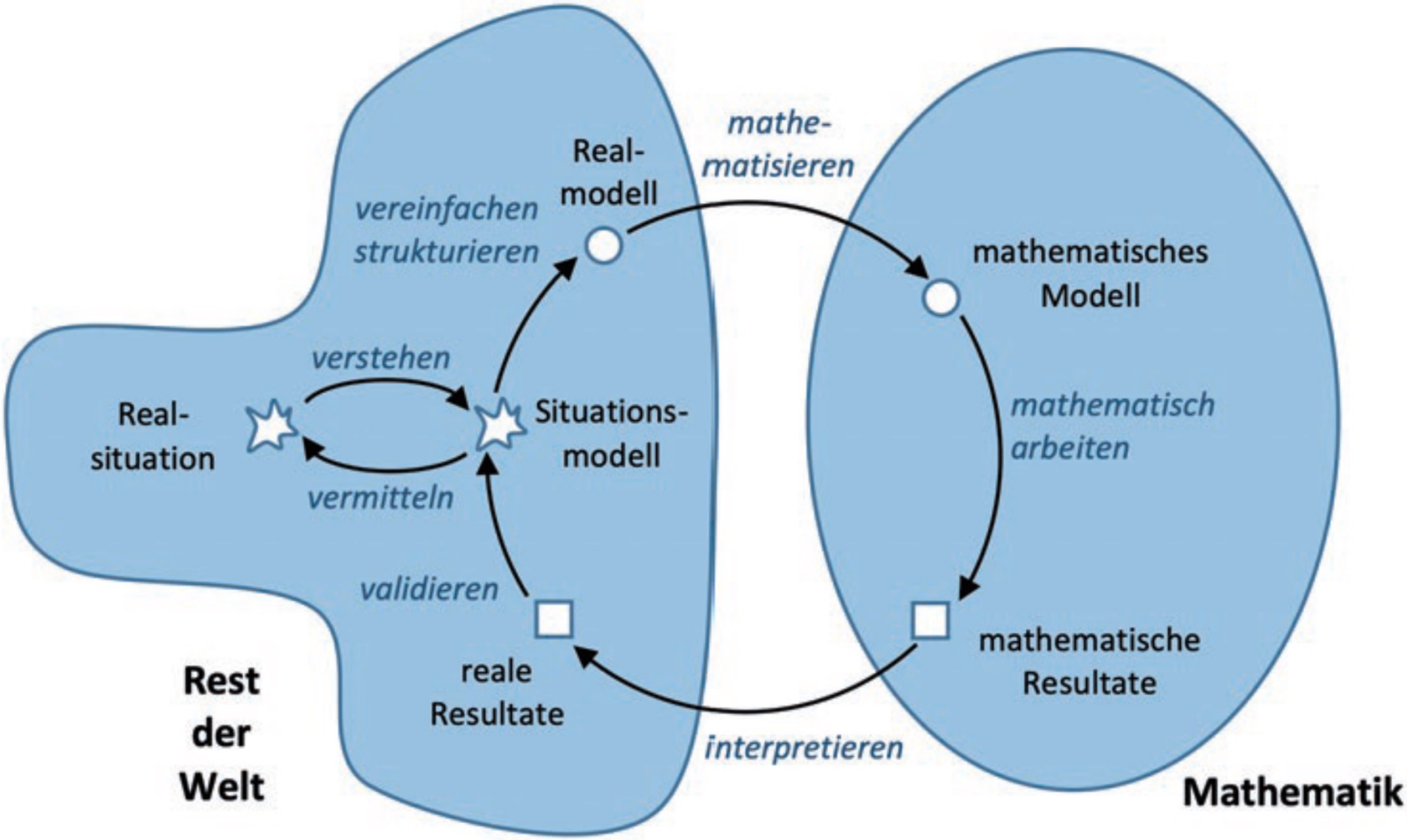



Modellierungskreislauf nach Blum & Leiß (2006)

# Üben von Teilprozessen
## (des Modellierungskreislaufs mittels geeigneter Aufgabenformate)

mathe.sh
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)

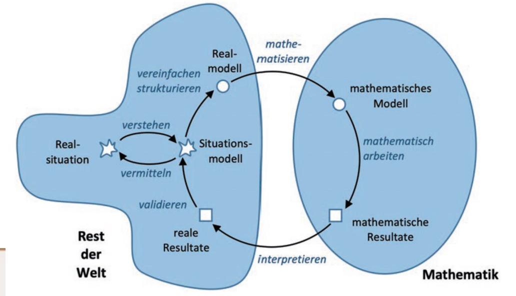



mathe.sh

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Teilkompetenzen im Modellierungskreislauf

Greefrath, Gilbert (2015): Foliensatz zum Vortrag „Modellierungsaufgaben für VERA“ an der WWU Münster am 04. September 2015



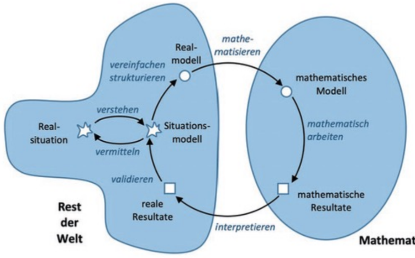

| Teilkompetenz | Indikator |
|---|---|
| **Verstehen** | Die Schülerinnen und Schüler konstruieren ein eigenes mentales Modell zu einer gegebenen Problemsituation und verstehen so die Fragestellung. |
| **Vereinfachen** | Die Schülerinnen und Schüler trennen wichtige und unwichtige Informationen einer Realsituation. |
| **Mathematisieren** | Die Schülerinnen und Schüler übersetzen geeignet vereinfachte Realsituationen in mathematische Modelle (z. B. Term, Gleichung, Figur, Diagramm, Funktion) |
| **Interpretieren** | Die Schülerinnen und Schüler beziehen die im Modell gewonnenen Resultate auf die Realsituation und erzielen damit reale Resultate. |
| **Validieren** | Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die realen Resultate im Situationsmodell auf Angemessenheit. |
| **Vermitteln** | Die Schülerinnen und Schüler beziehen die im Situationsmodell gefundenen Antworten auf die Realsituation und beantworten so die Fragestellung. |

# Aufgabe zum Vereinfachen

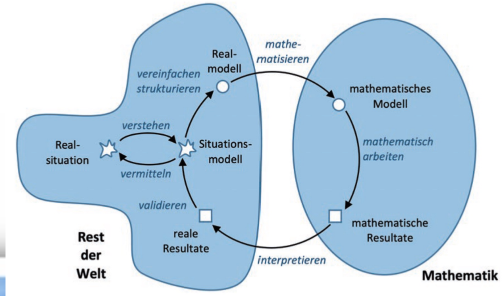


Katja und Toni wollen berechnen, wie viele Menschen sich vermutlich in einem Stau der Länge 180 km befinden. Sie haben sich überlegt, welche Informationen wichtig sein könnten. Sie haben eine Liste von benötigten Informationen erstellt. Für welche dieser Informationen würdest du dich entscheiden? Begründe!

- Fahrzeuglänge
- Wetter
- Art des Fahrzeugs
- Benzinverbrauch
- Bundesland
- Abstand zum nächsten Pkw
- Anzahl der Fahrspuren
- Wochentag
- Jahreszeit
- Alter des Fahrers
- Anzahl der Mitfahrer
- Tageszeit
- Baustellen

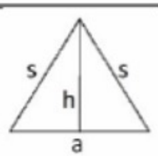
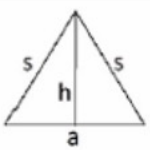
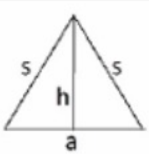
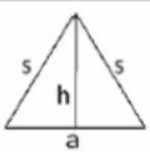



Greefrath, Gilbert (2015): Foliensatz zum Vortrag „Modellierungsaufgaben für VERA“ an der WWU Münster am 04. September 2015

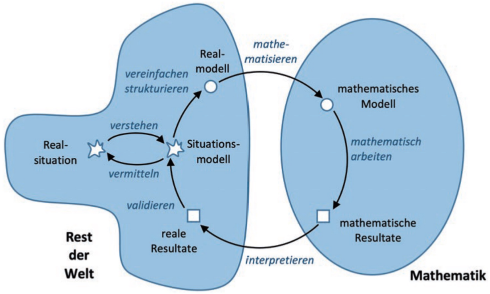



# Aufgabe zum Mathematisieren

**Die Bewohner dieses Hauses möchten die weiße Dachkante neu streichen und wollen dazu erstmal wissen, wie lang eine dieser beiden Kanten ist.**
**Welches der untenstehenden mathematischen Modelle passt am besten, um die Länge der weißen Dachkanten zu bestimmen? Kreuze an.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| |   $s = \sqrt{h^2 + a^2}$ | |   $s = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}$ |
| **x** |   $s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ | |   $s = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - h^2}$ |

# Aufgaben zum Interpretieren




**Herr Schmitz stellt fest, dass auf den Boden seines 20 cm hohes Bierglases genau ein Streichholz der Länge 6 cm hinein legen kann.**
**Er rechnet nun Folgendes:**

$$\pi \cdot (3cm)^2 \cdot 12cm : 1000 = 0,34dm^3$$

**Was hat er mit diesem Ergebnis im Zusammenhang mit dem Bierglas berechnet?**

Greefrath, Gilbert (2015): Foliensatz zum Vortrag „Modellierungsaufgaben für VERA“ an der WWU Münster am 04. September 2015

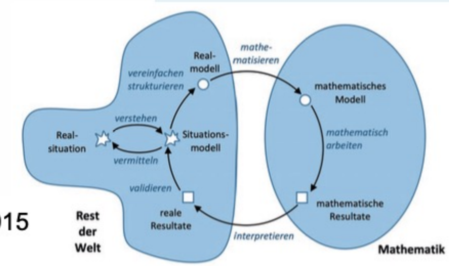
# Aufgabe zum Validieren

Katja und Toni wollen berechnen, wie viele Menschen sich vermutlich in einem Stau der Länge 180 km befinden. Sie gehen davon aus, dass ein Fahrzeug 10 m Platz auf der Straße benötigt und haben sich folgende Rechnungen überlegt

$3 \cdot 18000 \cdot 4 =$

$3 \cdot 18000 \cdot 2 =$

Vergleiche die beiden Rechnungen und bewerte sie!




Greefrath, Gilbert (2015): Foliensatz zum Vortrag „Modellierungsaufgaben für VERA“ an der WWU Münster am 04. September 2015

# Fermi - Aufgaben


mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Fermi - Aufgaben


- Die Aufgaben sind nach Enrico Fermi (ital. Kernphysiker,1901 – 1954) benannt. Dieser war für seine Abschätzungen sehr bekannt.
- Berühmte Aufgabe – Wie viele Klavierstimmer leben in Chicago?
- Viele Verlage bieten Materialien an (Fermi-Boxen, Fermi – Aufgabensammlungen...)

# Bei Fermi – Aufgaben…

… scheint es sich zunächst um ein unlösbares Problem zu handeln,

auf das man sich erst einmal einlassen muss,

… müssen fehlende Informationen aus Annahmen, Alltagssituationen, durch Schätzen, Vermuten, Überschlagen, Nachschlagen oder das Befragen von Experten gewonnen werden,

… gibt es keine eindeutigen Lösungswege und erst recht nicht „**die** richtige oder falsche Lösung",

… muss die gefundene Lösung plausibel begründet, überprüft und inkl. Vorgehensweisen erklärt werden,

… werden Kompetenzen wie das Erforschen, das Überschlagen, das Arbeiten mit großen Zahlen, das Umrechnen von Größen, das Nutzen von Alltagswissen, das Argumentieren, das Kommunizieren, die Selbstständigkeit und das Anwenden heuristischer Strategien gefördert,

…. werden alle Schritte des Modellierens durchlaufen.

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Weitere Beispiele für Fermi-Aufgaben

Wie lange würdest du brauchen, um zu Fuß von Kiel nach Konstanz zu kommen?

Wie viele Bäume gibt es in Schleswig-Holstein?

Wie oft schlägt das Herz eines Menschen seinem ganzen Leben?

Wie viele Menschen müssen in ein Schwimmbad steigen, damit der Wasserspiegel um 10 cm steigt?

# Bewertung von Modellierungsaufgaben

# Bewertung von Modellierungsaufgaben

**Wie sind verschiedene Lösungen zu bewerten?**

- Wie geht man vor, wenn gar nicht richtig beurteilt werden kann, ob die Lösung sinnvoll ist oder nicht?
- Wie geht man damit um, dass mögliche Teillösungen nicht erfolgen - insbesondere dann, wenn diese aus der Aufgabenstellung nur durch einen starken Kontextbezug erschlossen werden können?
- Wie stark zählen Berechnungsfehler?
- Wie genau muss gerechnet werden, oder reichen Argumentationen?
- Wie bewertet man eine sehr einfache richtige Lösung gegenüber einer komplexen Lösung mit (kleinen) Fehlern?
- Zählen Fehler beim Validieren genauso stark wie Fehler beim Mathematisieren oder beim Rechnen?

# Bewertungsschema für Modellierungskompetenzen
**(nach Maaß S. 40 ff.)**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | **Bildung des Realmodells:**<br>– Sind die getroffenen Annahmen sinnvoll?<br>– Ist der Grad der Vereinfachung der Problemfrage angemessen? | **0 — 10 Punkte** |
| 2 | **Mathematische Bearbeitung:**<br>– Wurden die relevanten Größen und Beziehungen richtig mathematisiert?<br>– Wurde eine adäquate mathematische Notation gewählt?<br>– Wurden mathematisches Wissen und heuristische Strategien zur Lösung des mathematisierten Problems richtig angewendet?<br>– Ist die Lösung mathematisch korrekt? | **0 — 15 Punkte** |
| 3 | **Interpretation der Lösung:**<br>– Wird die mathematische Lösung bezogen auf die Realität interpretiert?<br>– Ist die Interpretation korrekt? | **0 — 5 Punkte** |
| 4 | **Kritische Reflexion:**<br>– Werden alle nötigen Aspekte berücksichtigt?<br>– Bleibt die Reflexion oberflächlich?<br>– Werden Vergleichswerte hinzugezogen? | **0 — 10 Punkte** |
| 5 | **Dokumentation des Vorgehens:**<br>– Werden die einzelnen Schritte des Vorgehens beschrieben und erläutert? | **0 — 15 Punkte** |
| 6 | **Zielgerichtetes Vorgehen:**<br>– Geht der Lernende zielgerichtet beim Modellieren vor oder verliert er sich in Details, ohne ein Ergebnis zu erreichen? | **0 — 5 Punkte** |
| | | **max. 60 Punkte** |

| Die Aufgabe verstehen | Ein Modell erstellen |
| --- | --- |
| ☐ Sind die getroffenen Annahmen sinnvoll?<br>☐ Ist der Grad der Vereinfachung der Problemfrage angemessen? | ☐ Wurden die relevanten Größen und Beziehungen richtig mathematisiert?<br>☐ Wurden mathematisches Wissen und heuristische Strategien zur Lösung des mathematisierten Problems richtig angewendet? |
| **Das Ergebnis erklären** | **Mathematik nutzen** |
| ☐ Wird die mathematische Lösung bezogen auf die Realität interpretiert?<br>☐ Ist die Interpretation korrekt?<br>☐ Werden alle nötigen Aspekte berücksichtigt?<br>☐ Bleibt die Reflexion oberflächlich?<br>☐ Werden Vergleichswerte hinzugezogen? | ☐ Wurde eine adäquate mathematische Notation gewählt?<br>☐ Ist die Lösung mathematisch korrekt? |
| **Dokumentation des Vorgehens** | **Zielgerichtetes Vorgehen** |
| ☐ Werden die einzelnen Schritte des Vorgehens beschrieben und erläutert? | ☐ Geht der Lernende zielgerichtet beim Modellieren vor oder verliert er sich in Details, ohne ein Ergebnis zu erreichen? |

# Aufgabe

Mathematik 5-10, 37, 2026, S. 26f.

**Überprüfen** Sie, ob eine politische Absicht hinter diesem Aufgebot steckt oder ob all diese Kisten wirklich notwendig waren, um die 4.000.000 Unterschriften zu befördern?

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

**Aktivität 8** **Schülerlösungen bewerten/beurteilen**

**a) Bewerten** Sie die Schülerlösungen anhand des Schemas (nach Katja Maaß)
**b) Tauschen** Sie sich mit Ihrem Sitznachbarn über Ihre Bewertungsschwerpunkte aus.

3

$4000\,000 : 5000 = 800$
$800 \times 2 = 1600$ kg
$30 \times 6 = 180$ cm³
$800 \times 1800$ cm³ $= 144\,000$ cm²
$144\,000$ cm³ $= 14{,}4$ m³

$4 \times 2 = 8$ m³
$14{,}4 : 8 = 1{,}8$

Kims Lösung

4

1 Blatt → 15 Unterschriften
4 000 000 : 15 = 2666 667 Blätter
2,666.667 : 500 = 534 Pakete
Ladevolumen Transporter 9,0 m³
Volumen Paket 0,0027 m³ → V = a·b·c
9 : 0,0027 = 3333,3 → Pakete passen in einen Transporter.
Weitere Rechenschritte:
Gewichtberechnung Pakete
Darf der Transporter mit dem Gewicht fahren?

Rons Lösung

5 Nr. 4

Anzahl Unterschriften pro Blatt : ca. 10 U

dicke 80 Blatt (DinA4 Block) : ca. 1 cm ≙ ca. 10 mm

dicke 1 DinA4 Blatt : $10 : 80 = 0{,}125$ mm

Blätter für Unterschriften : $0{,}125 \cdot 4.000.000 = \underline{\underline{500.000}}$ Blätter

Blätter in Blöcken (DinA4) : $500.000 : 80 = 6250$ Blöcke

Dicke der Blöcke : $6.250 \cdot 1\,cm = 6.250\,cm ≙ 62{,}5\,m$

Höhe Transporter : ca. 2m

Breite Transporter : ca. 1,5 m

Länge Transporter : ca. 3,5 m

Fracht raum für Blätter : $3{,}5\,m\,l \cdot 1{,}5\,m\,h \cdot 1{,}5\,m\,b = \underline{\underline{7{,}875\,m^3}}$

Breite Block : ca. 20 cm

Länge Block : ca. 30 cm

Höhe Block : ca. 1 cm

benötigten Platz pro Block : $1\,cm\,h \cdot 30\,cm\,l \cdot 20\,cm\,b = \underline{\underline{600\,cm^3}}$

Frachtraum Blätter in $cm^3$ : $7{,}875\,m^3 = \underline{\underline{7875\,cm^3}}$

Anzahl Blöcke pro Laster : $7875\,cm^3 : 600\,cm^3 = 13{,}1 ≙ \underline{\underline{13}}$ Blöcke pro Laster

benötigte Laster : $6250 : 13 = \underline{\underline{480{,}7}}$ Laster

Antwort: Nein, denn man braucht ca. 481 Laster, um alle Unterschriften zu Transportieren

Kayas Lösung

**3**

$4000000 : 5000 = 800$

$800 \times 2 = 1600\,kg$

$30 \times 6 = 180\,cm^3$

$800 \times 1800\,cm^3 = 144000\,cm^2$

$144000\,cm^3 = 14{,}4\,m^3$

$4 \times 2 = 8\,m^3$

$14{,}4 : 8 = 1{,}8$

Kims Lösung

4

1 Blatt → 15 Unterschriften

4 000 000 : 15 = 2 666 667 Blätter

2.666.667 : 500 = 534 Pakete

Ladevolumen Transporter 9,0 m³
Volumen Paket 0,0027 m³ → V = a·b·c
9 : 0,0027 = 3333,3 → Pakete passen in einen Transporter.
Weitere Rechenschritte:
Gewichtberechnung Pakete
Darf der Transporter mit dem Gewicht fahren?

**Rons Lösung**

# Bewertungsschema für Modellierungskompetenzen
**(nach Maaß S. 40 ff.)**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | **Bildung des Realmodells:**<br>– Sind die getroffenen Annahmen sinnvoll?<br>– Ist der Grad der Vereinfachung der Problemfrage angemessen? | **0 — 10 Punkte** |
| 2 | **Mathematische Bearbeitung:**<br>– Wurden die relevanten Größen und Beziehungen richtig mathematisiert?<br>– Wurde eine adäquate mathematische Notation gewählt?<br>– Wurden mathematisches Wissen und heuristische Strategien zur Lösung des mathematisierten Problems richtig angewendet?<br>– Ist die Lösung mathematisch korrekt? | **0 — 15 Punkte** |
| 3 | **Interpretation der Lösung:**<br>– Wird die mathematische Lösung bezogen auf die Realität interpretiert?<br>– Ist die Interpretation korrekt? | **0 — 5 Punkte** |
| 4 | **Kritische Reflexion:**<br>– Werden alle nötigen Aspekte berücksichtigt?<br>– Bleibt die Reflexion oberflächlich?<br>– Werden Vergleichswerte hinzugezogen? | **0 — 10 Punkte** |
| 5 | **Dokumentation des Vorgehens:**<br>– Werden die einzelnen Schritte des Vorgehens beschrieben und erläutert? | **0 — 15 Punkte** |
| 6 | **Zielgerichtetes Vorgehen:**<br>– Geht der Lernende zielgerichtet beim Modellieren vor oder verliert er sich in Details, ohne ein Ergebnis zu erreichen? | **0 — 5 Punkte** |
| | | **max. 60 Punkte** |

# Kim

3 $4000\,000 : 5000 = 800$

$800 \times 2 = 1600$ kg

$30 \times 6 = 180$ cm$^3$

$800 \times 1800$ cm$^3$ $= 144\,000$ cm$^2$

$144\,000$ cm$^3$ $= 14{,}4$ m$^3$

$4 \times 2 = 8$ m$^3$

$14{,}4 : 8 = 1{,}8$

Kims Lösung

- Kim geht offenbar von 4 Mio Unterschriften aus
- Warum durch 5000 geteilt wird, bleibt unklar
- Ebenso wie alle weiteren Rechnungen
- Keine Dokumentation des Vorgehens

## Schülerlösungen bewerten

# Ron

4 1 Blatt → 15 Unterschriften

4 000 000 : 15 = 2 666 667 Blätter

2.666.667 : 500 = 534 Pakete

Ladevolumen Transporter $9{,}0\,m^3$

Volumen Paket $0{,}0027\,m^3 \rightarrow V = a \cdot b \cdot c$

$9 : 0{,}0027 = 3333{,}3$ → Pakete passen in einen Transporter.

Weitere Rechenschritte:

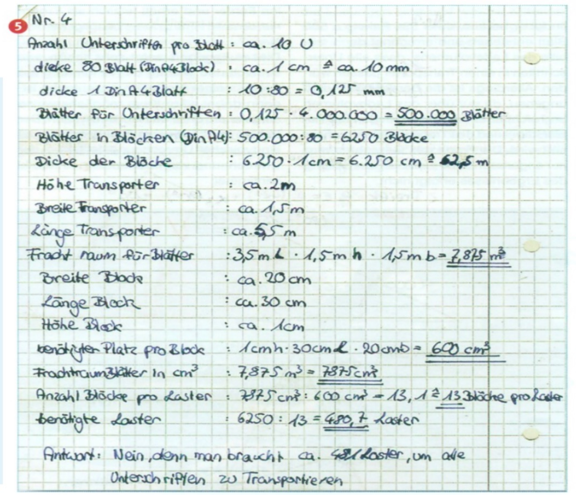
Gewichtberechnung Pakete

Darf der Transporter mit dem Gewicht fahren?

**Rons Lösung**

- S macht sinnvolle Annahmen
- S geht zielgerichtet vor: berechnet zunächst die Anzahl der beschriebenen Blätter, findet dann heraus, dass 543 Pakete a 500 Blatt entstehen und berechnet dann mit Hilfe des Ladevolumens, dass alle Pakete in einen Transporter passen.
- Allerdings Grad der Vereinfachung sehr hoch, da nur über Ladevolumen und nicht über Abmessungen des Transporters und der Papierstapel argumentiert wird.
- Gewicht interessanter Aspekt -> Validierung? Wird aber nicht ausgeführt
- Z.T. stark verkürzte Rechnungen, z.B. 5. Zeile (V_Paket)
- Dokumentation des Vorgehens sehr knapp, z.B.: In einen Transporter passen 3333 Pakete,
  gebraucht wird nur Platz für 534 Pakete

# Kaya


Nr. 4

Anzahl Unterschriften pro Blatt : ca. 10 U
dicke 80 Blatt (DinA4Block) : ca. 1 cm ≙ ca. 10 mm
dicke 1 DinA4Blatt : 10 : 80 = 0,125 mm
Blätter für Unterschriften : 0,125 · 4.000.000 = 500.000 Blätter
Blätter in Blöcken (DinA4): 500.000 : 80 = 6250 Blöcke
Dicke der Blöcke : 6.250 · 1 cm = 6.250 cm ≙ 62,5 m
Höhe Transporter : ca. 2 m
Breite Transporter : ca. 1,5 m
Länge Transporter : ca. 3,5 m
Fracht raum für Blätter : 3,5 m l · 1,5 m h · 1,5 m b = 7,875 m³
Breite Block : ca. 20 cm
Länge Block : ca. 30 cm
Höhe Block : ca. 1 cm
benötigten Platz pro Block : 1 cm h · 30 cm l · 20 cm b = 600 cm³
Frachtraum Blätter in cm³ : 7,875 m³ = 7875 cm³
Anzahl Blöcke pro Laster : 7875 cm³ : 600 cm³ = 13,1 ≙ 13 Blöcke pro Laster
benötigte Laster : 6250 : 13 = 480,7 Laster

Antwort: Nein, denn man braucht ca. 481 Laster, um alle Unterschriften zu Transportieren

Kayas Lösung

- S macht sinnvolle Annahmen
- S geht halbwegs zielgerichtet vor. Allerdings Fehler bei Berechnung der Anzahl der nötigen Blätter (4. Zeile): Statt 4 Mio durch 10 zu teilen multipliziert sie mit der Dicke des Blattes ???
- Außerdem fataler Fehler bei der Umrechnung des Frachtraumvolumens von Kubikmetern in Kubikzentimeter
- Validierung fehlt!!! 13 Blöcke pro Transporter sollte als unsinnig erkannt werden !!!!
- Grad der Vereinfachung sehr hoch, da nur über Ladevolumen und nicht über Abmessungen des Transporters und der Papierstapel argumentiert wird.
- Dokumentation des Vorgehens ist gut

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Modellierungsaufgaben
## (Präsentation als alternativer Leistungsnachweis)

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Bewertungsschema für Präsentations-kompetenzen (Leitfaden S. 80)

**Beispiel für eine Beurteilung einer Präsentation**

Eine Präsentation im Fach Mathematik kann mit Hilfe eines Rasters gemäß der folgenden Struktur beurteilt werden:

| | nicht erfüllt | teilweise erfüllt | überwiegend erfüllt | vollständig erfüllt |
|---|---|---|---|---|
| **Sicheres Auftreten** | ständiges Ablesen, zusammenhanglose Textwiedergabe | häufiges Ablesen, stockendes Vortragen | Orientierung an „Spickzetteln", zeitweises Ablesen | freies Vortragen, „Spickzettel" nur zur Orientierung verwendet |
| | **0** | **5** | **10** | **15** |
| **Verständliches Tafelbild** | ohne Zusammenhang, unvollständig, fehlerhaft | zum Teil fehlerhaft, zum Teil unvollständig | fehlerlos, im Wesentlichen vollständig | fehlerlos, vollständig, Gliederung dem Vortrag angepasst |
| | **0** | **5** | **10** | **15** |
| **Vorbereitetes Material** | nicht vorhanden | fehlerhaft, unvollständig, beschädigt | im Wesentlichen vollständig, fehlerlos, unbeschädigt | vollständig, fehlerlos, unbeschädigt, für den Vortrag geeignet aufbereitet |
| | **0** | **10** | **20** | **30** |
| **Klar formuliertes Thema** | Aufgabenstellung abgelesen, Problemstellung nicht deutlich | Aufgabenstellung mit eigenen Worten wiedergegeben, Problemstellung in Ansätzen deutlich | Aufgabenstellung mit Bezug zum Unterricht dargestellt, Problemstellung deutlich | persönliches Interesse an Aufgabenstellung wird deutlich, Ableitung von eigenen Vermutungen, Ideen |
| | **0** | **15** | **30** | **45** |
| **Verständliche Darstellung** | fehlerhafte, unvollständige Ergebnisse | teilweise fehlerhafte, unvollständige Ergebnisse, Ausführungen nur zum Teil nach-vollziehbar | Ergebnisse vollständig, Ausführungen meist nachvollziehbar vorgetragen | Ergebnisse klar strukturiert, nachvollziehbar vorgetragen |
| | **0** | **15** | **30** | **45** |
| **Eigene Bewertungen und Ideen** | nur „nackte" Tatsachen benannt, Lösungsschritte nicht verknüpft | Lösungsschritte nicht immer begründet, Fragen unsicher beantwortet | Lösungsschritte sinnvoll begründet, Fragen beantwortet (mit geringer Hilfe) | Lösungsschritte mit Blick auf Problemstel-lung begründet, Fragen sicher beantwortet |
| | **0** | **15** | **30** | **45** |
| **Dynamisches Vortragen** | kein Kontakt zum Publikum | teilweise Kontakt zum Publikum, zurückhaltend (auf sich selbst konzen-triert) präsentiert | regelmäßiger Kontakt zum Publikum, interessant präsentiert (mit Blick auf Publi-kumreaktionen) | ständiger Kontakt zum Publikum, spannend präsentiert (mit Einbezug des Publikums) |
| | **0** | **10** | **20** | **30** |
| **Geeigneter Abschluss** | keine Zusammenfassung | Antwortsatz formuliert | Ergebnisse zusammengefasst | Bezug zur Problemstellung hergestellt, eigene Vermutungen und Ideen aufgegriffen |
| | **0** | **5** | **10** | **15** |

*Quelle: Ulrike Stade, IQSH*

Leitfaden FA S.80

# Bewertungsschema für Präsentationskompetenzen

| Kriterium | Punkte | nicht erfüllt | teilweise erfüllt | überwiegend erfüllt | vollständig erfüllt |
|---|---|---|---|---|---|
| **Vortragsgestaltung** | 0 / 15 / 30 / 45 | ständiges Ablesen, Texte zusammenhanglos wiedergegeben, kein Kontakt zu Zuhörern | häufiges Ablesen, zögernd im Sprechen, wenig Kontakt | flüssiges Sprechen, teilweise Ablesen, sporadischer Kontakt | freies und flüssiges Sprechen, Spickzettel zur Orientierung, permanenter Kontakt |
| **Medieneinsatz** | 0 / 15 / 30 / 45 | kein Material, kein Medieneinsatz (Tafel etc.) über den Vortrag hinaus | sporadischer, zufälliger Medieneinsatz (z.B. ungeplantes Tafelbild) | anschauliche Gestaltung durch Material, Medieneinsatz | überzeugende Gestaltung durch vorbereitetes Material und gezielt ausgewählten Medieneinsatz, dem Vortrag angepasst |
| **Inhalt: Verständliche Darstellung** | 0 / 15 / 30 / 45 | nur „nackte" Tatsachen benannt | nur Teilergebnisse vorhanden | Ergebnisse vollständig | Ergebnisse klar strukturiert |
| **Sprache** | 0 / 15 / 30 / 45 | unsichere Ausdrucksweise, Fragen nicht beantwortet | zum Teil fehlerhafte Ausdrucksweise, Fragen unsicher beantwortet | korrekte Ausdrucksweise, Fragen meist sicher beantwortet | sicher verwendete Fachsprache, sicheres Reagieren auf Fragen (mit Hintergrundwissen) |
| **eigene Bewertungen/Ideen** | 0 / 15 / 30 / 45 | Lösungsschritte nicht begründet, Fachkenntnisse lückenhaft, keine Einsicht in die Problemstellung | Lösungsschritte nicht immer deutlich verknüpft und begründet, Fachkenntnisse nur mit deutlicher Hilfe abrufbar | Lösungsschritte meist sinnvoll verknüpft und begründet, wesentliche Kenntnisse vorhanden (geringe Hilfe) | Zusammenhänge für Außenstehende nachvollziehbar dargestellt, überzeugende Analyse der Fakten und Zusammenhänge |
| **Geeigneter Abschluss** | 0 / 5 / 10 / 15 | keine Zusammenfassung | Antwortsatz formuliert | Ergebnisse zusammengefasst | Bezug zum Thema hergestellt, auf Lernziele, Vermutungen eingegangen |

mathe.sh
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Textarbeit – Didaktisieren von Texten

mathe.sh
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Didaktisieren von Texten …

… meint die Vorbereitung, Begleitung und Nachbereitung des Leseprozesses durch die Lehrkraft mit dem Ziel der Vermittlung von Lesekompetenz, so dass die Schülerinnen und Schüler langfristig selbstständig mit Texten umgehen können.

Lesestrategien müssen erworben werden

und Lesen muss trainiert werden!

# Umgang mit Texten im Unterricht (allg.)

offensiver Umgang

Anpassung des Lesers an den Text

Strategien zur Verbesserung des Leseverständnisses

Lese-strategien

Lese-training

in Lernsituationen

Anpassung des Textes an den Leser

Veränderung des Textes zur Erleichterung des Leseverstehens

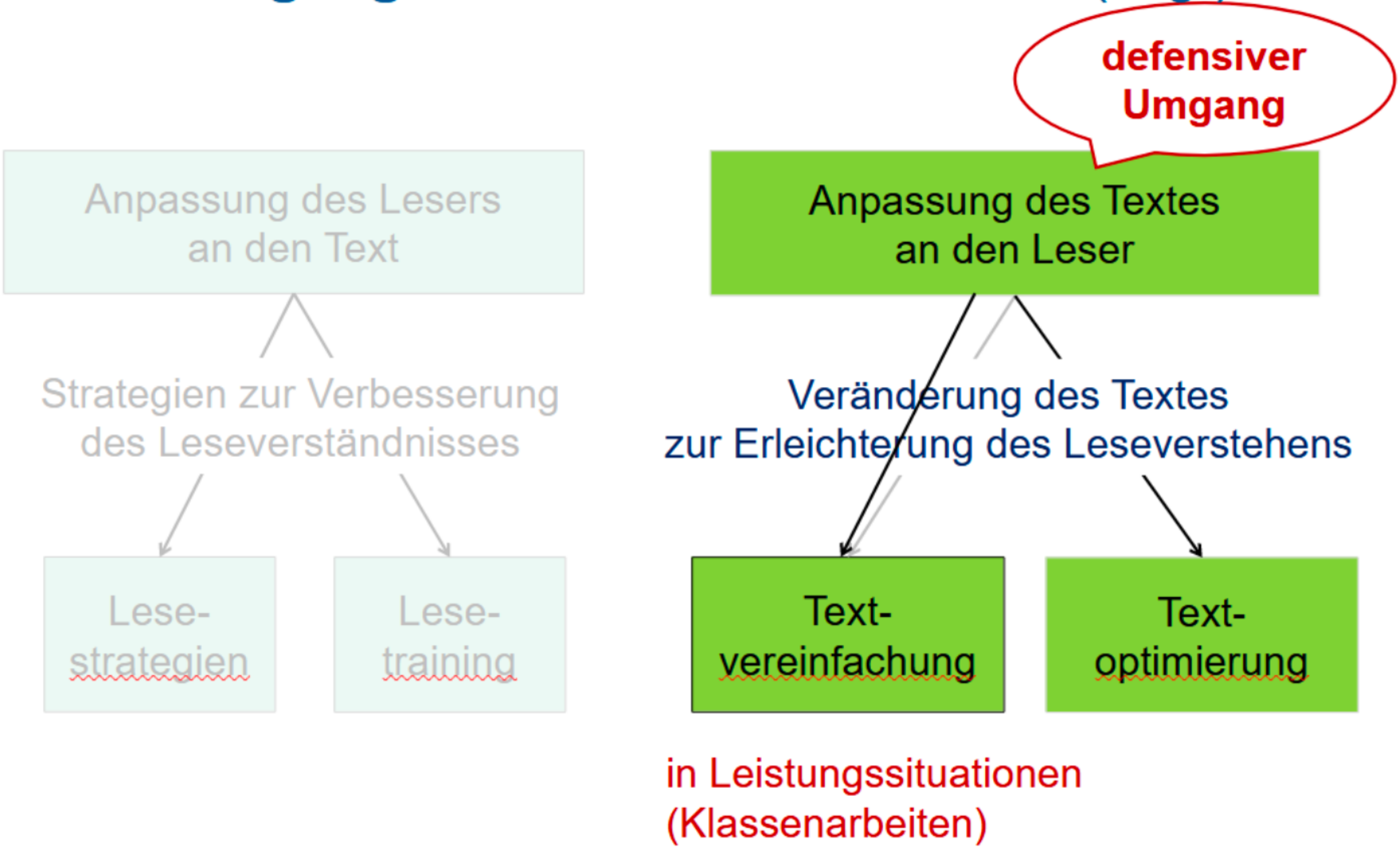
Text-vereinfachung

Text-optimierung

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Umgang mit Texten im Unterricht (allg.)

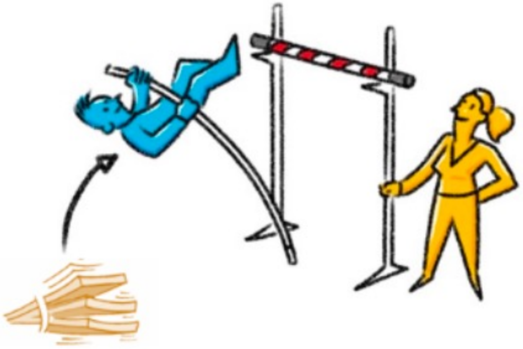


# Von der defensiven zur offensiven Strategie zum Umgang mit sprachlichen Schwierigkeiten

## Defensive Strategie:

- Anforderungen (z.B. der Texte) senken, bis sie zur Kompetenz der Lernenden passen
- mögliche Folge: Fossilierung der Sprachkompetenz statt Weiterentwicklung
- dennoch evtl. notwendig für neu Zugewanderte mit noch sehr rudimentären DaZ-Kenntnissen (beim Texte lesen)

## Offensive Strategie:



- nur wirklich unnötige Hürden vermeiden
- sonst lieber Lernende auf Hürden vorbereiten, d.h. ihre Kompetenz den Anforderungen anpassen

  ← immer wieder sprachlich herausfordern („Sprachbad“ herstellen)

- gilt auch für Sprechen und Schreiben der neu Zugewanderten, wenn auch ggf. mit „Sprungbrett“ wie Formulierungshilfen

## Original-Text aus einem Thüringer Kompetenztest

Um von Personen zu überprüfen, ob ihr Körpergewicht im gesundheitlich vertretbaren Bereich liegt, hat man den sogenannten „Body Mass Index“ (BMI) eingeführt.
Der BMI berechnet sich aus dem Körpergewicht in Kilogramm dividiert durch das Quadrat der Körpergröße in Metern.
Verkürzt aufgeschrieben:
BMI = Körpergewicht : Körpergröße2
Eine Person hat eine Körpergröße von 175 cm und ein Körpergewicht von 80 kg.
Wie groß ist ihr BMI?

Kreuze die richtige Lösung an.

A 19,6  B 24,7  C 26,1  D 29,4  E 34,3  F 35,1

## Aktivität 9a Textentlastung

**Entlasten** Sie den Text der Aufgabe!
Orientieren Sie sich an der Checkliste.

**Original-Text aus einem Thüringer Kompetenztest**

Um von Personen zu überprüfen, ob ihr Körpergewicht im gesundheitlich vertretbaren Bereich liegt, hat man den sogenannten „Body Mass Index" (BMI) eingeführt.
Der BMI berechnet sich aus dem Körpergewicht in Kilogramm dividiert durch das Quadrat der Körpergröße in Metern.
Verkürzt aufgeschrieben:
BMI = Körpergewicht : Körpergröße$^2$
Eine Person hat eine Körpergröße von 175 cm und ein Körpergewicht von 80 kg.
Wie groß ist ihr BMI?
Kreuze die richtige Lösung an.

A 19,6 B 24,7 C 26,1 D 29,4
E 34,3 F 35,1

**CHECKLISTE ZUR ENTLASTUNG VON TEXTEN**

- Kontext **aus der Lebenswelt der SuS** wählen.
- **Kurze Sätze bilden**, Nebensätze und Verschachtelungen vermeiden.
- Verben im **Aktiv** nutzen statt unpersönlicher oder abstrakter Ausdrücke (du rechnest …).
- Texte durch Absätze vorstrukturieren.
- Wichtiges farbig oder fett gedruckt **hervorheben**.
- Genitiv und Partizipialkonstruktionen **vermeiden**.
- Wenig Bezugsformen verwenden, stattdessen **Wiederholungen** wählen.
- Bei Fachwörtern oder schwierigen Wörtern **Erklärungen** in Klammern oder als Fußnoten **mitliefern**.
- **Wenig zusammengesetzte Wörter** verwenden.
- Bei Arbeitsaufträgen bereits **bekannte Operatoren** einsetzen.
- Unterstützung durch eine **informative Figur** anbieten.

# Textentlastung

## CHECKLISTE ZUR ENTLASTUNG VON TEXTEN

- Kontext **aus der Lebenswelt der SuS** wählen.
- **Kurze Sätze bilden**, Nebensätze und Verschachtelungen vermeiden.
- Verben im **Aktiv** nutzen statt unpersönlicher oder abstrakter Ausdrücke (du rechnest ...).
- Texte durch Absätze vorstrukturieren.
- Wichtiges farbig oder fett gedruckt **hervorheben**.
- Genitiv und Partizipialkonstruktionen **vermeiden**.
- Wenig Bezugsformen verwenden, stattdessen **Wiederholungen** wählen.
- Bei Fachwörtern oder schwierigen Wörtern **Erklärungen** in Klammern oder als Fußnoten **mitliefern**.
- **Wenig zusammengesetzte Wörter** verwenden.
- Bei Arbeitsaufträgen bereits **bekannte Operatoren** einsetzen.
- Unterstützung durch eine **informative Figur** anbieten.

**Bewerten** Sie den Versuch der Textentlastung.

**Original-Text aus einem Thüringer Kompetenztest**

**Um** von Personen **zu über-prüfen**, ob ihr **Körpergewicht** im **gesundheitlich vertretbar-en Bereich** liegt, hat **man** den sogenannten **„Body Mass Index" (BMI)** ein-geführt.
Der BMI **berechnet sich** aus dem **Körpergewicht** in **Kilogramm dividiert** durch **das Quadrat der Körpergröße in Metern.**
**Verkürzt auf**geschrieben:
BMI = Körpergewicht : Körpergröße²
Eine Person hat eine **Körpergröße** von 175 **cm** und ein **Körpergewicht** von 80 **kg**.
Wie groß ist **ihr BMI**?
Kreuze die richtige Lösung **an.**

A 19,6 B 24,7
C 26,1 D 29,4
E 34,3 F 35,1

Ärzte sagen, dass es nicht gut ist, zu dick zu sein. Wenn du weißt, wie viel du wiegst und wie groß du bist, kannst du deinen „Body Mass Index" ausrechnen. Liegt dein „Body Mass Index" zwischen 19 und 24, ist das ein gutes Gewicht.
So berechnest du den „Body Mass Index":
Du musst deine Körpergröße (in Metern) quadrieren (also mit sich selbst malnehmen). Dann teilst du dein Körpergewicht (in Kilogramm) durch das Ergebnis.
Mathematiker schreiben das so auf:

Hanno ist 175 cm groß und wiegt 80 kg.
Wie groß ist der Body Mass Index von Hanno?
Kreuze die richtige Lösung an.
A 19,6 B 24,7 C 26,1 D 29,4 E 34,3 F 35,1

Klett Verlag

# Textverständnis erleichtern

**Sechs Leseprinzipien, nämlich das Prinzip …**

1. der eigenständigen Auseinandersetzung mit dem Text
2. der Verstehensinseln
3. der zyklischen Verarbeitung
4. der kalkulierten Überforderung
5. des Leseproduktes
6. der Anschluss- und Begleitkommunikation

aus NZL (Niemanden zurücklassen)

1. **Prinzip der eigenständigen Auseinandersetzung mit dem Text**
   Der Leser wird durch geeignete Lesestrategien und gute Arbeitsaufträge zur eigenständigen Bearbeitung des Textes angeleitet.

2. **Prinzip der Verstehensinseln**
   Die Texterschließung geht von dem aus, was schon verstanden wird (sog. Verstehensinseln), und fragt nicht umgekehrt zuerst nach dem, was noch nicht verstanden ist.

3. **Prinzip der zyklischen Bearbeitung**
   Der Leser wird mit immer anderen Aufträgen in Zyklen zur erfolgreichen produktiven Bearbeitung des Textes angeleitet.

4. **Prinzip der kalkulierten Überforderung**
   Der Text liegt in dem notwendigen Vorwissen, den sprachlichen und kognitiven Anforderungen knapp über dem individuellen Leistungsvermögen des Lerners.

5. **Prinzip des Leseprodukts**
   Der Leser erzeugt ein Leseprodukt, z.B. eine andere Darstellungsform.

6. **Prinzip der Anschluss- und Begleitkommunikation**
   Die Leseprodukte werden präsentiert und diskutiert und dienen der Weiterarbeit am Text und an den Inhalten.

## Sechs Leseprinzipien

# Lesestrategien für mathematische Textaufgaben

Problem:

Viele fachübergreifende Lesestrategien sind für mathematische Textaufgaben unpassend, weil sie zu den textsorten*spezifischen* Hürden kaum beitragen.

Beispiele:

- Text zusammenfassen bei ohnehin verdichteten Textaufgaben nicht hilfreich
- Schlüsselwörter können zu oberflächlichen Modellen führen

# Vorsicht beim Umgang mit Schlüsselwörtern!

Quelle: S. PREDIGER(2015): , Lernchancen, Heft 104

Lesehürden durch Schlüsselwortlisten zu begegnen, ist ein gut gemeinter, aber möglicherweise fataler Ansatz: Das Vorgehen erzieht eher zum oberflächlichen Lesen als zum gründlichen Hinsehen.

| Addition | Multiplikation |
|---|---|
| • hinzufügen<br>• Zuwachs<br>• geschenkt bekommen | • pro, je, à<br>• immer wieder dasselbe dazu<br>• das Achtfache |
| **Subtraktion**<br>• wegnehmen<br>• der Abzug<br>• in Zahlung geben<br>• Ermäßigung<br>• abbuchen | **Division:**<br>• gerecht verteilen<br>• passt hinein..<br>• jeder bekommt...<br>• ... |

**Kasten 2:** Fatal isolierende Schlüsselwortsammlung

| Umkehraufgaben nutzen dieselben Worte | |
|---|---|
| **Aufgabe Konto 1:** Auf dem Konto waren 20 €, es werden 5 € abgebucht, wie viel ist jetzt drauf? | $20 - 5 = ?$ |
| **Aufgabe Konto 2:** Von dem Konto wurden 5 € abgebucht, jetzt sind es 15 €, wie viel war drauf? | $? - 5 = 15$ oder $5 + 15 = ?$ |
| **Aufgabe Öl 1**: Im Kaufland kostet eine Flasche Olivenöl 4 Euro. Im Rewe kostet sie 3 Euro mehr als im Kaufland. Wenn du 5 Flaschen kaufst, wie viel zahlst du im Rewe? | $(4+3) \cdot 5$ |
| **Aufgabe Öl 2**: Im Kaufland kostet eine Flasche Olivenöl 4 Euro. Dort kostet sie 3 Euro mehr als im Rewe. Wenn du 5 Flaschen kaufst, wie viel zahlst du im Rewe? | $(4-3) \cdot 5$ |

**Kasten 3:** Gegenbeispiele, warum Schlüsselwörter nicht funktionieren können

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

# Lese- und Verstehensstrategien für den MU

(nach Krägeloh und Prediger)

| Typische Hürden | Hintergründe: Mögliche individuelle Strategien | Zielstrategie zur Überwindung der Hürde |
|---|---|---|
| Oberflächliche Konstruktion von Situations- oder Problemmodell | Fokus auf Zahlen und sofortiges Losrechnen | • Lesestrategie: „Finde relevante Informationen“<br>• Fokus auf Informationen und Bedeutung |
| Oberflächliche Konstruktion von Situations- oder Problemmodell | • Fokus auf Schlüsselwörter<br>• Wahl der Operation nach Unterrichtsthema | Fokus auf Beziehungen zwischen Informationen |
| Mehrschrittigkeit der Lösung nicht bewältigt | Keine planvolle Sequenzierung, z.B.<br>• Anordnung von Zahlen /Operationen gemäß Textreihenfolge<br>• Losarbeiten ohne Vorausplanung | Einteilung in Schritte, systematisches Vorwärtsarbeiten |
| Willkürliche Kombination aller Informationen | Zielloses Vorwärtsarbeiten | vorwärts- und rückwärts arbeiten, Einteilung in mehrere Schritte |
| Keine Bearbeitung, affektive Blockade | Verweigerung als Misserfolgsvermeidung | Mathematisierungen einfach ausprobieren und überprüfen |

Krägeloh, Nadine & Prediger, Susanne (2015): Der Textaufgabenknacker – Ein Beispiel zur Spezifizierung und Förderung fachspezifischer Lese- und Verstehensstrategien. In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 68(3), 138-144.

Fünf Schritte hat der Leseplan:

**Text lesen**
Worum geht es?
Was habe ich schon verstanden?

**Gegeben und gesucht**
Wonach ist gefragt?
Welche Informationen (mit Einheit und Bedeutung) sind dafür wichtig?

**Zusammenhänge darstellen**
Wie hängen die Informationen zusammen?
Wie kann ich die Beziehungen darstellen?

**Benötigte Informationen berechnen**
Welche Informationen fehlen und wie erhalte ich diese?
Was muss ich noch berechnen?

**Ergebnisse überprüfen und überarbeiten**
Wie passt mein Ergebnis zur Situation?
Wo muss ich nochmal nachbessern?
Habe ich einen vollständigen Antwortsatz geschrieben?

DZLM - Video: Textaufgaben mit Leseplan lösen

https://t1p.de/ns8rp

https://wwwold.mathematik.tu-dortmund.de/~prediger/DZLM/SiMa7_Erklaervideo_Textaufgaben_Prozente_220531.mp4

# Abschlussrunde

# Feedback

1. Folgendes will ich im Unterricht ausprobieren…

2. Das war für mich neu…

3. Das war für mich die zentrale Botschaft…

4. Das kam für mich heute zu kurz…

# Feedback

Los geht's!

mathe.sh

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein

**Ausblick**

Das nächste Modul zum Thema:

**„Unterrichtsplanung – Mathematisches Kommunizieren“**

findet am 29.04.2026

bei **Marcel in Husum**

statt.

# Gute Heimfahrt!

## Quellenverzeichnis – Hinweis Verweise/Quellen – Internetseiten finden Sie auf den Folien


Abshagen, Maike u.a. (2021): Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten, 2. Auflage, Hannover, Klett – Verlag.

Ademmer, C., Peitz, E., & Prediger, S. (2024). „Wieso mal nehmen?“ Lernpfad zum Verständnis der Flächeninhaltsformel. Mathematik Lehren, 242, 10–15. Ademmer, Claudia und Prediger, Susanne (2018): Volumen von Quadern – Messen und Rechnen mit Würfeln - Verstehens- und sprachförderliche Unterrichtseinheit, DZLM

BLK- Modellversuch: Materialien zum Modellversuch: Vorschläge und Anregungen zu einer veränderten Aufgabenkultur

Barzel, Bärbel u.a. (2012): Mathematik Methodik – Handbuch für die Sekundarstufe I und II, 6. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Blum,Werner; Drüke-Noe, Christina; Hartung,Ralph; Köller, Olaf (2006). Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I. Berlin, Cornelsen Verlag.

Fauth, Benjamin (u.a.) (2021): Beobachtungsmanual zum Unterrichtsfeedbackbogen Tiefenstruktur, Institut für Bildungsanalysen Baden – Württemberg , Stuttgart.

Götze, Daniela (2015): Sprachförderung im Mathematikunterricht, 2. Auflage, Berlin, Cornelsen

Greefrath, Gilbert (2015): Foliensatz zum Vortrag „Modellierungsaufgaben für VERA“ an der WWU Münster am 04. September 2015

Krägeloh, Nadine & Prediger, Susanne (2015): Der Textaufgabenknacker - Ein Beispiel... In:Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 68(3), 138-144.

Leuders, Timo u.a. (2013): Mathematik Didaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II, 8.Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Maaß, Katja (2007). Mathematisches Modellieren. Aufgaben für die Sekundarstufe I. Berlin, Cornelsen Verlag.

Mathematik 5-10, Heft 50, Friedrich Verlag,1. Quartal 2020 – „Wozu brauche ich das?“

Mathematik lehren, Heft 207, Friedrich Verlag , April 2018 „Wie Modellieren gelingt“

Mathematik lehren, Heft 242, Friedrich Verlag, Februar 2024, „Qualitätsvoll Mathematik unterrichten“

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): Fachanforderungen Mathematik, 2.Auflage, Kiel

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel

Prediger, Susanne (2020). Bedeutung von Sprache für Mathematiklernen – Empirische Befunde und Hintergründe. In S. Prediger (Hrsg.), Sprachbildender Mathematikunterricht in der Sekundarstufe. Ein forschungsbasiertes Praxisbuch (S. 7-46). Berlin: Cornelsen.

Prediger, Susanne (2020): Selbstberichtete Praktiken von Lehrkräften im inklusiven Mathematikunterricht– Eine Interviewstudie

Winter, Heinrich (1995) : Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. in: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 61 (1995), S. 37-46

Winter, Heinrich (2003): „Gute Aufgaben“ für das Sachrechnen. In Baum/Wielpütz (Hrsg.): Mathematik in der Grundschule, Seelze 2003, S. 177ff.

Vom Hofe, Rudolf und Roth,Jürgen (2023): Grundvorstellungen aufbauen, S.2 – 7 , in Mathematik lehren, Heft 236, Friedrich – Verlag, Februar 2023, „Grundvorstellungen unterrichten“

Weitere (nicht mehr verfügbare) Zeitschriften: Praxis der Mathematik erschien bis 2017 im Aulisverlag:
PM, Heft 3, Modellieren bildet, Juni 2005





mathe.sh
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein