

Lernumgebung und Aufgabenkultur

Ausbildungscurriculum

Aufgabenkultur und Lernumgebung

Ziel: Die LiV kennen die **Einflussfaktoren für gelingende Lernumgebungen** sowie **verschiedene Aufgabenformate** und können für SuS passende **Lernumgebungen** gestalten.

Im Zentrum des Ausbildungstages steht das Differenzierungspotenzial von Aufgaben als Qualitätskriterium. Neben der Variation von Aufgaben mit dem Ziel, den SuS zielgerichtetes Arbeiten an den Kompetenzen zu ermöglichen, wird die Einteilung von Aufgaben nach dem Öffnungsgrad (zu unterscheiden welche Informationen vorgegeben sind von der Startsituation, dem Weg und dem Ziel) vorgestellt und von den LiV zu einem Thema Blütenaufgaben erstellt. Mit Hilfe des Prozessmodells zur Unterrichtsgestaltung von Leisen wird auf die Faktoren der materialen und personalen Steuerung des Kompetenzerwerbs eingegangen und thematisiert, wie dieses Modell im Unterricht praktisch umgesetzt werden kann.

bis 8:30	Eintreffen in Tönning / Aufbau – Technik und Buffet
8:30 – 8:50	Vorstellung/ Organisatorisches / Terminabsprachen/ Allgemeine Fragen (Ggf. stellt der SL, die Schule vor.)
8:50 – 9:10	Verteilen der Beobachtungsaufträge für die Unterrichtsstunde / Klärung von Fragen
9:10 – 9:20	Raumwechsel zur Hospitationsstunde
9:20 – 10:05	Hospitation in der Unterrichtsstunde von Frau Diesinger
10:05– 10:15	Kurze Pause / Raumwechsel - Unterrichtsraum
10:15 – 11:15	Reflexion der Unterrichtsstunde (Eigenreflexion/Positivblitzlicht/Beobachtungsaufträge/Tipps und Fragen)
11:20 - 12:00	Einstieg: Aufgaben im Mathematikunterricht – Parallelogramme (Untersuchung – Kompetenzen)
12:00 – 13:00	Mittagspause – Verpflegung über das Buffet
ab 13:00	Themenblöcke – Aufgabenkultur und Lernumgebungen

Organisatorisches

Meine Telefonnummer (in dringenden Fällen)

0162 4223348

Mailadresse für personenbezogene Daten:

lara.knop@schule-sh.de

Seiteneinsteiger und **Teilnehmer eines Anpassungslehrgangs** müssen **keine Hausarbeit** anfertigen. Dafür verpflichtende Teilnahme an den anderen Veranstaltungen.
QE und LiV müssen eine Hausarbeit anfertigen.

Die Hausarbeiten können auch in entsprechenden Bereichen in der ICH – Perspektive geschrieben werden. Die Thesen dürfen sich nicht nennenswert mit dem Thema der Hausarbeit überschneiden; eine geringfügige Überschneidung ist jedoch akzeptabel

Weitere Punkte:

- Vorstellungsrunde
- Ablauf der AV
- Unterrichtsbesuche (u.a. E-Portfolio)
- 25.06. und 23.07.
- Unterrichtsvideos
- ...



Bitte weitergeben:

Einladung

zur Veranstaltung AUS0601
**„Gemeinsam ausbilden
im Fach Mathematik“**
(Lehramt an GemS)
für Ausbildungslehrkräfte
am 14.05.2025
16:00 – 18:00 Uhr
Online

- „Das Ziel der Veranstaltung ist es, die Arbeit, die die Ausbilderinnen und Ausbilder an den Schulen und am IQSH leisten, weiter aufeinander abzustimmen und dadurch denen, die ausgebildet und qualifiziert werden, eine noch bessere Unterstützung zu ermöglichen.“



Anmeldung erfolgt über Formix (AUS0601)

Zum Einstieg...

Vier Vieren

Kleiner Einblick...

Basale Kompetenzen

Sprachliche Kompetenzen

- **Sprechen und Zuhören:** Der Bereich umfasst die Fähigkeit, sich mündlich und schriftlich mit anderen Personen adressatengerecht über Sachverhalte verständigen zu können (Gesprächskompetenz); Voraussetzung dafür ist ein entsprechender Wortschatz und die Fähigkeit, Wörter zu Sätzen zusammenzubauen und deren Bedeutung zu verstehen.
- **Lesen:** Hierzu gehören insbesondere die Leseflüssigkeit (Wörter und Sätze schnell und sicher erfassen) und Lesestrategien (Inhalte ganzer Texte und deren Absicht erfassen, zunehmend auch bei digitalen Texten).
- **Schreiben:** Das umfasst die Schreibflüssigkeit (zügiges und orthografisch korrektes Schreiben von Wörtern und Sätzen) sowie die Beherrschung von Schreibstrategien (Planen, Formulieren und Überarbeiten von zusammenhängenden Texten).

Mathematische Kompetenzen

- **Prozessbezogene mathematische Kompetenzen:** Hierunter fallen das Aufstellen von Vermutungen zu Zusammenhängen, Erläutern von mathematischen Zusammenhängen, Entwickeln von Lösungsstrategien mithilfe systematischen Probierens, Entnehmen von für Lösungen relevanten Informationen aus Texten und Auswählen von geeigneten Darstellungsformen für Lösungen.
- **Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen:** Der Bereich umfasst insbesondere ein tragfähiges Zahlverständnis (das heißt eine grundlegende Vorstellung von Zahlen und Stellenwerten, das Verbinden von zentralen Darstellungsformen und Verstehen von Zahlbeziehungen). Für ein tragfähiges Operationsverständnis sollten Rechenoperationen nicht nur regelbasiert ausgeführt, sondern verstanden werden.

Kognitive Kompetenzen

- **Selektive Aufmerksamkeit:** Beschreibt die Fähigkeit, zu fokussieren und irrelevante Reize zu unterdrücken.
- **Arbeitsgedächtnis:** Speichert kurzfristig begrenzte Menge an Informationen zur Weitergabe an das Langzeitgedächtnis. Die Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses ist relevant für den Aufbau der fachlichen Kompetenzen.
- **Lernstrategien und metakognitive Regulation:** Lernstrategien können eingesetzt werden, um Inhalte zu erarbeiten und zu erinnern. Metakognition beschreibt die Planung, Überwachung und Regulierung des Lernprozesses und den Einsatz von Lernstrategien.
- **Vorwissen:** Beschreibt vorhandenes Wissen, an das Neugelernnte angeknüpft werden kann.

Sozial-emotionale Kompetenzen

- **Soziale Kompetenz:** Umfasst die Entwicklung von Freundschaftsbeziehungen und das Finden der eigenen Rolle in Bezugsgruppen.
- **Bindung:** Beschreibt das Ausbalancieren von Beziehungen innerhalb und außerhalb der Familie.
- **Emotionale Kompetenz:** Umfasst die Fähigkeit, Emotionen angemessen auszudrücken, und Strategien im Umgang mit eigenen Emotionen.
- **Selbstwahrnehmung:** Beschreibt den Aufbau eines Selbstkonzepts (zum Beispiel Wahrnehmung eigener Fähigkeiten) und den Umgang mit sozialen Vergleichen. Wichtig ist die Fähigkeit zum Belohnungsaufschub.
- **Entwicklung der Persönlichkeit:** Meint die weitere Differenzierung im Hinblick auf Persönlichkeitsmerkmale.

Prof. Dr. Klaus Zierer

- John Hattie „2.0“
- Es kommt immer noch auf die Lehrkraft an
- Visible Learning
- Unterricht ins Zentrum stellen
- Pädagogik im Ziel
- Haltung

Unterrichtsbesuch

Verteilung der
Beobachtungsschwerpunkte

Unterrichtsstunde

Reflexion

Beobachtungsbogen der Prüfungsstunde als Grundlage für Hospitationsstunden

Übergeordnete Punkte:

1. Hat die LK sachlich und fachlich korrekt unterrichtet?
2. Hat die LK die Selbstständigkeit der Lernenden unter anderem durch schüleraktivierende Unterrichtsformen gefördert?
3. Hat die LK die unterschiedlichen Voraussetzungen und Kompetenzen der Lernenden berücksichtigt?
4. Hat die LK den Unterricht sinnvoll strukturiert und flexibel auf sich verändernde Situationen reagiert?
5. Hat die LK präzise und verständlich formuliert?
6. Ist die LK mit den Lernenden respektvoll und wertschätzend umgegangen?
7. Ist die LK überzeugend und als Vorbild aufgetreten?
8. Konnte die LK ihr didaktisches Konzept und dessen Realisierung angemessen reflektieren?

Beobachtungsaufträge

Den Beobachtungsbogen finden Sie in der Moodle – Gruppe oder unter [IBBW Unterrichtsfeedbackbogen](#).

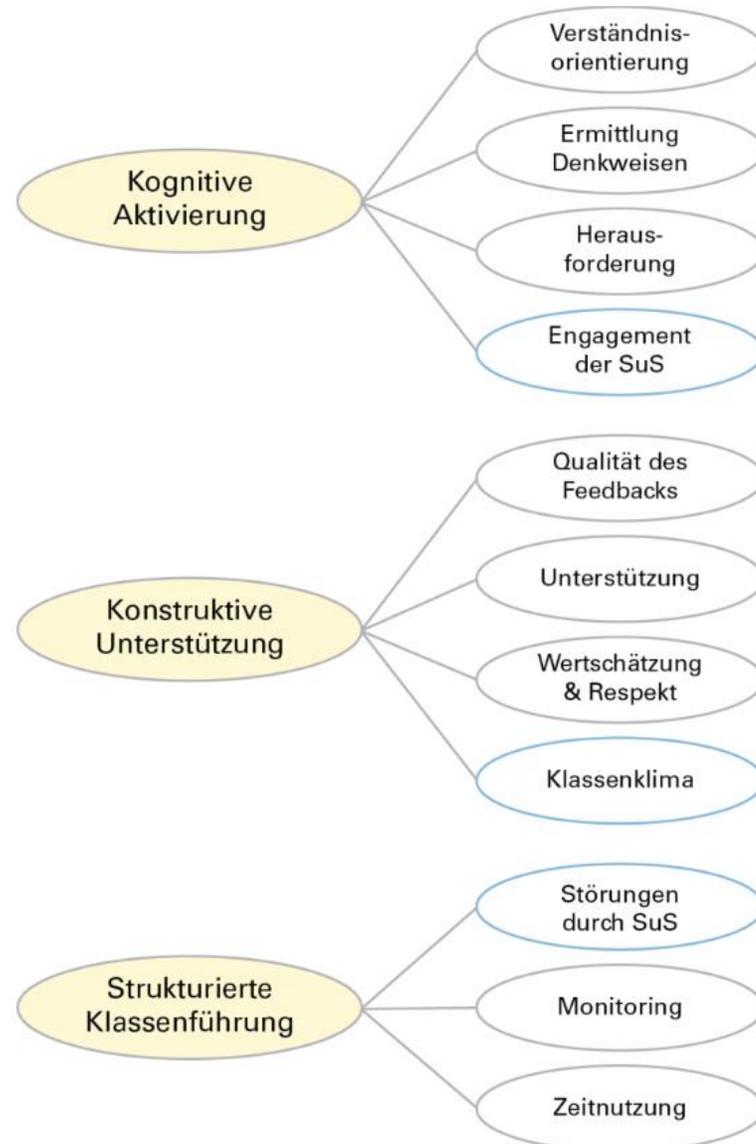
**Kognitive
Aktivierung**

Konstruktive Unterstützung

Strukturierte Klassenführung

- (1) Zu welchem Grad werden die Lernenden angeregt, sich aktiv mit den Lerngegenständen auseinanderzusetzen und sich dabei vertieft mit den Inhalten zu beschäftigen? (Kognitive Aktivierung)
- (2) Wie gut unterstützt die Lehrkraft die Lernenden beim Wissenserwerb und wie sehr ist die Interaktion zwischen Lehrkraft und Lernenden durch Wertschätzung und Respekt geprägt? (Konstruktive Unterstützung)
- (3) Wie gut gelingt es, den Unterricht so zu steuern, dass möglichst wenige Störungen auftreten, alle Schülerinnen und Schüler beim Lernen beteiligt sind und Unterrichtszeit somit effektiv genutzt werden kann? (Strukturierte Klassenführung)

Übersicht über die mit dem *Unterrichtsfeedbackbogen Tiefenstrukturen* erfassbaren Unterrichtsqualitätsmerkmale:



Kognitive Aktivierung

1. Kognitive Aktivierung

	trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	trifft eher zu	trifft völlig zu
1.1 Der Unterricht hat einen klaren Fokus auf die zentralen Inhalte, die von den Schülerinnen und Schülern verstanden werden sollen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.2 Die Lehrkraft ermittelt das aktuelle Verständnis der Schülerinnen und Schüler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.3 Im Unterricht wird mit Fragen und Aufgaben gearbeitet, die die Schülerinnen und Schüler zur vertieften Auseinandersetzung mit den Inhalten herausfordern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1.4 Die Schülerinnen und Schüler sind engagiert am Unterrichtsgeschehen beteiligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Konstruktive Unterstützung

2. Konstruktive Unterstützung

	trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	trifft eher zu	trifft völlig zu
2.1 Das Feedback, das die Lehrkraft den Schülerinnen und Schülern gibt, ist zum Weiterlernen hilfreich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.2 Die Lehrkraft unterstützt die Schülerinnen und Schüler individuell in ihrem Lernprozess.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.3 Die Lehrkraft begegnet den Schülerinnen und Schülern mit Wertschätzung und Respekt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.4 Die Schülerinnen und Schüler begegnen einander und der Lehrkraft mit Wertschätzung und Respekt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Strukturierte Klassenführung

3. Strukturierte Klassenführung

trifft nicht zu trifft eher nicht zu trifft eher zu trifft völlig zu

3.1 Der Unterricht verläuft weitgehend störungsfrei.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

3.2 Die Lehrkraft hat einen guten Überblick über das Geschehen im Unterricht.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

3.3 Die zur Verfügung stehende Unterrichtszeit wird für die Auseinandersetzung mit den Lerninhalten genutzt.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Reflexion der Stunde

1. Eigenreflexion:	LiV reflektiert ihre Unterrichtsstunde (Hilfe
2. Positivblitzlicht:	Jede LiV nennt einen Punkt (Bitte keine Dopplungen).
3. Beobachtungsaufträge:	Jede Gruppe stellt ihre Beobachtungen vor.
4. Tipps und Fragen:	LiV wählt ein bis zwei Tipps/Fragen aus, über die sie sprechen möchte.

Lernumgebung und Aufgabenkultur

Aufgabenkultur

Aufgabe

Eine **Aufforderung zum Lern-Handeln** im Mathematikunterricht wird als **Aufgabe** bezeichnet.

nach Bruder (2012): „ Vielseitig mit Aufgaben arbeiten – Mathematische Kompetenzen nachhaltig entwickeln und sichern.“
In R. Bruder, T. Leuders, & A. Büchter (Hrsg.), Mathematikunterricht entwickeln (S. 18–52). Cornelsen Scriptor

„Aufgaben sind das Kernstücks des Mathematikunterrichts. Sie tragen die *Inhalte*, lösen den *Lernprozess* aus und implizieren eine erste *Strukturierung* des Unterrichtsablaufs. Insofern ist die Auswahl oder die Entwicklung von geeigneten Aufgaben für die Lerngruppe und ihren Lernstand eine notwendige Voraussetzung für guten Unterricht.“

Vgl. Bärzel, Bärbel u.a. (2014): Mathematik unterrichten: Planen, durchführen, reflektieren, S.75, 3. Auflage, Berlin, Cornelsen - Scriptor

Zur Unterrichtsplanung gehört **zentral die Arbeit mit Aufgaben.**

Daraus ergibt sich die zentrale Frage:

„Welche Aufgabe ist für welchen Zweck gut geeignet?“

Vgl. Bärzel, Bärbel u.a. (2014): Mathematik unterrichten: Planen, durchführen, reflektieren, S.68, 3. Auflage, Berlin, Cornelsen - Scriptor

Aktivität



Bearbeiten Sie die Aufgaben zunächst allein.

Notieren Sie jeweils, welche Kompetenzen zur Lösung vorhanden sein müssen, und welche Begriffe bekannt sein müssen.

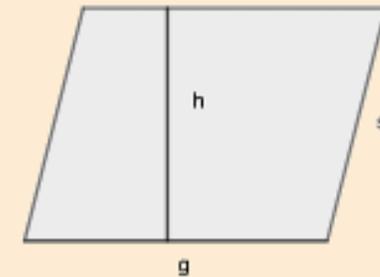
Übungs-Aufgabe 1

- Miss die Seitenlängen und Höhe dieser Parallelelogramme. Was haben sie gemeinsam und worin unterscheiden sie sich?
- Berechne die Umfänge und Flächeninhalte und erkläre den Zusammenhang.



Übungs-Aufgabe 2

Bestimme die fehlenden Größen in der Tabelle. Nutze die Formeln zum Berechnen von *Umfang* U eines Parallelogramms $U = 2g + 2s$ und vom *Flächeninhalt* A eines Parallelogramms $A = g \cdot h$.



	g	s	h	U	A
a.	4 cm	5 cm	3.9 cm		
b.	14 mm		8 mm	46 mm	
c.	6 cm	3 cm			15 cm ²
d.		6 cm	5 cm	32 cm	

Aktivität



Geben Sie an, was Sie sich zu den Aufgaben notiert haben.

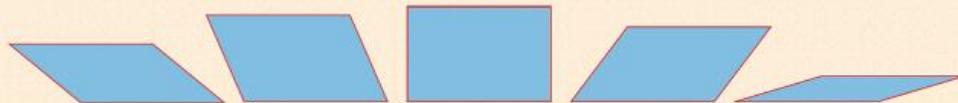
Vergleichen Sie die Aufgaben!

Welche Kriterien könnte man anlegen?

Begründen Sie, in welchen Unterrichtssituationen Sie eher Aufgabe 1 bzw. 2 wählen würden?

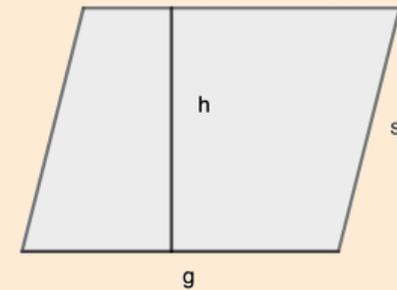
Übungs-Aufgabe 1

- Miss die Seitenlängen und Höhe dieser Parallelogramme. Was haben sie gemeinsam und worin unterscheiden sie sich?
- Berechne die Umfänge und Flächeninhalte und erkläre den Zusammenhang.



Übungs-Aufgabe 2

Bestimme die fehlenden Größen in der Tabelle. Nutze die Formeln zum Berechnen von *Umfang* U eines Parallelogramms $U = 2g + 2s$ und vom *Flächeninhalt* A eines Parallelogramms $A = g \cdot h$.



	g	s	h	U	A
a.	4 cm	5 cm	3.9 cm		
b.	14 mm		8 mm	46 mm	
c.	6 cm	3 cm			15 cm ²
d.		6 cm	5 cm	32 cm	

„Welche Aufgabe ist für welchen Zweck gut geeignet?“

Für die Auswahl der Aufgaben ist es sinnvoll, die folgenden vier Dimensionen zu unterscheiden:

- **Inhalte**
- **Funktion**
- **Mathematische Prozesse**
- **Aufgabenmerkmale**

Kriterien zur Auswahl nach Büchter/Leuders (2009)

Kriterien/Aspekte zur Auswahl von Aufgaben nach Büchter/Leuders (2009)

Inhalt

(Passen die Inhalte?)

Passung der Aufgabe – wird der gewünschte **fachliche Inhalt** angesprochen/abgefragt...

Funktion

(Zu welchem Zweck werden sie eingesetzt?)

Aufgaben zum ...

...Erkunden, Entdecken und Erfinden
(Lernen)

... Systematisieren und Sichern
(Lernen)

...Üben,Vertiefen und Wiederholen
(Lernen)

... Differenzieren

... Diagnostizieren und Überprüfen
(Leisten)

Grobe Unterscheidung:
Aufgaben zum Lernen
Aufgaben zum Leisten

Mathematische Prozesse

(Welche Lernprozesse werden aktiviert)

- argumentieren
- kommunizieren
- Probleme lösen
- modellieren
- darstellen
- mit mat. Objekten umgehen
- mit Medien arbeiten

Aufgabenmerkmale

(nach Leuders (2009), S.73ff)
(Welche Potenziale stecken in den Aufgaben?)

Authentizität
(„Echte Aufgabe oder Konstruiert/Eingekleidet“)

Offenheit
(Geschlossene Aufgabe – offene Aufgabe)

Differenzierungsvermögen
(Gestufte Anforderungsniveaus – selbst-differenziert)

Aufgabenauswahl- Analyse des Lernpotenzials von Aufgaben

(Fachanforderungen 2024, S.17f)

Für die Planung und die individuelle Begleitung von Lernprozessen ist die Fähigkeit der Lehrkraft, das Potenzial einer Aufgabe zu analysieren, von entscheidender Bedeutung.

Dazu müssen folgende Fragen beantwortet werden:

Welche **Lösungen** sind zu erwarten?

Auf welche **Grundvorstellungen** wird zurückgegriffen?

Welche **Fehlvorstellungen** sind zu erwarten?

Welche **Kompetenzen** werden bei der Bearbeitung dieser Aufgabe angesprochen?

Wodurch initiiert diese Aufgabe einen **Kompetenzzuwachs**?

Welche **Aufgabenvariationen** provozieren ein tieferes Verständnis?

Wie weit bereitet die Aufgabenstellung **Lernschritte und Begriffsbildungen** vor?

Quelle: Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024):
Fachanforderungen Mathematik, 2.Auflage, Kiel

Aktivität



Welche **Lösungen** sind zu erwarten?

Auf welche **Grundvorstellungen** wird zurückgegriffen?

Welche **Fehlvorstellungen** sind zu erwarten?

Welche **Kompetenzen** werden bei der Bearbeitung dieser Aufgabe angesprochen?

Wodurch initiiert diese Aufgabe einen **Kompetenzzuwachs**?

(Welche **Aufgabenvariationen** provozieren ein tieferes Verständnis?)

(Wie weit bereitet die Aufgabenstellung **Lernschritte und Begriffsbildungen** vor?)

Übungs-Aufgabe 1

- Miss die Seitenlängen und Höhe dieser Parallelogramme. Was haben sie gemeinsam und worin unterscheiden sie sich?
- Berechne die Umfänge und Flächeninhalte und erkläre den Zusammenhang.



Aktivität

Welche **Lösungen** sind zu erwarten?

Auf welche **Grundvorstellungen** wird zurückgegriffen?

Welche **Fehlvorstellungen** sind zu erwarten?

Übungs-Aufgabe 1

- Miss die **Seitenlängen** und **Höhe** dieser Parallelogramme. Was haben sie gemeinsam und worin unterscheiden sie sich?
- Berechne die **Umfänge** und **Flächeninhalte** und erkläre den Zusammenhang.

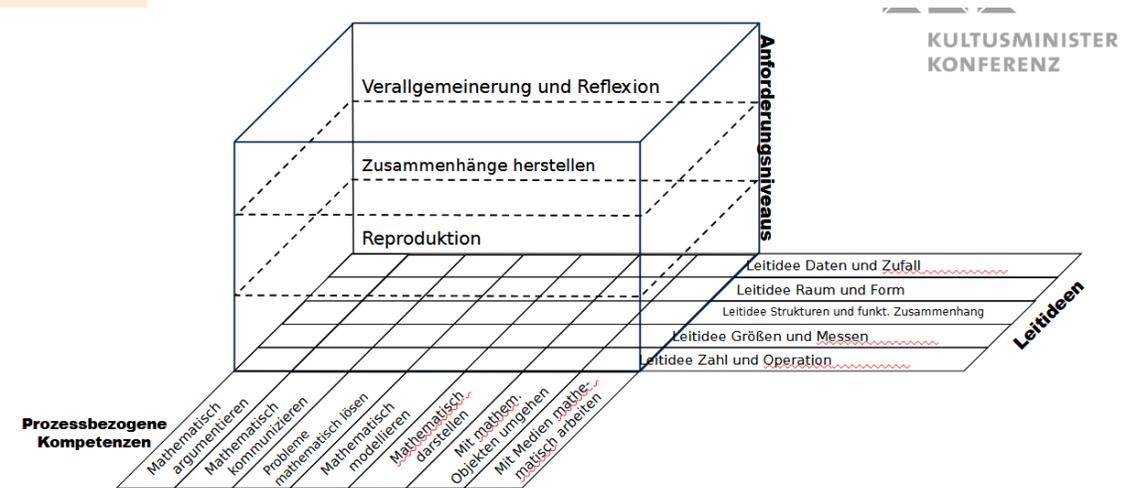


Aktivität

Welche **Kompetenzen** werden bei der Bearbeitung dieser Aufgabe angesprochen?

Übungs-Aufgabe 1

- Miss die **Seitenlängen** und **Höhe** dieser Parallelogramme. Was haben sie gemeinsam und worin unterscheiden sie sich?
- Berechne die **Umfänge** und **Flächeninhalte** und erkläre den Zusammenhang.

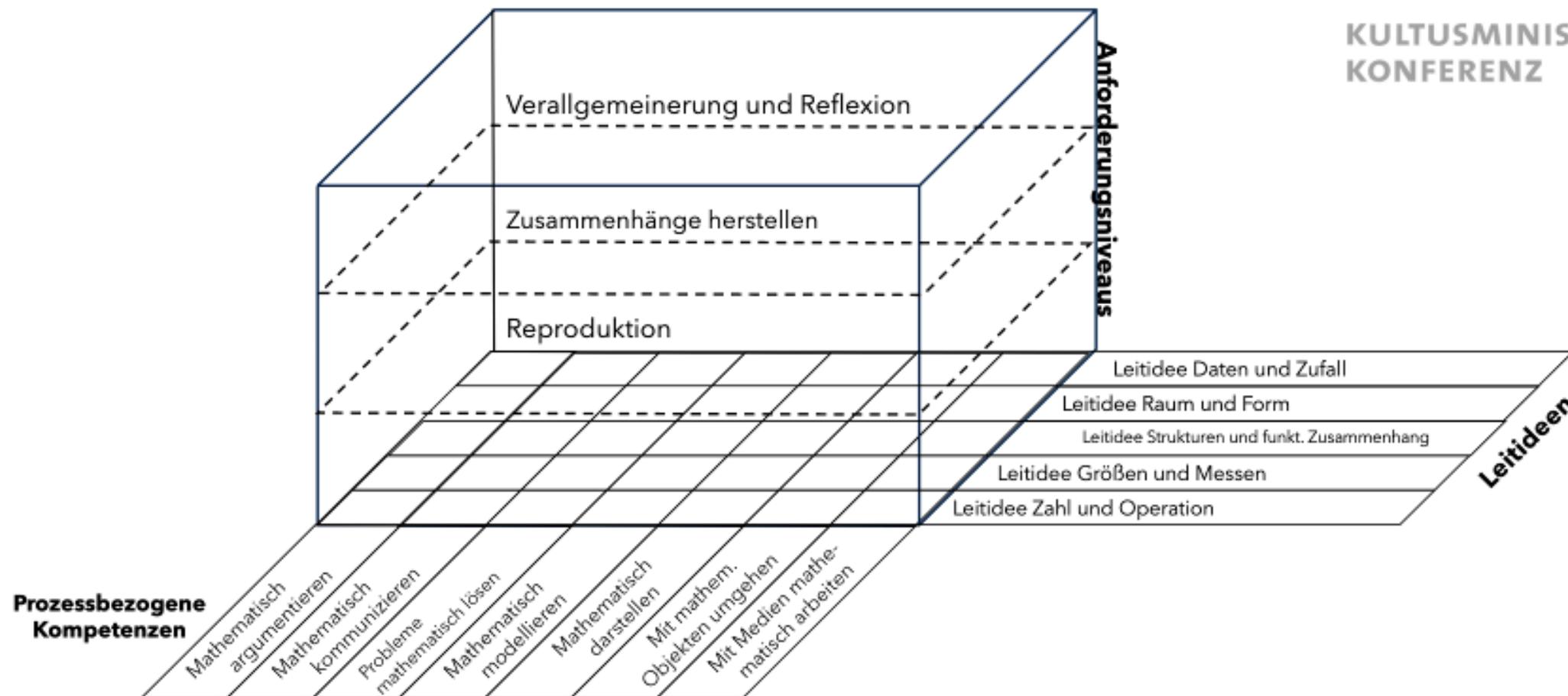


Wodurch initiiert diese Aufgabe einen **Kompetenzzuwachs**?

Kompetenzmodell der Bildungsstandards



KULTUSMINISTER
KONFERENZ



Kultusministerkonferenz (Hrsg.) (2022) Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik
Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA) . Beschluss vom 14.10.2004 i.d.F. vom 23.06.2022.

Aktivität

Welche **Aufgabenvariationen** provozieren ein tieferes Verständnis?

Wie weit bereitet die Aufgabenstellung **Lernschritte und Begriffsbildungen** vor?

Übungs-Aufgabe 1

- Miss die Seitenlängen und Höhe dieser Parallelogramme.
Was haben sie gemeinsam und worin unterscheiden sie sich?
- Berechne die Umfänge und Flächeninhalte und erkläre den Zusammenhang.



Lern- und Leistungsaufgaben (plus 1)

Aufgaben für das Leisten	Aufgaben für das Lernen	Aufgaben zur Diagnose
<p>Leistungserwartung/-erleben</p> <p>Fehler vermeiden</p> <p>Äußerer Anlass</p> <p>Einzelleistung & Auswertbarkeit</p> <p>Produktorientiert</p> <p>„Wichtig ist, was Schüler aus ihren Kompetenzen machen.“</p>	<p>Neugier, Entdecken</p> <p>Fehler als Chance</p> <p>Aufforderungscharakter</p> <p>Kooperation & Kommunikation</p> <p>Prozessorientiert</p> <p>„Wichtig ist, was im Kopf der Schüler stattfindet.“</p>	<p>Sicherheit, Vertrauen</p> <p>Fehler bewusst machen</p> <p>Irritation, Verfälschung</p> <p>Einzelleistung & Kommunikation</p> <p>Prozessorientiert</p> <p>„Wichtig ist, was bereits/noch nicht verstanden wurde.“</p>

1. **Begründungen** einfordern (**mit Veranschaulichungen**).
2. „**Was passiert, wenn...**“ – wichtige Bedingungen/Aspekte hinterfragen.
3. Fragestellung **umkehren** – meist höhere Flexibilität erforderlich.
4. **Beispiele** und/oder **Gegenbeispiele** einfordern – selbstständig Situationen angeben lassen.

Aufgaben zur Diagnose

Sicherheit, Vertrauen

Fehler bewusst machen

Irritation, Verfälschung

Einzelleistung &
Kommunikation

Prozessorientiert

„Wichtig ist, was bereits/noch
nicht verstanden wurde.“

**Vorstellungen
aktivieren**

Eigenschaften und Konstruktionsprinzipien von Leistungsaufgaben

- **Eigenschaften**

- Konzentration auf Kerne inhaltsbezogener Kompetenzen
- Kompetenzen klar in den Blick nehmen und nicht durch andere Aspekte überlagern
- Transparente Erwartungen an die Bearbeitung einer Aufgabe stellen
- (Möglichst) Bearbeitungen auf verschiedenen Niveaus zulassen

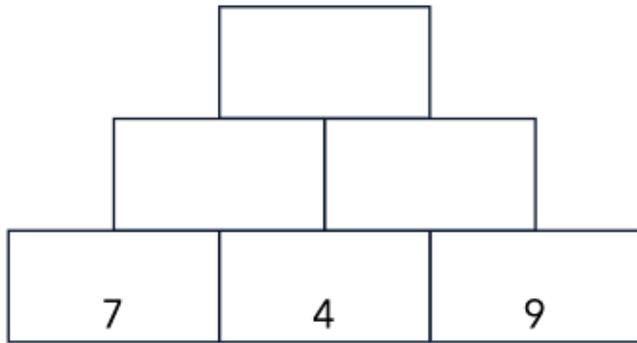
- **Konstruktionsprinzipien**

- Aufgaben (dosiert) öffnen, z. B. durch Umkehrung
- Begründungen oder Gegenbeispiele einfordern, Statements begründet einschätzen lassen
- Anwendungsbeispiele oder Grenzen eines Modells erfragen
- Mit verschiedenen Darstellungen arbeiten

- Weitere Infos: Siehe Modul Leistungsüberprüfung

Aufgabentypen

Aktivität



1.
Aufgabe stellen

Die S. bilden Tandems. Sie entwickeln in Einzelarbeit Aufgaben innerhalb eines Rahmens (ggf. inkl. Lösungen)



2. Tauschen, Bearbeiten,
Bewerten

Sie tauschen die entwickelten Aufgaben innerhalb der Tandems aus und bearbeiten sie in Einzelarbeit. Danach bewertet jeder die gestellten Aufgaben: Hat der Partner den Rahmen beim Aufgabenstellen eingehalten?



3.
Besprechen

Die Partner überprüfen gegenseitig ihre Lösungen zu den Aufgaben und diskutieren Unstimmigkeiten (wenn z.B. Aufgaben „aus dem Rahmen fallen“), Schwierigkeiten und Entdeckungen.

Aktivität

Start	Weg	Ziel	Aufgabentyp	Beispielaufgabe
X	X	X	Beispielaufgabe, Musteraufgabe, Aufgabe zur Fehlersuche	
X	X	-	Einfache Bestimmungsaufgabe (Grundaufgabe)	
-	X	X	Einfache Umkehraufgabe	
X	-	X	Beweisaufgabe, Spielstrategie finden	
X	-	-	Schwere Bestimmungsaufgabe	
-	-	X	Schwierige Umkehraufgabe, Modellierung mit Zielvorgabe	
-	X	-	Anwendungssuche	
-	-	-	Problemsituation mit offenem Ausgang	

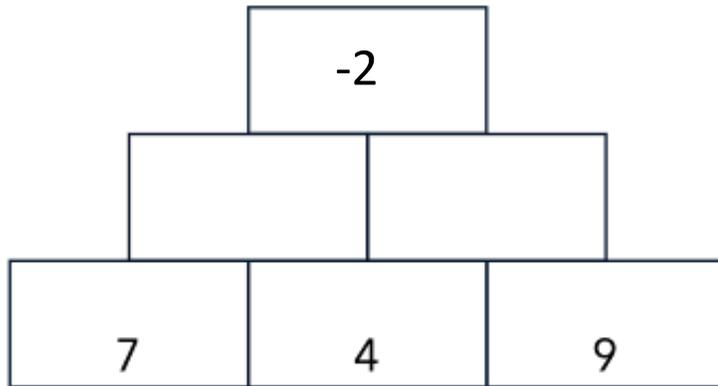
Start	Weg	Ziel	Aufgabentyp	Beispielaufgabe
X	X	X	Beispielaufgabe, Musteraufgabe, Aufgabe zur Fehlersuche	Stimmt das? Wo steckt der Fehler?
X	X	-	Einfache Bestimmungsaufgabe (Grundaufgabe)	Löse die Gleichung $3x + 4 = x - 1$
-	X	X	Einfache Umkehraufgabe	Gib eine Gleichung an, die als Lösung 5 hat.
X	-	X	Beweisaufgabe, Spielstrategie finden	Zeige: Wenn ein Viereck zwei Paar paralleler Seiten hat, halbieren sich die Diagonalen gegenseitig.
X	-	-	Schwere Bestimmungsaufgabe	Ist eine Tetra-Pack-Milchtüte verpackungsoptimal gestaltet?
-	-	X	Schwierige Umkehraufgabe, Modellierung mit Zielvorgabe	Ein Teich soll eine Fläche von ca. 10 m ² haben.
-	X	-	Anwendungssuche	Erfinde Beispielaufgaben zu den drei typischen Fragestellungen der Prozentrechnung.
-	-	-	Problemsituation mit offenem Ausgang	Führe eine Befragung durch und stelle die Ergebnisse vor.

Offene Lernaufgaben (verstehensorientierte Aufgaben)

	gegeben	Weg	gesucht
vollständig gelöste Aufgabe oder Beispielaufgabe (stimmt das?) (so geht das)	X	X	X
Grundaufgabe / einfache Bestimmungsaufgabe (Was kommt 'raus?)	X	X	–
einfache Umkehraufgabe (Was war gegeben?)	–	X	X
Strategiefindungs- / Begründungsaufgabe (Wie komme ich dahin?)	X	–	X
schwierigere Bestimmungsaufgabe (Wie gehe ich vor und was kommt 'raus?)	X	–	–
schwierigere Umkehraufgabe (Was muss gelten und wie rechne ich?)	–	–	X
eigene Aufgabenkonstruktion / eigene Anwendung finden (So gehe ich in verschiedenen Fällen vor.)	–	X	–
offene Problemsituation (Ich überlege, was ich herausfinden will, wie ich rechne, was herauskommt.)	–	–	–

nach: Mathematik lehren Heft 162

Aktivität



a) **Ergänzen** Sie die Zahlenmauer.



b) **Geben** Sie **an**, zu welchem Aufgabentyp die Aufgabe gehört?
Begründen Sie Ihre Entscheidung.



c) Zu welchem Aufgabentyp gehört Ihre und zu welchem Aufgabentyp die Aufgabe Ihres Tandempartners?
Begründen Sie Ihre Entscheidung.



Aktivität Aufgabentypen

 **Ordne** den Aufgaben jeweils einen passenden Aufgabentyp zu.

A - Beispielaufgabe

+

17		
9	8	
6	3	5

D -

?

$\sqrt{10}$		

G -

⋮

B -

+

7	4	9

E -

?

52		
12	14	
4	2	5

H -

?

Was kann man sonst noch alles mit Zahlenmauern machen?

C -

-

720		

?

möglichst viele Primzahlen!

Beispiel/Musteraufgabe

*Einfache
Bestimmungsaufgabe*

*Einfache
Umkehraufgabe*

Begründungsaufgabe

Problemaufgabe

*Schwierige
Umkehraufgabe*

Offene Situation

Aufgabentypen - Lösungen

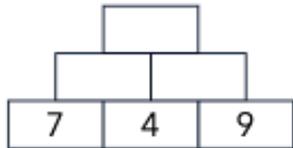
A Beispielaufgabe (x x x)

+

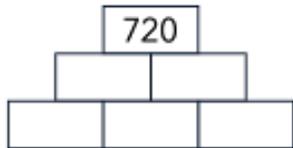


B geschlossene Aufgabe (x x -)

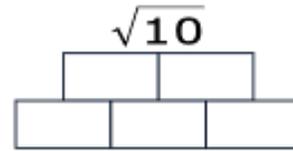
+



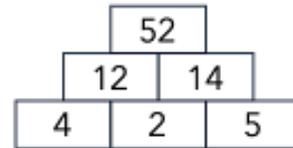
C einfache Umkehraufgabe (- x x)



D Problemumkehr (- - x)



E Begründungsaufgabe (x - x)



F Problemaufgabe (x - -)

?

möglichst viele Primzahlen!



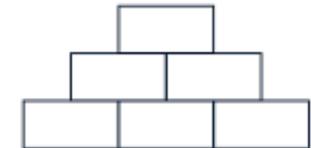
G Anwendungssuche (- x -)



H offene Situation (- - -)



Was kann man sonst noch alles mit Zahlenmauern machen?



Untersuchen Sie gemeinsam eines oder zwei Ihrer mitgebrachten Arbeitsblätter und **kategorisieren** sie die Aufgaben nach den verschiedenen Typen.

Blütenaufgaben

Blütenaufgaben

- Zu **einem** gegebenen Kontext werden **mehrere** Aufgaben gestellt.
 - Die Aufgaben bedingen einander nicht, sondern jede Teilaufgabe kann (möglichst) unabhängig von den anderen bearbeitet werden.
 - Die Aufgaben sind unterschiedlich schwer und beinhalten (möglichst) den Wechsel der Darstellungen.
 - Jeder Lernende entscheidet für sich, welche Aufgaben er bearbeitet.
Vorgegeben ist
 - entweder, wie viele Aufgaben bearbeitet werden müssen,
 - oder wie viele Punkte erreicht werden müssen (dann ist jede Teilaufgabe mit Punkten versehen),
 - oder wie lange gearbeitet wird.
- Jeder arbeitet auf seinem Niveau, aber eine gemeinsame Besprechung ist möglich!

Blütenaufgaben beinhalten

Regelstandard

(x - -) schwierige
Bestimmungsaufgabe
oder Begründung (x - x)

(- - -) offene
Problemstellung
oder selbst eine
Aufgabe erfinden
(- x -)

Regelstandard
plus

(x x -)
Grundaufgabe

(- x x)
Umkehraufgabe

Mindeststandard

(x x x)
Beispielaufgabe

Umgang mit Blütenaufgaben

Exemplarisches gemeinsames
Besprechen

(x - -) schwierige
Bestimmungsaufgabe
oder Begründung (x - x)

(- - -) offene
Problemstellung
oder selbst eine
Aufgabe erfinden
(- x -)

Individuelle
Besprechung

(x x -)
Grundaufgabe

(x x -)
Umkehraufgabe

Selbstkontrolle

(x x x)
Beispielaufgabe

Blütenaufgabe - Beispiel

An der Anlegestelle einer großen Fähre steht:

Karte	1 Person	50 €	
	Blockkarte	8 Personen	380 €
Blockkarte	20 Personen	900 €	

- Gib an, welchen Preis eine Gruppe von 4 Personen zu zahlen hat.
- Berechne, wie viele Karten man für 300 € bekommt.
- Handelt es sich bei der Preistabelle um eine proportionale Zuordnung? Begründe.
- Für 24 Schüler rechnet Frank einen Preis von 1140 € aus. Maike meint, dass die Gruppe noch günstiger fahren kann. Hat Maike recht? Begründe.
- Die Fährgesellschaft will eine Blockkarte für 50 Personen einführen.
Was wäre ein angemessener Preis?

Aufgabenvariationen

Strategien (nach Schupp)

Bei der Aufgabenvariation wird eine Ausgangsaufgabe mehrfach verändert, sodass neue Aufgaben entstehen.

- Ersetzen der Zielvorgabe durch eine **Frage**
Bsp.: statt „Zeige, dass stets... ist“ die Frage „Ist...?“
- **Abschwächung**
Bsp.: statt „Ist $x^2 + 1 > 0$?“ die Frage „Kann $x^2 + 1$ auch 0 sein?“
- **Unterbestimmung**
Bsp.: Konstruiere zwei Kreise mit einer gemeinsamen Sehne so, dass diese Sehne genauso lang ist wie der Radius des einen Kreises.
- **Invertierung**
Bsp.: Gib eine Gleichung an, die genau die Lösungen 1 und 2 besitzt.
- **Generalisierung**
Bsp.: Ersetzen einer Konstanten durch einen variablen Parameter oder die Frage „Ist das immer so?“
- **Reduktion von Informationen**
Bsp.: Hierbei entstehen sog. optionale Aufgaben, d.h. solche, die die Lernenden nach eigenem Geschmack durch Hinzufügen geeigneter Informationen festlegen können.

Strategien (nach Schupp)

- **Überladung**

Es werden überflüssige Informationen hinzugefügt, die die Lernenden als solche identifizieren müssen.

- **Umwandlung in Textaufgaben**

Bsp.: statt „ $28 - 3 = ?$ “ die Frage „Welche Zahl ist um 3 kleiner als 28?“

Dieses sehr einfache Beispiel zeigt, dass Textaufgaben rein innermathematisch sein können und dass sie immer etwas mehr von den Lernenden abfordern als die äquivalente symbolische Variante.

- **Aufgaben-Addition**

Verschiedene geschlossene Aufgaben, die im Prinzip zur selben Situation gehören, werden zu einer komplexen Fragestellung zusammengefügt.

- **Aufgabenvariation durch die Lernenden selber**

Hierbei variieren die Lernenden bestimmte Parameter der Initialaufgabe (Startaufgabe) selber und öffnen damit die Aufgabe selber. Dies kann z.B. genutzt werden um an verschiedenen Beispielen Entdeckungen zu ermöglichen.

Aufgaben öffnen - innermathematisch

Zeichne zwei Dreiecke, die sich in genau zwei Punkten schneiden.

Variationen:

- Kann man zwei Dreiecke zeichnen, die sich in genau zwei Punkten schneiden?
- Zwei Dreiecke schneiden sich in genau drei Punkten. Zeichne möglichst unterschiedliche Beispiele.
- Kann man zwei Dreiecke so zeichnen, dass sie genau
 - einen gemeinsamen Punkt besitzen?
 - zwei gemeinsame Punkte besitzen?
 - ...
 - sieben gemeinsame Punkte besitzen?
- Wie viele Schnittpunkte können zwei Kreise und zwei Geraden höchstens besitzen?



Mathematisch
Argumentieren

Aufgaben öffnen - außermathematisch

Es wird ein Basketball-Turnier mit 16 Mannschaften nach dem KO-System gespielt.

Enge Fragestellung:

- Wie viele Spielpaarungen gibt es in der ersten Runde?
 - Wie viele Gewinner gibt es?
 - Wie viele Verlierer gibt es?
- Wie viele Spielpaarungen gibt es in der zweiten Runde?
 - Wie viele Gewinner gibt es?
 - Wie viele Verlierer gibt es?
- ...
- Wie viele Spiele sind notwendig, um den Sieger zu ermitteln?

Offene Fragestellung:

- Wie viel Zeit musst du für das Turnier einplanen?

Die Schüler*innen stellen sich jetzt vielleicht folgende Fragen:

- Wie viele Spielfelder habe ich zur Verfügung?
- Wie lange dauert ein Spiel?
- Wie lange sollen die Pausen sein?

Aktivität

- a) **Wählen** Sie eine Ausgangsaufgabe aus Ihrem Schulbuch passend zu Ihrem Unterricht der nächsten Wochen.

- b) **Erstellen** Sie eine Aufgabenvariation.
Variieren Sie die Aufgabe so, dass unterschiedliche Kompetenzen angesprochen werden.

- c) **Nennen** und **beschreiben** Sie die Kompetenzzuordnung.
Ordnen Sie den Aufgaben jeweils ein Anforderungsniveau zu.

Teacsons a Lessons..

IQ.SH 



$$x = \frac{1}{2} \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{3}$$



$$\begin{array}{c} 0 \\ \hline x \quad y \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ \hline x \quad y \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \frac{2}{3} = \rho \frac{2}{3} \rho = \frac{1}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{3}$$

$$|2 - 0| > 2 < 3$$



$$R \Rightarrow \rho = \frac{1}{2}$$

$$x^2$$

Warum brauchen wir eine veränderte Aufgabenkultur?

Reflexion einer Unterrichtsstunde

Vergleichen Sie die Zitate der LiVs Anna und Bert.

Anna

Ich bin zufrieden, wie es gelaufen ist.

Das haben die Schüler besser verstanden, als ich dachte.

Mir haben noch 5 Minuten gefehlt.

Ich bin dem Stoff gut durchgekommen.

Die waren ruhig und haben sich nicht gemeldet.

Annas Frage hat mich aus dem Konzept gebracht.

Die Lernprodukte waren ausgesprochen vielfältig.

Für die Entwicklung der Kommunikationskompetenz war die Aufgabe geeignet.

An den Lernprodukten konnte ich gut diagnostizieren.

Die Aufgabe war zu anspruchsvoll und es fehlten Lernhilfen.

Meine Moderation hat Diskursivität verhindert.

Bert

Reflexion einer Unterrichtsstunde

Anna

Ich bin zufrieden, wie es gelaufen ist.

Das haben die Schüler besser verstanden, als ich dachte.

Mir haben noch 5 Minuten gefehlt.

Ich bin dem Stoff gut durchgekommen.

Die waren ruhig und haben sich nicht gemeldet.

Annas Frage hat mich aus dem Konzept gebracht.

Die haben das gebracht, was ich haben wollte.

Diese Referendarin verharnt in der **Stoff- und Lehrerperspektive** und hat die **Lernerperspektive** noch **nicht** angenommen.

Reflexion einer Unterrichtsstunde

Dieser Referendar denkt an die **Lernerperspektive** und er hat die **Kompetenzentwicklung** der SuS im Blick.

Die Lernprodukte waren ausgesprochen vielfältig.

Für die Entwicklung der Kommunikationskompetenz war die Aufgabe geeignet.

An den Lernprodukten konnte ich gut diagnostizieren.

Die Aufgabe war zu anspruchsvoll und es fehlten Lernhilfen.

Meine Moderation hat Diskursivität verhindert.

Bert

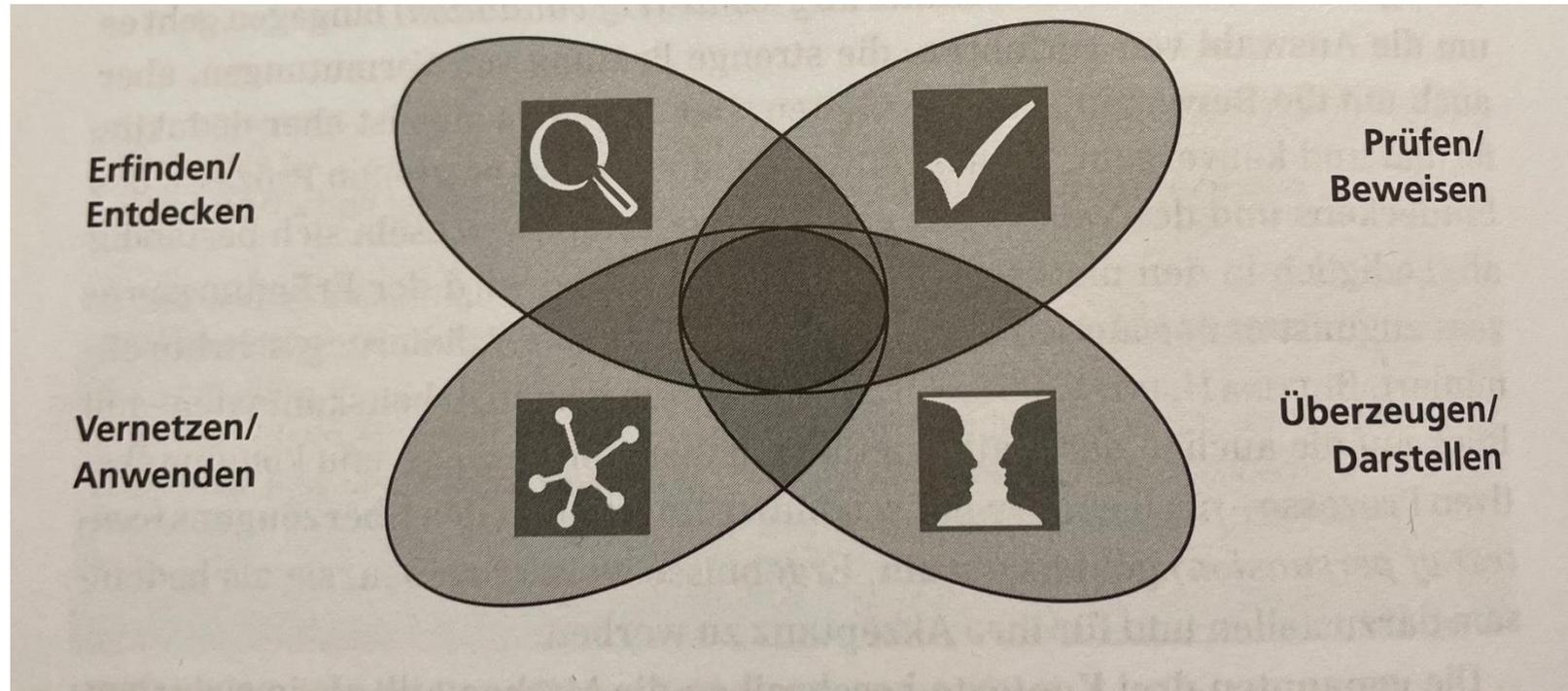
Kompetenzmatrix Sek I

	Mathematisch argumentieren	Mathematisch kommunizieren	Probleme mathematisch lösen	Mathematisch modellieren	Mathematisch darstellen	Mit mathematischen Objekten umgehen	mit Medien mathematisch arbeiten
Reproduktion	<p>SuS</p> <ul style="list-style-type: none"> • geben vertraute Argumentationen wieder, • formulieren typische Fragen, die auf Argumentation zielen, • begründen angemessen auf Basis von alltagswissen 	<p>SuS</p> <ul style="list-style-type: none"> • Formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich, • Entnehmen Informationen aus einfachen mathemathikhaltigen Texten und Abbildungen, • Reagieren sach- und adressatengerecht auf Fragen und Kritik zu eigenen Lösungen 	<p>SuS</p> <ul style="list-style-type: none"> • geben Heuristiken an (z.B. Skizzen erstellen...) • lösen einfache Probleme mit bekannten Heuristiken (z.B. systematisch Probieren, 	<p>SuS</p> <ul style="list-style-type: none"> • ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu, • nutzen bekannte und direkt erkennbare Modelle (z. B. Proportionalität bzw. Dreisatz), • prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung, 	<p>SuS</p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen und erzeugen vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen, • interpretieren vertraute Darstellung 	<p>SuS</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung), • gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um, 	<p>SuS</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden allgemeine Medien zur Kommunikation und zur Präsentation mathematischer Inhalte in Situationen, in denen der Einsatz geübt wurde, • nutzen analoge und digitale Lernumgebungen zum Lernen von Mathematik, • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge, die aus dem Unterricht vertraut sind, • ziehen Informationen aus mathemathikhaltigen Darstellungen in Alltagsmedien,
Zusammenhänge herstellen	<ul style="list-style-type: none"> • entwickeln und erläutern überschaubare mehrschrittige Argumentationen, • erläutern Lösungswege und prüfen sie u.a. auf Konsistenz, • bewerten Ergebnisse und Aussagen auch bzgl. Ihres Anwendungskontextes, • erläutern mathematische Zusammenhänge, Ordnungen und logische Strukturen, 	<ul style="list-style-type: none"> • stellen Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse und Verfahren verständlich dar, • erfasse, interpretieren und deuten komplexere mathemathikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen, • verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen und erklären ihre Bedeutung, • gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein 	<ul style="list-style-type: none"> • formulieren Problemstellungen, • wählen geeignete Heuristiken zur Lösung entsprechender Probleme aus, • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen, 	<ul style="list-style-type: none"> • wählen ein geeignetes mathematisches Modell aus • Nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern, • interpretieren Ergebnisse einer Modellierung, • prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation, • ordnen einem mathematischen Modell passende Situationen zu 	<ul style="list-style-type: none"> • wählen eine Darstellung passend zur Problemstellung aus, • wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind, • übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt 	<ul style="list-style-type: none"> • führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus, • beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um 	<ul style="list-style-type: none"> • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc., • nutzen weitere mathematikspezifische Medien zum selbstgesteuerten Lernen und Anwenden von Mathematik, • nutzen bekannte Algorithmen mit digitalen Mathematikwerkzeugen, • vergleichen mathemathikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, • wählen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung bewusst aus
Verallgemeinerung und Reflexion	<ul style="list-style-type: none"> • entwickeln und erläutern komplexe Argumentationen, • bewerten verschiedene Argumentationen, • stellen selbständig Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind und 	<ul style="list-style-type: none"> • präsentieren sachgerecht komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich, • interpretieren und beurteilen komplexe mathematische Texte sinnentnehmend, • vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen. 	<ul style="list-style-type: none"> • lösen anspruchsvolle, komplexe oder offen formulierte Probleme, • reflektieren das Finden von Lösungsideen, vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege. 	<ul style="list-style-type: none"> • modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln ggf. eigene Modelle, • reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z. B. in Bezug auf die Realsituation, • entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte 	<ul style="list-style-type: none"> • entwickeln eigene Darstellungen, • analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihres Zwecks, • interpretieren nicht vertraute Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft 	<ul style="list-style-type: none"> • bewerten Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz, • beschreiben die innere Struktur von Lösungsverfahren, erfassen deren Allgemeingültigkeit und übertragen die Verfahren auf neue Situationen. 	<ul style="list-style-type: none"> • reflektieren Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematikspezifischer Medien, auch im Vergleich zwischen analogem und digitalem Medium, • konzipieren und erstellen selbst analoge und digitale Medien um mathematische Sachverhalte darzustellen oder zu bearbeiten und stellen ihre Ergebnisse vor • beurteilen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung, • beurteilen mathemathikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, • setzen bekannte mathematische Verfahren mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge als Algorithmus um, • nutzen Algorithmen mit Hilfe digitaler Werkzeuge, um den jeweils zugrundeliegenden mathematischen Inhalt zu untersuchen.

Prozessorientierter Unterricht

Timo Leuders

Vier Prozesskontexte im Mathematikunterricht



Lernumgebungen

Was zeichnet eine Lernumgebung aus?

1. Beschreiben Sie, was eine Lernumgebung von herkömmlichen Aufgaben unterscheidet.
2. Nennen Sie Aspekte für eine Definition des Begriffes „Lernumgebung“.
Nutzen Sie auch die Fachanforderungen oder den Leitfaden als Fundgrube.

Lernumgebungen

in den Fachanforderungen und im Leitfaden zu den Fachanforderungen

Lernumgebungen sind Aufgabenformate, die einen konkreten Lernprozess sinnstiftend (inner- wie außermathematisch) initiieren. Sie sind so gewählt, dass sie für die Lernenden auf allen Anforderungsebenen geeignete Zugänge eröffnen. Schülerinnen und Schüler bestimmen dabei individuell ihre Vorgehensweise in der Bearbeitung und bewegen sich so auf eigenen Lern- und Lösungswegen. Dies ermöglicht der Lehrkraft in der Beobachtung und Begleitung des Prozesses eine gezielte Förderung.

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein (Hrsg.): Leitfaden zu den Fachanforderungen Mathematik, Kiel, 2015, S. 10.

Lernumgebungen

Mathematikunterricht muss so geplant werden, dass durch das Arbeiten an den Leitideen prozessbezogene Kompetenzen erworben werden. Dazu wählen Lehrkräfte zielgerichtet Lernumgebungen aus. Diese umfassen geeignete mathematische Fragestellungen, Aufgabenformate und Lernformen wie zum Beispiel kooperative Lernformen oder individualisiertes Lernen. Diese Lernumgebungen müssen die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzen, bereits erworbene Fertigkeiten und Fähigkeiten situationsgerecht zur Lösung von Problemen einzusetzen. Ziele einer derartigen Vorgehensweise sind der kumulative Kompetenzaufbau und die Vernetzung von Inhalten.

Ministerium für Allgemeine und berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein (Hrsg.): Fachanforderungen Mathematik, Kiel, 2024, 2. Auflage, S. 16.

Lernumgebungen

Definition nach Wittmann

Eine Lernumgebung stellt die **Erweiterung einer** guten oder **substantiellen Aufgabe** dar. Es ist eine große flexible Aufgabe, die auch aus einem Verbund kleiner Aufgaben bestehen kann, die einen gemeinsamen Leitgedanken haben oder einer gemeinsamen Fragestellung folgen.

Wesentliche Aspekte bei der Entwicklung und Beurteilung von Lernumgebungen

(Vgl. Roth, Vollrath(2012), S.151)

Lernumgebungen für den Mathematikunterricht sind...

... **inhaltlich durchdacht** aufgebaut und **fachlich korrekt**,

... **bieten vielfältige Zugänge** zu einem mathematischen Phänomen,

... sind auf das **selbstständige Arbeiten** von Lerngruppen oder individuellen Lernenden abgestellt,

... sollen **entdeckendes Lernen ermöglichen**,

... umfassen geeignete Medien, Materialien sowie Aufgabenstellungen, die **hinreichend offen** sind, um **differenzierend** zu wirken,

... setzen einen **methodischen und sozialen Rahmen**,

... fordern zur **Kommunikation** und zur **Reflexion** über das Erarbeitete heraus,

... enthalten Aufforderungen zur **Dokumentation** der Ergebnisse und bieten bei Bedarf **individuell abrufbare Hilfestellungen** an.

Lernumgebung

Differenzierung

Lernumgebungen bieten ein hohes Maß an Differenzierung.
Die Lösungen können einfach und anspruchsvoll sein.

Besonders elegante Lernumgebungen bieten viel Differenzierung,
sind anregend, mathematisch gehaltvoll und brauchen, **die Lehrkraft wird darüber dankbar sein**, wenig Aufwand in der Vorbereitung.

Differenzierung nach Krüger und Meyfarth

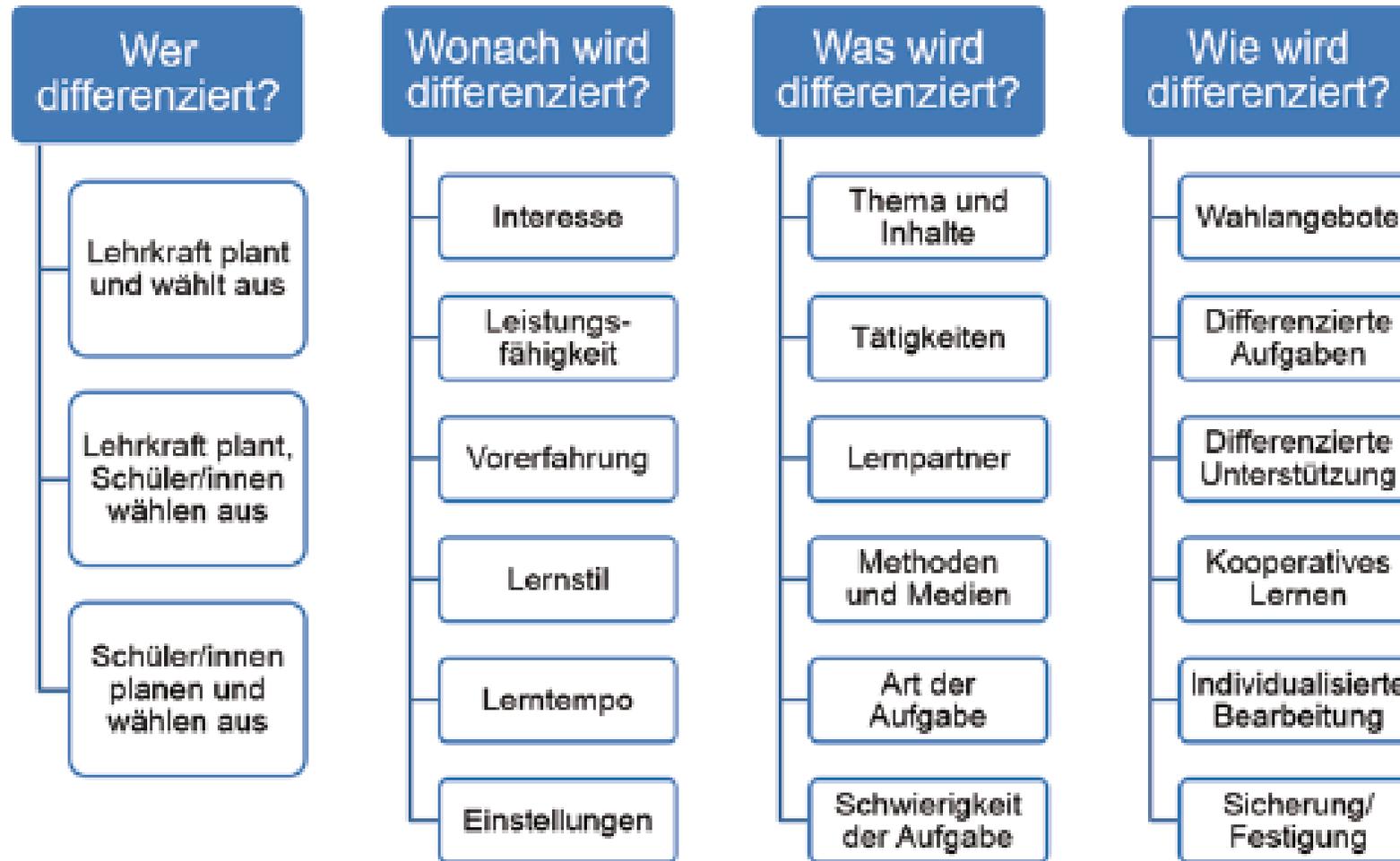
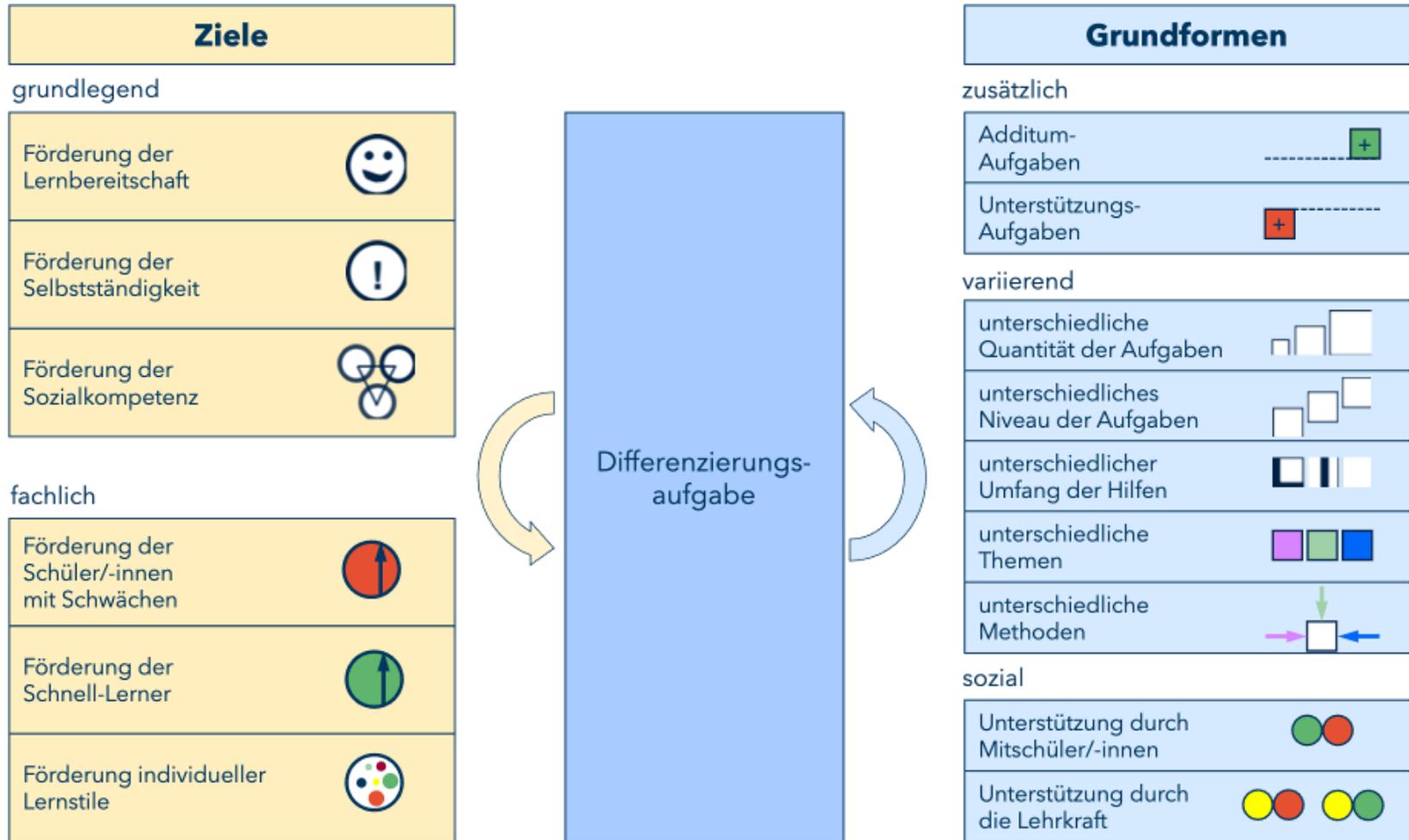


Abb. 7.1 Art der Differenzierung nach Krüger und Meyfarth (2009)

Differenzierung

Kieler Modell



Natürliche Differenzierung Würfelnetzlernumgebung



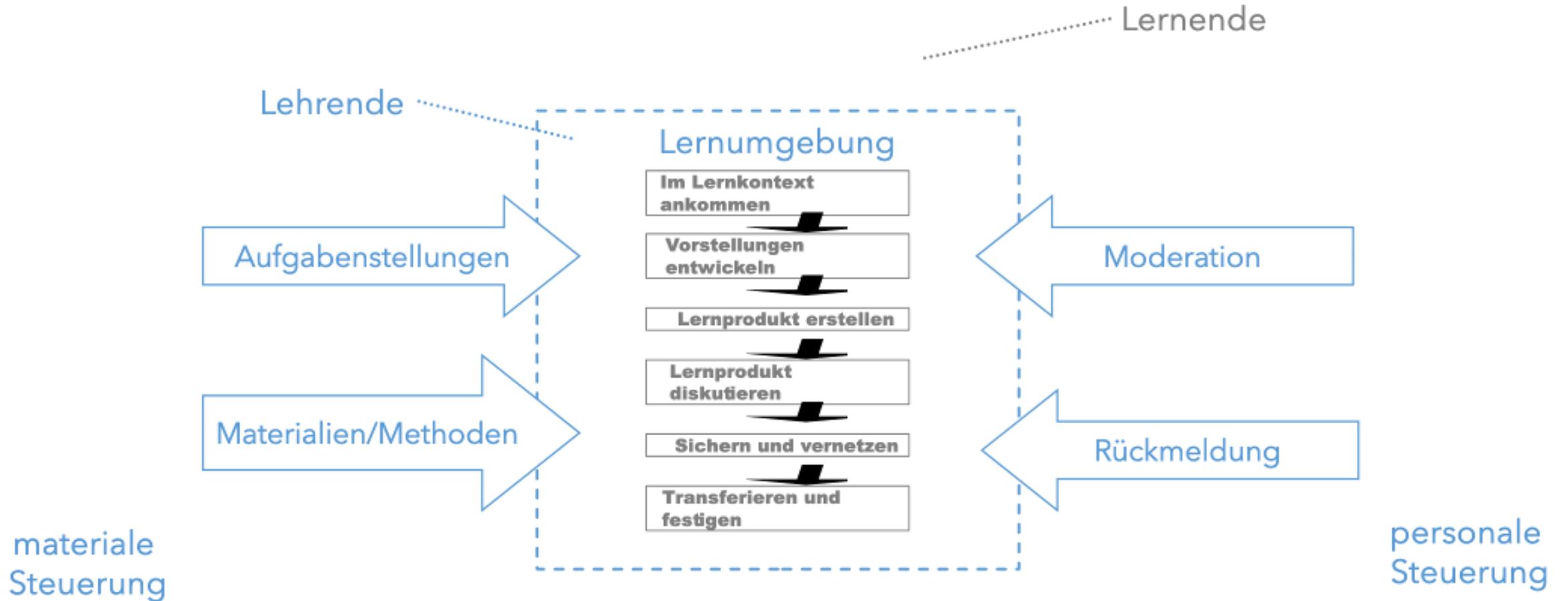
Finde unterschiedliche Würfelnetze
Probieren Sie das bitte aus.

Analysieren Sie diese Lernumgebung
nach selbstgewählten Kriterien.

Untersuchen Sie das
Differenzierungspotenzial der
Aufgabenstellung.

Prozessmodell

Lehr-Lern-Modell nach Leisen



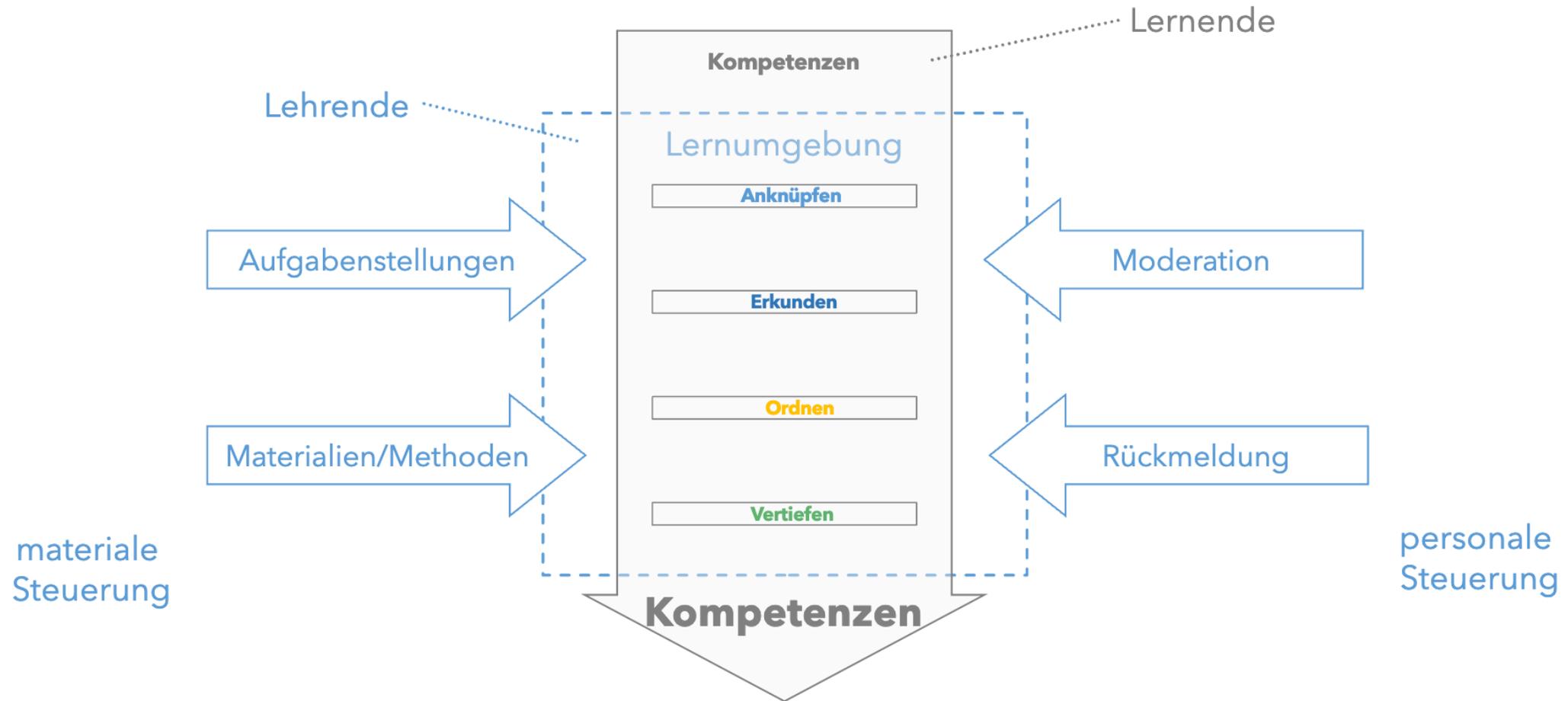
Prozessmodell

KOSIMA-Strukturmodell

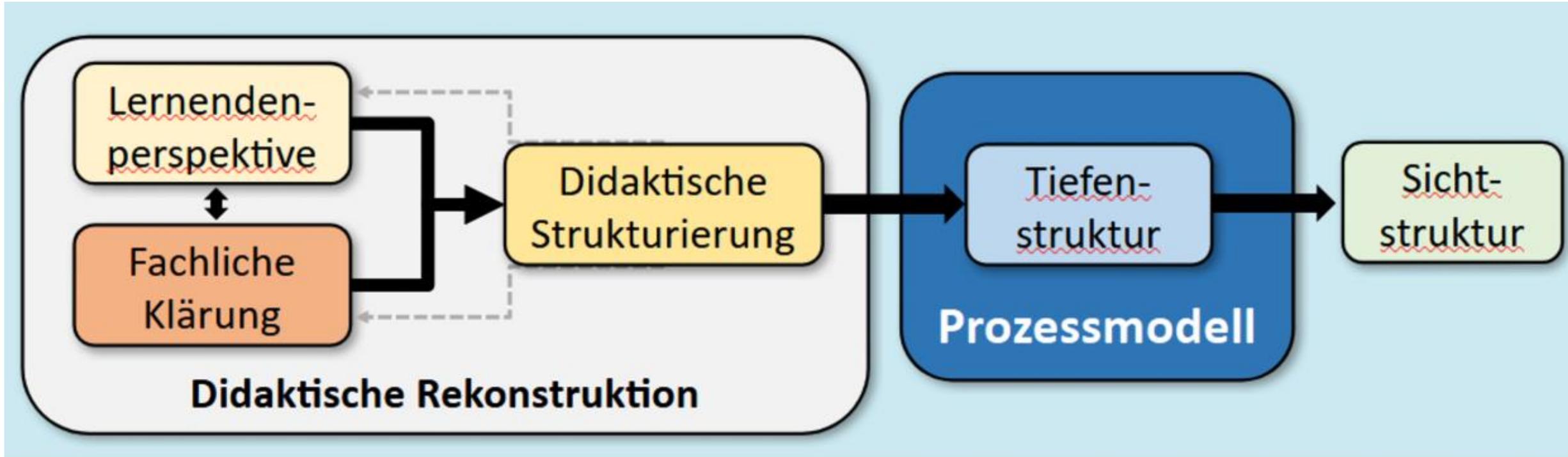
1. **Anknüpfen:** Aktivieren von Vorerfahrungen, Hinführen mit Kernfragen. Lernende erinnern sich und werfen Fragen auf.
2. **Erkunden:** An anregenden Problemen eigene Wege gehen. Durch Problemlösen oder Untersuchen von Phänomenen werden Begriffe aufgebaut, Verfahren entwickelt und Zusammenhänge herausgearbeitet.
3. **Ordnen:** Systematisieren und Sichern durch Zuordnen, Ergänzen von Beispielen, Erklären erfolgt ein individuelles Aneignen der Mathematik.
4. **Vertiefen:** Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern erfolgt durch Behandlung verschiedener Aufgabentypen (Bruder, 2012, Büchter und Leuders, 2005)
5. **Selbstdiagnose** zum Beispiel mittels Checkliste

Prozessmodell

Lehr-Lern-Modell nach Leisen



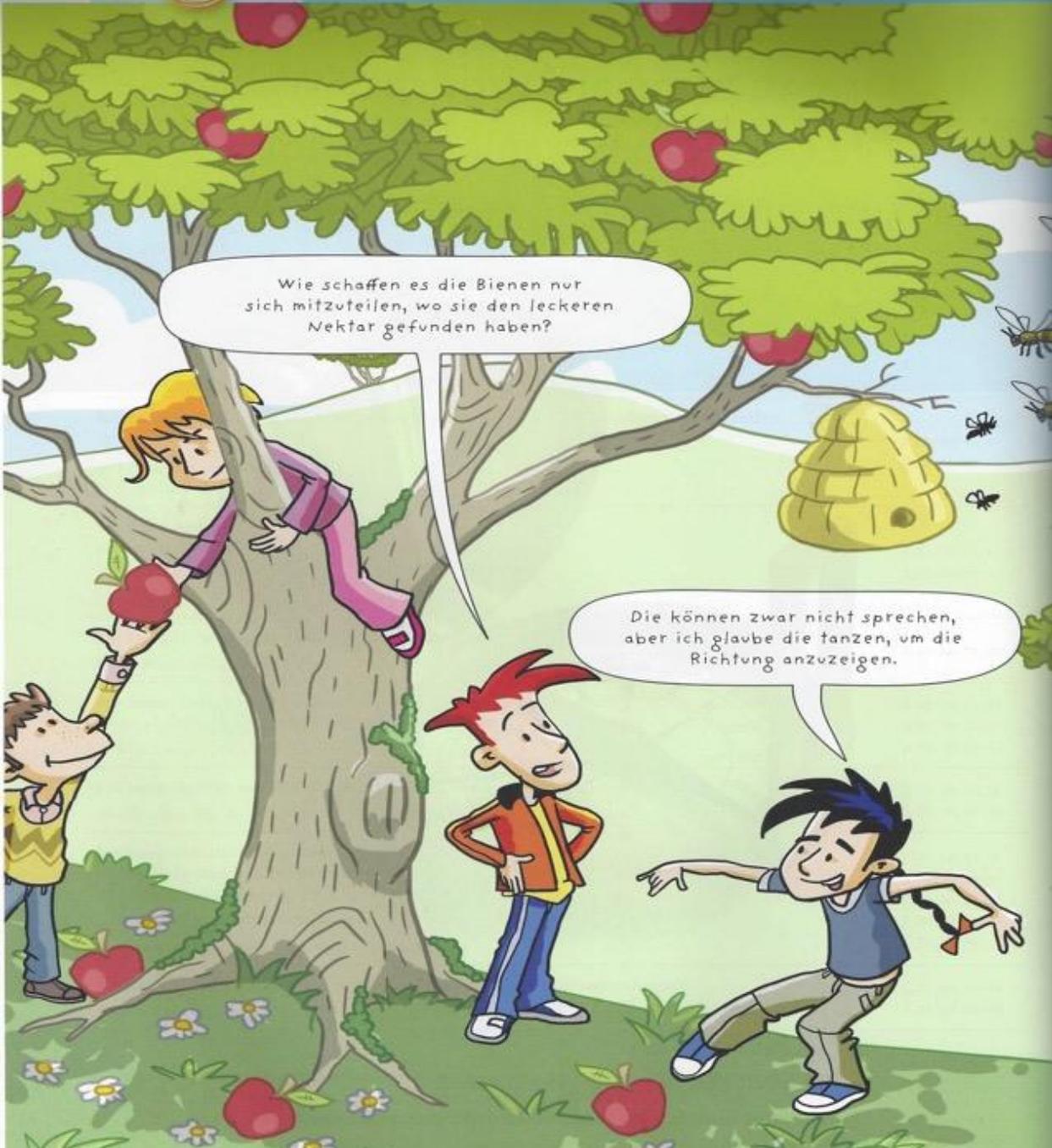
Unterrichtsplanung



Quelle: Abshagen, Maïke: Unterrichtsplanung, S.233 aus Abshagen (2021)

Lernumgebung

Beispiel: Winkel als Richtungsänderung

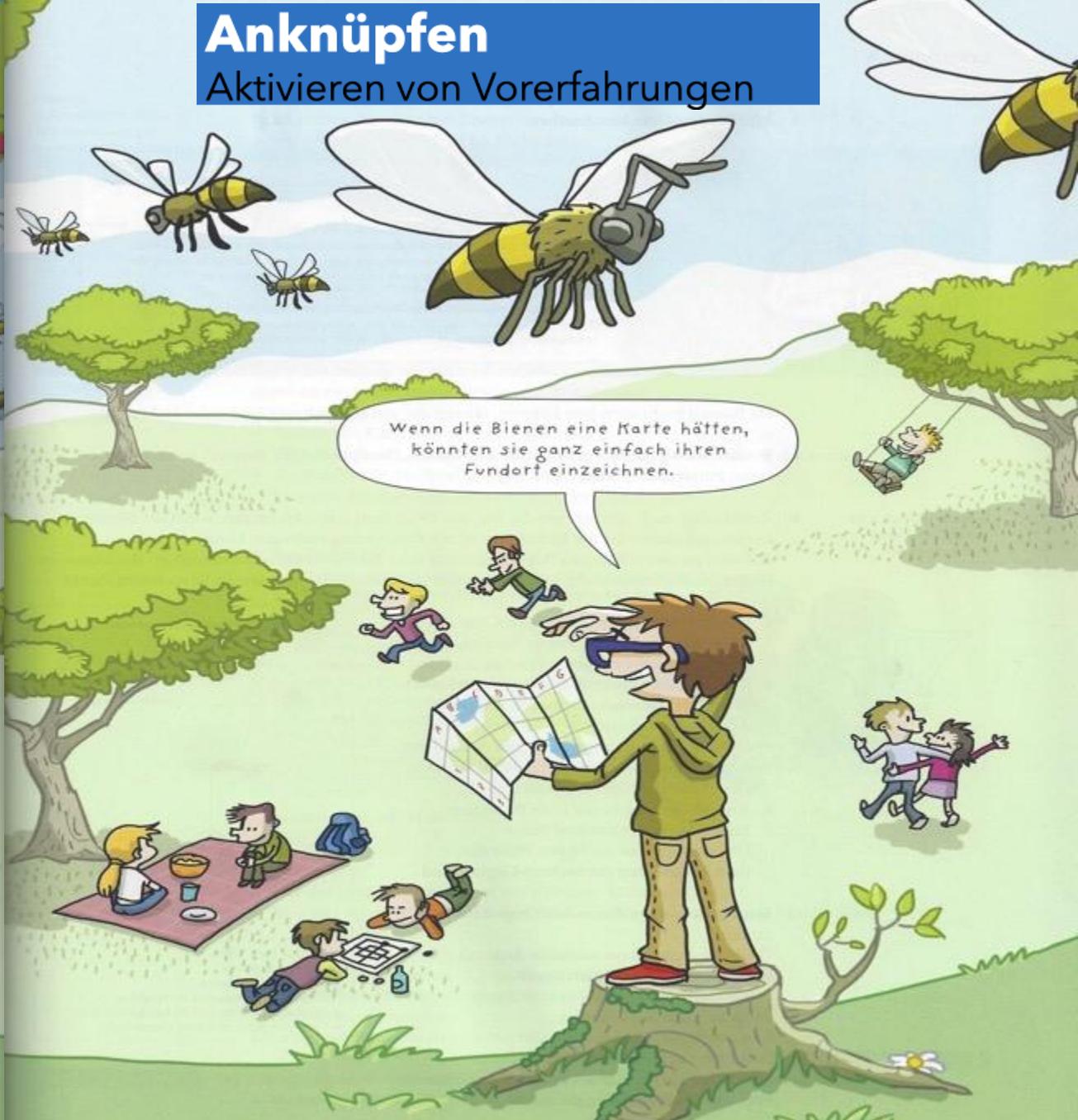


Wie schaffen es die Bienen nur sich mitzuteilen, wo sie den leckeren Nektar gefunden haben?

Die können zwar nicht sprechen, aber ich glaube die tanzen, um die Richtung anzuzeigen.

Anknüpfen

Aktivieren von Vorerfahrungen



Wenn die Bienen eine Karte hätten, könnten sie ganz einfach ihren Fundort einzeichnen.

Die Sprache der Bienen

Bienen können sich gegenseitig mitteilen, wo es guten Nektar gibt. Dazu führen sie einen Schwänzeltanz auf und orientieren sich an der Sonne: Tanzt die Biene genau auf die Sonne zu, liegt der Futterplatz in Richtung der Sonne. Tanzt die Biene leicht nach rechts, liegt der Futterplatz in dieser Richtung.

Mit der Geschwindigkeit ihres Tanzes geben die Bienen die Entfernung an. Tanzen sie schnell, ist der Futterplatz in der Nähe.

Je langsamer sie tanzen, desto weiter ist der ersuchte Nektar entfernt.



Spielregeln:

1. Der Kapitän wählt einen Zielort und zieht vom Startort Toulon eine Linie zum Zielort. Der Steuermann darf den Zielort nicht sehen.
2. Der Kapitän legt seinen Kompass mit dem Mittelpunkt auf den Startort und richtet ihn nach Norden aus. An der gezeichneten Linie kann er am Rand des Kompasses die Richtung ablesen.
3. Nun sagt der Kapitän dem Steuermann die Richtung an.
4. Der Steuermann trägt mit dem Kompass die Richtung in seine Karte ein und liest den Zielort ab.

Tauscht anschließend die Rollen.



Erkunden

Wie finde ich eigene Wege gehen



Der Gegenstand liegt

_____ Schritte entfernt.



Die Regeln in Kürze:

1. Gegenstand verstecken.
2. Direkt zum Bienenstock zurückgehen.
3. Anzahl der Schritte und Richtung markieren.
4. Die zweite Biene sucht den Gegenstand.

Richtungen bestimmen

Nicht nur Bienen, auch Menschen beschreiben, wie sie Orte finden. Seefahrer zum Beispiel geben Richtungen zu bestimmten Orten mit Hilfe eines Kompasses an.

Erklärt euch gegenseitig, wie man einen Kompass verwendet und was die Buchstaben bedeuten.

Wenn ihr nicht wisst, wie ein Kompass funktioniert, informiert euch in einem Lexikon oder im Internet.

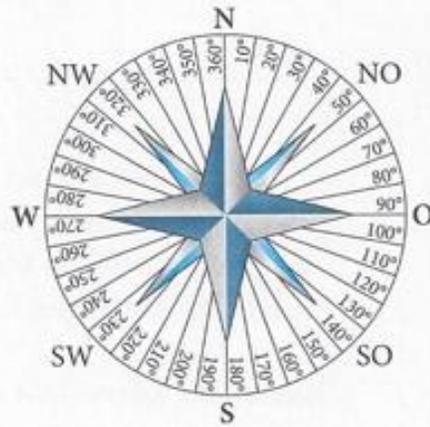


Wissenspeicher Kompass und Winkel

Ein Kompass ist eine Kreisscheibe, die in 360 gleiche Teile geteilt ist. Jeder Teil entspricht einem Grad (kurz: 1°).

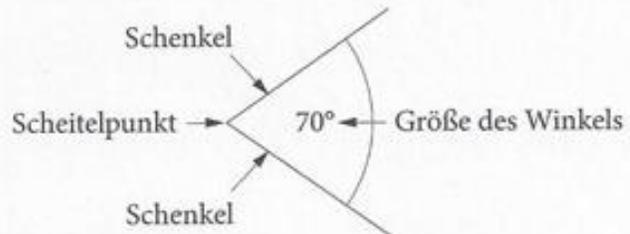
Grad-Zahlen benutzt man auch, um die Größe von Winkeln anzugeben.

Grad-Zahlen lassen sich oft besser als Himmelsrichtungen verwenden, weil



Himmelsrichtungen	Grad-Zahlen
Norden/N	
Nordosten/NO	
Osten/O	
Südosten/SO	
Süden/S	
Südwesten/SW	
Westen/W	
Nordwesten/NW	

Mit **Winkeln** lassen sich Drehungen beschreiben.



Ein Winkel besitzt zwei _____.
Der Schnittpunkt der beiden _____
heißt _____.



Vertiefen 1

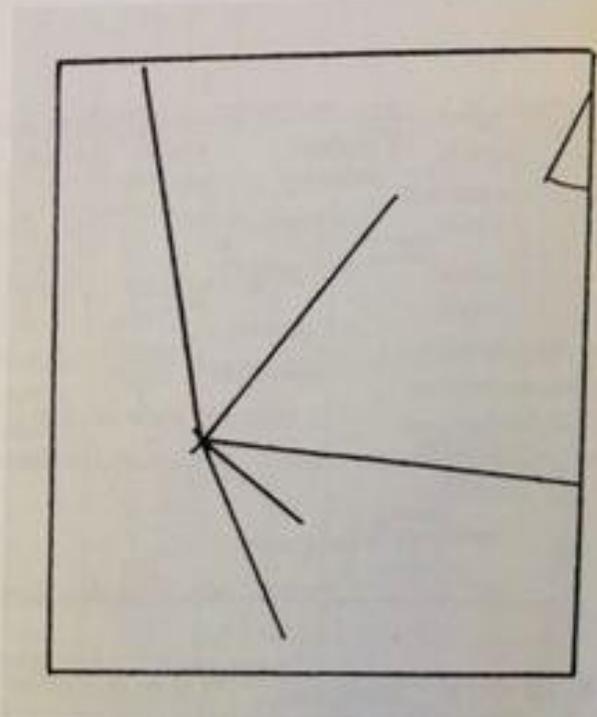
Richtungen mit Winkeln beschreiben

Training

1 Richtungen im Klassenraum

So wie die Bienen sich gegenseitig mitteilen, wo sie Nektar gefunden haben, so kann man auch als Mensch die Lage von Orten beschreiben.

- Arbeitet zu zweit.
Jeder legt ein Blatt Papier vor sich auf den Tisch. Dieses Blatt soll den Klassenraum darstellen. Zeichnet die Tür ein. Zeichnet auf euer Blatt ein kleines Kreuz an die Stelle, an der ihr euch gerade befindet.
- Wählt nun, ohne dass euer Partner es sieht, 6 Gegenstände im Raum aus und zeichnet auf dem Blatt mit Linien die Richtung ein, in der sich der Gegenstand befindet.
Die Länge der Linien soll dabei andeuten, wie weit weg sich etwas befindet.
- Tauscht nun die Blätter aus und schreibt an die Linien den Gegenstand, den euer Partner gemeint haben könnte. Prüft dann gegenseitig, ob eure Lösungen stimmen.



Vertiefen

Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern



Checkliste

Orientierung auf Land und Wasser –
Die Lage von Orten beschreiben und finden

Ich kann ...
Ich kenne ...

Hier kann ich
üben ...

Ich kann Winkel nutzen, um Richtungen und Richtungsänderungen anzugeben.
Ein Schiff ist auf dem Weg nach Messina.
Um wie viel Grad muss es sich drehen,
um nach Neapel zu kommen?
(Nutze deine durchsichtige Winkelscheibe.)



S. 90 Nr. 2
S. 91 Nr. 3, 4
S. 92 Nr. 5

Ich kann Winkel messen.
Wie groß sind die beiden Winkel?



S. 92 Nr. 7
S. 93 Nr. 8
S. 94 Nr. 10,

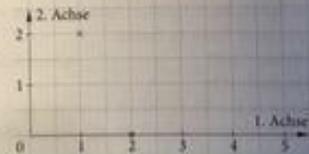
Ich kann Winkel zeichnen.
Zeichne einen spitzen Winkel und einen Winkel mit der Größe 120° .

S. 92 Nr. 7
S. 93 Nr. 8
S. 95 Nr. 14

Ich kann zu einem Winkel die Winkelart benennen.
Nenne zu den folgenden Winkelgrößen die Winkelart: 23° , 232° , 3° , 360° , 123°

S. 94 Nr. 12
S. 95 Nr. 13

Ich kann Koordinaten in ein Koordinatensystem eintragen und daraus ablesen.
Wie lauten die Koordinaten der
beiden Punkte?
Trage die Punkte $(3|2)$, $(0|0,7)$ und $(-1|4)$
in ein Koordinatensystem ein.



S. 96 Nr. 15
S. 97 Nr. 18
S. 98 Nr. 20
S. 99 Nr. 22

Ich kann Koordinaten nutzen, um die Lage von Orten anzugeben und zu finden.
Nimm dir eine Karte deiner Stadt und gib die Koordinaten deines Hauses an.

S. 96 Nr. 11
S. 99 Nr. 21

► Hinweis: Im Materialblock auf Seite 60 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung.
Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Buchkennung: MWS040235, Mediencode: 100-1)

Testen

Selbstdiagnose und/oder
Leistungsnachweis

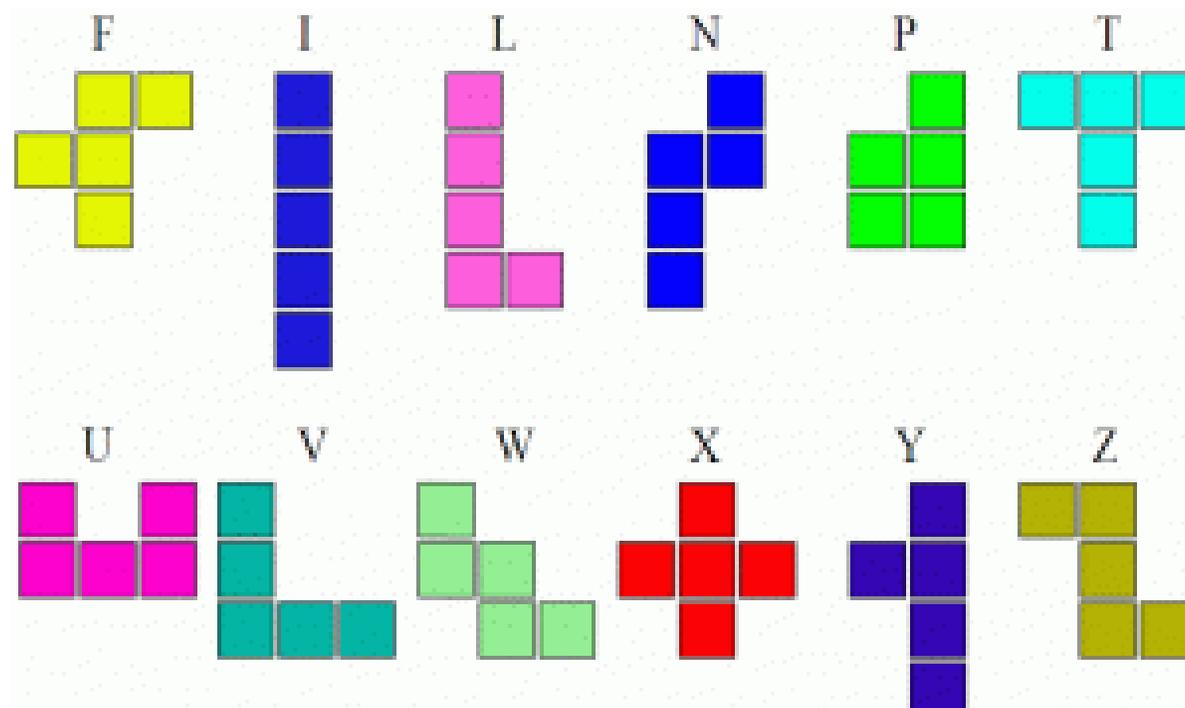
Lernumgebung

Beispiel: Pentominos

Definition

Pentominos sind Figuren, die aus 5 Quadraten zusammengesetzt sind.

Es gibt 12 Pentominofiguren:



Pentominos im Hunderterfeld

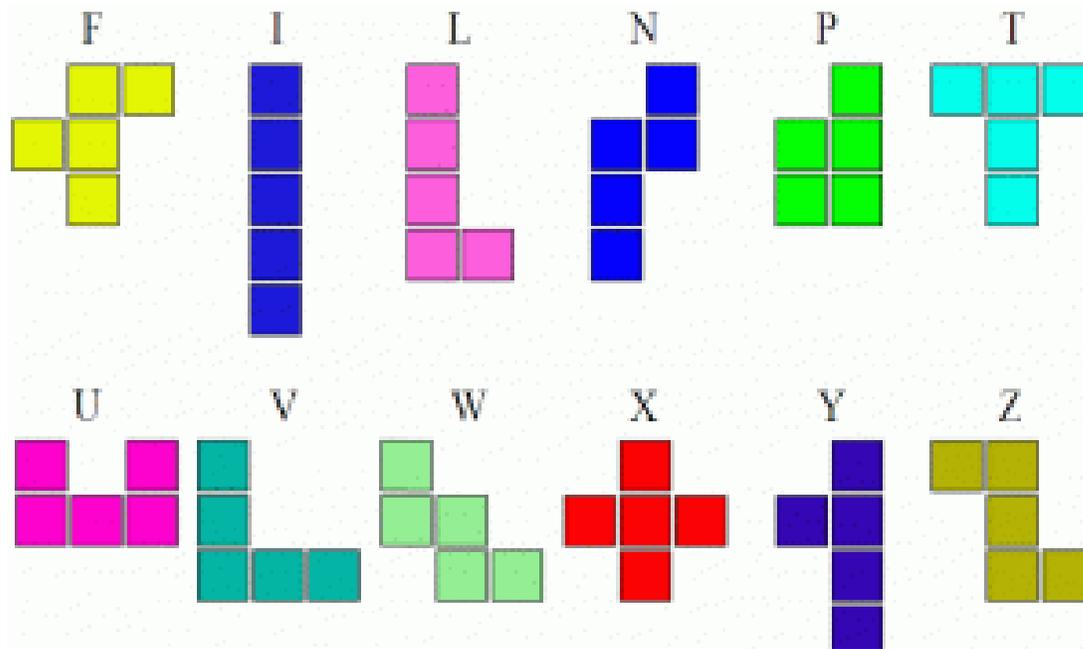
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Aufgaben:

1. Auf dem Hunderterfeld siehst Du ein Zahlenkreuz mit der Summe 75. Verschiebe es zuerst um ein Feld nach rechts. Rechne die Summe der Zahlen aus. Schiebe dann das Kreuz um ein Feld nach unten und rechne die Summe aus. Was stellst Du fest?
2. Finde weitere Kreuzzahlen.
3. Kannst Du erklären, wie sich die Kreuzzahlen durch das Verschieben verändern? Schreibe auf, was Du feststellst.

Aktivität

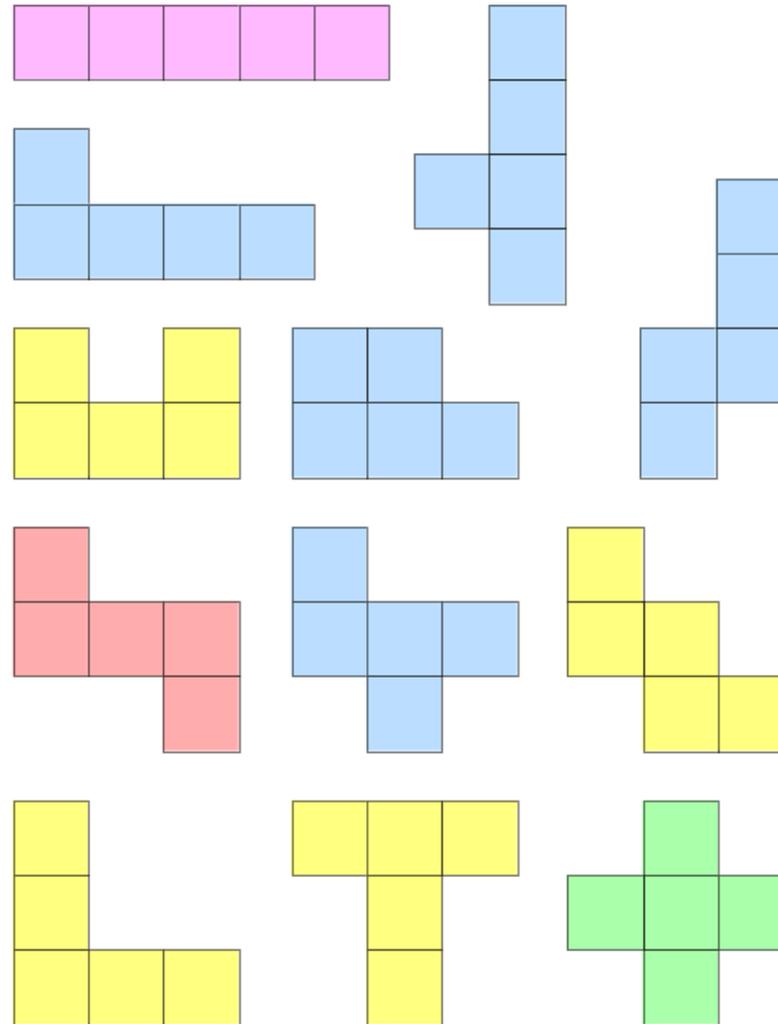
Erweitern Sie die Aufgabe so, dass eine reichhaltige Lernumgebung entsteht.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

a) Bestimmen Sie die Summe der vom T-Pentomino verdeckten Zahlen.

b) Antizipieren Sie mögliche Lösungsstrategien sowie mögliche Probleme.



1	2	3	4	5				9	10
11	12	13	14	15	16		18	19	20
21	22	23	24	25	26		28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Differenzierungspotenzial

Kinder mit **einfachen** Lösungen ...

- ... verschieben eine oder mehrere Pentominos schrittweise auf dem Hunderterfeld und berechnen dieentsprechenden Summen.
- ... erreichen vorgegebene Summen näherungsweise.
- ... berechnen Summen auch ohne Berücksichtigung von Rechengesetzen.
- ... operieren auf der Hundertertafel mit Pentominos.

Kinder mit **anspruchsvollen** Lösungen ...

- ... klären Zusammenhänge zwischen Summe, Position und Form eines Pentominos.
- ... decken vorgegebene Summen mit entsprechenden Pentominos ab.
- ... wenden Rechengesetze beim Addieren an.
- ... verstehen den Zusammenhang zwischen Lage der Pentominos und dem Fünferrest.
(Symmetrieeigenschaften).

Schülerergebnisse

Einfache Lösung

Einfache Lösungen

$$10 + 20 + 30 + 40 + 50 = 150$$

$$1 + 11 + 21 + 31 + 41 = 105$$

$$(5 + 15 + 25 + 35 + 45 = 125)$$

$$6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 46$$

$$3 + 13 + 23 + 33 + 43 = 115$$

$$2 + 12 + 22 + 32 + 42 = 110$$

$$4 + 14 + 24 + 34 + 44 = 120$$

Ich finde die
erste rechnung
am leichtesten.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Delilah hat wie die meisten Kinder für ihre «Reise» eine einfache Pentomino ausgesucht und die Summe 150 (2. Aufgabe) in der Spalte ganz rechts markiert. Sie hat den Stab nach links, dann wieder nach rechts verschoben, aufgrund der Reihenfolge der Rechnungen jedoch nicht systematisch. Bei systematischerem Vorgehen hätte sie möglicherweise den Zusammenhang zwischen Summe und Verschieben gefunden.

Schülerergebnisse

Mittlere Lösung

Mittlere Lösungen

Nachdem Fabienne mit dem «L» die Summe 150 nicht abdecken konnte, versucht sie es mit dem «Tunnel». Bei ihrem ersten Versuch mit der Summe 158 ist die Summe der Zehner 150, diejenige der Einer 8. Sie stellt fest, dass die Summe der Einer ein Vielfaches von 10 betragen muss. Dazu dreht sie die Figur und schiebt sie in die gewünschte Position.

Ich habe gerechnet

$$27 + 22 + 32 + 42 + 97 = 158$$

Ich habe es überall ausprobiert bis ich es habe

$$35 + 25 + 28 + 27 + 37 = 150$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Schülerergebnisse

Anspruchsvolle Lösung

Jonathan

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

$$1+2+3+4+5=15$$

$$2+3+4+5+6=20$$

$$3+4+5+6+7=25$$

$$94+95+96+97+98=480$$

$$95+96+97+98+99=485$$

$$11+12+13+14+15=65$$

$$21+22+23+24+25=115$$

$$96+97+98+99+100=490$$

$$86+87+88+89+90=440$$

$$76+77+78+79+80=390$$

Ich habe herausgefunden
wenn man den 5ten Pentominos
eins nach rechts schieben
gibt es fünf mehr.
Weil der Pentominos
fünf Würfel hat

Jonathan bemerkt und dokumentiert sowohl die Veränderung der Summen um 5 bzw. um 50 beim Verschieben eines Pentominos nach rechts bzw. nach unten.

Hirt, U.; Wälti, B. (2008): Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte - Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht Band 2.

Aktivität

Erkunden Sie die Lernumgebungen zum Satz des Pythagoras im Leitfaden zu den Fachanforderungen. (Material - in der moodle Gruppe)

- a) **Ordnen** Sie den Aufgaben in der Lernumgebungen die Schritte aus dem KOSIMA – Strukturmodell zu.
- b) **Beurteilen** Sie die Lernumgebung nach den wesentlichen Aspekten (s.Roth).
Finden Sie Beispiele für die Umsetzung in der Lernumgebung.

KOSIMA - Strukturmodell

1. **Anknüpfen:** Aktivieren von Vorerfahrungen, Hinführen mit Kernfragen. Lernende erinnern sich und werfen Fragen auf.
2. **Erkunden:** An anregenden Problemen eigene Wege gehen. Durch Problemlösen oder Untersuchen von Phänomenen werden Begriffe aufgebaut, Verfahren entwickelt und Zusammenhänge herausgearbeitet.
3. **Ordnen:** Systematisieren und Sichern durch Zuordnen, Ergänzen von Beispielen, Erklären erfolgt ein individuelles Aneignen der Mathematik.
4. **Vertiefen:** Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern erfolgt durch Behandlung verschiedener Aufgabentypen (Bruder, 2012, Büchter und Leuders, 2005)
5. Selbst**diagnose** zum Beispiel mittels Checkliste

Wesentliche Aspekte bei der Entwicklung und Beurteilung von Lernumgebungen

(Vgl. Roth, Vollrath(2012), S.151)

Lernumgebungen für den Mathematikunterricht sind...

... **inhaltlich durchdacht** aufgebaut und **fachlich korrekt**,

... **bieten vielfältige Zugänge** zu einem mathematischen Phänomen,

... sind auf das **selbstständige Arbeiten** von Lerngruppen oder individuellen Lernenden abgestellt,

... sollen **entdeckendes Lernen ermöglichen**,

... umfassen geeignete Medien, Materialien sowie Aufgabenstellungen, die **hinreichend offen** sind, um **differenzierend** zu wirken,

... setzen einen **methodischen und sozialen Rahmen**,

... fordern zur **Kommunikation** und zur **Reflexion** über das Erarbeitete heraus,

... enthalten Aufforderungen zur **Dokumentation** der Ergebnisse und bieten bei Bedarf **individuell abrufbare Hilfestellungen** an.

Lernumgebungen

Lernumgebungen...

- sind verknüpfte, inhaltlich aufeinander bezogene Arbeitsblätter.
- sollen selbstständiges Arbeiten und entdeckendes Lernen ermöglichen.
- bieten vielfältige Zugänge zu einem mathematischen Phänomen.
- sind hinreichend offen, um differenzierend zu wirken.
- fordern zur Kommunikation und Reflexion heraus.
- fordern zur Dokumentation der Ergebnisse auf.
- bieten bei Bedarf individuell abrufbare Hilfe an.

Digitale Lernumgebung

Eigenschaften

Lernumgebungen...

- sind verknüpfte, inhaltlich aufeinander bezogene **interaktive** Arbeitsblätter.
- sollen selbstständiges Arbeiten und entdeckendes Lernen ermöglichen.
- bieten vielfältige Zugänge zu einem mathematischen Phänomen.
- sind hinreichend offen, um differenzierend zu wirken.
- fordern zur Kommunikation und Reflexion heraus.
- fordern zur Dokumentation der Ergebnisse auf.
- bieten bei Bedarf individuell abrufbare Hilfe an.
- ermöglichen eine Lernerfolgskontrolle durch SuS selbst.
- nutzen Möglichkeiten der dynamischen Darstellung und Interaktivität.

Lernpfade

„Ein Lernpfad ist eine internetbasierte Lernumgebung, die mit einer Sequenz von aufeinander abgestimmten Arbeitsaufträgen strukturierte Pfade durch interaktive Materialien (z.B. Applets) anbietet, auf denen Lernende handlungsorientiert, selbsttätig und eigenverantwortlich auf ein Ziel hin arbeiten.“ (Jürgen Roth)

Aktivität

Lernpfade (Beispiele)/ Digitale Lernumgebungen

a) Wählen Sie einen der folgenden Lernpfade oder eine Alternative, die zu Ihrem Unterricht der nächsten Wochen passt.

b) Arbeiten Sie den Lernpfad vollständig durch und **nehmen** Sie **eine Veränderung** zur Differenzierung vor.

c) Begründen Sie diese Veränderung.

ZUM – Lernpfad:

Flächen und Volumina – ZUM-Unterrichten

https://unterrichten.zum.de/wiki/Fl%C3%A4chen_und_Volumina

ZUM – Lernpfad:

Achsensymmetrische Vierecke und Dreiecke – ZUM-Unterrichten

https://unterrichten.zum.de/wiki/Achsensymmetrische_Vierecke_und_Dreiecke

ZUM-Lernpfad: Quadratische Funktionen

-> selbstdifferenzierende Aufgaben, Bremswegaufgabe

http://medienvielfalt.zum.de/wiki/Quadratische_Funktionen_2

Geogebra - Lernpfad:

Lernpfad: Trigonometrische Funktionen - GeoGebra

<https://www.geogebra.org/m/YsEj5wjH>

Lernpfad – Satz des Pythagoras:

Pythagoras für die 3.Klasse(Österreich)

<https://www.austromath.at/medienvielfalt/materialien/pythagoras3/lernindex.htm>

Take – Home - Message

Folgendes will ich im Unterricht ausprobieren:

Das war neu für mich:

Das war für mich die zentrale Botschaft:

Das kam für mich heute zu kurz:

Feedback

<https://oncoo.de/ka9v>



Los geht's!

Ausblick

Das nächste Modul zum Thema
„Messen – Grundvorstellungen aufbauen“

findet statt

am **19.03.2025**

in der **Christian – Timm – Schule** (Rendsburg)

bei **Bennet Hinz**

Gute Heimfahrt!

Quellenverzeichnis – Hinweis Verweise/Quellen – Internetseiten finden Sie auf den Folien

Abshagen, Maike (2000): Praxishandbuch Sprachbildung - Mathematik sprachsensibel unterrichten - Sprache fördern. Stuttgart: Klett.

Abshagen, Maike u.a. (2021): Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten, 2. Auflage, Hannover, Klett – Verlag.

Barzel, Bärbel u.a. (2012): Mathematik Methodik – Handbuch für die Sekundarstufe I und II, 6. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Barzel, Bärbel u.a. (2014): Mathematik unterrichten: Planen, durchführen, reflektieren, 3. Auflage, Berlin, Cornelsen - Scriptor

Büchter, Andreas und Leuders, Timo (2009): Mathematikaufgaben selbst entwickeln – Lernen fördern – Leistungen überprüfen, 5. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Büchter, Andreas (2005): Aufgabenkultur und Unterrichtsentwicklung – Vorschläge für eine Aufgabenwerkstatt, Soltau.

Bruder, Regina (2012): „Vielseitig mit Aufgaben arbeiten – Mathematische Kompetenzen nachhaltig entwickeln und sichern.“ In R. Bruder, T. Leuders, & A. Büchter (Hrsg.), Mathematikunterricht entwickeln (S. 18–52). Cornelsen Scriptor.

Bruder, Regina (2006): Mathematik verstehen, behalten und anwenden lernen – ein Unterrichtskonzept für nachhaltiges Lernen, TU Darmstadt, Darmstadt.

Bruder, Regina und Reibold, Julia (2010): Mathematiklehren – Erfolgreich unterrichten: Konzepte und Materialien – differenzieren, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 162.

Fauth, Benjamin (u.a.) (2021): Beobachtungsmanual zum Unterrichtsfeedbackbogen Tiefenstruktur, Institut für Bildungsanalysen Baden – Württemberg , Stuttgart.

Hirth, U.; Wälti, B. (2008): Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte – Natürlich Differenzieren im Mathematikunterricht. Band 2.

Jesper, Ulf: Planungshilfen zur inneren Differenzierung. Kronshagen: IQSH.

Köller, Olaf u.a. (2010): Bildungsstandards Mathematik: konkret, 6. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Kultusministerkonferenz (Hrsg.) (2022) Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA) . Beschluss vom 14.10.2004 i.d.F. vom 23.06.2022.

Leuders, Timo u.a. (2013): Mathematik Didaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II, 8.Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): Fachanforderungen Mathematik, 2.Auflage, Kiel

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein (Hrsg.)(2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen Mathematik, Kiel.

Prediger, Susanne u.a. (2013). Anknüpfen, Erkunden, Ordnen, Vertiefen – Ein Modell zur Strukturierung von Design und Unterrichtshandeln.

Prediger, S. u. a. (2014): Mathewerkstatt 6 , Berlin, Cornelsen.

Prediger, S. u.a. (2014): Mathewerkstatt 8, Berlin, Cornelsen.

Prediger, S. u.a. (2024) : Folie aus der Basisqualifikation Baustein 2 – QuaMath, DZLM.

Roth, J.: Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht – Konzepte, empirische Ergebnisse und Desiderate. In: Buechter u.a.: Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht, Springer.

Vernay, Rüdiger Hrsg (2014): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Das ist so, weil...- Argumentieren im Mathematikunterricht, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 26

Vollrath, Hans Joachim und Roth, Jürgen (2012): Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe, 2. Auflage, Heidelberg, Spektrum Verlag