Schleswig-Holstein. Der echte Norden.

Leitidee – Messen
Aufbau von Grundvorstellungen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

1. Messen Grundvorstellungen aufbauen

Die LiV kennen die Stationen zum Aufbau von Grundvorstellungen und können sie für die Leitidee Messen konkretisieren. Anhand des Flächeninhaltsbegriffs werden die Stationen zum Aufbau von Grundvorstellungen erarbeitet und die Bedeutung von sowie der Umgang mit Fehlvorstellungen thematisiert. Weitere Themen sind der Umgang mit Einheiten, die Nutzung von Standardrepräsentanten für die Begriffsbildung und der Messvorgang. Auf den Artikel von Siegrid Krauter zum Flächeninhalt wird eingegangen.

Quelle: Ausbildungscurriculum Mathematik, S. 103, IQSH

Rückblick: Aufgabenkultur und Lernumgebungen

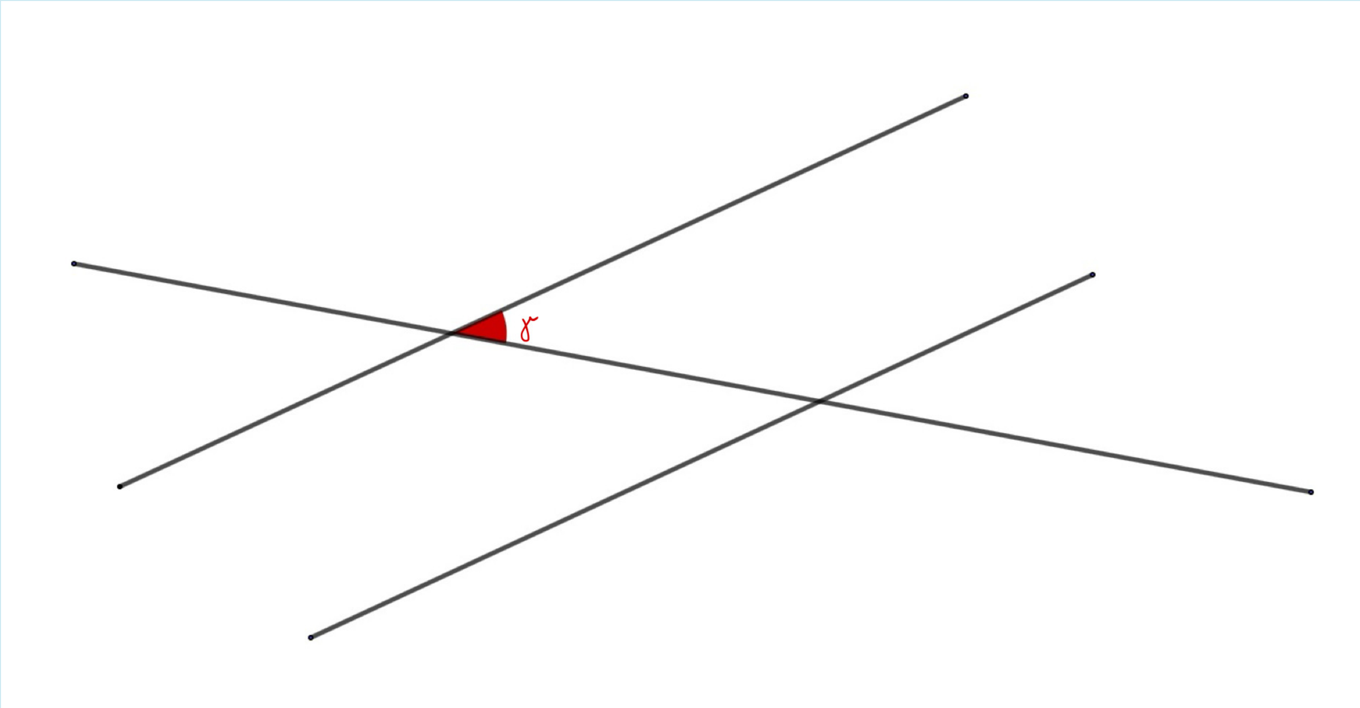
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 1:

Aufgabenwerkstatt

Stellen Sie eine Aufgabe zu der gegebenen Situation.

Berücksichtigen Sie die Vorgaben auf Ihren Informationskarten.



Eigene Zeichnung mit geogebra

Aktivität 1:
Aufgabenwerkstatt

Aufgabe konstruieren/variieren	
1. Schritt	Ziehen Sie jeweils zwei Informationskarten (eine grüne und eine blaue) vom Tisch. Die Informationen sind geheim. Lesen Sie die Informationen.
2. Schritt	Konstruieren Sie eine Aufgabe. Berücksichtigen Sie die Informationen auf Ihren Karten.
3. Schritt	Legen Sie die Informationskarten verdeckt in den Stapel zurück.
Aufgabe analysieren	
4. Schritt	Decken Sie nun der Reihe nach (der/die älteste Teilnehmer/in beginnt) Ihre Aufgaben auf.
5. Schritt	Äußern Sie nun reihum Ihre Vermutungen über die Vorgaben zu den jeweiligen Aufgaben (die Funktion, die angestrebten Prozesse). Benennen Sie jeweils die Merkmale der Aufgaben sowie den Aufgabentyp.
Systematisierung und Sicherung	
6. Schritt	Decken Sie nun Ihre Informationskarten auf und ordnen Sie diese den Aufgaben zu. Beschreiben Sie, wie Sie die Informationen verstanden und umgesetzt haben.

Kriterien/Aspekte zur Auswahl von Aufgaben nach Büchter/Leuders (2009)

Inhalt (Passen die Inhalte?)	**Funktion** (Zu welchem Zweck werden sie eingesetzt?)	**Mathematische Prozesse** (Welche Lernprozesse werden aktiviert)	**Aufgabenmerkmale** **(nach Leuders (2009), S.73ff)** (Welche Potenziale stecken in den Aufgaben?)
Passung der Aufgabe – wird der gewünschte **fachliche Inhalt** angesprochen/ abgefragt...	**Aufgaben zum ...** ...Erkunden, Entdecken und Erfinden *(Lernen)* ... Systematisieren und Sichern *(Lernen)* ...Üben,Vertiefen und Wiederholen *(Lernen)* ... Differenzieren ... Diagnostizieren und Überprüfen *(Leisten)* Grobe Unterscheidung: ***Aufgaben zum Lernen*** ***Aufgaben zum Leisten***	- argumentieren - kommunizieren - Probleme lösen - modellieren - darstellen - mit math. Objekten umgehen - mit Medien arbeiten	Authentizität („Echte Aufgabe oder Konstruiert/*Eingekleidet*“) Offenheit (Geschlossene Aufgabe – offene Aufgabe) Differenzierungsvermögen (Gestufte Anforderungsniveaus – selbst-differenziert)

Aufgabenauswahl- Analyse des Lernpotenzials von Aufgaben

(Fachanforderungen 2024, S.17f)

Für die Planung und die individuelle Begleitung von Lernprozessen ist die Fähigkeit der Lehrkraft, das Potenzial einer Aufgabe zu analysieren, von entscheidender Bedeutung.

Dazu müssen folgende Fragen beantwortet werden:

Welche **Lösungen** sind zu erwarten?

Auf welche **Grundvorstellungen** wird zurückgegriffen?

Welche **Fehlvorstellungen** sind zu erwarten?

Welche **Kompetenzen** werden bei der Bearbeitung dieser Aufgabe angesprochen?

Wodurch initiiert diese Aufgabe einen **Kompetenzzuwachs**?

Welche **Aufgabenvariationen** provozieren ein tieferes Verständnis?

Wie weit bereitet die Aufgabenstellung **Lernschritte und Begriffsbildungen** vor?

Quelle: Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): Fachanforderungen Mathematik, 2.Auflage, Kiel

Aufgabentypen - Lösungen

A Beispielaufgabe (x x x)

+

17
9 | 8
6 | 3 | 5

B geschlossene Aufgabe (x x -)

+

7 | 4 | 9

C einfache Umkehraufgabe (- x x)

720

D Problemumkehr (- - x)

?

$\sqrt{10}$

E Begründungsaufgabe (x - x)

?

52
12 | 14
4 | 2 | 5

F Problemaufgabe (x - -)

?

möglichst viele Primzahlen!

G Anwendungssuche (- x -)

:

H offene Situation (- - -)

?

Was kann man sonst noch alles mit Zahlenmauern machen?

Schupp hat diesen Ansatz als Methode für den Unterricht mit dem Ziel, dass die Lernenden die Aufgabenvariationen durchführen und darstellen, entwickelt.

Merkmale der Methode

(Vgl. Leuders (2013))

- Schülerinnen und Schüler variieren ausgehend von einem vorgegebenen Problem verschiedene Aspekte der Problemstellung: Begriffe, Bedingungen, Behauptungen, Fragen, etc.
- Es gibt bereichsspezifische und bereichsübergreifende Strategien, die eine solche Variation ertragreicher machen kann, und die man erlernen kann. (...)
- Erfolg definiert sich zunächst nur über die Vielfalt der Ideen. Die Lösung steht an zweiter Stelle. (...)
- Lehrerinnen und Lehrer können zwar vorab ausloten, welche Variationen zu erwarten sind. Eine detaillierte Planung wird jedoch dadurch vereitelt, dass Schülerinnen und Schüler immer wieder Naheliegendes unbeachtet lassen, dafür aber auf Unerwartetes stoßen.
- Die variierten Probleme können sehr unterschiedliche Schwierigkeitsgrade aufweisen, wenn man sich an ihre Lösung macht. (...) In den seltensten Fällen werden sich alle Probleme mit vorab erarbeiteten, sorgfältig eingeübten Verfahren lösen lassen.

Unterrichtsablauf

Für das konkrete Variieren im Unterricht schlägt Schupp (siehe unten) folgende (idealtypisch zu verstehenden) Schritte vor:
(Quelle: Sinus- Transfer)

Vorbereitung:
In dieser Vorbereitungsphase kann der Unterricht durchaus traditionell verlaufen.

1. Vorgabe der Einstiegsaufgabe
2. Lösen dieser Aufgabe, nach Möglichkeit auf mehreren Wegen

Freies Variieren

3. Aufforderung zum Variieren
(ggf. unter Hinweis auf die Strategien)

Quelle: http://www.sinus-transfer.de/module/modul_1weiterentwicklung_der_aufgabenkultur/thema_mit_variationen/variation_einer_aufgabe/unterrichtsablauf.html – Zugriff: 10.03.2025, 12:13

Lernumgebung

Definition nach Wittmann

Eine Lernumgebung stellt die **Erweiterung einer guten oder substantiellen Aufgabe** dar. Es ist eine große flexible Aufgabe, die auch aus einem Verbund kleinerer Aufgaben bestehen kann, die einen gemeinsamen Leitgedanken haben oder einer gemeinsamen Fragestellung folgen.

Unterrichtsbesuch

Verteilung der Beobachtungsschwerpunkte

Unterrichtsstunde

Reflexion

Beobachtungsbogen der Prüfungsstunde als Grundlage für Hospitationsstunden

Übergeordnete Punkte:

1. Hat die LK sachlich und fachlich korrekt unterrichtet?
2. Hat die LK die Selbstständigkeit der Lernenden unter anderem durch schüleraktivierende Unterrichtsformen gefördert?
3. Hat die LK die unterschiedlichen Voraussetzungen und Kompetenzen der Lernenden berücksichtigt?
4. Hat die LK den Unterricht sinnvoll strukturiert und flexibel auf sich verändernde Situationen reagiert?
5. Hat die LK präzise und verständlich formuliert?
6. Ist die LK mit den Lernenden respektvoll und wertschätzend umgegangen?
7. Ist die LK überzeugend und als Vorbild aufgetreten?
8. Konnte die LK ihr didaktisches Konzept und dessen Realisierung angemessen reflektieren?

Reflexion der Stunde

1. Eigenreflexion:	LiV reflektiert ihre Unterrichtsstunde (Hilfe
2. Positivblitzlicht:	Jede LiV nennt einen Punkt (Bitte keine Dopplungen).
3. Beobachtungsaufträge:	Jede Gruppe stellt ihre Beobachtungen vor.
4. Tipps und Fragen:	LiV wählt ein bis zwei Tipps/Fragen aus, über die sie sprechen möchte.

Schleswig-Holstein. Der echte Norden.

Leitidee – Messen
Aufbau von Grundvorstellungen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Ablauf

1. Was sind Grundvorstellungen (exemplarisch)
2. Grundvorstellungen aufbauen
3. Beispiel Flächeninhalte
4. Flächeninhalt und Umfang
5. Winkel

In einer Bilderbuchgeschichte erzählt Lionni von zwei Freunden, einer Kaulquappe und einer Plötze (Fisch – Rotauge), die zusammen in einem Teich aufwachsen. Eines Tages ist es soweit, dass der Frosch den Teich verlässt und in die weite Welt aufbricht. Nach längerer Zeit kehrt er zu seinem Freund in den Teich zurück:

„Wo bist du gewesen?“ fragte der Fisch aufgeregt.

„Ich bin an Land gewesen“, sagte der Frosch. „Ich bin überall herumgehüpft, und ich habe ganz seltsame Sachen gesehen.“

„Was denn?“ fragte der Fisch.

„Kühe“, sagte der Frosch.

„Kühe! Sie haben vier Beine, Hörner, fressen Gras und tragen rosa Säcke voll Milch.“

Lionni, Leo (1984): Fisch ist Fisch. Mideelhauve: München.

Lionni, Leo (1984): Fisch ist Fisch. Mideelhauve: München.

Grundvorstellungen in der Mathematik

Tragfähige mathematische Vorstellungen nen-
nen wir *Grundvorstellungen*; abgekürzt GV.

(vom Hofe/Blum 2016)

Aus vom Hofe, Rudolf und Roth, Jürgen (2023): „Grundvorstellungen aufbauen“ in mathematik lehren, Heft 236, S. 2-7, Velber, Friedrich Verlag

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

- *Primäre Grundvorstellungen* haben ihren Ursprung in Handlungen mit realen Objekten; zum Beispiel „Hinzufügen“ (als GV der Addition) oder „Wegnehmen“ (als GV der Subtraktion). Diese Grundvorstellungen entwickeln sich schon lange vor der Schulzeit, z. B. aus dem spielerischen Umgang mit Spielsteinen, Äpfeln, Geld usw.
- *Sekundäre Grundvorstellungen* entwickeln sich im Unterricht und basieren auf dem Umgang mit mathematischen Objekten wie Termen, Gleichungen oder Funktionen. Ein Beispiel ist das *mentale Bewegen im Koordinatensystem*, wenn man in Gedanken die x-Achse durchläuft und die davon abhängige Änderung des Funktionswerts betrachtet. Dies entspricht der „Kovariation“ als einer der wichtigen Grundvorstellungen für funktionales Denken.

wir vermitteln möchten, und den Vorstellungen, die sich bei den Lernenden tatsächlich ausbilden.

Insofern ist es sinnvoll zu unterscheiden, ob man von Grundvorstellungen im normativen oder im deskriptiven Sinne spricht:

Normativ formulierte Grundvorstellungen sind didaktische Leitlinien, die Deutungsmöglichkeiten eines mathematischen Inhalts oder Verfahrens beschreiben.

Deskriptiv ermittelte Schülervorstellungen geben Aufschluss über die individuellen Vorstellungen und Erklärungsmodelle, die Lernende tatsächlich haben; diese weichen mehr oder weniger von den intendierten Grundvorstellungen ab.

Aus vom Hofe, Rudolf und Roth, Jürgen (2023): „Grundvorstellungen aufbauen“ in mathematik lehren, Heft 236, S. 2-7, Velber, Friedrich Verlag

Grundvorstellungen
sind anschauliche Deutungen eines mathematischen Begriffs, die diesem Sinn geben und Verständnis ermöglichen.

Aus vom Hofe, Rudolf und Roth, Jürgen (2023): „Grundvorstellungen aufbauen“ in mathematik lehren, Heft 236, S. 2-7, Velber, Friedrich Verlag

Aktivität 2:
Vorstellung zu Rechenoperationen

1. **Zeichnen** Sie jeweils ein Bild zu den folgenden Rechenaufgaben.
2. **Vergleichen** Sie Ihre Bilder mit Ihren Tischnachbarn.

   Beschreiben Sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

$4 + 3 = 7$ $4 - 3 = 1$ $4 \cdot 3 = 12$ $4 : 3 = 1{,}3$

4 + 3 = 7

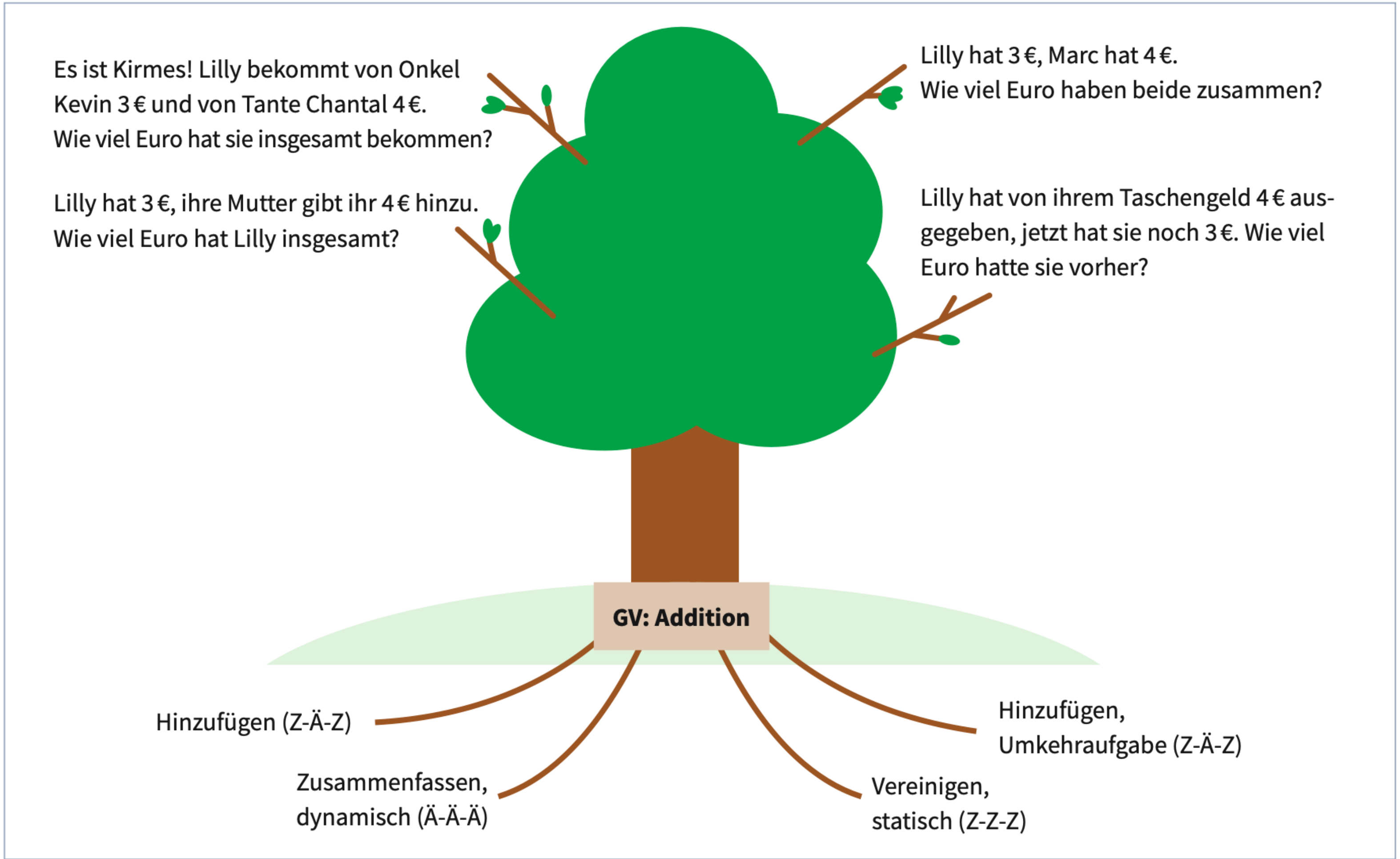
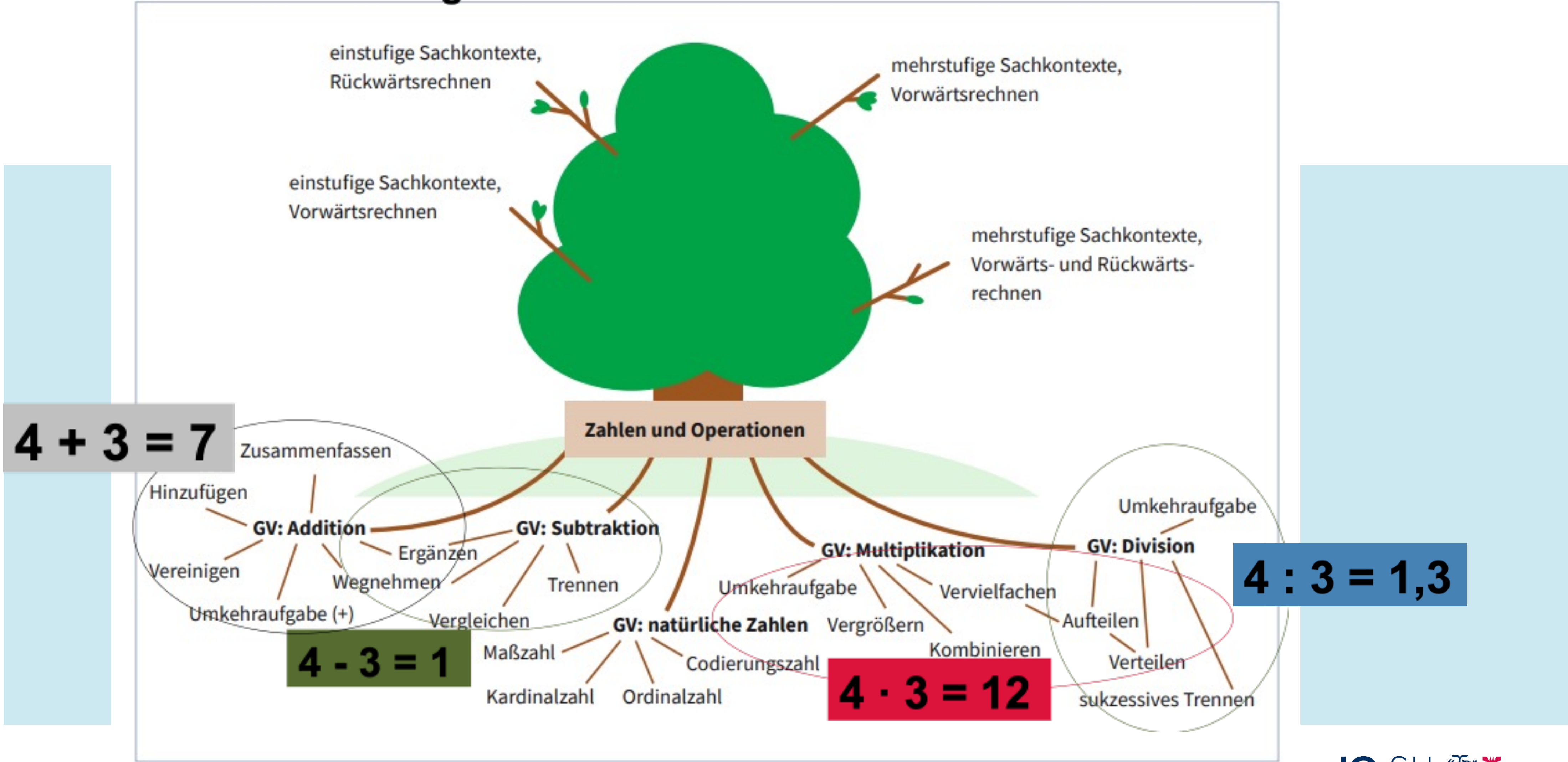


Abb. 5: Grundvorstellungen zur Addition (mit Z = Zustand, Ä = Änderung) und entsprechende Aufgaben

Aus vom Hofe, Rudolf und Roth, Jürgen (2023): „Grundvorstellungen aufbauen“ in mathematik lehren, Heft 236, S. 2-7, Velber, Friedrich Verlag

Grundvorstellungen zu den Grundrechenarten



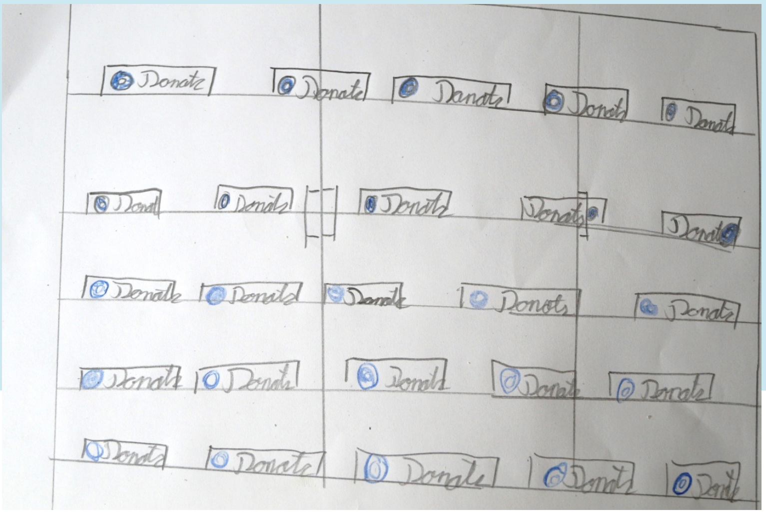
Aus vom Hofe, Rudolf und Roth, Jürgen (2023): „Grundvorstellungen aufbauen“ in mathematik lehren, Heft 236, S. 2-7, Velber, Friedrich Verlag

Aktivität 3:
Grundvorstellungen in Schülerantworten erkennen

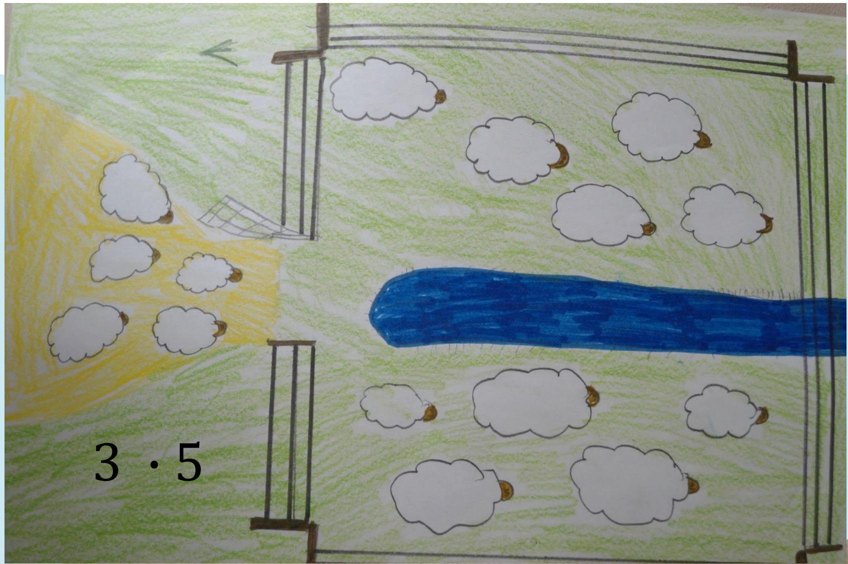
Die Schülerinnen und Schüler sollten jeweils ein Bild zu den Rechenoperationen malen.

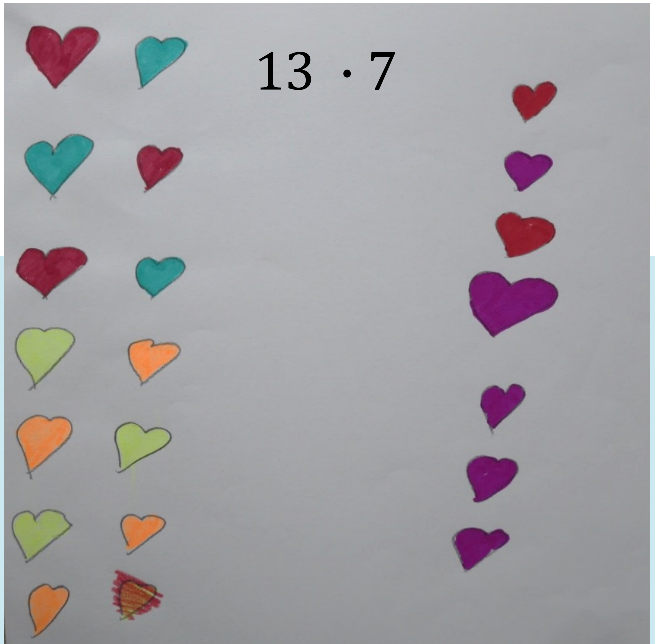
1. **Beschreiben** Sie, welche Grundvorstellungen von der Multiplikation sich jeweils hinter der Darstellung versteckt.
2. **Erläutern** Sie die Weiterarbeit mit den Kindern.

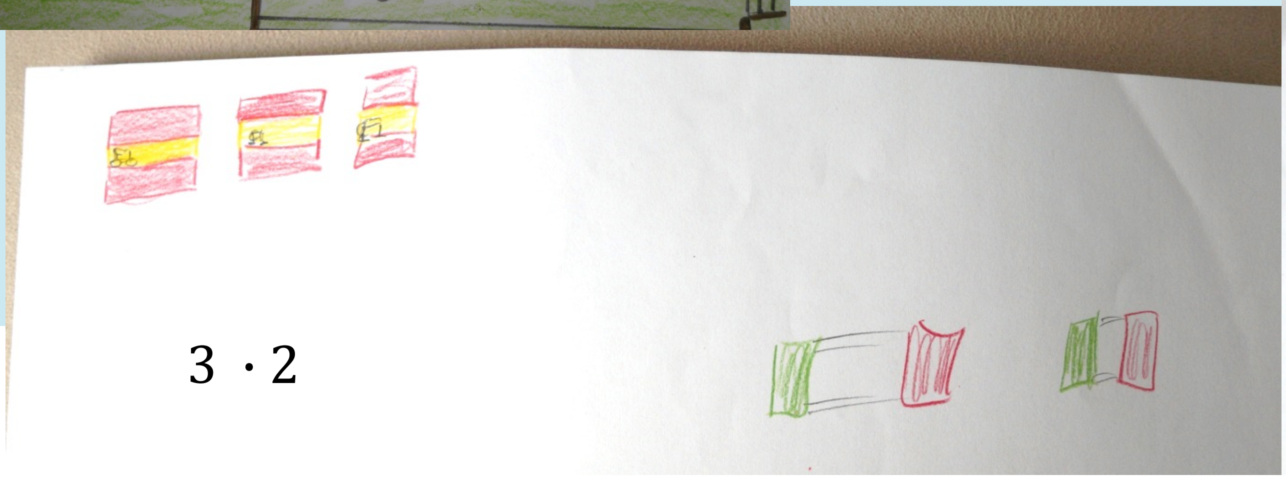
Male ein Bild zu der Aufgabe…

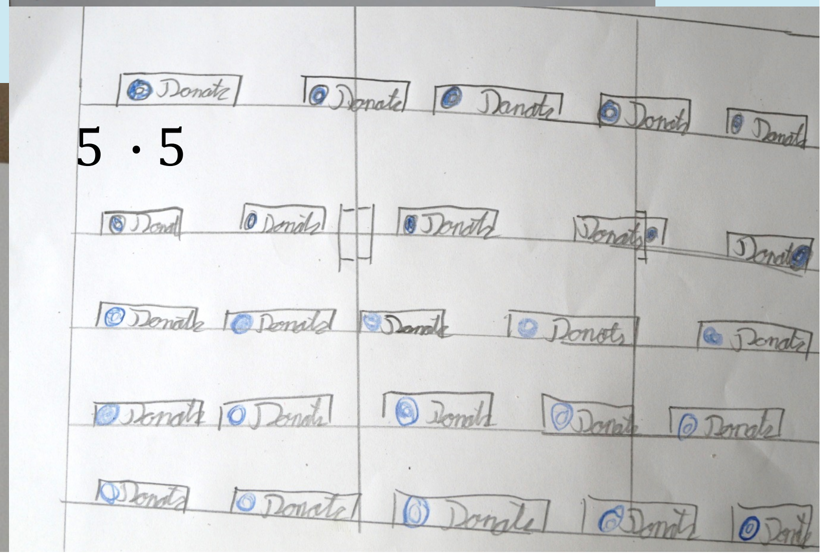


Aktivität 3:
Grundvorstellungen in Schülerantworten erkennen









Aktivität 3:

Grundvorstellungen in Schülerantworten erkennen

GV: Multiplikation

Umkehraufgabe

Vergrößern

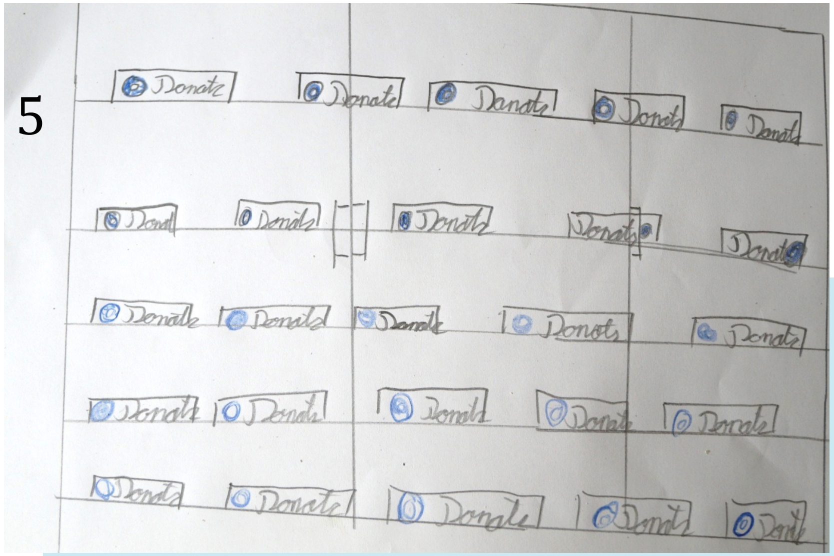
Kombinieren

Vervielfachen

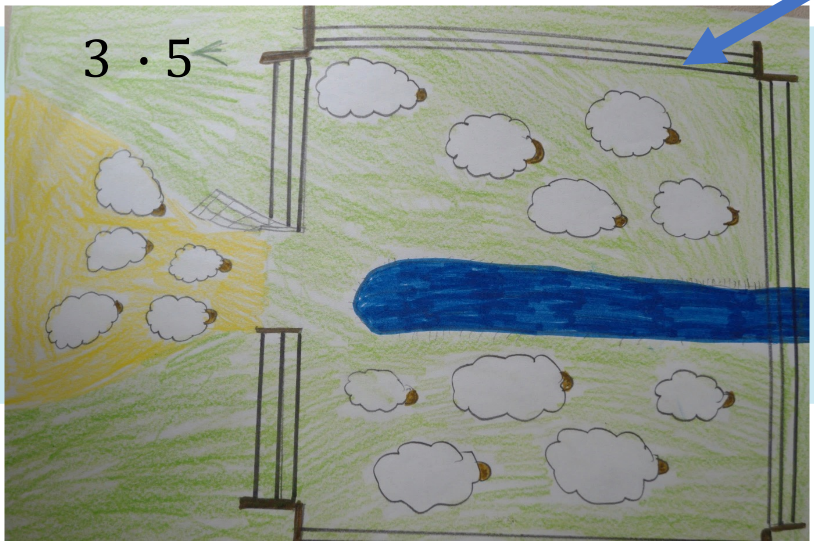
Aufteilen

Verteilen

$5 \cdot 5$



Es gibt 5 Reihen mit 5 Donuts



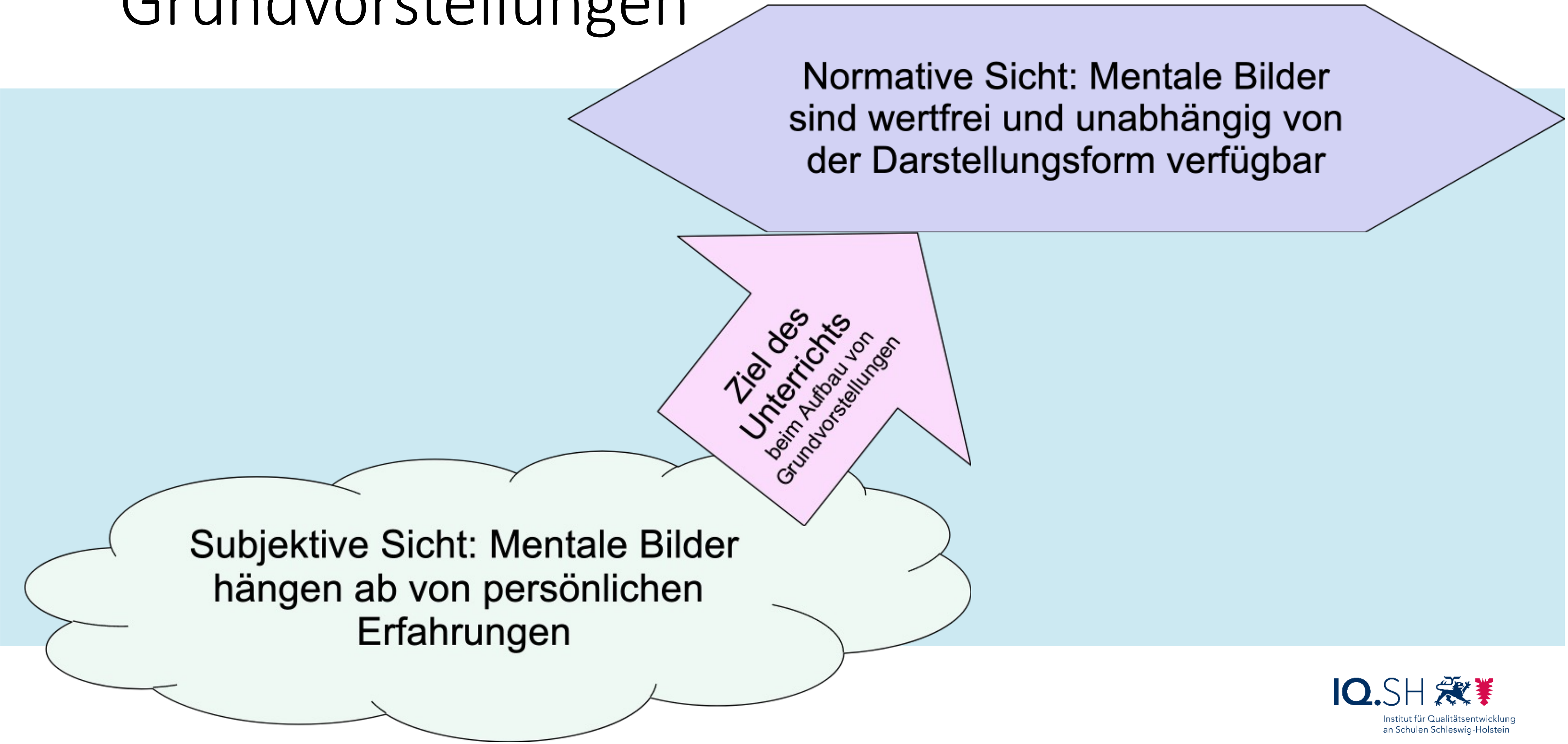
3 Gruppen zu je 5 Schafen

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Martin Wagenschein:

»Es gibt eine Kenntnis, die diesen Namen nicht verdient, eine erniedrigte und erniedrigende, insofern sie uns nur zu Ausführenden eines automatischen Ablaufs macht.«

Grundvorstellungen

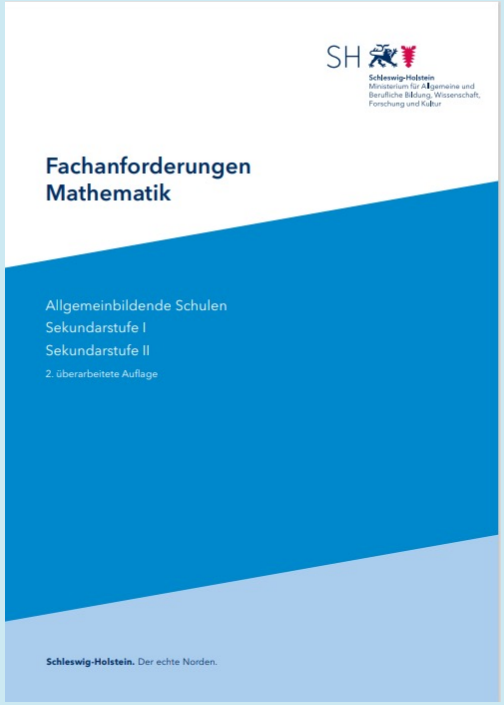


IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Grundvorstellungen in den Fachanforderungen (S.17)

Grundvorstellungen

Ein Rückgriff auf vorangegangene Unterrichtsinhalte kann nur bei nachhaltigem Arbeiten erfolgreich sein. Geeignete Lernumgebungen veranlassen Schülerinnen und Schüler, reflektiert Basiswissen abzurufen. Eigenständig und zielgerichtet gelingt ihnen dies eher, wenn im vorangegangenen Unterricht der Aufbau tragfähiger Grundvorstellungen Priorität hatte. Beispielsweise ist in der Leitidee Zahl und Operation eine verstehensorientierte Vorgehensweise bei Zahlbereichserweiterungen zwingend, damit die Bedeutung der Zahlen und der Rechenoperationen gedanklich durchdrungen werden kann. Ein überwiegend an Rechenverfahren orientiertes Vorgehen ist demgegenüber äußerst anfällig für Fehlvorstellungen, Verwechslungen und Vergessen. In der Algebra zum Beispiel ist die Interpretation von Variablen und Termen eine notwendige Voraussetzung für eine Einsicht in das formale Rechnen.



In vier Phasen vom konkreten zum gedanklichen Darstellen		
Phase	**Aufgaben des Schülers**	**Aufgaben der Lehrkraft**
1	*Handeln am geeigneten Material* Der Schüler benutzt das Material und beschreibt die mathematische Bedeutung der Handlung. Zentral: Versprachlichen der Handlung *und* der mathematischen Symbole.	Auswahl eines *geeigneten* Materials und Klärung der Konventionen. Die Schülerhandlung wird beobachtet und bewertet, ob sie so durchgeführt wird, dass sie später auch „im Kopf" vorgenommen werden kann. Aufforderung zur Versprachlichung der Handlung.
2	*Beschreiben der Handlung mit Sicht auf das Material* Der Schüler handelt nicht mehr selbst, sondern diktiert einem Partner die Handlung. Dieser führt die Handlung aus. Der Schüler kontrolliert den Handlungsprozess durch Beobachtung.	Einsatz des in Phase 1 gemeinsam erarbeiteten Handlungsvokabulars. Thematisierung von Missverständnissen und Unklarheiten.
3	*Beschreiben der Handlung ohne Sicht auf das Material (Sichtschirm)* Der Schüler beschreibt die Handlung und stellt sie sich am Material vor.	Einsatz des in Phase 1 erarbeiteten und in Phase 2 gefestigten Handlungsvokabulars. Operieren auf der symbolischen und vorgestellten Handlungsebene. Nicht vorschnell auf der rein symbolischen Ebene arbeiten, Bezug nehmen auf die hinter dem Sichtschirm durchzuführende Handlung.
4	*Arbeiten auf symbolischer Ebene,* *Üben und Automatisieren* Der Schüler bearbeitet die Aufgaben ganz ohne Material. Gegebenenfalls wird die entsprechende Handlung in der Vorstellung aktiviert.	Öfters einen Rückbezug auf Phase 3 herstellen und Fragen stellen wie „Was müsste mit einem Rechteck machen, um $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ zu rechnen?". Damit wird eine vorschnelle Verselbstständigung der symbolischen Ebene vermieden.

Tab. 2: In vier Phasen den Aufbau von Grundvorstellungen unterstützen

Der Aufbau von Grundvorstellungen

Der Aufbau von Grundvorstellungen wird über vier Phasen umgesetzt:

Phase (1): Das Kind handelt am geeigneten Material und versprachlicht diese Handlung – auch auf mathematischer Symbolebene.
Phase (2): Das Kind diktiert der Lehrkraft die Handlung am Material und kontrolliert, wie diese nach seinen Anweisungen durchgeführt wird.
Phase (3): Wie bei (2), nur dass die Handlung der Lehrkraft hinter einem Sichtschirm durchgeführt wird und das Kind gezwungen wird, sich nicht nur die Handlung vorzustellen, sondern diese auch so zu formulieren, dass sie tatsächlich durchgeführt werden kann.
Phase (4): Üben und Automatisieren auf symbolischer Ebene, ggf. Aktivierung der Handlung in der Vorstellung.

Hinweis – Schülerinnen und Schüler bringen Vorstellungen mit!

Nicht alle Phasen müssen/werden durchlaufen – ein flexibles Wechseln ist möglich.

Vgl. Wartha, Sebastian

Die Leitfragen und Beobachtungsschwerpunkte in den Phasen bei der Förderarbeit sind:

Phase (1): Beobachtung und Bewertung der Schülerhandlung mit Hinblick auf die mentale Fortsetzbarkeit. Hierbei findet die Thematisierung und Erarbeitung eines gemeinsamen Vokabulars statt.

Phase (2): Nutzung des gemeinsamen Handlungsvokabulars und Thematisierung von Missverständnissen und Unklarheiten.

Phase (3): Aktivierung mentaler Handlungen durch ein gemeinsames Vokabular und eines „inneren Bildes“ der Operationen. Dabei wird berücksichtigt, dass immer noch auf verschiedenen Darstellungsebenen operiert und die Handlungsebene nicht vorschnell verlassen wird, indem auf die hinter dem Sichtschirm tatsächlich durchgeführte Handlung fokussiert wird.

Phase (4): Es wird immer wieder der Rückbezug zu Phase (3) hergestellt, um eine Verselbstständigung der symbolischen Ebene zu vermeiden.

Vgl. Wartha, Sebastian

Aktivität 4:
Grundvorstellungen aufbauen

Bringen Sie die Begriffe **in eine Reihenfolge** entsprechend eines Aufbaus von Grundvorstellungen.

Knetgummi

Konkrete Bilder im Kopf erzeugen

Ständige Verfügbarkeit

Vorstellungen zielgerichtet sowie flexibel einsetzen

Konkrete Bilder in das gedankliche Netzwerk einfügen

Vorstellungen entwickeln

Knetgummi erstellen

Konkrete Bilder im Kopf erzeugen

Konkrete Bilder in das gedankliche Netzwerk einfügen

Vorstellungen entwickeln

Vorstellungen zielgerichtet sowie flexibel einsetzen

Ständige Verfügbarkeit

E
enaktiv - handelnd

I
ikonisch - bildlich

S
symbolisch- formal

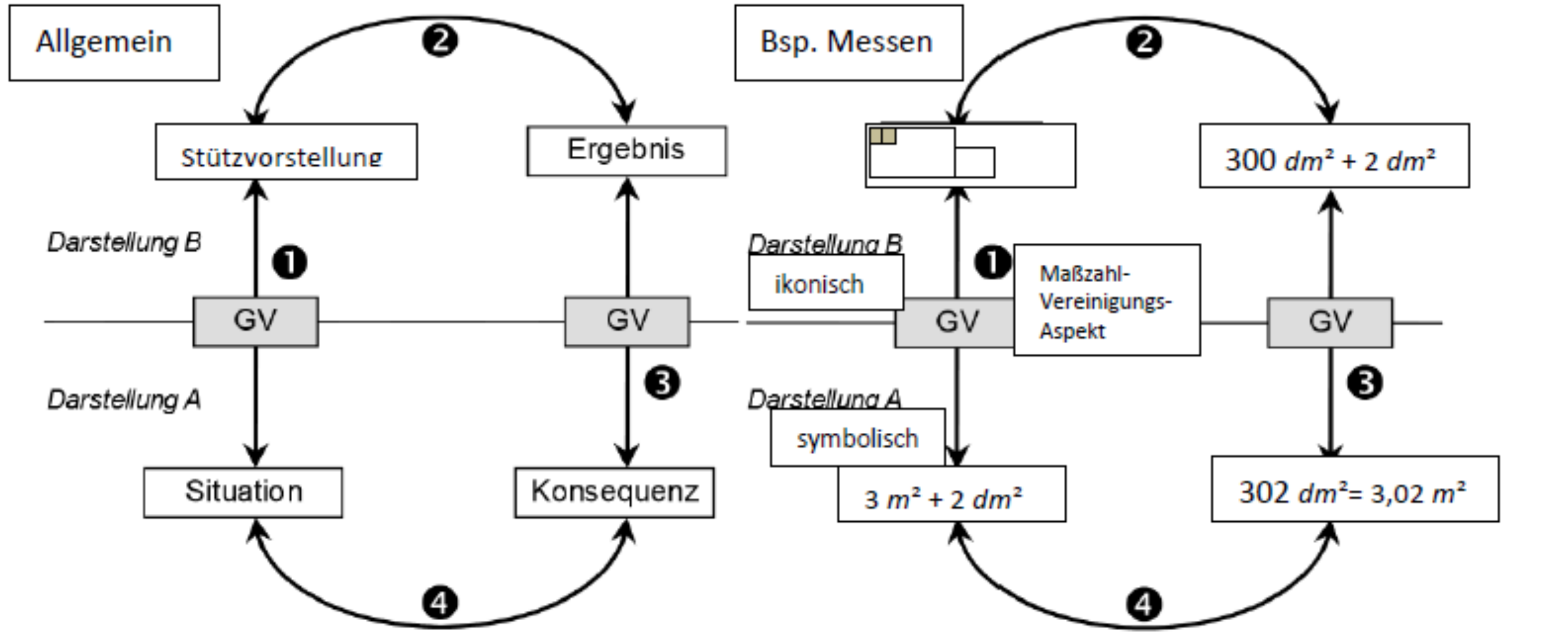
anfassen

erfassen

verinnerlichen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Grundvorstellungen nutzen



nach Sebastian Wartha, Bielefeld

- schrittweise Ablösung vom Material erforderlich
- exemplarischem Beispiel ≠ Grundvorstellungen

Wie werden Fehlvorstellungen verhindert?

Verhindern von Fehlvorstellungen

Die Einführung neuer Begriffe mit **Kontexten** verbinden, in denen die wichtigen Grundvorstellungen zum Tragen kommen.

Produktive Übungsphasen zur Ausbildung und Stabilisierung neuer Grundvorstellungen.

Aber: Schüler haben Erfahrungen gesammelt, die mit mathematischen Vorstellungen im Widerspruch stehen können.

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Was kann gegen Fehlvorstellungen getan werden?

Gegenmaßnahmen bei Fehlvorstellungen

Empirische Studien: Vorstellungen aus dem Fachunterricht lösen vorunterrichtliche Vorstellungen **nicht** ab!

Conceptual Change:

Die SuS sollen lernen, in welchem Kontext die neuen Vorstellungen gültig sind.

Die **Neubewertung** alter Vorstellungen muss thematisiert werden und verinnerlicht werden durch Aufgaben, die zum Nachdenken anregen.

Schleswig-Holstein. Der echte Norden.

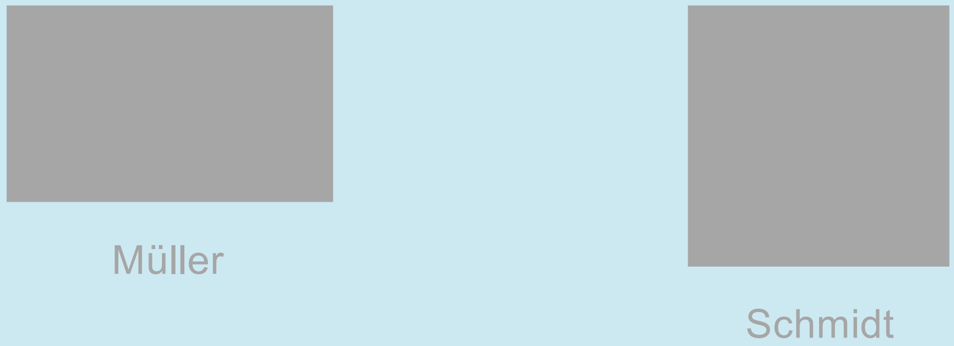
Leitidee – Messen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 5:

Grundvorstellungen von Flächen

Wer hat das größere Grundstück?



Diese Aufgabe wurde Schülern der Klassenstufe 5 zum Einstieg in das Thema Flächeninhalte gestellt und in GA bearbeitet.

Welche Ergebnisse vermuten Sie?

Aktivität 5:
Grundvorstellungen von Flächen

Wer hat das größere Grundstück?

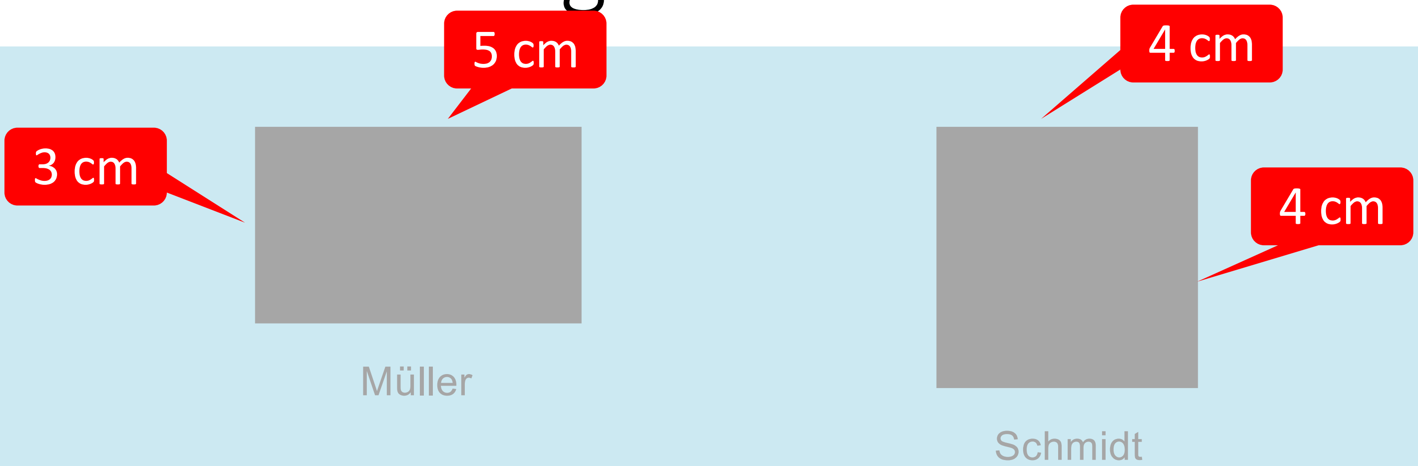
Mögliche Ergebnisse:

- Kürzer, aber dafür breiter – gleicht sich aus (Umfang!)
- Müller: breiter, also größer
- Müller: kürzer, also kleiner
- Flächeninhalt „Länge mal Breite“

Worin liegt das Potential dieser Antworten?
Wie arbeiten die Schülerinnen und Schüler weiter?

Aktivität 5:
Grundvorstellungen von Flächen

Wer hat das größere Grundstück?



Maßstab: 1 : 10 000

Was für Ergebnisse vermuten Sie nun?

Erläutern Sie mögliche Auswirkungen, wenn nach der Diskussion die Situation auf dem Geobrett nachgebaut wird.

Mögliche Ursachen für Fehlvorstellungen zum Flächeninhalt

Vier Gründe für Schwierigkeiten mit dem Flächeninhalt (nach Krauter)

Vgl. Krauter (2008)

	Grund	Beschreibung	Verhindern durch
1	Fehlender Messprozess	Schüler haben vermutlich niemals Flächenstücke direkt gemessen. Sie kennen nicht einmal ein geeignetes Messgerät dafür – meistens wird auch von Erwachsenen das Metermaß als Messgerät angegeben.	Wer Schülern den Flächeninhaltsbegriff tragfähig vermitteln will, muss ihnen Messgeräte an die Hand geben, mit denen sie einfache Flächengrößen direkt ausmessen müssen.
2	Fehlende Vorerfahrung aus dem Alltag	Kinder haben so gut wie gar keine Erfahrungen mit Flächengrößen – es sei denn sie kommen aus der Landwirtschaft. So gut wie nie haben Kinder jemals wirklich Flächengrößen gemessen oder sie im täglichen Leben benötigt.	Um so wichtiger ist es, dass im MU ein geeignetes System von Standardrepräsentanten bereitgestellt und im Sinne nachhaltigen Lernens verankert wird.
3	Linienfiguren statt Flächenfiguren	Wir präsentieren unseren Schülern ebene Figuren in der Regel nicht als Flächenstücke sondern als Linienfiguren. Dreiecke, Vierecke, Vielecke und Kreise oder deren Teile werden i.d.R. nur durch ihre Randlinien dargestellt, gerade so, als gehöre das Innere nicht dazu.	Wir sollten Schülern ebene Flächenfiguren auch flächig präsentieren und nicht nur als Linienfiguren. Ich empfehle deshalb, solche Figuren immer durch farbiges Anlegen oder Schraffieren in den Blick zu nehmen.
4	Fehlende terminologische Unterscheidung zwischen Figur und Größe	Genutzte Sprechweise: „Der Kreis hat eine Fläche von 10 m² “ Fachlich korrekte Sprechweise – jedoch nicht genutzt: : „**Die Kreisfläche (Figur)** hat einen **Flächeninhalt (Maßeigenschaft)** von 10 m² “	In Klasse 5 werden keine Rechtecksflächen berechnet, sondern alle zu ermittelnden Flächengrößen werden durch direkte Messung mit Flächenmessgeräten (Rasterfolien) gemessen. Da die Seitenlängen in Klasse 5 immer ganzzahlig sind, ist dies kein Problem. (...) Bestimmt dann wie viele in eine Reihe passen und zählt dann die Reihen.

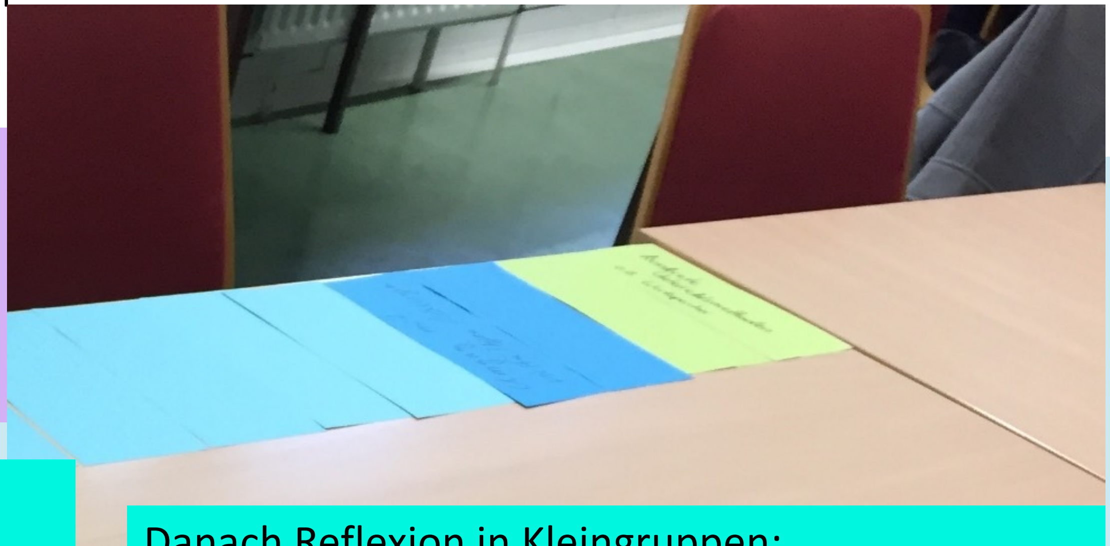
IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Denken um die Ecke – Tische ausmessen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 6a:
Enaktiver Zugang zum Flächeninhalt

Einstiegsaktivität A zum Denken um die Ecke – Tische ausmessen



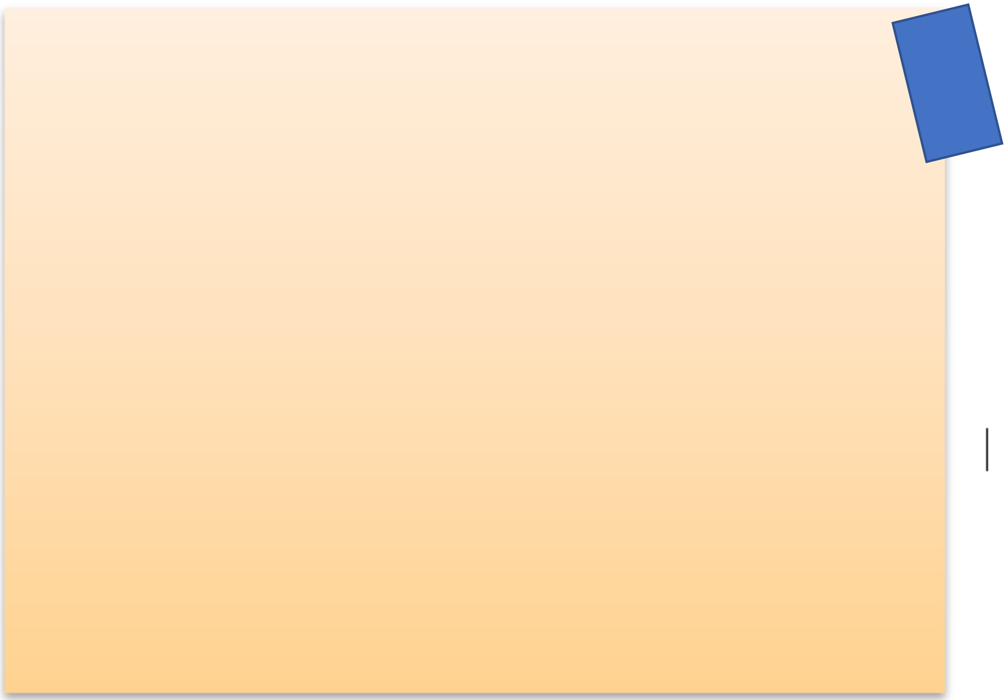
Auftrag für Partnerarbeit in Klasse 7/8:
- Messt einen eurer Tische mit den rechteckigen Karten aus.
- Wie viele Karten passen in die Fläche des Tisches?

Auftrag A an Sie als Lehrkräfte:
Probieren Sie es selbst aus!

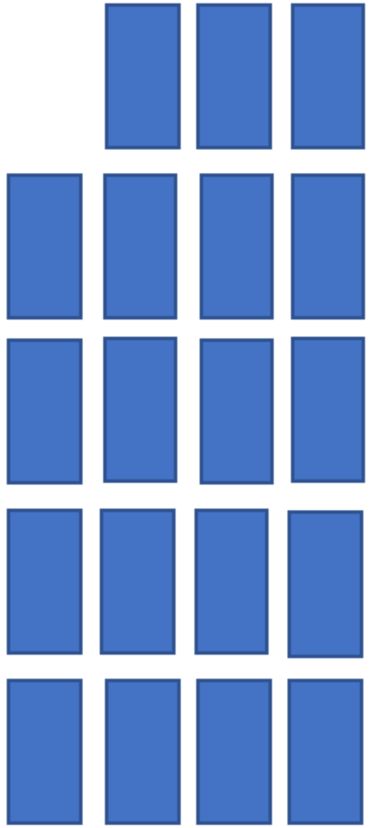
Danach Reflexion in Kleingruppen:
1. Was waren Ihre ersten Ideen?
2. Worüber haben Sie nachgedacht?
3. Welchen mathematischen Bezug stellen Sie her?
4. Wie würden Ihre Schülerinnen und Schüler vorgehen?

Digitale Umsetzung, wenn ihr keinen Tisch oder keine Karten habt:

Tisch



Karten



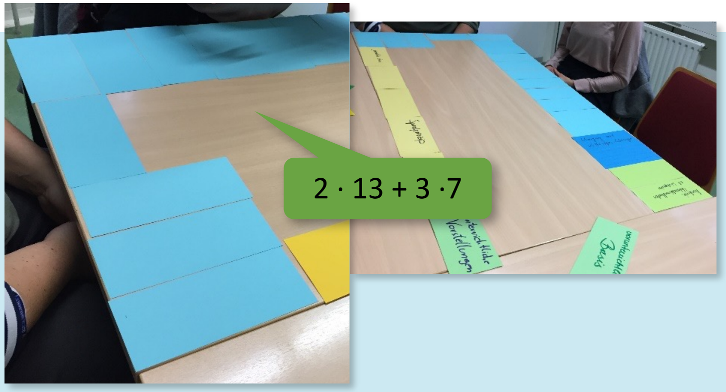
Danach Reflexion in Kleingruppen:

- Was waren Ihre ersten Ideen?
- Worüber haben Sie nachgedacht?
- Worum geht es hier mathematisch?
- Was würden Ihre Schülerinnen und Schüler machen?

Aktivität 6b:
Grundvorstellungen von Flächen

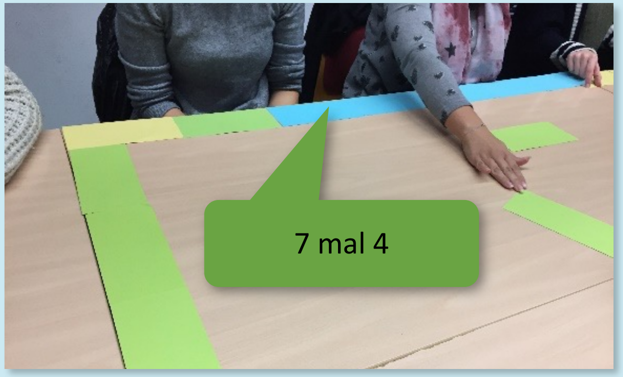
Einstiegsaktivität B zum Denken um die Ecke | Tische ausmessen

Emre & Paul



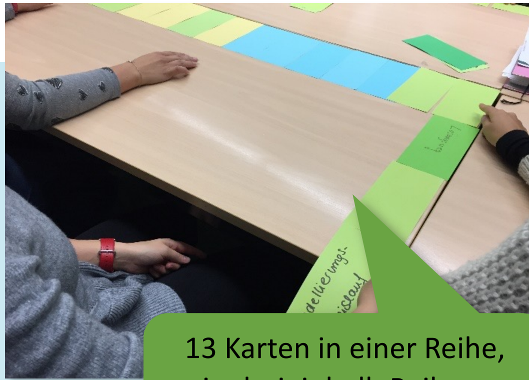
2 · 13 + 3 ·7

Mia & Selim



7 mal 4

Jona & Leo



13 Karten in einer Reihe,
in dreieinhalb Reihen,
also 13 · 3,5

Hanna & Lisa

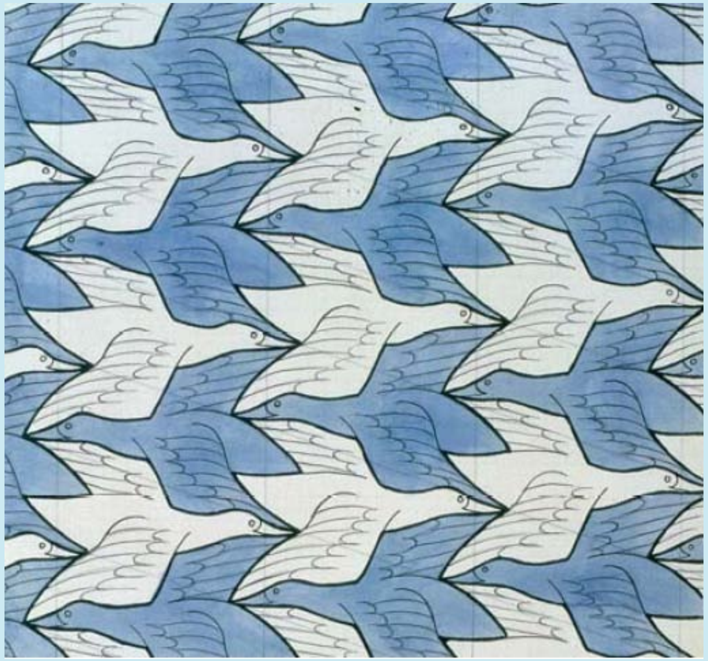
Wir konnten uns nicht einigen,
ob die Karten übereinander gelegt
werden in der Ecke oder nicht

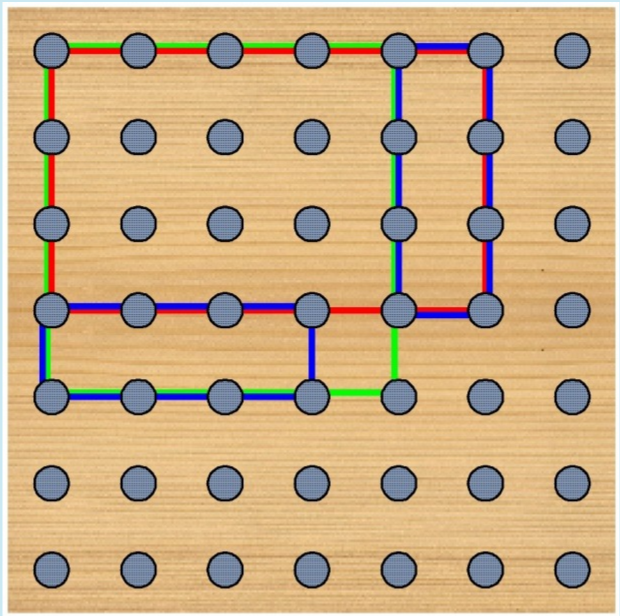
Diagnose-Auftrag B:
1. Wie schätzen Sie die Lösung der vier Paare ein?
2. Wer hat ein tragfähiges Verständnis vom Flächeninhalt?
3. Wer hat ein tragfähiges Multiplikationsverständnis, wer nicht?
4. Woran machen Sie das fest?
5. Was ganz genau muss man verstehen, um den Auftrag zu erfüllen?

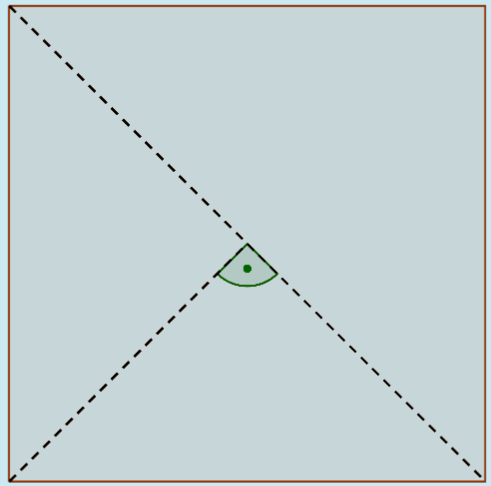
(Aktivität von Martin Simon)

Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

Welche Alternativen zum Messen und Parkettieren kennen Sie?



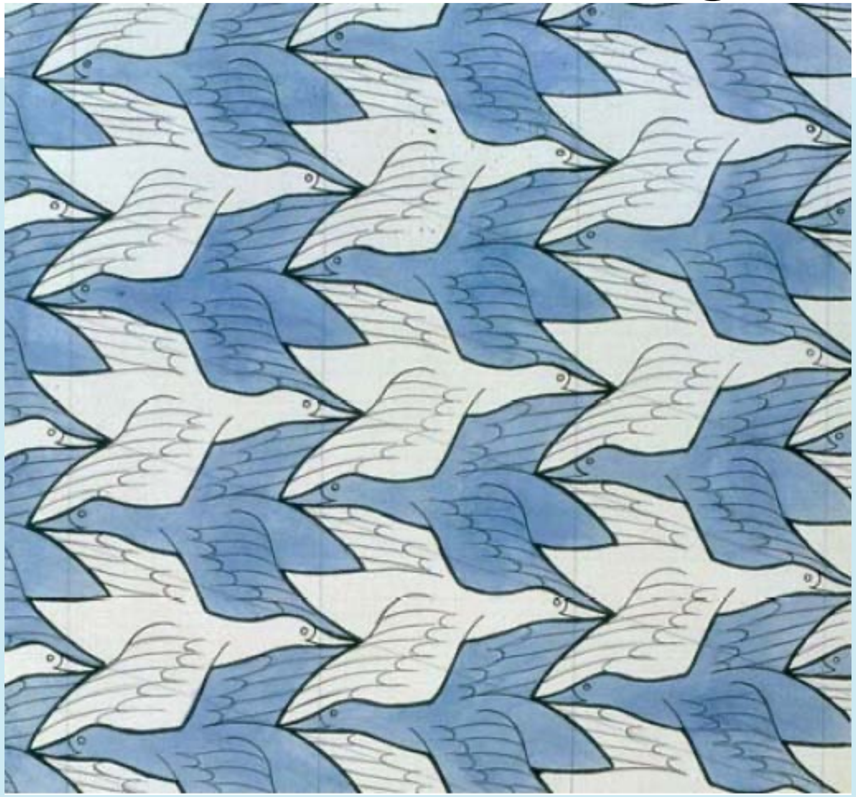




Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

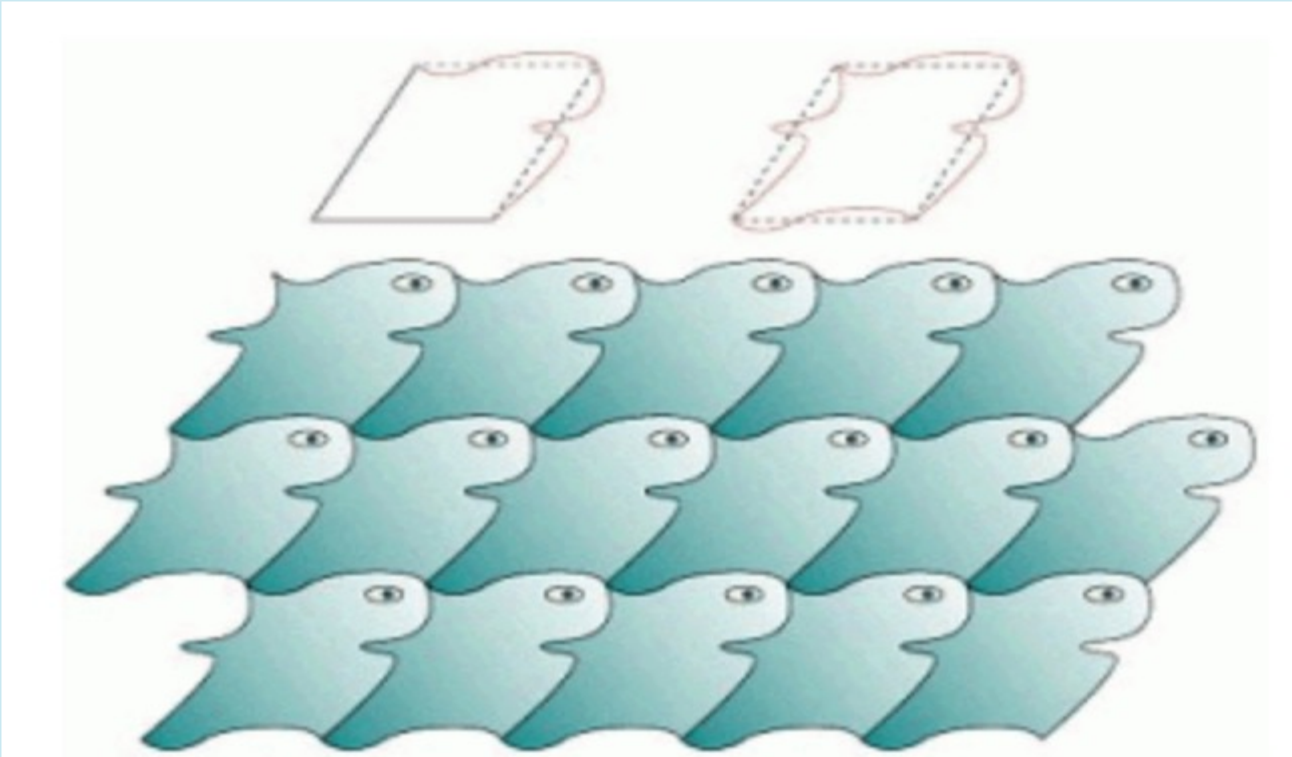
Parkettierungen nach M. C. Escher



Die einfachste Methode, die Kinder nachahmen können, ist die der Verschiebung

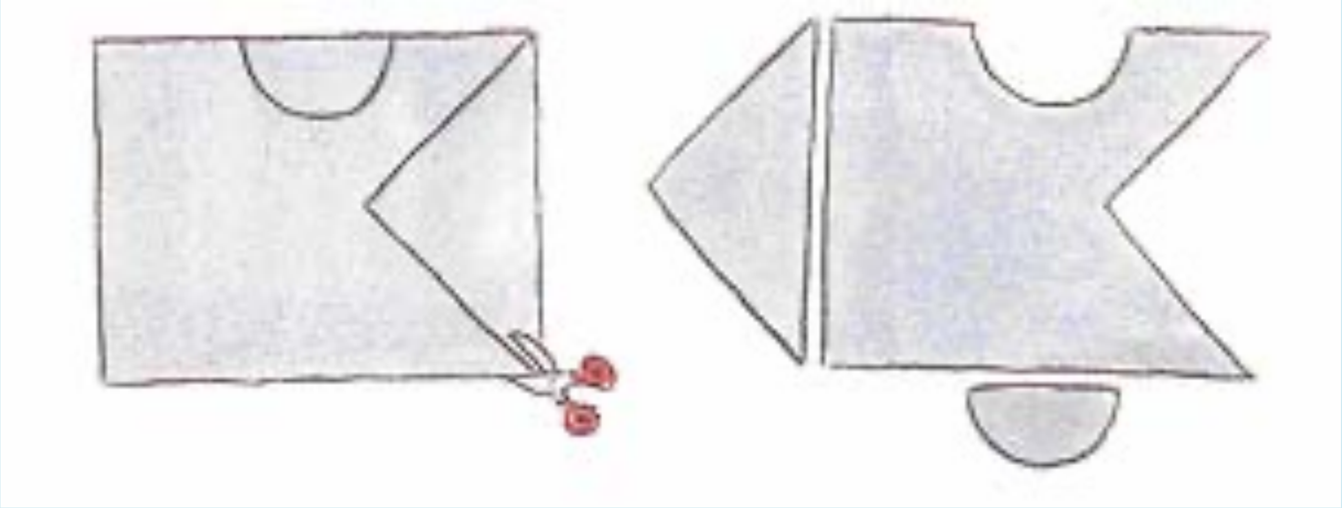
Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

Parkettieren nach Escher



Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

Knabbertechnik – Escher zum Selbermachen



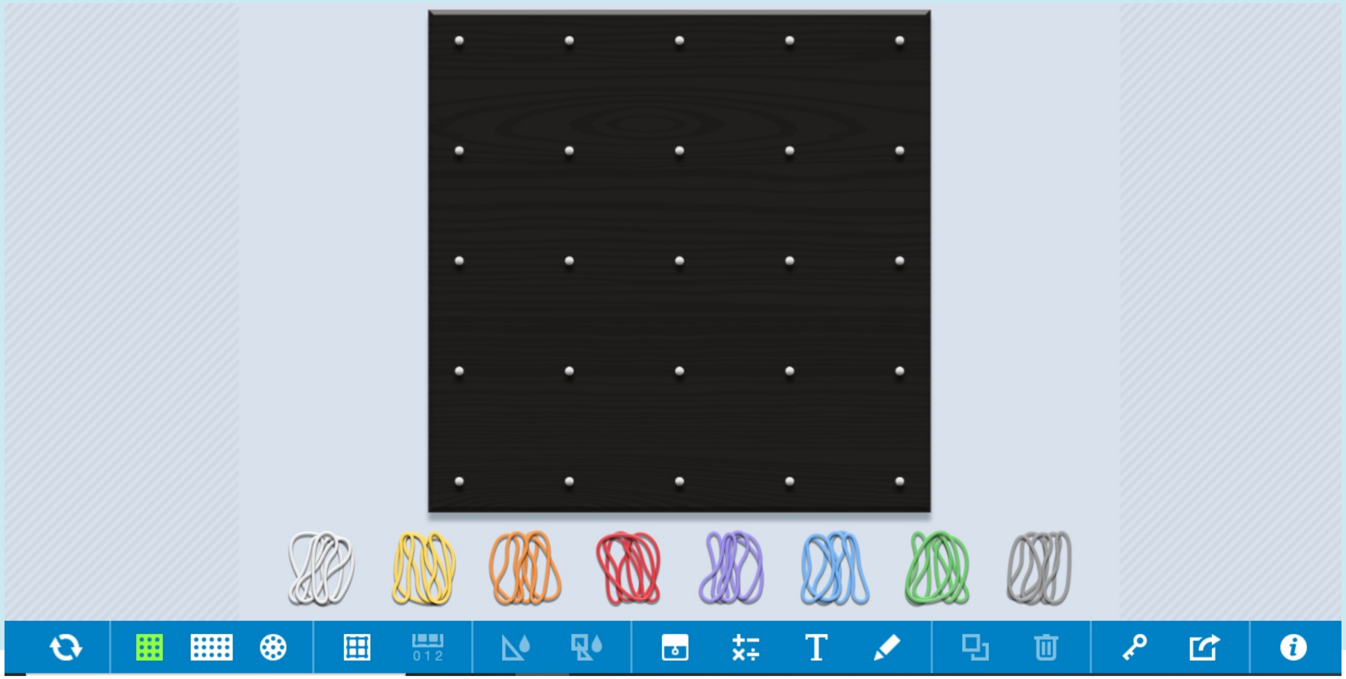
Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

Geobretter und Tangram

Zerlegen und Ergänzen

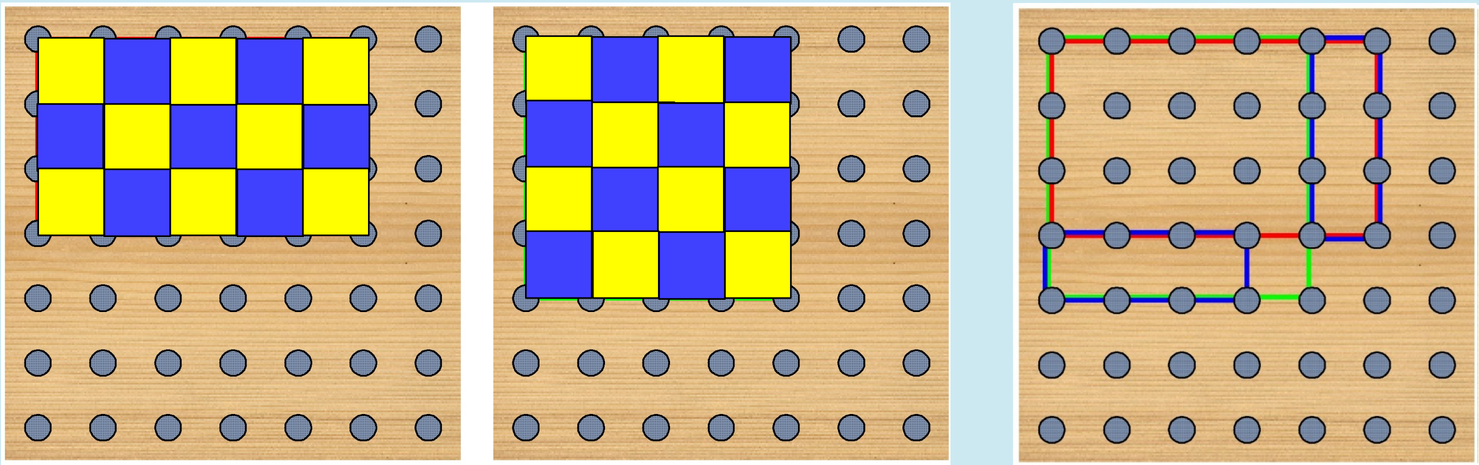
Erläutern Sie mögliche Auswirkungen, wenn nach der Diskussion die Situation auf dem Geobrett nachgebaut wird.

https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/



Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

Wer hat das größere Grundstück?



Parkettierung visualisieren

Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

Aktivität 7a:
Enaktiver Zugang zum Flächeninhalt

Geobretter

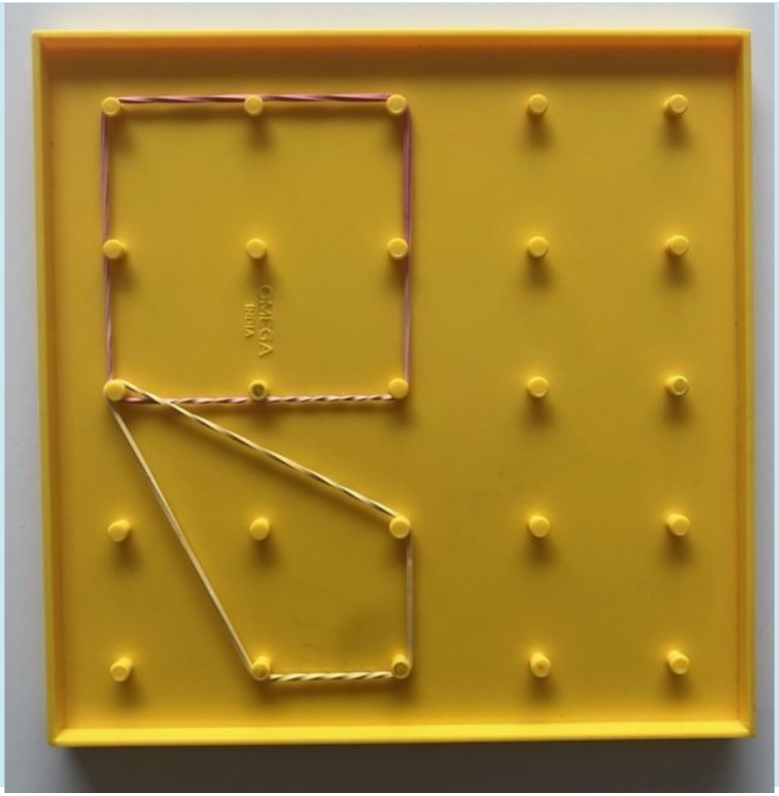
a) **Spannen** Sie möglichst viele verschiedene Figuren, die den Flächeninhalt 3 Messquadrate haben.

Digitales Geobrett unter: https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/

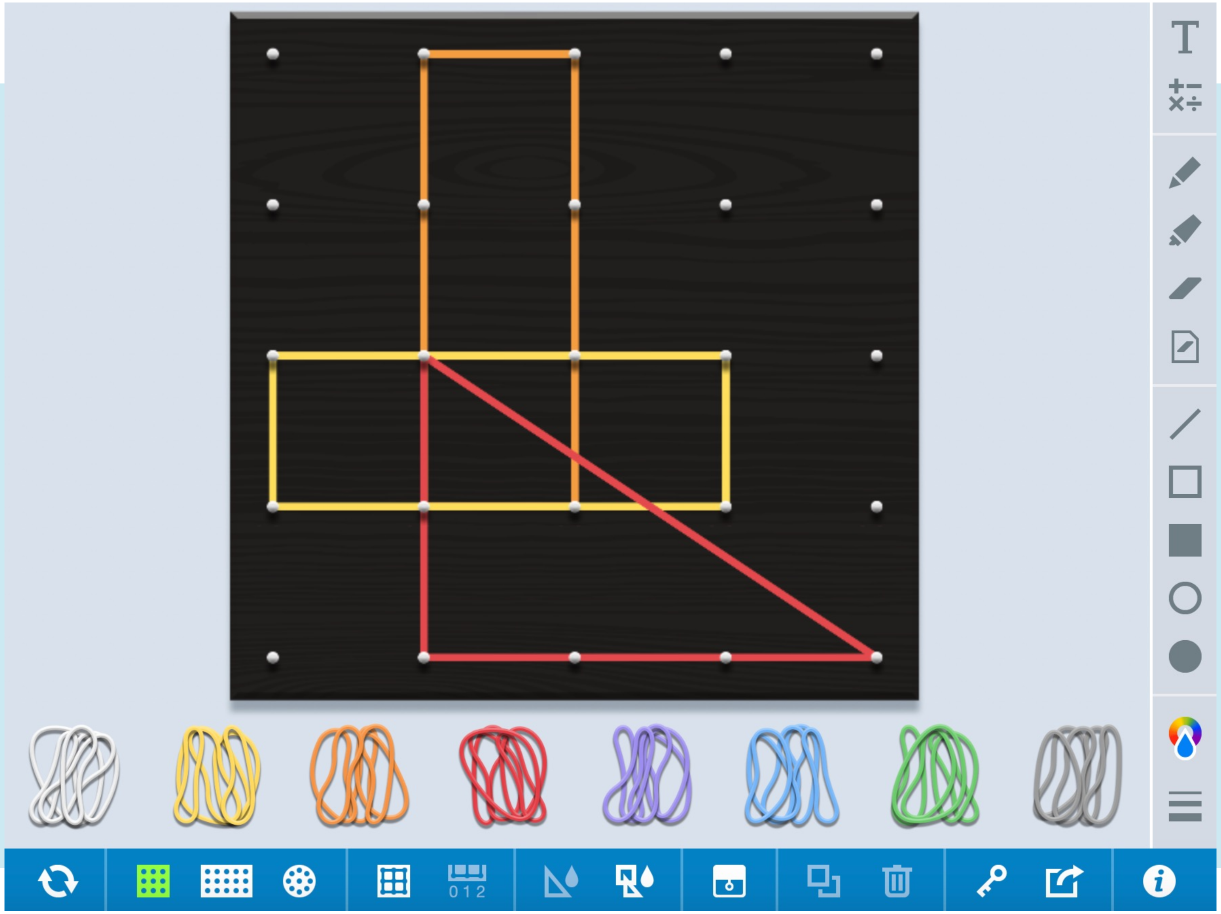
Alternativ:

b) **Suchen** Sie die Figur mit dem kleinsten Flächeninhalt, die im Inneren genau einen Nagel hat.

Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt



Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt



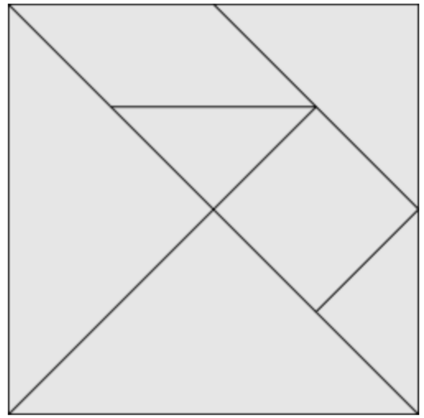
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

Aktivität 7b:

Enaktiver Zugang zum Flächeninhalt

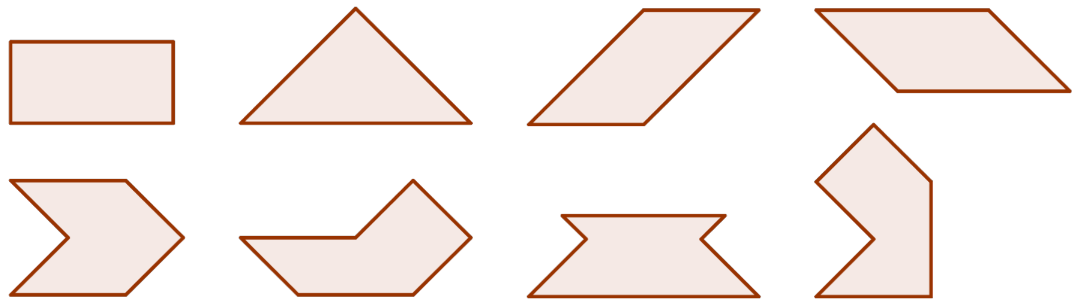
Tangram



https://kiwole.de/tangram/, 10.03.2025, 10:43

a) **Baue** die Figuren **nach**.
   Bei allen Figuren brauchst du alle Teile.

b) **Bestimme** den Flächeninhalt deiner Figuren.



Grundvorstellungs-Aspekte zum Flächeninhaltsbegriff

(nach vom Hofe)

1. *Maßzahl-Aspekt:* Die Schüler erkennen den Flächeninhalt einer Figur als eine positive Maßzahl, die mit Hilfe von normierten Flächeninhaltmaßen bestimmt wird. (Strategie des Parkettierens und Messens)
2. *Vereinigungs-Aspekt:* Die Schüler erkennen, dass der Flächeninhalt einer Figur sich durch die Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen die Figur sich zusammensetzen ergibt. (Strategie des Parkettierens und Messens)
3. *Kongruenz-Aspekt:* Schüler erkennen, dass kongruenten Figuren dieselbe Maßzahl zugeordnet wird. (Strategie des indirekten und direkten Vergleichs)
4. *Ergänzungs- und Zerlegungs-Aspekt:* Schüler erkennen, dass zwei Figuren flächeninhaltsgleich sind, wenn sie sich in dieselbe Anzahl von deckungsgleichen Teilfiguren zerlegen oder sich durch dieselbe Anzahl an Teilfiguren zu neuen deckungsgleichen Figuren ergänzen lassen. (Strategie des Zerlegens und Ergänzens)

Mögliche Ursachen für Fehlvorstellungen zum Flächeninhalt

Vier Gründe für Schwierigkeiten mit dem Flächeninhalt (nach Krauter)

Vgl. Krauter (2008)

	Grund	Beschreibung	Verhindern durch
1	Fehlender Messprozess	Schüler haben vermutlich niemals Flächenstücke direkt gemessen. Sie kennen nicht einmal ein geeignetes Messgerät dafür – meistens wird auch von Erwachsenen das Metermaß als Messgerät angegeben.	Wer Schülern den Flächeninhaltsbegriff tragfähig vermitteln will, muss ihnen Messgeräte an die Hand geben, mit denen sie einfache Flächengrößen direkt ausmessen müssen.
2	Fehlende Vorerfahrung aus dem Alltag	Kinder haben so gut wie gar keine Erfahrungen mit Flächengrößen – es sei denn sie kommen aus der Landwirtschaft. So gut wie nie haben Kinder jemals wirklich Flächengrößen gemessen oder sie im täglichen Leben benötigt.	Um so wichtiger ist es, dass im MU ein geeignetes System von Standardrepräsentanten bereitgestellt und im Sinne nachhaltigen Lernens verankert wird.
3	Linienfiguren statt Flächenfiguren	Wir präsentieren unseren Schülern ebene Figuren in der Regel nicht als Flächenstücke sondern als Linienfiguren. Dreiecke, Vierecke, Vielecke und Kreise oder deren Teile werden i.d.R. nur durch ihre Randlinien dargestellt, gerade so, als gehöre das Innere nicht dazu.	Wir sollten Schülern ebene Flächenfiguren auch flächig präsentieren und nicht nur als Linienfiguren. Ich empfehle deshalb, solche Figuren immer durch farbiges Anlegen oder Schraffieren in den Blick zu nehmen.
4	Fehlende terminologische Unterscheidung zwischen Figur und Größe	Genutzte Sprechweise: „Der Kreis hat eine Fläche von 10 m² “ Fachlich korrekte Sprechweise – jedoch nicht genutzt: : „**Die Kreisfläche (Figur)** hat einen **Flächeninhalt (Maßeigenschaft)** von 10 m² “	In Klasse 5 werden keine Rechtecksflächen berechnet, sondern alle zu ermittelnden Flächengrößen werden durch direkte Messung mit Flächenmessgeräten (Rasterfolien) gemessen. Da die Seitenlängen in Klasse 5 immer ganzzahlig sind, ist dies kein Problem. (...) Bestimmt dann wie viele in eine Reihe passen und zählt dann die Reihen.

Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt

Standardrepräsentanten finden – Grundvorstellungen (Stützpunktvorstellungen aufbauen)

„**Grundvorstellungen über Größen**, sogenannte **Stützpunktvorstellungen** (Winter 1992), stellen das Rückgrat für die Auswahl passender Messinstrumente und Maßeinheiten in einer Messsituation dar…

Die Entwicklung von Stützpunktvorstellungen eines Zusammenspiels zwischen expliziten Messprozessen mit konkreten Repräsentanten und konventionellen Messinstrumenten auf der einen Seite und gezielten Anregungen zur Verinnerlichung auf der anderen Seite. (Winter 1992)

Im Unterricht sollten die Lernenden daher einen großen Fundus an Repräsentanten zu den Standardeinheiten kennen und in verschiedenen Situationen auch nutzen."

Filler, Andreas und Nührenbörger, Marcus (2021): Messen, S. 84, in Abshagen, Maike u.a.(2021): Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten, 2. Auflage, Kallmeyer, Hannover

Standardrepräsentanten finden – Grundvorstellungen (Stützpunktvorstellungen aufbauen)

Beispiele an Standardrepräsentanten von Größen
(nach Franke und Ruwisch 2010, S. 236) – hier verkürzt dargestellt

Größe	Einheit	Repräsentant
Flächeninhalte	1 cm²	Vier Karokästchen (als 2x2-Quadrat, Daumennagel
	1 dm²	1 Tafel quadratische Schokolade
	1 m²	Seitlicher Tafelflügel
	2 m²	Bett
	10 m²	Kinderzimmer
	50 m²	Klassenraum
	...	

Filler, Andreas und Nührenbörger, Marcus (2021): Messen, S. 84, in Abshagen, Maike u.a.(2021): Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten, 2. Auflage, Kallmeyer, Hannover

Aktivität 8: Systematisieren und Ordnen

Stützpunktvorstellungen aufbauen – Repräsentanten finden

a) Ergänzen Sie folgende Tabelle mit geeigneten Standardrepräsentanten für Flächeninhalte.

Ergänzen Sie folgende Tabelle mit geeigneten Standardrepräsentanten für Flächeninhalte.

1 ha	10 a	1 a	10 m²	**1 m²**	10 dm²	1 dm²	10 cm²	1 cm²
Sportplatz		Wohnung Klassen-zimmer		Wandtafel-flügel Fenster Tischfläche				Finger-nagel

b) Rüsten Sie sich mit geeigneten Messinstrumenten aus und **suchen** Sie das Schulgebäude und den Schulhof nach möglichen Repräsentanten für die o.a. Flächeninhalte **ab**. **Fotografieren** Sie die gefundenen Repräsentanten und laden Sie die Bilder im „Studierenden-Ordner" im Moodleraum hoch.

Kleines Spiel:
Bitte schätzen Sie zunächst jeden Flächeninhalt und messen Sie erst danach.

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 8: Systematisieren und Ordnen

Stützpunktvorstellungen aufbauen – Repräsentanten finden

1. Ergänzen Sie folgende Tabelle mit geeigneten Standardrepräsentanten für Flächeninhalte.

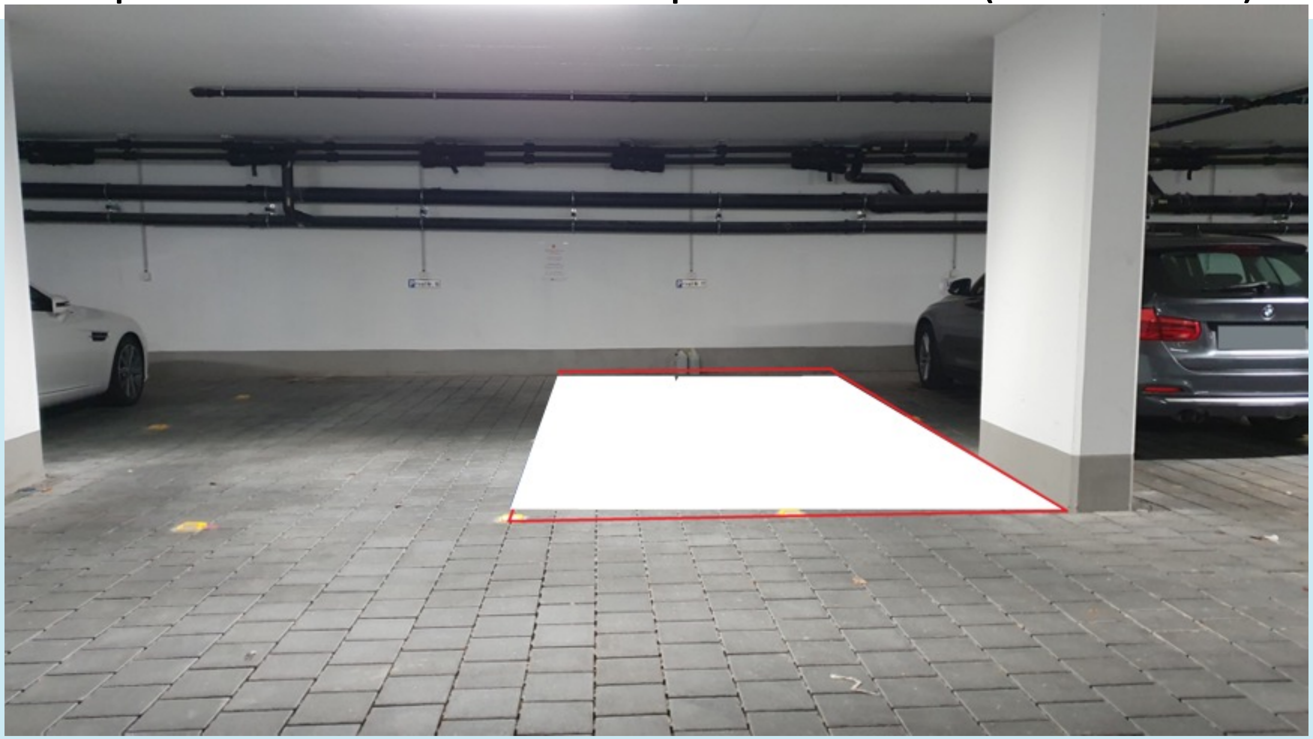
Ergänzen Sie folgende Tabelle mit geeigneten Standardrepräsentanten für Flächeninhalte.

1 ha	10 a	1 a	10 m²	**1 m²**	10 dm²	1 dm²	10 cm²	1 cm²
Sportplatz	Größeres Grundstück, Feld der Sporthalle	Wohnung Klassen-zimmer	Parkplatz-bucht	Wandtafel-flügel Fenster Tischfläche	Bildbanner, Poster	Gesamtfläche eines Koordinaten-systems von -5 bis 5	Fläche, die 40 Kästchen im Heft entspricht	Finger-nagel

Aktivität 8:

Stützpunktvorstellungen aufbauen – Repräsentanten finden

Beispiel für einen Standardrepräsentanten (hier $10\ m^2$)



2. **Geben** Sie **an,** welche Repräsentanten Sie gefunden haben.

Beschreiben Sie, wie die Bilder im Unterricht eingesetzt werden können.

Standardrepräsentanten finden – Grundvorstellungen aufbauen

	Modell zur Einführung neuer Größen
1. Stufe	Erfahrungen in Sachsituationen sammeln durch direktes Vergleichen von Repräsentanten
2. Stufe	Indirektes Vergleichen unter Verwendung selbst gewählter Maßeinheiten und künftiger Standardrepräsentanten
3. Stufe	Indirektes Vergleichen und Ausmessen mit standardisierten Maßeinheiten und Messverfahren
4. Stufe	Ausbau des Einheitensystems durch Verfeinern und Vergröbern der Maßeinheiten
5. Stufe	Rechnen mit Größen

Modell aus Poloczek, Joachim (2020): „ Stützpunktvorstellungen: Das Schätzen von Größen durch den Aufbau von Grundvorstellungen unterstützen“, S. 36ff. Aus Mathematik 5 – 10 Heft 52, Friedrich – Verlag, Hannover.

Mögliche Ursachen für Fehlvorstellungen zum Flächeninhalt

Vier Gründe für Schwierigkeiten mit dem Flächeninhalt (nach Krauter)

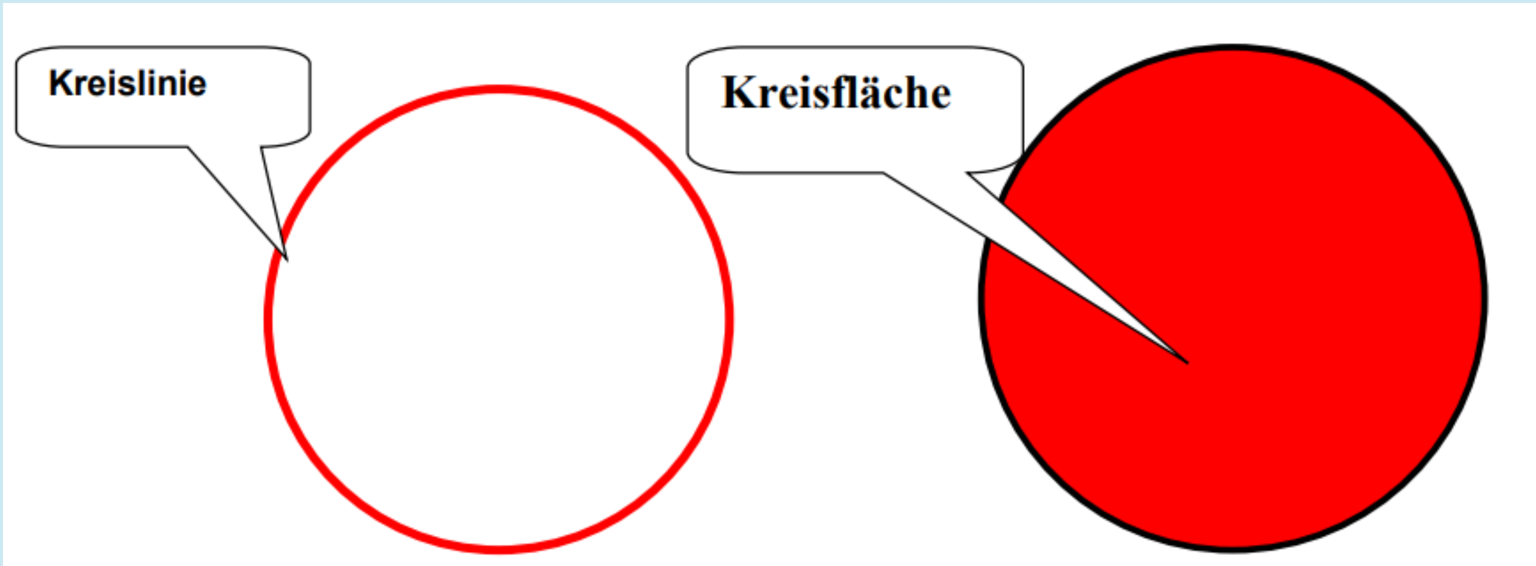
Vgl. Krauter (2008)

	Grund	Beschreibung	Verhindern durch
1	Fehlender Messprozess	Schüler haben vermutlich niemals Flächenstücke direkt gemessen. Sie kennen nicht einmal ein geeignetes Messgerät dafür – meistens wird auch von Erwachsenen das Metermaß als Messgerät angegeben.	Wer Schülern den Flächeninhaltsbegriff tragfähig vermitteln will, muss ihnen Messgeräte an die Hand geben, mit denen sie einfache Flächengrößen direkt ausmessen müssen. **Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt**
2	Fehlende Vorerfahrung aus dem Alltag	Kinder haben so gut wie gar keine Erfahrungen mit Flächengrößen – es sei denn sie kommen aus der Landwirtschaft. So gut wie nie haben Kinder jemals wirklich Flächengrößen gemessen oder sie im täglichen Leben benötigt.	Um so wichtiger ist es, dass im MU ein geeignetes System von Standardrepräsentanten bereitgestellt und im Sinne nachhaltigen Lernens verankert wird. **Standardrepräsentanten finden – Grundvorstellungen (Stützpunktvorstellungen aufbauen)**
3	Linienfiguren statt Flächenfiguren	Wir präsentieren unseren Schülern ebene Figuren in der Regel nicht als Flächenstücke sondern als Linienfiguren. Dreiecke, Vierecke, Vielecke und Kreise oder deren Teile werden i.d.R. nur durch ihre Randlinien dargestellt, gerade so, als gehöre das Innere nicht dazu.	Wir sollten Schülern ebene Flächenfiguren auch flächig präsentieren und nicht nur als Linienfiguren. Ich empfehle deshalb, solche Figuren immer durch farbiges Anlegen oder Schraffieren in den Blick zu nehmen.
4	Fehlende terminologische Unterscheidung zwischen Figur und Größe	Genutzte Sprechweise: „Der Kreis hat eine Fläche von 10 m² “ Fachlich korrekte Sprechweise – jedoch nicht genutzt: : „**Die Kreisfläche (Figur)** hat einen **Flächeninhalt (Maßeigenschaft)** von 10 m² “	In Klasse 5 werden keine Rechtecksflächen berechnet, sondern alle zu ermittelnden Flächengrößen werden durch direkte Messung mit Flächenmessgeräten (Rasterfolien) gemessen. Da die Seitenlängen in Klasse 5 immer ganzzahlig sind, ist dies kein Problem. (...) Bestimmt dann wie viele in eine Reihe passen und zählt dann die Reihen.

Flächen als Flächenfiguren darstellen

Wenn es um **Flächen und Flächeninhalte** geht, dann sollten diese als **Flächen-** und nicht als **Linienfigur dargestellt werden.**

(Vgl. Krauter)



Mögliche Ursachen für Fehlvorstellungen zum Flächeninhalt

Vier Gründe für Schwierigkeiten mit dem Flächeninhalt (nach Krauter)

Vgl. Krauter (2008)

	Grund	Beschreibung	Verhindern durch
1	Fehlender Messprozess	Schüler haben vermutlich niemals Flächenstücke direkt gemessen. Sie kennen nicht einmal ein geeignetes Messgerät dafür – meistens wird auch von Erwachsenen das Metermaß als Messgerät angegeben.	Wer Schülern den Flächeninhaltsbegriff tragfähig vermitteln will, muss ihnen Messgeräte an die Hand geben, mit denen sie einfache Flächengrößen direkt ausmessen müssen. **Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt**
2	Fehlende Vorerfahrung aus dem Alltag	Kinder haben so gut wie gar keine Erfahrungen mit Flächengrößen – es sei denn sie kommen aus der Landwirtschaft. So gut wie nie haben Kinder jemals wirklich Flächengrößen gemessen oder sie im täglichen Leben benötigt.	Um so wichtiger ist es, dass im MU ein geeignetes System von Standardrepräsentanten bereitgestellt und im Sinne nachhaltigen Lernens verankert wird. **Standardrepräsentanten finden – Grundvorstellungen (Stützpunktvorstellungen aufbauen)**
3	Linienfiguren statt Flächenfiguren	Wir präsentieren unseren Schülern ebene Figuren in der Regel nicht als Flächenstücke sondern als Linienfiguren. Dreiecke, Vierecke, Vielecke und Kreise oder deren Teile werden i.d.R. nur durch ihre Randlinien dargestellt, gerade so, als gehöre das Innere nicht dazu.	Wir sollten Schülern ebene Flächenfiguren auch flächig präsentieren und nicht nur als Linienfiguren. Ich empfehle deshalb, solche Figuren immer durch farbiges Anlegen oder Schraffieren in den Blick zu nehmen. **Flächen als Flächenfiguren darstellen**
4	Fehlende terminologische Unterscheidung zwischen Figur und Größe	Genutzte Sprechweise: „Der Kreis hat eine Fläche von 10 m² “ Fachlich korrekte Sprechweise – jedoch nicht genutzt: : „**Die Kreisfläche (Figur)** hat einen **Flächeninhalt (Maßeigenschaft)** von 10 m² “	In Klasse 5 werden keine Rechtecksflächen berechnet, sondern alle zu ermittelnden Flächengrößen werden durch direkte Messung mit Flächenmessgeräten (Rasterfolien) gemessen. Da die Seitenlängen in Klasse 5 immer ganzzahlig sind, ist dies kein Problem. (...) Bestimmt dann wie viele in eine Reihe passen und zählt dann die Reihen.

Terminologische Unterscheidung zwischen Figur und Größe

Das Quadrat hat einen Flächeninhalt von 9 cm^2.

Geometrische Figur

Maßeigenschaft

Sekundarstufe 1:
Länge einer Strecke

Flächeninhalt einer geometrischen Figur

Volumen eines Körpers

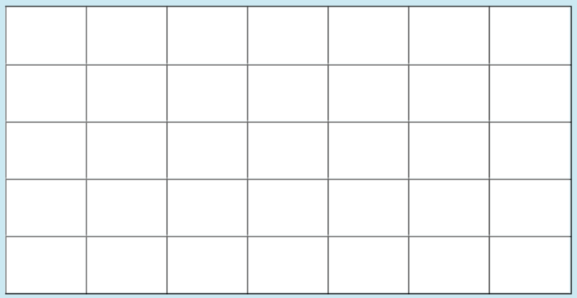
Größe

= Produkt aus einer **Maßzahl** und einer **Maßeinheit**

Terminologische Unterscheidung zwischen Figur und Größe

Umgang mit Flächeneinheiten
(Vgl. Helmut Mallas)

Einheiten konsequent beibehalten: $7 \neq 7\ m$
Bei Umformungen möglichst lange mit Variablen rechnen.
Bei Flächenmaßen das Abzählen von Kästchen in der Schreibweise abbilden:



statt
$$\begin{aligned} A &= a \cdot b \\ &= 5\ \mathrm{cm} \cdot 7\ \mathrm{cm} \\ &= 35\ \mathrm{cm}^2 \end{aligned}$$

lieber
$$\begin{aligned} A &= a \cdot b \\ &= 5 \cdot 7 \cdot 1\ cm^2 \\ &= 35\ cm^2 \end{aligned}$$

Erst nach der Einführung Produkt Länge mal Länge übergehen.

Terminologische Unterscheidung zwischen Figur und Größe

Zentimeterquadrat oder Quadratzentimeter?

Ein Zentimeterquadrat hat einen Flächeninhalt von einem Quadratzentimeter.

Ein Rechteck von 0,5 cm Breite und 2 cm Länge hat einen Flächeninhalt von einem Quadratzentimeter.

Mögliche Ursachen für Fehlvorstellungen zum Flächeninhalt

Vier Gründe für Schwierigkeiten mit dem Flächeninhalt (nach Krauter)

Vgl. Krauter (2008)

	Grund	Beschreibung	Verhindern durch
1	Fehlender Messprozess	Schüler haben vermutlich niemals Flächenstücke direkt gemessen. Sie kennen nicht einmal ein geeignetes Messgerät dafür – meistens wird auch von Erwachsenen das Metermaß als Messgerät angegeben.	Wer Schülern den Flächeninhaltsbegriff tragfähig vermitteln will, muss ihnen Messgeräte an die Hand geben, mit denen sie einfache Flächengrößen direkt ausmessen müssen. **Enaktive Zugänge zum Flächeninhalt**
2	Fehlende Vorerfahrung aus dem Alltag	Kinder haben so gut wie gar keine Erfahrungen mit Flächengrößen – es sei denn sie kommen aus der Landwirtschaft. So gut wie nie haben Kinder jemals wirklich Flächengrößen gemessen oder sie im täglichen Leben benötigt.	Um so wichtiger ist es, dass im MU ein geeignetes System von Standardrepräsentanten bereitgestellt und im Sinne nachhaltigen Lernens verankert wird. **Standardrepräsentanten finden – Grundvorstellungen (Stützpunktvorstellungen aufbauen)**
3	Linienfiguren statt Flächenfiguren	Wir präsentieren unseren Schülern ebene Figuren in der Regel nicht als Flächenstücke sondern als Linienfiguren. Dreiecke, Vierecke, Vielecke und Kreise oder deren Teile werden i.d.R. nur durch ihre Randlinien dargestellt, gerade so, als gehöre das Innere nicht dazu.	Wir sollten Schülern ebene Flächenfiguren auch flächig präsentieren und nicht nur als Linienfiguren. Ich empfehle deshalb, solche Figuren immer durch farbiges Anlegen oder Schraffieren in den Blick zu nehmen. **Flächen als Flächenfiguren darstellen**
4	Fehlende terminologische Unterscheidung zwischen Figur und Größe	Genutzte Sprechweise: „Der Kreis hat eine Fläche von 10 m² “ Fachlich korrekte Sprechweise – jedoch nicht genutzt: : „**Die Kreisfläche (Figur)** hat einen **Flächeninhalt (Maßeigenschaft)** von 10 m² “	In Klasse 5 werden keine Rechtecksflächen berechnet, sondern alle zu ermittelnden Flächengrößen werden durch direkte Messung mit Flächenmessgeräten (Rasterfolien) gemessen. Da die Seitenlängen in Klasse 5 immer ganzzahlig sind, ist dies kein Problem. (...) Bestimmt dann wie viele in eine Reihe passen und zählt dann die Reihen.

Unterscheidung zwischen Figur und Größe

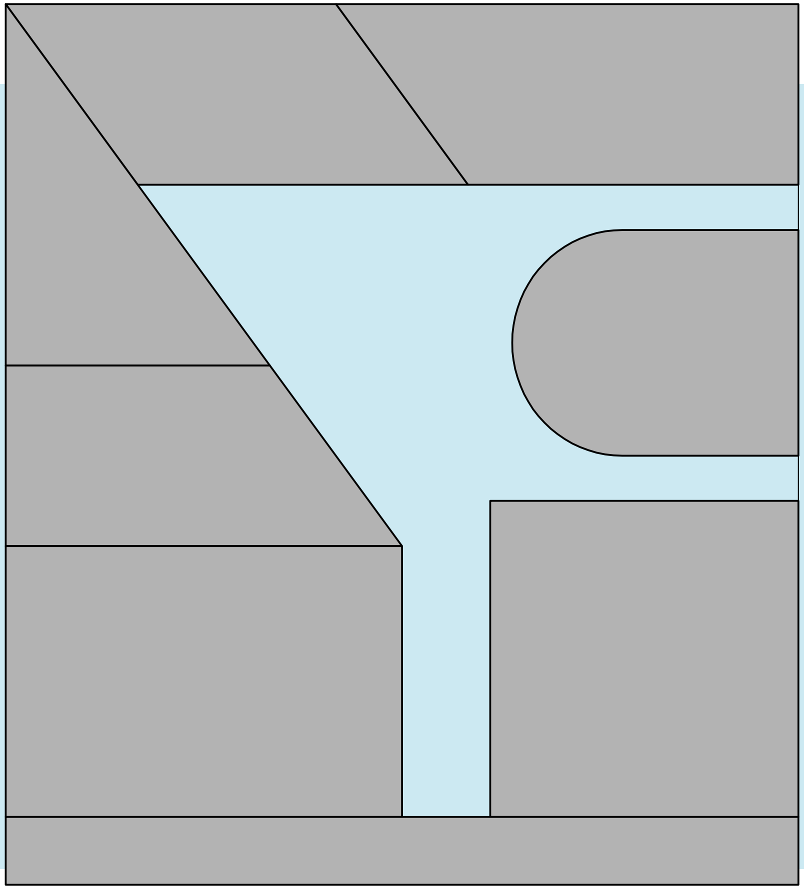
Potential alternativer Einstiegsaufgaben einschätzen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 9:
Aufgaben zum Flächeninhalt stellen

Gehegeplan



Welches Gehege ist das größte?

Sortiere die Gehege nach ihrer Größe!

Aktivität 9:
Aufgaben zum Flächeninhalt stellen

Segeberger See

Formulieren Sie einen Arbeitsauftrag zu diesem Bild.

Aktivität 9:
Aufgaben zum Flächeninhalt stellen

Segeberger See

Mögliche Arbeitsaufträge:

1. **Schätze** den Flächeninhalt des Segeberger Sees.
2. **Gib** möglichst genau den Flächeninhalt des Segeberger Sees **an**.
3. **Begründe**, warum der Flächeninhalt des Segeberger Sees kleiner ist als 2,5 km².
4. **Lege** die Rasterfolie auf die Karte. Bestimme den Flächeninhalt des Segeberger Sees.
5. **Schneide** 10 Quadrate aus, die so groß sind, wie das Maßstabsquadrat.
   Begründe, dass du nun 2,5 km² auf der Karte bedecken kannst.
   Schätze dann den Flächeninhalt des Segeberger Sees.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Leitidee Messen 5-10

5/6

Grundgrößen
Flächenberechnung am Rechteck

Aufbau von Grundvorstellungen

Volumenberechnung am Quader

Winkel ∢ ASB

Sachgerechter Umgang mit Geodreieck

7

Umfang und Flächeninhalt von n-Ecken

Aufgreifen von Grundvorstellungen

8

Winkelsätze
Dreieckskonstruktionen
Kreise

Aufgreifen von Grundvorstellungen und Umgang mit Zirkel und Geodreieck

Oberfläche und Volumen von Körpern

9/10

Trigonometrie

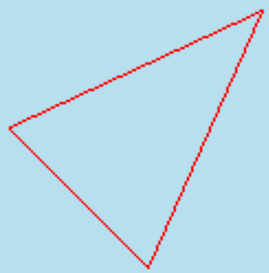
Rechnerische Bestimmung von fehlenden Längen und Winkeln

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Grundbegriffe: Dreieck

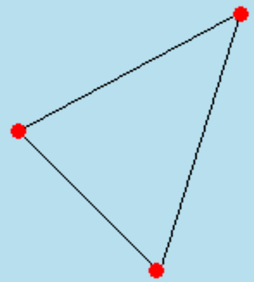
Zeichne ein allgemeines Dreieck und färbe alle Punkte des Dreiecks rot.

1. Vorschlag



2. Vorschlag

3. Vorschlag



Welche Erkenntnisse kann man aus den Zeichnungen ziehen?

Das meinen wir. Das ist die Fläche. Das sind die Eckpunkte.

KOSIMA-Prozessmodell

Aktivieren
Anknüpfen

Lebensweltliche Situationen mit diagnostischem Potential und sinnstiftender Funktion („wozu“?)

(Lengnink, Prediger & Weber 2011; Leuders, Hußmann, Barzel & Prediger et al. 2011)

Erarbeiten
Erkunden

Zugängliche Probleme, offen für individuelle Lernwege und Kommunikation Aufbau von Vorstellungen

Systematisieren
Ordnen

Aneignungshandlung in der Balance zwischen Konvergenz und Aktivierung

(Prediger, Barzel, Leuders & Hußmann, 2011)

Üben / Anwenden
Vertiefen

Produktives Üben, Transferunterstützung und Anwendungen mit Kompetenzerleben

(Leuders, 2009)

Testen

Testen von Kompetenzen

Warum ist Ordnen und Sichern nötig?

1. Reflexionsbedarf: Was ist genau gelernt worden? Erfahrungen werden nur dann zu Wissen und Können, wenn sie bewusst gemacht werden. Das Reflektieren über das Erkundete stellt einen ersten Schritt dazu dar.

2. Vernetzungs- und Strukturierungsbedarf: Wie hängt das Gelernte zusammen und wie kann man es ordnen? Freudenthal spricht dabei vom lokalen Ordnen:

Warum ist Ordnen und Sichern nötig?

3. Regularisierungsbedarf: Auch wenn individuelle (Nach-)Erfindungen zentral im Lernprozess sind, bedarf es gemeinsamer Konzepte und einer gemeinsamen Sprache. Diese bilden das Fundament für aufbauende Lernprozesse und sichern die Tragfähigkeit des Gelernten für die Anbindung an gesellschaftlich geteiltes Wissen. Gallin/Ruf 1990 nennen diesen Schritt vom Singulären zum Konsolidierten das Regularisieren.

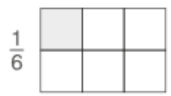
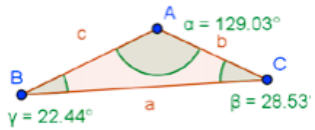
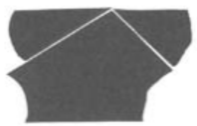
4. Dokumentationsbedarf: Zu einem Sichern gehört auch das Festhalten, dabei vor allem das Verschriftlichen des Systematisierten und Konsolidierten, das einerseits bewirkt, dass Gedanken ausgeschärft und präzisiert werden und auf das andererseits später zurückgegriffen werden kann.

Aneignungshandlungen

zur Beteiligung der Lernenden am Prozess

Konvergenz	**Art der Aneignungshandlung**	**Beteiligung**
Gering	1. **Realisieren** des Konzepts /Satzes: Finde Beispiele und Gegenbeispiele und erkläre, wieso sie (nicht) passen.	Hoch
	2. **Identifizieren** des Konzepts: Welches dieser Beispiele passt zum Konzept, welche nicht? Wieso?	
Hoch	3. Für gegebene Beispiele (Nicht-)**Passung begründen**: Inwiefern ist dies ein Gegenbeispiel? Wieso?	Gering

KOSIMA Prozessmodell
Systematisieren und Ordnen

(Facette des Wissens) **Was?** (Art des Wissens)	**Explizite Formulierungen**	**Konkretisierung und Abgrenzung**	**Bedeutungen und Vernetzung**	**Konventionelle Festlegung**
Konzeptuelles Wissen				
Konzepte *Zahlen, Operationen*	Definitionen *Definition eines Bruchs*	Beispiele / Gegenbeispiele $\frac{2}{3}$ ist ein Bruch, $\frac{2}{1}$ auch $\frac{2}{1}$ ist sogar natürlich	Vorstellungen / Darstellungen *Bruch als Teil eines Ganzen, so dargestellt:* 	Fachwörter *Namen wie Nenner, Zähler* Bezeichnungen *rechte Winkel markiert man durch einen Punkt*
Zusammenhänge *Winkelsummensatz in Dreieck*	Satz *Formulierung des Winkel-summensatzes*	Beispiele / Gegenbeispiele 	(anschauliche) Begründung / Beweis 	Namen von Sätzen *„Winkelsummensatz"*, Bezeichnung *Winkel und Seiten im Dreieck* konventionelle Regeln *Punkt vor Strich Regel*

KOSIMA Prozessmodell
Systematisieren und Ordnen

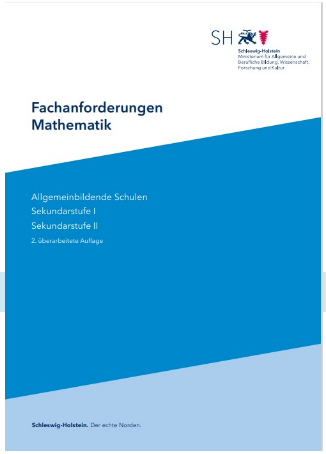
Prozedurales Wissen				
Mathematische Verfahren, Algorithmen *Graphen zeichnen, Brüche addieren, Dreisatz im Kopf*	Anleitung *Wie addiert man ungleichnami-ge Brüche in drei Schritten?*	Bedingungen der Anwendbarkeit, Spezialfälle evtl. Wissen zu typ. Fehlern *Beim Zeichnen von Graphen muss man auf die Skalierung der Achsen achten.*	Vorstellung / Begründung als Verknüpfung zu konzeptuellen Gehalten *Man stellt sich die Additionsschritte von Brüchen in Streifen-bildern vor.*	Vereinbarungen *Beim Zeichnen von Funktionsgraphen wird die x-Achse immer als die horizontale Achse genommen.*
Handwerkliche Verfahren *Winkel zeichnen Taschenrechner Heftführung*	Anleitung *So zeichnet man mit dem Geodrei-eck einen Winkel von 70°…*	Umsetzen der Anleitung, Bedingungen der Anwendbarkeit,spezifische Kniffe, Fehlerwissen *Achte beim Zeichnen von Winkeln über 180 ° auf …*	(keine konzeptuellen Gehalte, nur Handwerk, daher keine Bedeutun-gen)	Vereinbarungen *Im Heft immer Datum an-geben* *Die Taschenrechnertaste „=“ heißt ENTER*
Metakognitives Wissen				
Strategien des Problemlösens	…	…		
Schritte beim Modellieren …	…			

Schleswig-Holstein. Der echte Norden.

Leitidee – Messen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Leitidee Größen und Messen in den Fachanforderungen (s. 31 – 34)



2.2.2 Leitidee Größen und Messen

Aus der Grundschule sind das Messen von Grundgrößen und das Operieren mit ihnen vertraut. In der Sekundarstufe I werden abgeleitete Größen zunächst wie Grundgrößen eingeführt, zum Beispiel durch Auslegen einer Fläche mit Messquadraten. Anschließend werden sie auf das Rechnen mit Grundgrößen zurückgeführt. Die Beschreibung von Längen, Flächen- und Rauminhalten kann zur Einführung von Variablen und Termen genutzt werden. Messungen und Berechnungen an ebenen Figuren und an Körpern vernetzen inhaltsbezogene Kompetenzen der Leitideen Zahl und Operation, Größen und Messen sowie Raum und Form. Die Fachkonferenz entscheidet, ob die Strahlensätze oder die zentrische Streckung behandelt werden.

Leitidee: Größen und Messen 1 - 4

1 Standardeinheiten
Geldwerte, Zeit

2 Standardeinheiten Längen, Zeit,
Geldwerte

3 Gewichte

4 (Flächen-) und Rauminhalte
Größen schätzen, vergleichen
und messen

Aufbau von Grundvorstellungen

Unterschiedliche Messgeräte nutzen

Alltagsrepräsentanten

Größenvorstellungen besitzen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Leitidee Messen 5-10

5/6

Grundgrößen
Flächenberechnung am Rechteck

Aufbau von Grundvorstellungen

Volumenberechnung am Quader

Winkel ∢ ASB

Sachgerechter Umgang mit Geodreieck

7

Umfang und Flächeninhalt von n-Ecken

Aufgreifen von Grundvorstellungen

8

Winkelsätze
Dreieckskonstruktionen
Kreise

Aufgreifen von Grundvorstellungen und Umgang mit Zirkel und Geodreieck

Oberfläche und Volumen von Körpern

9/10

Trigonometrie

Rechnerische Bestimmung von fehlenden Längen und Winkeln

Umgang mit Größen und Einheiten

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

An unsere Inserenten!

Das Gesetz über „Einheiten im Meßwesen"
sowie die Ausführungsverordnung
bestimmen, daß im geschäftlichen Verkehr
die früher üblichen Abkürzungen
wie „qm", „cbm" nicht mehr verwendet
werden dürfen.

Um den gesetzlichen
Vorschriften zu entsprechen,
werden wir zukünftig in Anzeigen nur noch
die zulässigen Abkürzungen
wie m^2, m^3 verwenden.

Wir bitten unsere Inserenten,
bei der Aufgabe von Anzeigen
die neue Regelung zu berücksichtigen.

KielerNachrichten

— Anzeigenabteilung —

KN 10/81

KN Oktober 1981

Umgang mit Größen

Eine Größe ist das Produkt aus einer Maßzahl und einer Maßeinheit:

$$\text{Größe} = \underbrace{\text{Maßzahl} \cdot \text{Maßeinheit}}_{\text{Produkt}}$$

So bedeutet die Angabe 7 m genaugenommen 7 · 1 m.

Aktivität 10:
Umgang mit Größen

Lesen Sie das Papier zum Umgang mit Größen von Herrn Mallas (Material im Moodleraum).

Bennen Sie einen Punkt, den Sie zukünftig besonders beherzigen wollen!

Begriffe Unterscheidung zwischen Figur und Größe

„Die $\boxed{\text{Strecke } \overline{AB}}$ hat die $\boxed{\text{Länge 7 cm}}$." ($|\overline{AB}| = 7$ cm)

„Die $\boxed{\text{Strecke } \overline{AB}}$ ist $\boxed{\text{7 cm}}$ lang."

Repräsentant einer Größe

Größenmaß

Eine Strecke (geometrische Figur oder Punktmenge) hat eine bestimmte Länge (Maßeigenschaft).

~~„Die Strecke beträgt 5 cm."~~

„Die Streckenlänge beträgt 5 cm."

Aktivität 10:
Umgang mit Größen

Schreibweise

Zunächst: $3 \cdot 5 \cdot 1\ cm^2 = 15\ cm^2$

Später auch: $3\ cm \cdot 5\ cm = 15\ cm^2$

Beispiel zum Produktives Üben
Finden Sie Aufgabenstellungen zu folgenden Termen:

$3\ cm \cdot 5\ cm$ $\quad$ $3 \cdot 5\ cm$ $\quad$ $15\ cm^2 : 3$

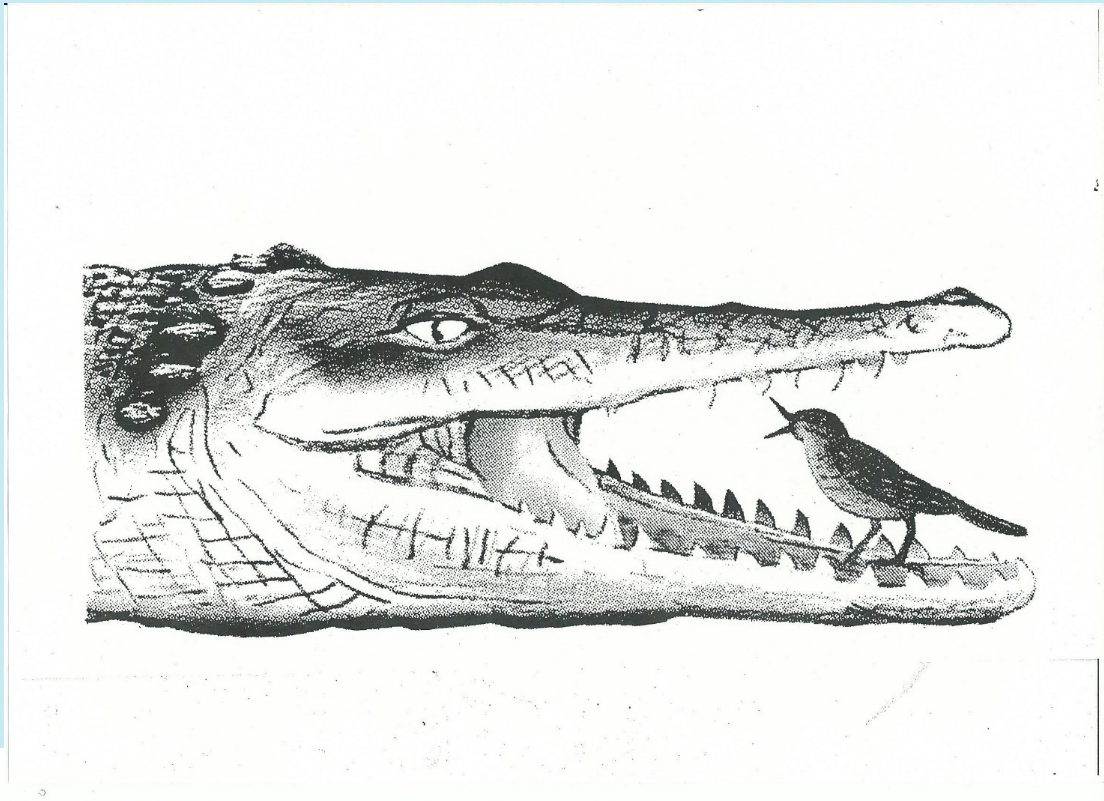
$15\ cm^2 : 3\ cm$ $\quad$ $3 \cdot 5 \cdot 1\ cm^2$

Winkel und Winkelweite

Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

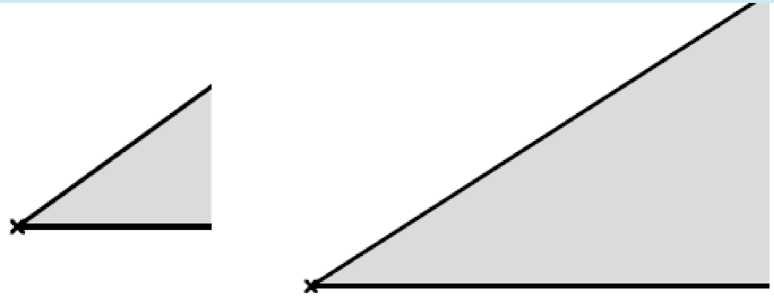
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Welcher Winkel ist weiter?



Vergleich von Winkelgrößen

Welcher der beiden gezeichneten Winkel ist größer?
Vergleiche ohne zu messen.



Vergleich von Winkelgrößen

Winkel mit kurzen Schenkeln können durchaus größer sein als Winkel mit langen Schenkeln.

Grundvorstellung – Was ist ein Winkel?

Christian DOHRMANN, Halle, Ana KUZLE, Paderborn

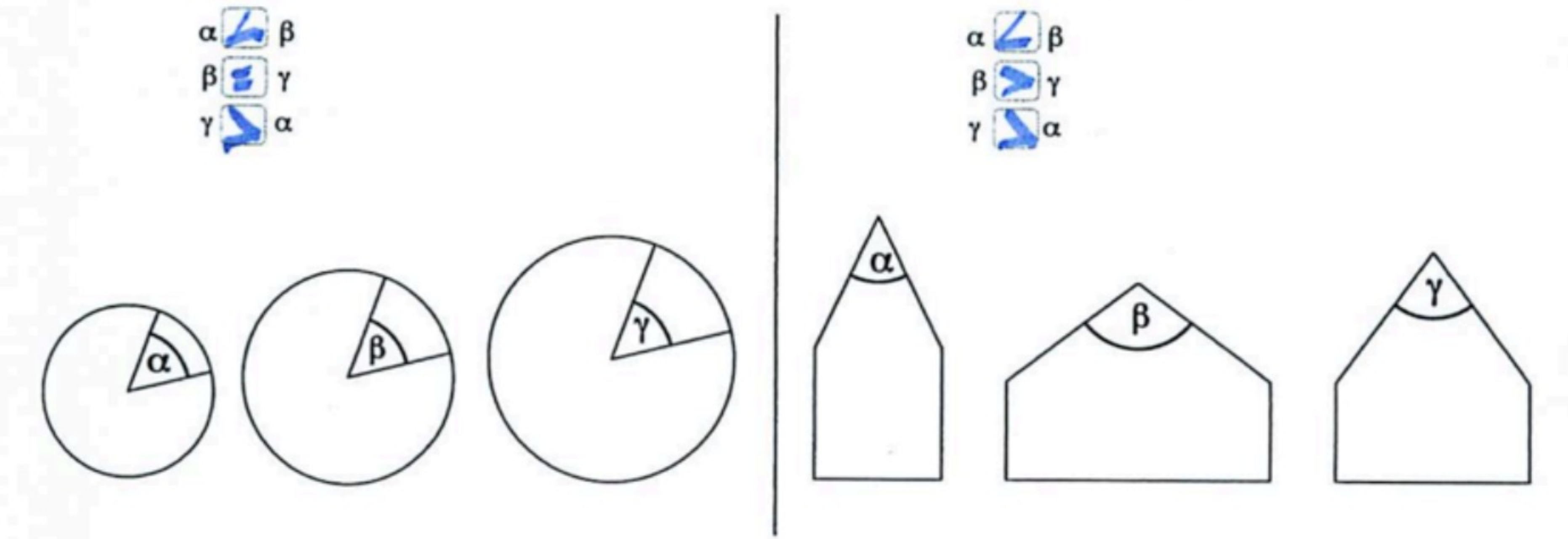
Auf der Suche nach Grundvorstellungen zum Winkel

Winkelmessung und Trigonometrie spielen eine wichtige Rolle im Geometrieunterricht der Sekundarstufe und im Alltag. Untersuchungen zur Entwicklung und Ausbildung des Winkelbegriffs zeigen, dass Schüler Schwierigkeiten beim Verständnis von Winkeln und im Denken haben. SchülerInnen besitzen keine adäquaten Vorstellungen zu Winkelgrößen und Winkelkonzepten (Krainer, 1989; Mitchelmore & White 2000). In ei-

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2014): „Auf der Suche nach Grundvorstellungen zum Winkel“ in J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 301–304). Münster: WTM-Verlag

Klasse 10

Vergleiche jeweils zwei Winkel miteinander. Trage dazu das richtige Zeichen ein: $\boxed{>}$, $\boxed{<}$ oder $\boxed{=}$.

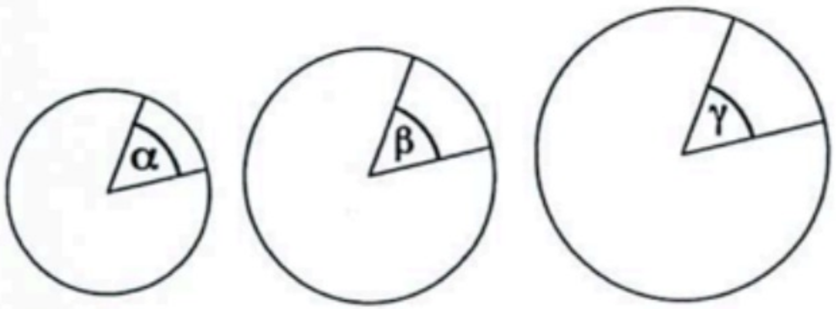


Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2013): Winkelvorstellungen zur Winkelgröße 1° in der Sek I Auf der Suche nach Grundvorstellungen - Vortrag GDM am 26. September.

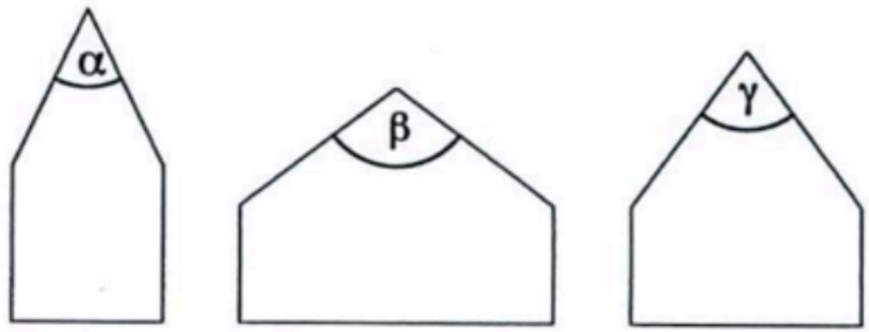
Klasse 10

Vergleiche jeweils zwei Winkel miteinander. Trage dazu das richtige Zeichen ein: $\boxed{>}$, $\boxed{<}$ oder $\boxed{=}$.

α $\boxed{<}$ β
β $\boxed{=}$ γ
γ $\boxed{>}$ α



α $\boxed{<}$ β
β $\boxed{>}$ γ
γ $\boxed{>}$ α



Grundvorstellung – Was ist ein Winkel?

Grundvorstellungen können nicht direkt beobachtet werden. Sie Entwickeln sich in einem konstruktiven, individuellen Prozess, der sich aus drei Aspekten konstituiert; dem *normativen* Aspekt (Grundidee), dem *deskriptiven* Aspekt (individuelle Vorstellung) und dem *konstruktiven* Aspekt (Brücke zwischen Grundidee und individueller Vorstellung).

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2014): „Auf der Suche nach Grundvorstellungen zum Winkel“ in J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 301–304). Münster: WTM-Verlag

Grundvorstellung – Was ist ein Winkel?

Die *normativen Ideen* repräsentieren den mathematischen Kern. Beispielsweise kann eine Grundidee von einem 1° Winkel als „Öffnungsweite" zwischen zwei Strahlen aufgefasst werden, welche dem 360. Teil des Kreisumfangs eines Vollkreises entspricht. Die Öffnungsweite eines 1° Winkels ist dabei so klein, dass sich die beiden Strahlen auf Papier nur sehr schwer voneinander unterscheiden lassen. Erst in einiger Entfernung vom Scheitelpunkt wird der Unterschied erkennbar. Aus Elemente der Mathematik, 2007 (G8): Der Winkel α (Abb. 1) hat die Größe 34°. Das bedeutet: Der Winkel α ist so groß, wie 34 Winkel von 1° zusammen ergeben. 34° ist ein Maß für die Öffnungsweite des Winkels.

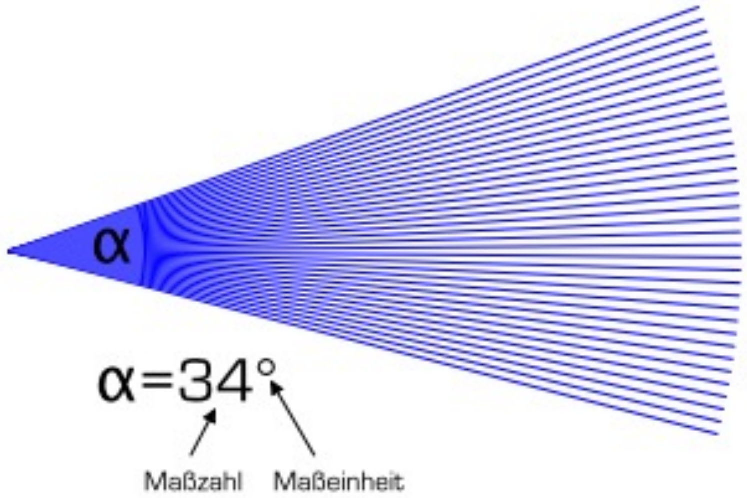


Abbildung 1: Winkel als Öffnungsweite

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2014): „Auf der Suche nach Grundvorstellungen zum Winkel" in J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 301–304). Münster: WTM-Verlag

Grundvorstellung – Was ist ein Winkel?

Der *deskriptive* Aspekt setzt den Fokus darauf, die aktuellen mathematischen Ideen und Vorstellungen der SchülerInnen zu beschreiben, welche mehr oder weniger von den zu vermittelnden mathematischen Ideen abweichen. Deshalb ist es im Lehr-Lern Kontext wichtig, dass der Lehrer eine adäquate Grundidee (normativ) vom 1° Winkel vermitteln kann und die SchülerInnen keine von der Grundidee losgelöste Vorstellung entwickeln, wie die, den 1° Winkel als Abstand (im euklidischen Sinne) zwischen zwei Strahlen zu verstehen, oder ihn lediglich durch „Spitze“ und „Winkelmarkierung“ zu identifizieren, wie eingangs dargestellt.

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2014): „Auf der Suche nach Grundvorstellungen zum Winkel“ in J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 301–304). Münster: WTM-Verlag

Grundvorstellung – Was ist ein Winkel?

Die dritte Perspektive (*konstruktiver* Aspekt) setzt den Fokus auf die Weiterentwicklung bereits vorhandener Schülervorstellungen, indem die SchülerInnen mit neuen Lernsituationen konfrontiert werden, die es ihnen erlauben, ihre individuellen Vorstellungen zu ändern, neu aufzubauen und zu verfeinern.

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2014): „Auf der Suche nach Grundvorstellungen zum Winkel" in J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 301–304). Münster: WTM-Verlag

Grundvorstellung – Was ist ein Winkel?

Aktivität 10:
Umgang mit Größen

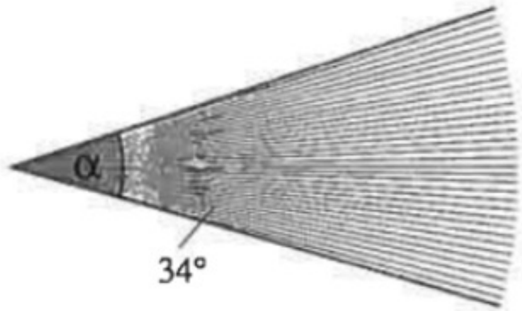
Erläutern Sie die Bedeutung von 1 °.

Winkel – normativer Aspekt

Der 360. Teil eines Vollwinkels hat die Größe **1 Grad** (geschrieben 1°). Seine Öffnungsweite ist nur sehr gering; man kann die beiden Schenkel erst in einiger Entfernung vom Scheitelpunkt voneinander unterscheiden.

Einheitswinkel der Größe 1° (Öffnungsweite 1°)

Der Winkel α hat die Größe 34°.
Das bedeutet: Der Winkel α ist so groß, wie 34 Winkel von 1° zusammen ergeben.
34° ist ein Maß für die Öffnungsweite des Winkels.



Beachte:

Wir haben α als Bezeichnung für einen Winkel eingeführt. Wir wollen den griechischen Buchstaben aber auch für die Größe dieses Winkels benutzen und schreiben $\alpha = 34°$.

$$\alpha = \underbrace{34}_{\text{Maßzahl}}\underbrace{°}_{\text{Maßeinheit}}$$

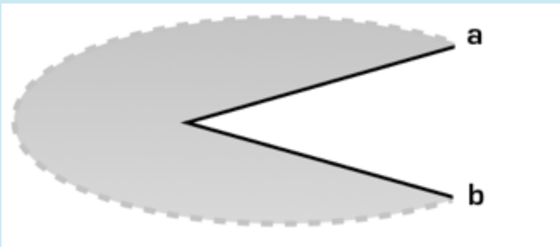
Aus Elemente der Mathematik, 2007 G8

Winkel – normativer Aspekt

Dynamischer Winkelbegriff

Der Winkel entsteht durch Drehung eines frei beweglichen Strahls um den Scheitelpunkt.

Maß für die Richtungsänderung (orientiert)



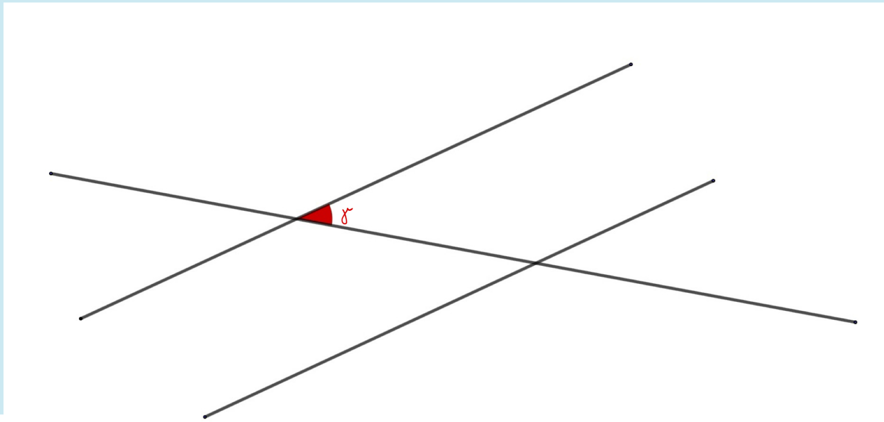
Der Winkel ist die Punktmenge, die überstrichen wird, wenn der erste Schenkel (hier a) um den Scheitelpunkt gegen den Uhrzeigersinn in den zweiten Schenkel (hier b) gedreht wird.

Winkel – normativer Aspekt

Statischer Winkelbegriff

Winkel entstehen durch das Schneiden zweier Geraden.

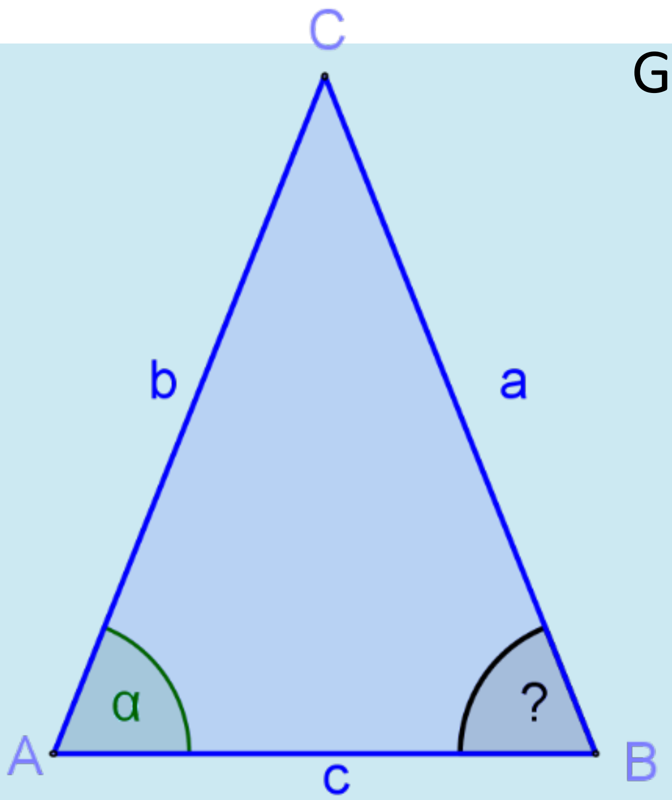
Angabe des Ist-Zustandes durch eine Figur.



Größe ≠ Maß auch bei Winkeln

Größe	Maß
Strecke	Länge der Strecke
Fläche	Flächeninhalt
Volumen	Rauminhalt
Winkel	Winkelweite?

Notation Größe und Maß



Gleichschenkliges Dreieck:

$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

$$|\overline{AC}| = |\overline{BC}|$$

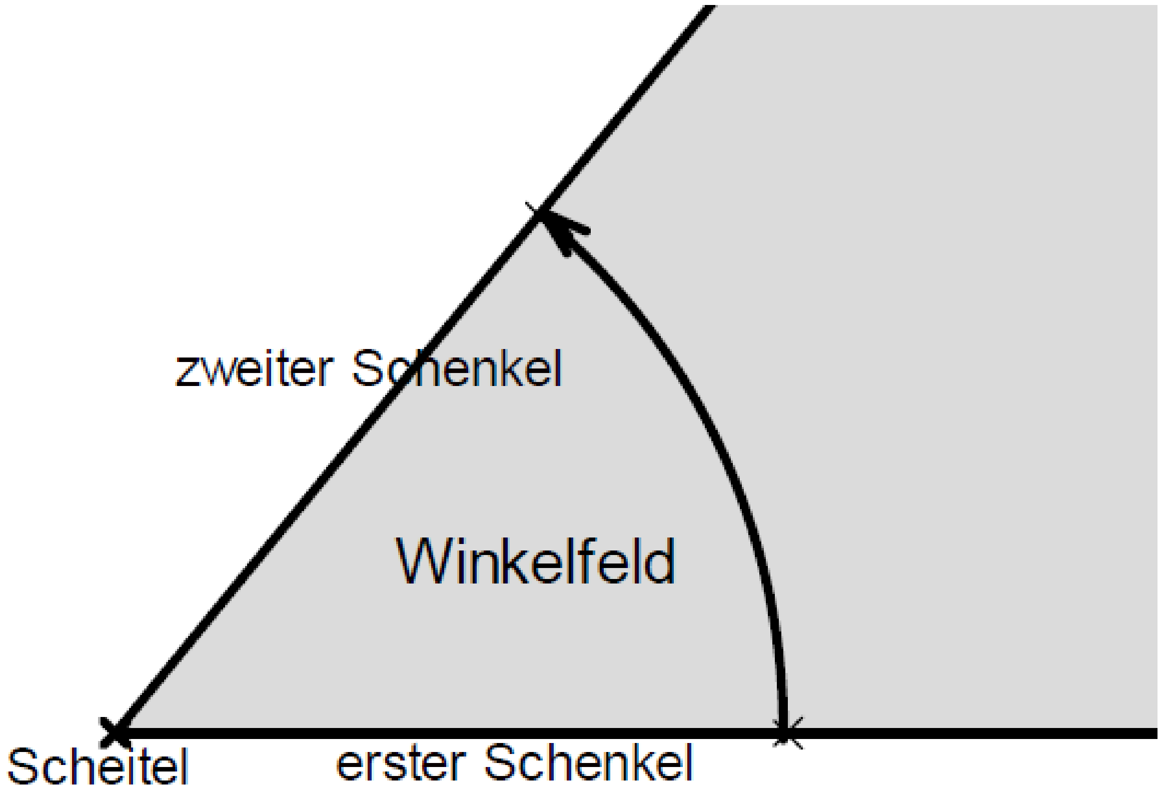
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$$

a = b

α = β

?

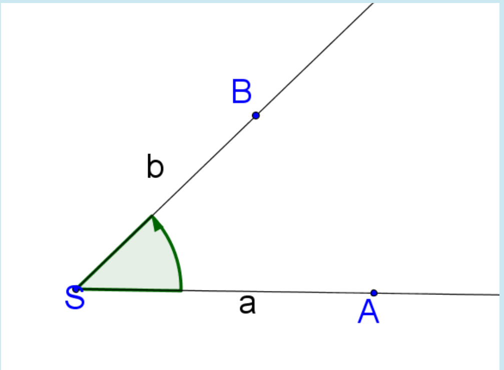
Winkelfeld



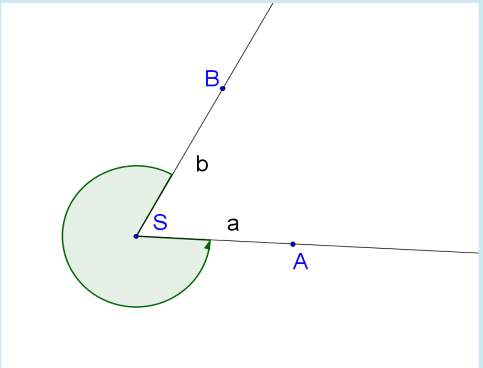
Winkelfeld

- Bei der Drehung des ersten Schenkels um den Scheitelpunkt überstreicht dieser einen Teil der Zeichenebene, genannt das Winkelfeld.
- Ein Winkelfeld ist also eine von zwei Halbgeraden mit gleichem Anfangspunkt begrenzte Punktmenge.

Orientierung - Winkelbenennung



$\alpha = \sphericalangle\, ab = \sphericalangle\, ASB$



$\alpha = \sphericalangle\, ba = \sphericalangle\, BSA$

Winkel – deskriptiver Aspekt

Erläutern Sie die Bedeutung von 1 °.

Liebe/r ...

gestern haben wir im Matheunterricht Winkel wiederholt. Da wollte unsere Lehrerin von uns wissen, was denn 1° ist. Mit der Frage war ich total überfordert. Ich weiß zwar, dass wir das ständig benutzt haben, aber jetzt genau zu erklären, was 1° bedeutet, bekomme ich nicht hin. Kannst du mir das bitte erklären? Vielleicht kannst du auch eine Skizze dazu malen.

Danke und liebe Grüße

deine Anna

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2013): Winkelvorstellungen zur Winkelgröße 1° in der Sek I Auf der Suche nach Grundvorstellungen - Vortrag GDM am 26. September.

Vertiefung des Themas möglich –
Literaturtipp: Dohrmann und Kuzle (2013)

Winkel – deskriptiver Aspekt

Anna Brief (nach Thomas Jahnke)

- **K5 – K9**

Liebe/r ...

gestern haben wir im Matheunterricht Winkel wiederholt. Da wollte unsere Lehrerin von uns wissen, was denn 1° ist. Mit der Frage war ich total überfordert. Ich weiß zwar, dass wir das ständig benutzt haben, aber jetzt genau zu erklären, was 1° bedeutet, bekomme ich nicht hin. Kannst du mir das bitte erklären? Vielleicht kannst du auch eine Skizze dazu malen.

Danke und liebe Grüße
deine Anna

- **K10:** Erweiterung um Begriff „Bogenmaß"

Liebe/r ...

gestern haben wir im Matheunterricht Winkel und Bogenmaß wiederholt. Da wollte unsere Lehrerin von uns wissen, was denn 1° ist. Mit der Frage war ich total überfordert. Ich weiß zwar, dass wir das ständig benutzt haben, aber jetzt genau zu erklären, was 1° bedeutet, bekomme ich nicht hin. Kannst du mir das bitte erklären? Vielleicht kannst du auch eine Skizze dazu malen.

Danke und liebe Grüße
deine Anna

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2013): Winkelvorstellungen zur Winkelgröße 1° in der Sek I Auf der Suche nach Grundvorstellungen - Vortrag GDM am 26. September.

Winkel – deskriptiver Aspekt

K5

Liebe Anna ! Also ich erkläre es dir so in einem Kreis
sind 360°. Also ein ganzes.
Und ein winzig kleines Teil von diesem Ganzen ist ein
Grad. Wenn man also den Kreis in 360 Stücke teilt ist
ein Stück 1°.

Teil eines Kreises

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2013): Winkelvorstellungen zur Winkelgröße 1° in der Sek I Auf der Suche nach Grundvorstellungen - Vortrag GDM am 26. September.

Winkel – deskriptiver Aspekt

Hallo Anna,
1° ist ein sehr kleiner Winkel!
es bedeute wenn du auf der einen
Linie stehst musst
du deinen Kopf 1° drehen um
die andere Linie anzuschauen.

K6

Richtungsänderung

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2013): Winkelvorstellungen zur Winkelgröße 1° in der Sek I Auf der Suche nach Grundvorstellungen - Vortrag GDM am 26. September.

Winkel – deskriptiver Aspekt

1° ist nach 0° die kleinste Winkelgröße die es gibt.

Einheit? - Fehlvorstellung

K6

1° ~~ist~~ 1% von einem Vollwinkel.

1% eines Kreises

K5

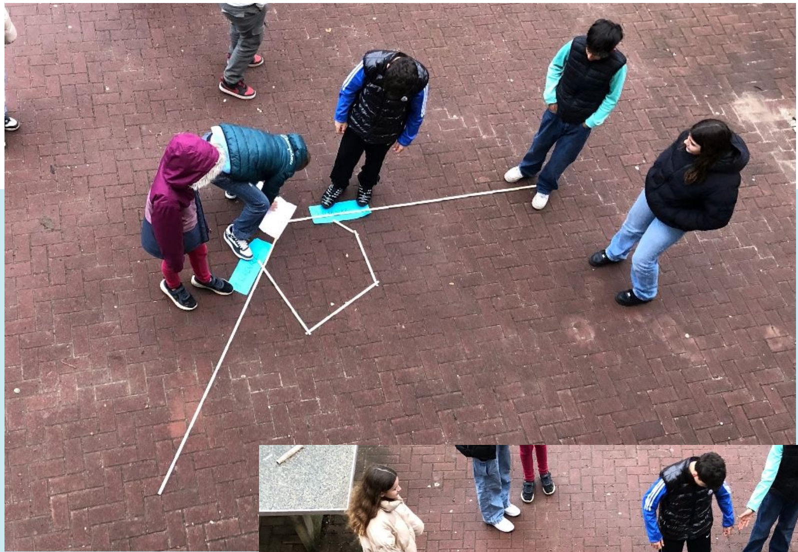
Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2013): Winkelvorstellungen zur Winkelgröße 1° in der Sek I Auf der Suche nach Grundvorstellungen - Vortrag GDM am 26. September.

Winkel – konstruktiver Aspekt

Weiterentwicklung vorhandener Schülervorstellungen

Konfrontationen mit neuen Lernsituationen

Ziel:
Veränderung,
(Neu-)Aufbau,
Veränderung
individueller Vorstellungen



Bilder aus dem Unterricht – Sebastian Braune

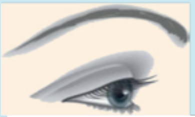
IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Winkel – konstruktiver Aspekt

Unterrichtsplanung

- **Kontextorientierung** (Brown 1987, van den Heuvel-Panhuizen 205, Leuders et al. 2011)
- **Orientierung an Kernideen und Kernfragen** (Gallin, Ruf 2003, Leuders et al. 2011)

Sinnstiftung



Vorschau

Kontext

Wie kann ich den Kurs und Kursänderungen von Schiffen beschreiben?

Mathematik

Mit Hilfe von Winkeln können Richtungsänderungen präzise beschrieben werden.

Rückschau

Winkel – konstruktiver Aspekt

Rückblick auf das Modul: Aufgabenkultur und Lernumgebungen

Lernumgebung

Beispiel: Winkel als Richtungsänderung

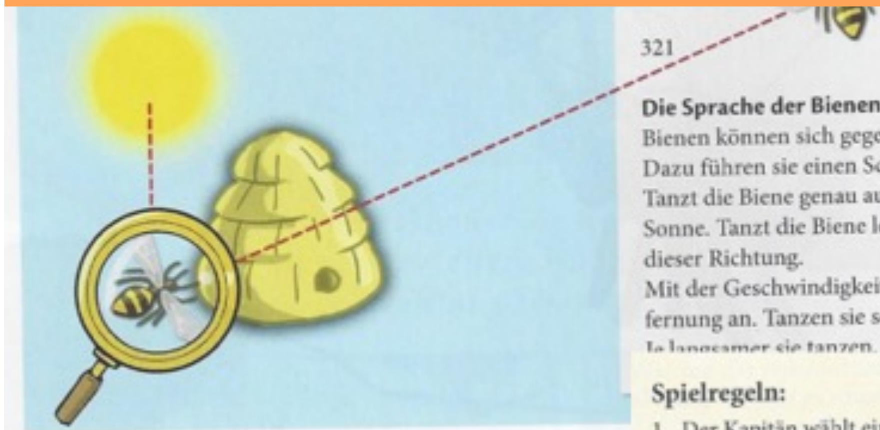
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Winkel – konstruktiver Aspekt

Anknüpfen
Aktivieren von Vorerfahrungen

Prediger, S. u. a. (2014): *Mathewerkstatt 6. Cornelsen: Berlin.*

Winkel – konstruktiver Aspekt



Die Sprache der Bienen

Bienen können sich gegenseitig mitteilen, wo es guten Nektar gibt. Dazu führen sie einen Schwänzeltanz auf und orientieren sich an der Sonne: Tanzt die Biene genau auf die Sonne zu, liegt der Futterplatz in Richtung der Sonne. Tanzt die Biene leicht nach rechts, liegt der Futterplatz in dieser Richtung.

Mit der Geschwindigkeit ihres Tanzes geben die Bienen die Entfernung an. Tanzen sie schnell, ist der Futterplatz in der Nähe. Je langsamer sie tanzen, desto weiter ist der ersehnte Nektar entfernt.

Spielregeln:

1. Der Kapitän wählt einen Zielort und zieht vom Startort Toulon eine Linie zum Zielort. Der Steuermann darf den Zielort nicht sehen.
2. Der Kapitän legt seinen Kompass mit dem Mittelpunkt auf den Startort und richtet ihn nach Norden aus. An der gezeichneten Linie kann er am Rand des Kompasses die Richtung ablesen.
3. Nun sagt der Kapitän dem Steuermann die Richtung an.
4. Der Steuermann trägt mit dem Kompass die Richtung in seine Karte ein und liest den Zielort ab.

Tauscht anschließend die Rollen.

Richtungen bestimmen

Nicht nur Bienen, auch Menschen beschreiben, wie sie Orte finden. Seefahrer zum Beispiel geben Richtungen zu bestimmten Orten mit Hilfe eines Kompasses an.

) Erklärt euch gegenseitig, wie man einen Kompass verwendet und was die Buchstaben bedeuten. Wenn ihr nicht wisst, wie ein Kompass funktioniert, informiert euch in einem Lexikon oder im Internet.

Erkunden

eigene Wege gehen

Wie fin

Der Gegenstand liegt

______ Schritte entfernt.

Die Regeln in Kürze:

1. Gegenstand verstecken.
2. Direkt zum Bienenstock zurückgehen.
3. Anzahl der Schritte und Richtung markieren.
4. Die zweite Biene sucht den Gegenstand.

Winkel – konstruktiver Aspekt

Ordnen
Aneignen der Mathematik

Wissensspeicher Kompass und Winkel

Ein Kompass ist eine Kreisscheibe, die in 360 gleiche Teile geteilt ist. Jeder Teil entspricht einem Grad (kurz: 1°).

Grad-Zahlen benutzt man auch, um die Größe von Winkeln anzugeben.

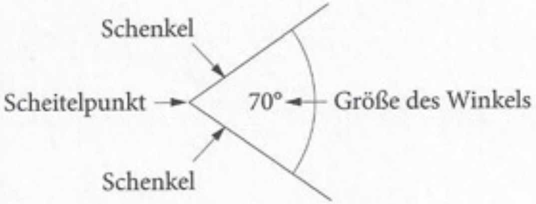
Grad-Zahlen lassen sich oft besser als Himmelsrichtungen verwenden, weil

____

____.

Himmels-richtungen	Grad-Zahlen
Norden/N	
Nordosten/NO	
Osten/O	
Südosten/SO	
Süden/S	
Südwesten/SW	
Westen/W	
Nordwesten/NW	

Mit **Winkeln** lassen sich Drehungen beschreiben.



Ein Winkel besitzt zwei ________________________.

Der Schnittpunkt der beiden ________________________

heißt ________________________________.

Winkel – konstruktiver Aspekt

ten beschreiben und finden

Vertiefen

Flexibles Üben, Wiederholen, Vernetzen und Erweitern

Vertiefen 1

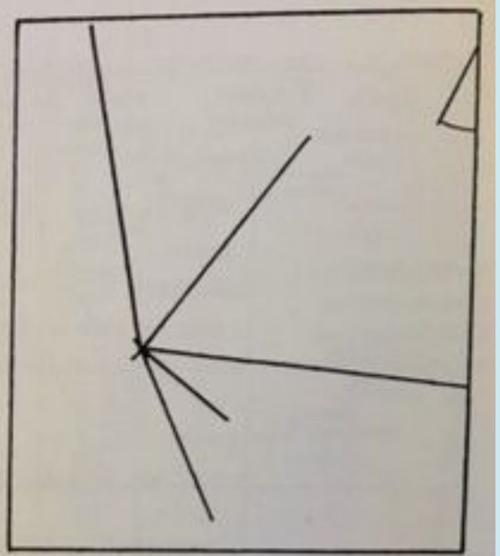
Richtungen mit Winkeln beschreiben

Training

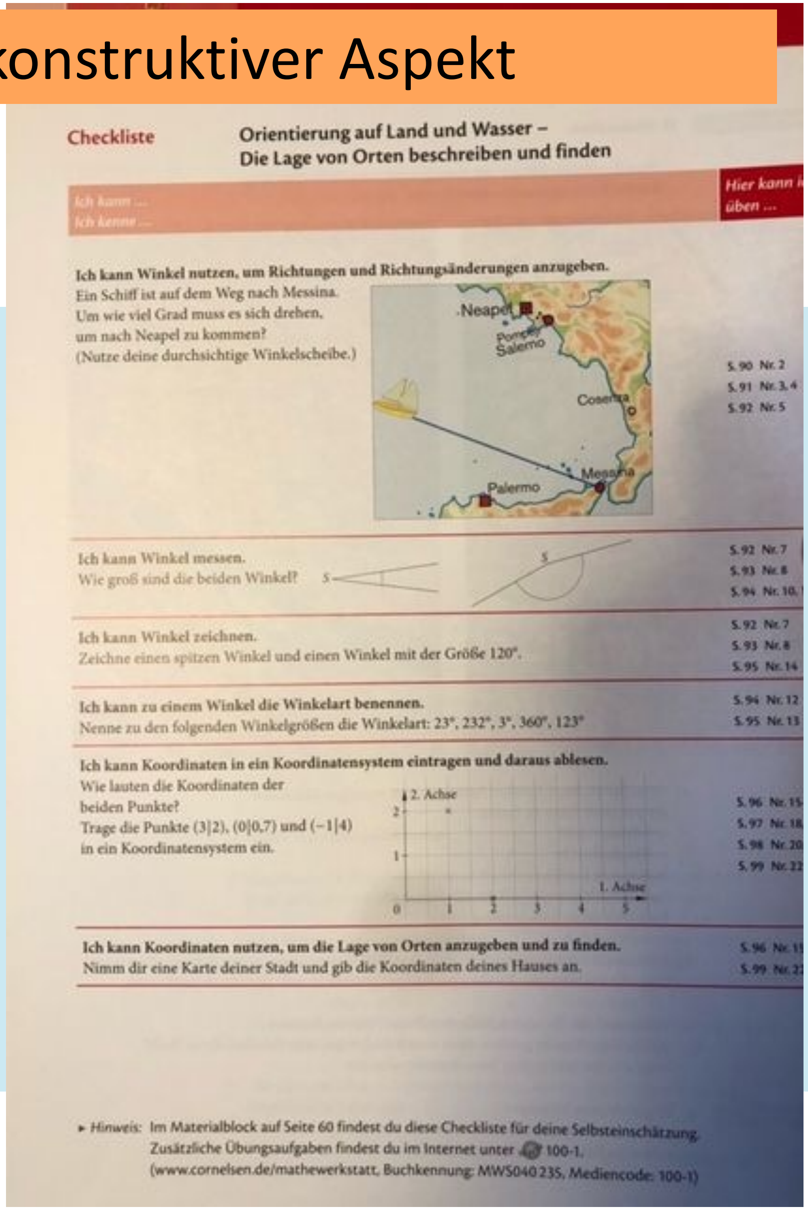
1 Richtungen im Klassenraum

So wie die Bienen sich gegenseitig mitteilen, wo sie Nektar gefunden haben, so kann man auch als Mensch die Lage von Orten beschreiben.

- Arbeitet zu zweit.
  Jeder legt ein Blatt Papier vor sich auf den Tisch. Dieses Blatt soll den Klassenraum darstellen. Zeichnet die Tür ein. Zeichnet auf euer Blatt ein kleines Kreuz an die Stelle, an der ihr euch gerade befindet.
- Wählt nun, ohne dass euer Partner es sieht, 6 Gegenstände im Raum aus und zeichnet auf dem Blatt mit Linien die Richtung ein, in der sich der Gegenstand befindet.
  Die Länge der Linien soll dabei andeuten, wie weit weg sich etwas befindet.
- Tauscht nun die Blätter aus und schreibt an die Linien den Gegenstand, den euer Partner gemeint haben könnte.
  Prüft dann gegenseitig, ob eure Lösungen stimmen.



Winkel – konstruktiver Aspekt


Checkliste

Orientierung auf Land und Wasser – Die Lage von Orten beschreiben und finden

Ich kann … Ich kenne …	Hier kann i… üben …
Ich kann Winkel nutzen, um Richtungen und Richtungsänderungen anzugeben. Ein Schiff ist auf dem Weg nach Messina. Um wie viel Grad muss es sich drehen, um nach Neapel zu kommen? (Nutze deine durchsichtige Winkelscheibe.)	S. 90 Nr. 2 S. 91 Nr. 3, 4 S. 92 Nr. 5
Ich kann Winkel messen. Wie groß sind die beiden Winkel?	S. 92 Nr. 7 S. 93 Nr. 8 S. 94 Nr. 10, …
Ich kann Winkel zeichnen. Zeichne einen spitzen Winkel und einen Winkel mit der Größe 120°.	S. 92 Nr. 7 S. 93 Nr. 8 S. 95 Nr. 14
Ich kann zu einem Winkel die Winkelart benennen. Nenne zu den folgenden Winkelgrößen die Winkelart: 23°, 232°, 3°, 360°, 123°	S. 94 Nr. 12 S. 95 Nr. 13
Ich kann Koordinaten in ein Koordinatensystem eintragen und daraus ablesen. Wie lauten die Koordinaten der beiden Punkte? Trage die Punkte (3|2), (0|0,7) und (−1|4) in ein Koordinatensystem ein.	S. 96 Nr. 15… S. 97 Nr. 18… S. 98 Nr. 20… S. 99 Nr. 22…
Ich kann Koordinaten nutzen, um die Lage von Orten anzugeben und zu finden. Nimm dir eine Karte deiner Stadt und gib die Koordinaten deines Hauses an.	S. 96 Nr. 1… S. 99 Nr. 2…

▸ Hinweis: Im Materialblock auf Seite 60 findest du diese Checkliste für deine Selbsteinschätzung. Zusätzliche Übungsaufgaben findest du im Internet unter 100-1. (www.cornelsen.de/mathewerkstatt, Buchkennung: MWS040235, Mediencode: 100-1)

Testen

Selbstdiagnose und/oder Leistungsnachweis

Prediger, S. u. a. (2014): *Mathewerkstatt 6. Cornelsen: Berlin.*

Messen nach der Orientierungsstufe

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Überblick Leitidee Messen Sek. I

Größen in Klasse 5 und 6

- Neueinführung Flächeninhalt
  - Grundvorstellungen aufbauen
  - vom Auslegen mit Messquadraten zum Abzählschema gelangen, erst dann rechnen
  - nur rechteckige Flächen, aber auch Zusammensetzung und Zerlegung
- Neueinführung Rauminhalt
  - Grundvorstellungen aufbauen
  - vom Ausfüllen mit Würfeln zum Abzählschema gelangen, erst dann rechnen
  - auch direkte Messung mit Messbecher oder Messzylinder: Gefäße mit Wasser ausfüllen, Pappmodelle mit Reis
  - nur quaderförmige Körper, aber auch Zusammensetzung und Zerlegung
- Wiederholung und Vertiefung Länge, Masse, Zeit, Geld
- Neueinführung Winkel; Konstruieren und Messen
- Veranschaulichung von Brüchen im Größenkonzept erfordert die sichere Darstellung der gleichen Größe in einer kleineren Einheit (1/4 h = 15 min)
- Dezimale Schreibweise von Größen (0,50 m = 0,5 m) ist eine wichtige Propädeutik für die Dezimalbruchdarstellung von reinen Zahlen.

Größen in Sek. I

- nicht-rechteckige Figuren: Flächeninhalt Dreieck; Flächeninhalt Vierecke, Inhalte mit dem „Haus der Vierecke“ vernetzen
- Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck (nur noch Pythagoras verbindlich, auch Kehrsatz betrachten. Behandlung von Höhen- und Kathetensatz? Reihenfolge mit Strahlensätzen?)
- Körper: Volumen, Oberfläche, Kantenlänge
- Strahlensätze; Ähnlichkeit
- Kreis: Umfang und Flächeninhalt; Approximation der Zahl p; Kreisornamente
- Kugel, Kegel, Zylinder
- Trigonometrie (Vernetzung mit Dreieckskonstruktionen)

Leitidee Messen 5 - 9/10

5/6

Grundgrößen

Flächenberechnung am Rechteck

Aufbau von Grundvorstellungen

Volumenberechnung am Quader

Winkel ∢ ASB

Sachgerechter Umgang mit Geodreieck

7

Umfang und Flächeninhalt von n-Ecken

Aufgreifen von Grundvorstellungen

8

Winkelsätze

Dreieckskonstruktionen

Kreise

Aufgreifen von Grundvorstellungen und Umgang mit Zirkel und Geodreieck

Oberfläche und Volumen von Körpern

9/10

Trigonometrie

Rechnerische Bestimmung von fehlenden Längen und Winkeln

Take – Home - Message

Folgendes will ich im Unterricht ausprobieren:

Das war neu für mich:

Das war für mich die zentrale Botschaft:

Das kam für mich heute zu kurz:

Feedback

https://oncoo.de/fiyc

Los geht's!

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Ausblick

Das nächste Modul zum Thema
„Sicherung von Basiswissen“
findet statt
am **30.04.2025**
an der Privatschule Düsternbrook (Kiel)
bei **Laura Reddemann**

Gute Heimfahrt!

Quellenverzeichnis – Hinweis Verweise/Quellen – Internetseiten finden Sie auf den Folien

Abshagen, Maike u.a. (2021): Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten, 2. Auflage, Hannover, Klett – Verlag.

Barzel, Bärbel u.a. (2012): Mathematik Methodik – Handbuch für die Sekundarstufe I und II, 6. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Bärzel, Bärbel u.a. (2014): Mathematik unterrichten: Planen, durchführen, reflektieren, 3. Auflage, Berlin, Cornelsen - Scriptor

Büchter, Andreas und Leuders, Timo (2009): Mathematikaufgaben selbst entwickeln – Lernen fördern – Leistungen überprüfen, 5. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Büchter, Andreas (2005): Aufgabenkultur und Unterrichtsentwicklung – Vorschlage für eine Aufgabenwerkstatt, Soltau.

Bruder, Regina und Reibold, Julia (2010): Mathematiklehren – Erfolgreich unterrichten: Konzepte und Materialien – differenzieren, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 162.

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2013): Winkelvorstellungen zur Winkelgröße 1° in der Sek I Auf der Suche nach Grundvorstellungen - Vortrag GDM am 26. September.
https://www.math.uni-sb.de/service/lehramt/akgeo13/VORTRAG_DohrmannKuzle_AKGEO13.pdf - Zugriff 31.01.2025 / 12:31 Uhr

Dohrmann, Christian und Kuzle, Ana (2014): „Auf der Suche nach Grundvorstellungen zum Winkel" in J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 301–304). Münster: WTM-Verlag

Fauth, Benjamin (u.a.) (2021): Beobachtungsmanual zum Unterrichtsfeedbackbogen Tiefenstruktur, Institut für Bildungsanalysen Baden – Württemberg , Stuttgart.

Filler, Andreas und Nührenbörger, Marcus (2021): Messen, S. 84, in Abshagen, Maike u.a.(2021): Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten, 2. Auflage, Kallmeyer, Hannover

Kieler Nachrichten (1981) : Mitteilung der Redaktion - Anzeige im Anzeigenteil , Oktober 1981.

Krauter, Siegfried (2008): „ Beiträge zur Methodik und Didaktik des Geometrieunterrichts" - https://www.ph-ludwigsburg.de/fileadmin/phlb/hochschule/fakultaet2/mathematik_gemeinsam/Ehemalige/Krauter/Skripte/FD_Geom_Skript_neu_2008.pdf – Zugriff am 31.01.2025 , 12:22

Lionni, Leo (1984): Fisch ist Fisch. Mideelhauve: München

Leuders, Timo u.a. (2013): Mathematik Didaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II, 8.Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Mallas, Helmut, IQSH - „ Korrekter Umgang mit Größen im Unterricht" -
https://fachportal.lernnetz.de/files/Inhalte%20der%20Unterrichtsf%C3%A4cher/Mathematik/oberste%20Ebene/Informationen/Fachliches%20und%20Didaktisches/Korrekter%20Umgang%20mit%20Gr%C3%B6%C3%9Fen.pdf
- Zugriff 31.1.2025 – 12:26

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): Fachanforderungen Mathematik, 2.Auflage, Kiel

Ministerium / für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein (Hrsg.)(2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen Mathematik, Kiel.

Poloczek, Joachim (2020): „ Stützpunktvorstellungen: Das Schätzen von Größen durch den Aufbau von Grundvorstellungen unterstützen", S. 36Ff:. Aus Mathematik 5 – 10 Heft 52, Friedrich – Verlag, Hannover.

Prediger, S. u. a. (2014): Mathewerkstatt 6 , Berlin, Cornelsen.

Pies – Hötzinger, Anja (2020): Der Baum ist höher als ich … - Längen mithilfe von Repräsentanten schätzen", S. 8-9, aus Mathematik 5 – 10 Heft 52, Friedrich – Verlag, Hannover.

vom Hofe, Rudolf und Roth, Jürgen (2023): „ Grundvorstellungen aufbauen" in mathematik lehren , Heft 236, S. 2 -7, Velber, Friedrich Verlag

Vollrath, Hans Joachim und Roth, Jürgen (2012): Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe, 2. Auflage, Heidelberg, Spektrum Verlag

Waasmeier, Sieglinde (2020): „ Das hätte ich nicht gedacht! – Flächeninhalte von Laubblättern bestimmen", S10 – 11, in Mathematik 5 – 10 Heft 52, Friedrich – Verlag, Hannover

Wartha, Sebastian (2011): „ Handeln und Verstehen – Förderbaustein: Grundvorstellungen aufbauen" in mathematik lehren, Heft 166, S. 8 - 14