Schleswig-Holstein. Der echte Norden.

Sicherung von Basiswissen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

2. Sicherung von Basiswissen

Ziel: Die LiV kennen die Stationen zum Aufbau und Sichern von Basiswissen.

Anhand unterschiedlicher Aufgabenstellungen wird das Zusammenspiel von inhaltlichen und prozessorientierten Kompetenzen zum Aufbau eines vernetzten, langfristig und flexibel nutzbaren Basiswissens entwickelt. Der Umgang mit abwechslungsreichen Übungsformaten und -formen verknüpft den **Erwerb von Grundkenntnissen, -fertigkeiten und -fähigkeiten** mit mathematischen Entdeckungen und Reflexionen und dient der Festigung von Grundvorstellungen. So wird **intelligentes Üben** als ein wesentlicher Bestandteil des gemeinsamen Lernens im Mathematikunterricht vorgestellt und in vielfältigen Aufgabenformaten ausprobiert.

Wichtige Informationen

- Zusendung des Unterrichtsentwurfs:
  - bis 16 Uhr am Vortag
- Zusendung der Reflexion:
  - bis 16 Uhr am Vortag zuschicken oder hochladen

Rückblick:

Grundvorstellungen aufbauen – Leitidee Messen

Aktivität 1:
GV aufbauen – Stützpunktvorstellungen aufbauen

a) **Ergänzen** Sie die folgende Tabelle.

Größe	Längen										
Einheit	1 mm	1 cm	5cm	10 cm	20 cm	1m	2 m	4 m	100 m	400 m	1 km	1 000 km
Standard-repräsentant			Streich-holzlänge							Länge der Laufbahn (Runde)		Entfernung München - Flensburg

b) **Bewegen** Sie sich im Schulgebäude und auf dem Schulgelände und **finden** Sie weitere Repräsentanten. Ergänzen Sie die Tabelle entsprechend. **Dokumentieren** Sie die gefundenen Repräsentanten mithilfe einer Fotografie.

Standardrepräsentanten finden – Grundvorstellungen (Stützpunktvorstellungen) aufbauen

Beispiele an Standardrepräsentanten von Größen

(Tabelle nach Franke und Ruwisch 2010, S. 236)

Größe	Längen											
Einheit	1 mm	1 cm	5cm	10 cm	20 cm	1m	2 m	4 m	100 m	400 m	1 km	1 000 km
Standard-repräsentant	Dicke einer 1Cent – Münze Durchmesser eines Stecknadelkopfes,	Breite von 2 Kästchen im Heft, Finger-breite	Streich-holzlänge	Finger-spanne	Hand-spanne	Länge des Tafellineals, Türbreite (K- Raum)	Türhöhe	Länge eines Klein-wagens	Länge eines Fußballfeldes	Länge der Laufbahn (Runde)	Wegstrecke, die in 15 min zurückgelegt wird (wandern)	Entfernung München - Flensburg

Standardrepräsentanten finden – Grundvorstellungen aufbauen

	Modell zur Einführung neuer Größen
1. Stufe	Erfahrungen in Sachsituationen sammeln durch direktes Vergleichen von Repräsentanten
2. Stufe	Indirektes Vergleichen unter Verwendung selbst gewählter Maßeinheiten und künftiger Standardrepräsentanten
3. Stufe	Indirektes Vergleichen und Ausmessen mit standardisierten Maßeinheiten und Messverfahren
4. Stufe	Ausbau des Einheitensystems durch Verfeinern und Vergröbern der Maßeinheiten
5. Stufe	Rechnen mit Größen

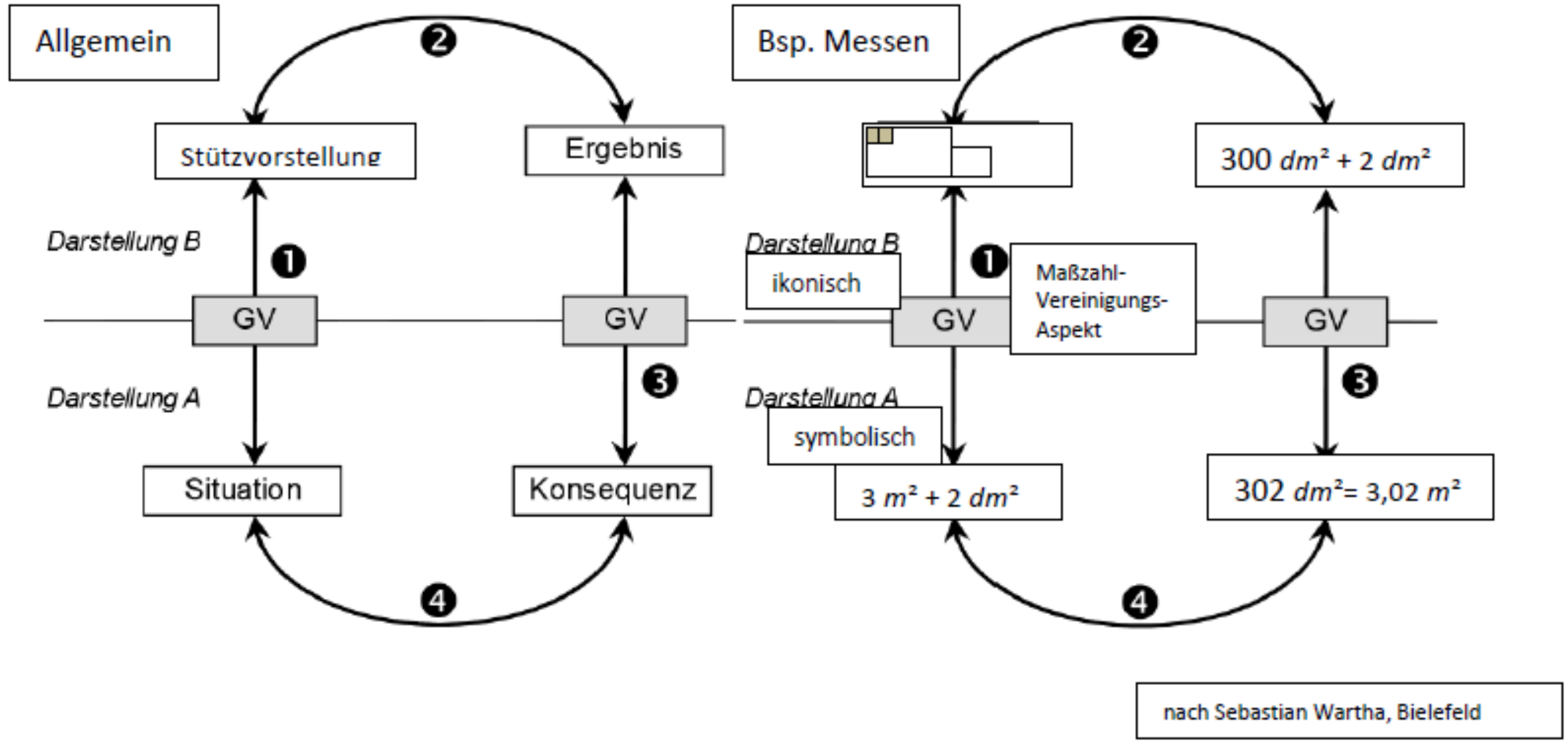
Enaktive Zugänge zur neuen Größe – Messen als Erfahrung

Standardrepräsentanten finden/Stützpunktvorstellung aufbauen

Terminologische Unterscheidungen zwischen Figur und Größe

Modell aus Poloczek, Joachim (2020): „ Stützpunktvorstellungen: Das Schätzen von Größen durch den Aufbau von Grundvorstellungen unterstützen“, S. 36ff. Aus Mathematik 5 – 10 Heft 52, Friedrich – Verlag, Hannover.

Grundvorstellungen nutzen



- schrittweise Ablösung vom Material erforderlich
- exemplarischem Beispiel ≠ Grundvorstellungen

Lernende erwerben **Stützpunktvorstellungen durch vielfältige Messaktivitäten an unterschiedlichen Gegenständen**. Idealerweise wählen die Schülerinnen und Schüler **die Repräsentanten** für die jeweiligen Größenmaße selbstständig aus und identifizieren während ihrer Messvorgänge **Gegenstände aus ihrer Lebenswelt**, mit denen sie sich die jeweiligen Maße am besten vorstellen können. Um eine gemeinsame Gesprächs- und Vergleichsbasis herzustellen, können sich die Kinder einer Lerngruppe für ausgewählte Maßeinheiten auch auf **gemeinsame Repräsentanten** verständigen.

Landesinstitut für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern, 2005, S. 9; Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München, 2016, S. 1f.

Schleswig-Holstein. Der echte Norden.

Sicherung von Basiswissen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 2: Basiswissen

Was verstehen Sie unter mathematischen Basiswissen?

a) **Beschriften** Sie die Karten stichwortartig/schlagwortartig mit mathematischen Basiskompetenzen.
Vergleichen Sie mit den Fachanforderungen!

Basiskompetenzen?

b) **Sammeln** Sie die Karten an der Übersichtswand.

Aktivität: Sind die Begriffe synonym?

Basiswissen?

Basiskompetenzen?

Basale Kompetenzen?

Fertigkeiten?

Grundwissen?

Fähigkeiten?

Kompetenzen?

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Basiswissen?

Basiskompetenzen?

Basale Kompetenzen?

Fertigkeiten?

Grundwissen?

Fähigkeiten?

Kompetenzen?

Aktuelle Diskussion
Basale Kompetenzen (Grundschule) müssen stärker in den Fokus genommen werden

SWK
Ständige
Wissenschaftliche
Kommission

Empfehlungen zur Diagnose und Förderung basaler Kompetenzen

Die Bestandsaufnahme zeigt sehr deutlich, dass es vielen Schüler:innen an Lernstrategien, an basalen sprachlichen Kompetenzen und an mathematischem Verständnis mangelt, und somit an Kompetenzen, die für ein selbständiges und erfolgreiches Lernen im Unterricht – und darüber hinaus – unverzichtbar sind. In einigen Ländern verfügen mehr als 25 Prozent der Grundschüler:innen beim Übergang in die weiterführenden Schulen nicht über die dafür erforderlichen sprachlichen bzw. mathematischen Kompetenzen (Mindeststandards). Gleichzeitig sind für die basale Kompetenzentwicklung zahlreiche wirksame didaktische Konzepte und Fördermaßnahmen vorhanden, die in der Praxis allerdings noch unzureichend eingesetzt werden.

Quelle: SWK Gutachten genauere Informationen unter
-https://www.swk-bildung.org/pressemitteilungen/swk-empfiehlt-konzentration-auf-basale-kompetenzen-in-der-grundschule/

Im Folgenden werden die basalen Kompetenzen aus dem Gutachten der SWK zusammengefasst.

Basale Kompetenzen – für die Primarstufe festgelegt

Mathematische Kompetenzen

- **Prozessbezogene mathematische Kompetenzen**: Hierunter fallen das Aufstellen von Vermutungen zu Zusammenhängen, Erläutern von mathematischen Zusammenhängen, Entwickeln von Lösungsstrategien mithilfe systematischen Probierens, Entnehmen von für Lösungen relevanten Informationen aus Texten und Auswählen von geeigneten Darstellungsformen für Lösungen.
- **Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen**: Der Bereich umfasst insbesondere ein tragfähiges Zahlverständnis (das heißt eine grundlegende Vorstellung von Zahlen und Stellenwerten, das Verbinden von zentralen Darstellungsformen und Verstehen von Zahlbeziehungen). Für ein tragfähiges Operationsverständnis sollten Rechenoperationen nicht nur regelbasiert ausgeführt, sondern verstanden werden.

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein IQSH (2025): „ Basale Kompetenzen“, Kronshagen, S.2

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktuelle Diskussion
Basale Kompetenzen (Grundschule) müssen stärker in den Fokus genommen werden.

Basiskompetenzen für die Sekundarstufe sind in Schleswig-Holstein (noch) nicht definiert.

Basale Kompetenzen stärken

Schleswig-Holsteins Schülerinnen und Schüler sollen besser schreiben, lesen und rechnen lernen.

LETZTE AKTUALISIERUNG: 05.07.2023

Inhalte dieser Seite

Mehr Unterrichtszeit, ein Leseband, ein digitales Datenblatt und ein Grundwortschatz - diese und weitere Mittel sollen künftig nach dem Willen von Bildungsministerin Karin Prien an schleswig-holsteinischen Schulen eingesetzt werden. Sie sind Teil des Handlungsplans "Basale Kompetenzen", den die Ministerin jetzt vorstellte.

Ziel ist es, dass die Kinder und Jugendlichen in allen Schularten und allen Jahrgängen mehr Komptenzen in den basalen Kompetenzen erwerben - damit sind sprachliche und mathematische Fertigkeiten gemeint aber auch sozial-emotionale Kompetenzen wie zum Beispiel die Fähigkeit mit eigenen Emotionen umzugehen und Beziehungen zu anderen Menschen aufzubauen.

Basiswissen?

Basiskompetenzen?

Basale Kompetenzen sind für Mathematik in der Primarstufe definiert und bilden die Grundlage für anschließende Lernprozesse.

Fertigkeiten?

Grundwissen?

Fähigkeiten?

Kompetenzen?

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Basiswissen – Basiskompetenzen – basale Kompetenzen?

„*Als Basiskompetenzen in Mathematik bezeichnen wir die mathematischen Kompetenzen, über die* ***alle*** *Schülerinnen und Schüler* ***aller*** *Bildungsgänge am Ende der Pflichtschulzeit mindestens und dauerhaft verfügen müssen. Sie sind Voraussetzung für eine eigenständige Bewältigung von Alltagssituationen und die aktive Teilhabe als mündige Bürgerinnen und Bürger am gesellschaftlichen und kulturellen Leben. Sie sind ebenso Voraussetzung für einen Erfolg versprechenden Beginn einer Berufsausbildung und die Ausübung beruflicher Tätigkeiten.*

Wer nicht über die Basiskompetenzen verfügt, wird vermutlich nicht hinreichend in der Lage sein, in jenen Situationen ohne Hilfe zurechtzukommen. Diese Schülerinnen und Schüler müssen rechtzeitig besonders intensiv gefördert werden.“ (Drüke-Noe et al., 2011, S. 8)

Drüke-Noe, C., Möller, G.,u.a. (2011). Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht. Berlin: Cornelsen Verlag.

Basiskompetenzen sind die Kompetenzen, über die die Lernenden am Ende ihrer Pflichtschulzeit verfügen und die soziale Teilhabe (i.w.S.) ermöglichen.
(noch nicht definiert für Sek I)

Basale Kompetenzen sind für Mathematik in der Primarstufe definiert und bilden die Grundlage für anschließende Lernprozesse.

Fertigkeiten?

Grundwissen?

Fähigkeiten?

Kompetenzen?

Basiskompetenzen sind die Kompetenzen, über die die Lernenden am Ende ihrer Pflichtschulzeit verfügen und die soziale Teilhabe (i.w.S.) ermöglichen.
(noch nicht definiert für Sek I)

Basale Kompetenzen sind für Mathematik in der Primarstufe definiert und bilden die Grundlage für anschließende Lernprozesse.

Fertigkeiten?

Grundwissen?

Fähigkeiten?

Kompetenzen?

Was ist Grundwissen?

Begriffsklärung Grundwissen

→ Grundwissen ist das Wissen, das ich (schwerpunktmäßig) beim Vernetzen immer wieder aktivieren muss.

Grundwissen

- **Grundkenntnisse**
  (Faktenwissen)
- **Grundfertigkeiten**
  (Agieren mit Faktenwissen)
- **Grundverständnis**
  (in komplexen Situationen
  auf Grundfertigkeit zurückgreifen
  können → Anwenden)

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Grundwissen ist das Wissen, das die Lernenden beim Vernetzen immer wieder aktivieren müssen. Es setzt sich aus Grundkenntnissen, Grundfertigkeiten und Grundverständnis zusammen.

Was versteht man unter einer Kompetenz?

Kompetenzen – zwei Bereiche fließen zusammen

Wissensbegriff
„Ich weiß etwas! “

Ich kenne und verstehe Sachverhalte, ich kann sie erklären, wiedergeben.

Handlungsbegriff

„Ich tue etwas! “

Ich gehe Zielen nach oder bearbeite Aufgaben.

Kompetenzbegriff
„Ich kann etwas !“

Ich wende mein Wissen an, um handelnd problemhaltige Situationen oder Aufgaben zu bewältigen.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Kompetenzformulierung?

Inhaltsbezogene Kompetenz?

Die Schülerinnen und Schüler lösen Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum mithilfe der schriftlichen Subtraktion.

Kompetenzformulierung?

Inhaltbezogene Kompetenzen:

- Die SuS verbinden Subtraktionsaufgaben mit passenden Überschlagsaufgaben.

- Die SuS legen Subtraktionsaufgaben mit Plättchen in einer Stellenwerttafel und begleiten ihre Handlung sprachlich.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Die SuS nutzen in ihren Sprachhandlungen den Begriff entbündeln (oder erweitern).

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Kompetenzen - Fertigkeiten

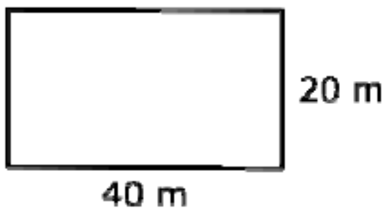
SuS …

… konstruieren unterschiedliche (nicht kongruente) Rechtecke mit dem Flächeninhalt $24cm^2$ **(Kompetenz).**

… berechnen den Flächeninhalt vorgegebener Rechtecke (**Fertigkeit**).

Kompetenzen – Fertigkeiten (ESA-Abschluss)

(2) In den Agility-Regeln steht folgende Bedingung:
Der Platz für den Parcours muss mindestens 40 m lang und 20 m breit sein.



a) Berechne den Flächeninhalt in Quadratmetern, den der Platz mindestens haben muss.

/2 P.

b) Zeige durch ein Beispiel, dass nicht jede rechteckige Fläche von 900 m^2 diese Bedingung erfüllt.

/1 P.

Basiswissen – Basiskompetenzen – basale Kompetenzen?

„*Als Basiskompetenzen in Mathematik bezeichnen wir die mathematischen Kompetenzen, über die **alle** Schülerinnen und Schüler **aller** Bildungsgänge am Ende der Pflichtschulzeit mindestens und dauerhaft verfügen müssen. Sie sind Voraussetzung für eine eigenständige Bewältigung von Alltagssituationen und die aktive Teilhabe als mündige Bürgerinnen und Bürger am gesellschaftlichen und kulturellen Leben. Sie sind ebenso Voraussetzung für einen Erfolg versprechenden Beginn einer Berufsausbildung und die Ausübung beruflicher Tätigkeiten.*

Wer nicht über die Basiskompetenzen verfügt, wird vermutlich nicht hinreichend in der Lage sein, in jenen Situationen ohne Hilfe zurechtzukommen. Diese Schülerinnen und Schüler müssen rechtzeitig besonders intensiv gefördert werden.“ (Drüke-Noe et al., 2011, S. 8)

Drüke-Noe, C., Möller, G.,u.a. (2011). Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht. Berlin: Cornelsen Verlag.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Basiskompetenzen am Ende eines Bildungsgangs?

„Basiskompetenzen“ werden in den Prüfungen zum Erwerb eines Schulabschlusses überprüft.

ESA
Erster allgemeiner Schulabschluss

MSA
Mittlerer Schulabschluss

Zentralabitur

Abitur am BG

Gemeinschaftsschule mit Oberstufe

Gemeinschaftsschule ohne Oberstufe

Gymnasium

Berufliches Gymnasium

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 3: Basiswissen in Kurzformaufgaben

A: Kurzformaufgaben

A1 Ergänze die vier fehlenden Ziffern.

$$\begin{array}{rcccc} & 4 & 2 & 6 & \square \\ + & & \square & \square & 4 \\ \hline & \square & 5 & 8 & 9 \\ \hline\hline \end{array}$$

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur (2024): „ Zentrale Abschlussarbeit 2024 – Mathematik Heft 1: Erster allgemeinbildender Schulabschluss“, Kiel, S.4

Aktivität 3: Basiswissen in Kurzformaufgaben

a) **Bearbeiten** Sie die Kurzformaufgaben (moodle: ESA M1).

b) **Notieren** Sie einen für die Schüler nachvollziehbaren Lösungsansatz.

c) **Ordnen** Sie den Aufgaben eine Leitidee und einen Anforderungsbereich zu.

d) **Geben** Sie jeweils **an**, welche prozessbezogen(e) Kompetenz(en) Ihrer Meinung nach durch die Aufgabe angesprochen wird.

Aktivität 3: Basiswissen in Kurzformaufgaben

A: Kurzformaufgaben

A1 Ergänze die vier fehlenden Ziffern.

$$\begin{array}{ccccc} & 4 & 2 & 6 & \square \\ + & & \square & \square & 4 \\ \hline & \square & 5 & 8 & 9 \\ \hline\hline \end{array}$$

Basiswissen: **Grundrechenarten - ohne Zehnerübergang durchführen/schriftliche Rechenverfahren**
Leitidee: **Zahl**
Prozessbezogene Kompetenz: **mit mathematischen Objekten umgehen**
Anforderungsbereich: **I Reproduzieren**

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur (2024): „ Zentrale Abschlussarbeit 2024 – Mathematik Heft 1: Erster allgemeinbildender Schulabschluss“, Kiel, S.4

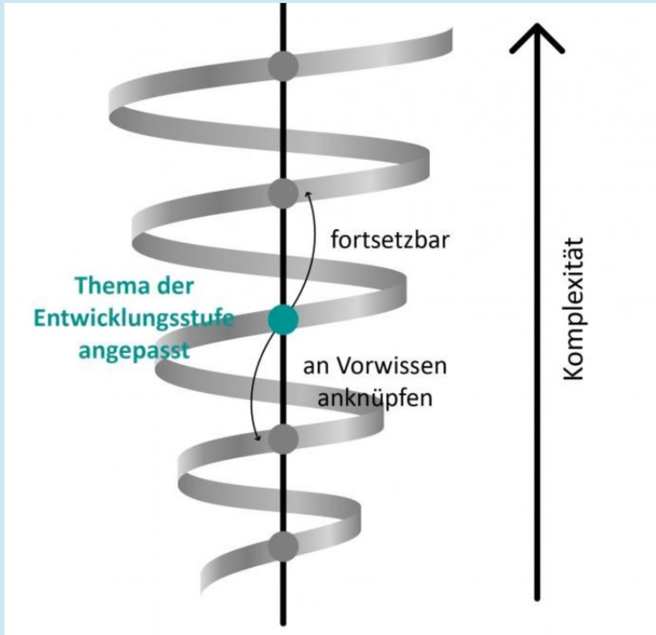
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Basiswissen muss also gesichert werden,

um erfolgreich Prüfungen zu bestehen?

Es geht um viel mehr:

- Präziser Sprachgebrauch, Entwicklung klarer Begriffe
- Folgerichtige Gedankenführung und Argumentationen,
- Systematisches Vorgehen,
- Erfassen von Zusammenhängen
- Erlernen von Denk- und Handlungsstrategien
- Mathematik als geistige Schöpfung verstehen,
- Mathematik als Werkzeug/Hilfsmittel, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur , Beruf und Arbeit wahrnehmen, beschreiben und verstehen zu können.
- …



Quelle: Grafik in Anlehnung an Büchter (2014)
https://primakom.dzlm.de/%C3%BCbergreifendes/prinzipien/spiralprinzip/einstieg/einstieg/hintergrund

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Spiralprinzip in der Mathematik

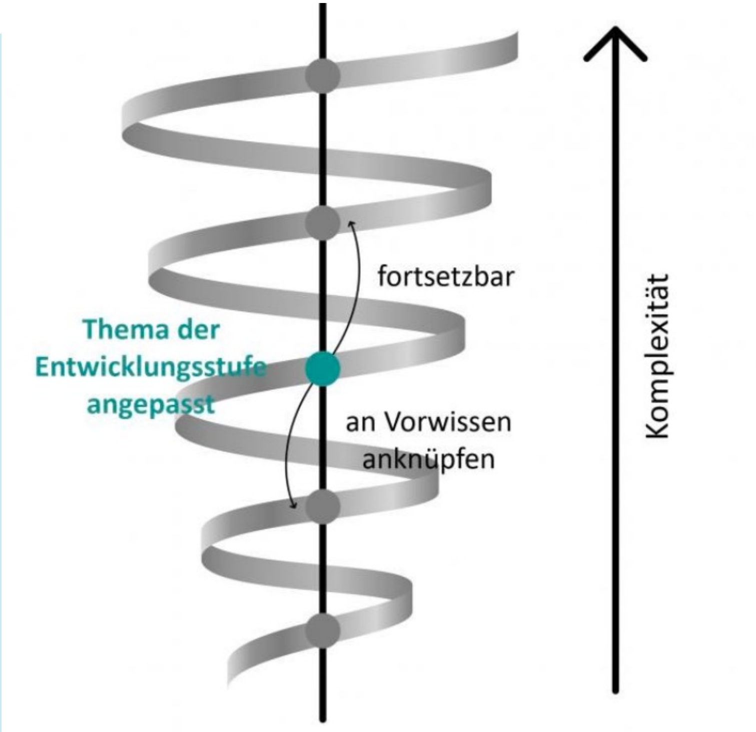
Das Spiralprinzip (vgl. Bruner,1973) bezeichnet die Idee, dass

- mathematische Inhalte und Prozesse (Kompetenzerwartungen im Lehrplan wie z.B. Zahlen und Operationen aber auch Problemlösen...)

- Aufgaben/-formate (zum Beispiel Zahlenmauern, Entdeckerpäckchen, Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen,...)

- und Materialien/Darstellungsmittel (zum Beispiel Punktefelder zur Zahlraumerweitung, als geometrisches Hilfsmittel, zur Veranschaulichung von Entdeckungen,...)

in den einzelnen Schuljahren wiederkehrend aufgegriffen, daran bewusst angeknüpft und das bereits bestehende
Wissen vertieft werden (vgl. Schwätzer 2009, S. 554).



Quelle: Grafik in Anlehnung an Büchter (2014)
https://primakom.dzlm.de/%C3%BCbergreifendes/prinzipien/spiralprinzip/einstieg/einstieg/hintergrund

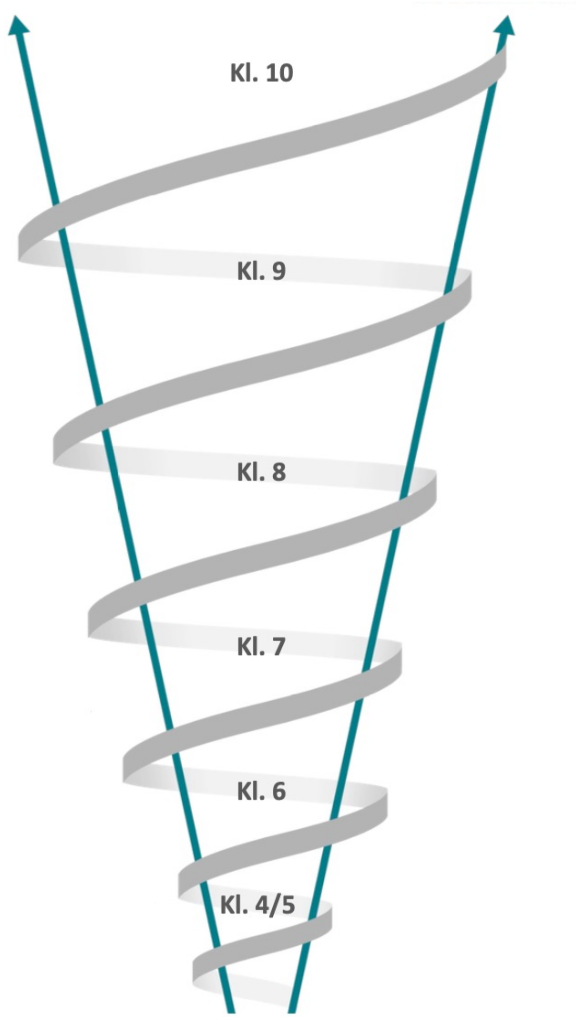
IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Aktivität 4: Spiralprinzip

a) Verorten Sie aktuelles Thema in der Spirale.

b) Ergänzen Sie Themen/Inhalte stichwortartig, auf die Sie aktuell zurückgreifen und die, auf die Sie vorbereiten.

Orientieren Sie sich an den Fachanforderungen und/oder an den Schulbücher (Auslage).



Quelle – Grafik: QuaMath – Baustein 2

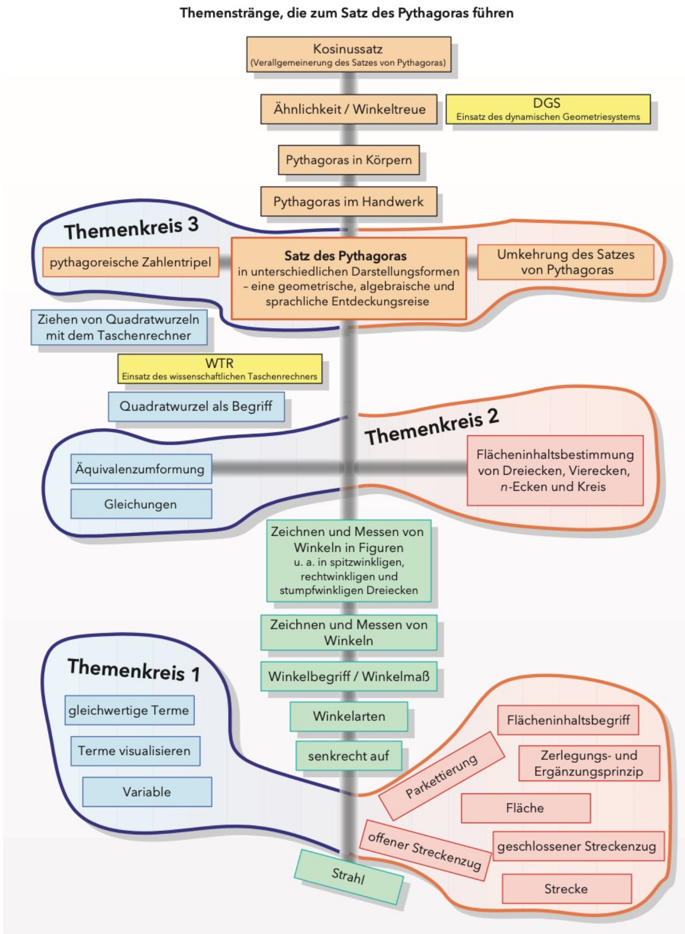
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Denken in Themensträngen

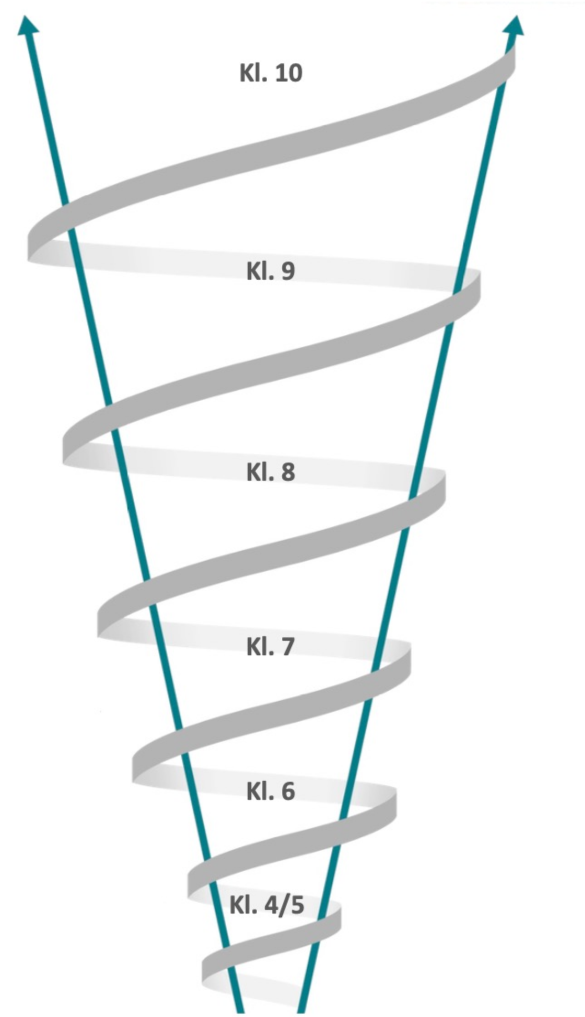
Das erworbene Wissen ermöglicht den Wissenserwerb auf der nächsten Niveaustufe.

Umgekehrt, wer kein Fundament besitzt, kann darauf nicht aufbauen.

Was bedeutet diese Erkenntnis für das Üben? (Spannungsbogen :))



Quelle: Leitfaden (2015), Poster 1



Quelle – Grafik: QuaMath – Baustein 2

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Was ist Grundwissen?

Aktivität 5: Abgrenzung des Begriffs

a) Lesen Sie die Aussagen auf den Kärtchen und tauschen sich über die Aspekte zum Grundwissen aus.

b) Welche dieser Aussagen passt am besten zur Vorstellung Grundwissen?

Grundwissen ist das, was ein Normalbürger in seinem Leben braucht.

Grundwissen ist das, was die Schülerinnen und Schüler in der nächsten Jahrgangstufe an Vorkenntnissen benötigen.

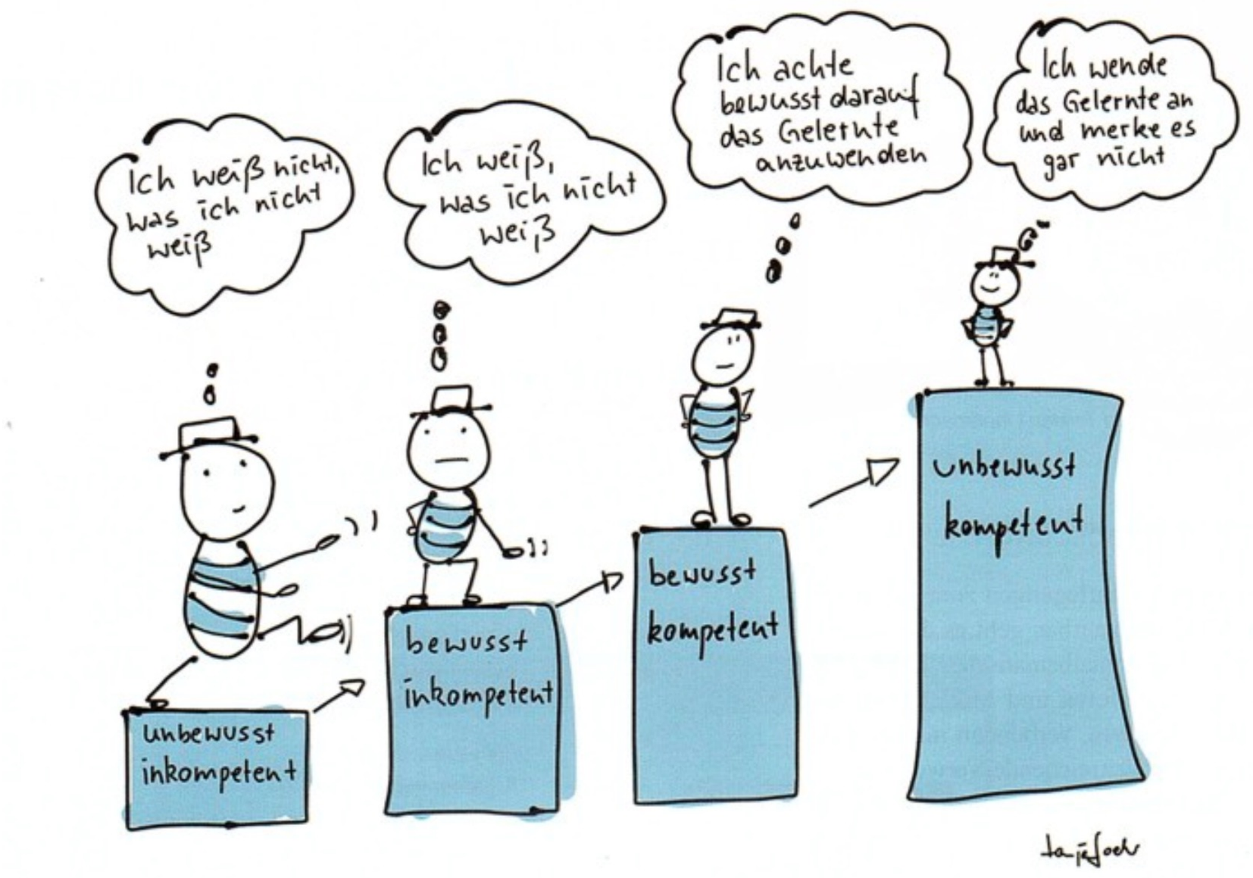
Grundwissen ist „Mitternachtswissen“. Wird man aus dem Schlaf gerissen, so muss es sofort zur Verfügung stehen.

Grundwissen sollte schnell aktivierbar sein und nach einer kurzen Wiederholung für die aktuelle Tätigkeit zur Verfügung stehen.

Volker Ulm			Regina Bruder
Grundkenntnisse	Faktenwissen	Begriffe kennen Grundvorstellung en besitzen	Vorstellungen (strukturell und bildlich)
Grundfertigkeiten	Mit dem Faktenwissen agieren	Flexibles Rechnen, regelkonform agieren	Automatisierung
Grundverständnis	In komplexen Situationen auf Grundfertigkeiten zurückgreifen	Problemlösefähig keit entwickeln	Mathematisierungs-muster

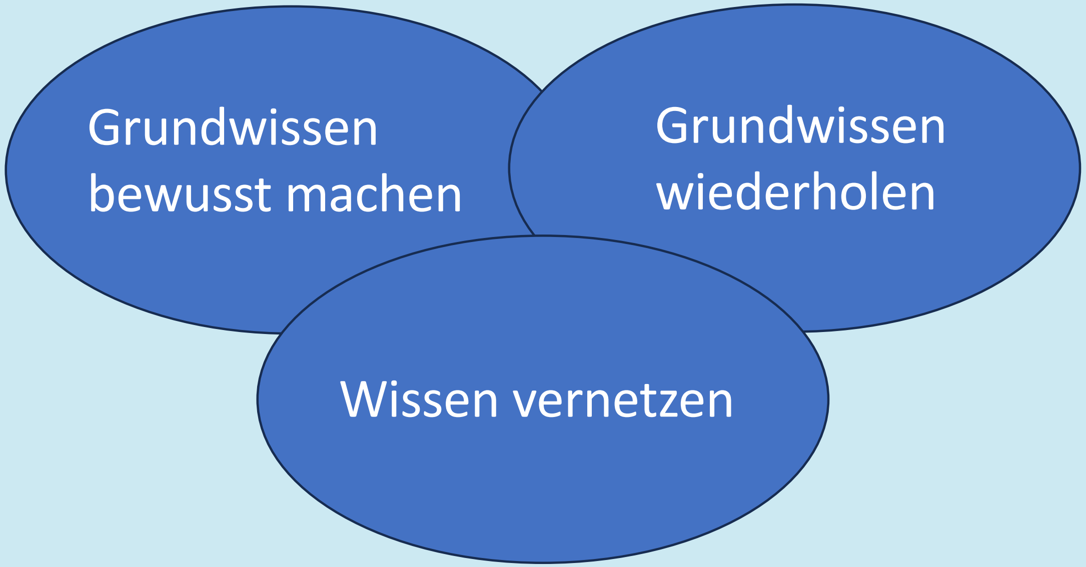
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Grundwissen aneignen und nutzen



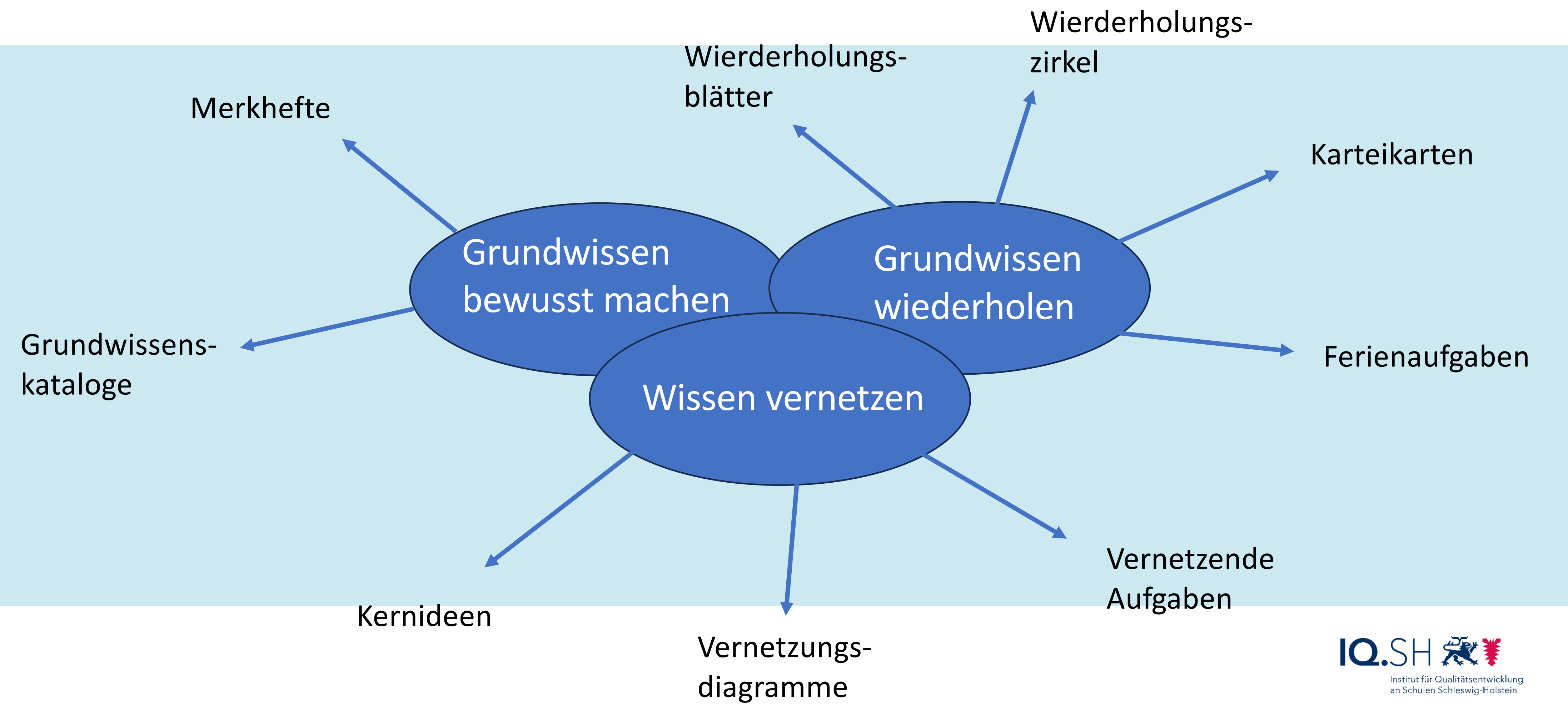
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Der Aneignungsprozess von Grundwissen (nach Volker Ulm)



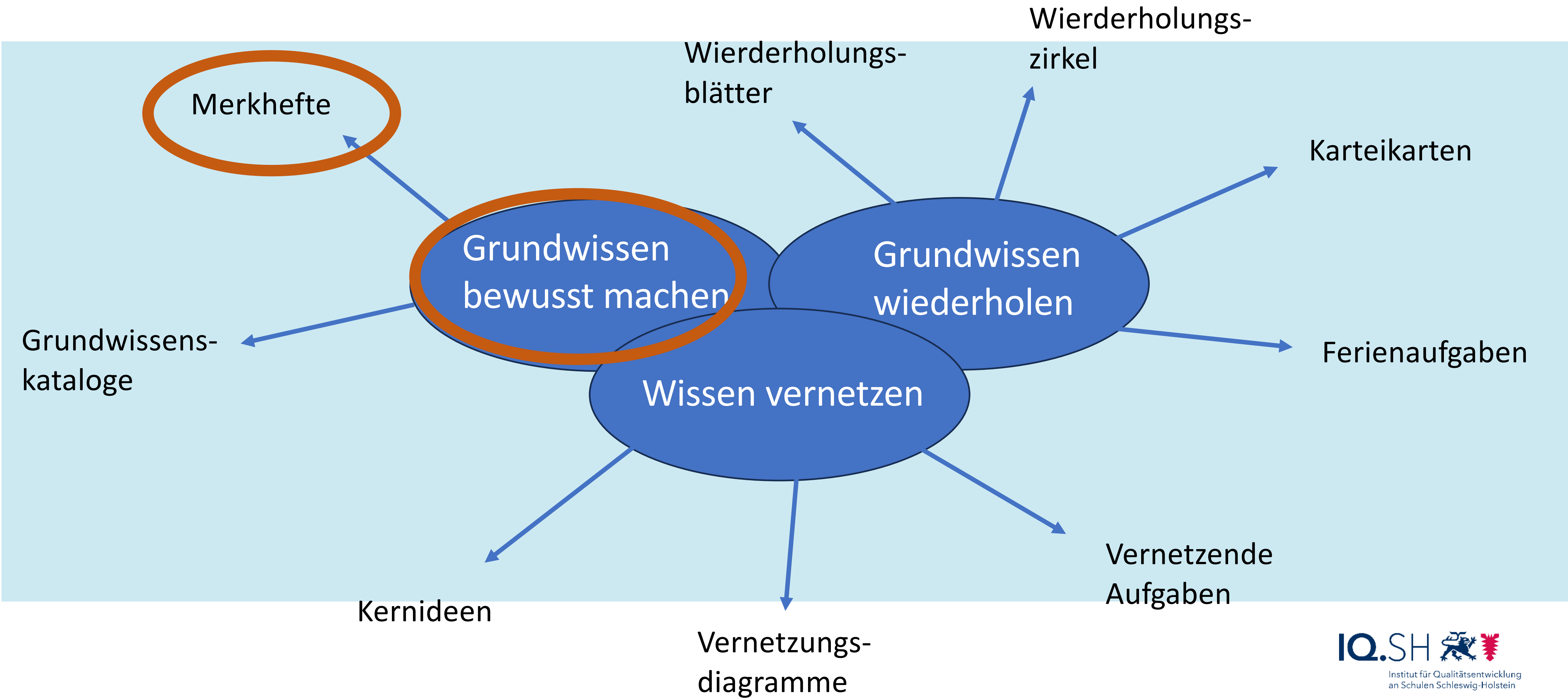
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Der Aneignungsprozess (nach Volker Ulm)



IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

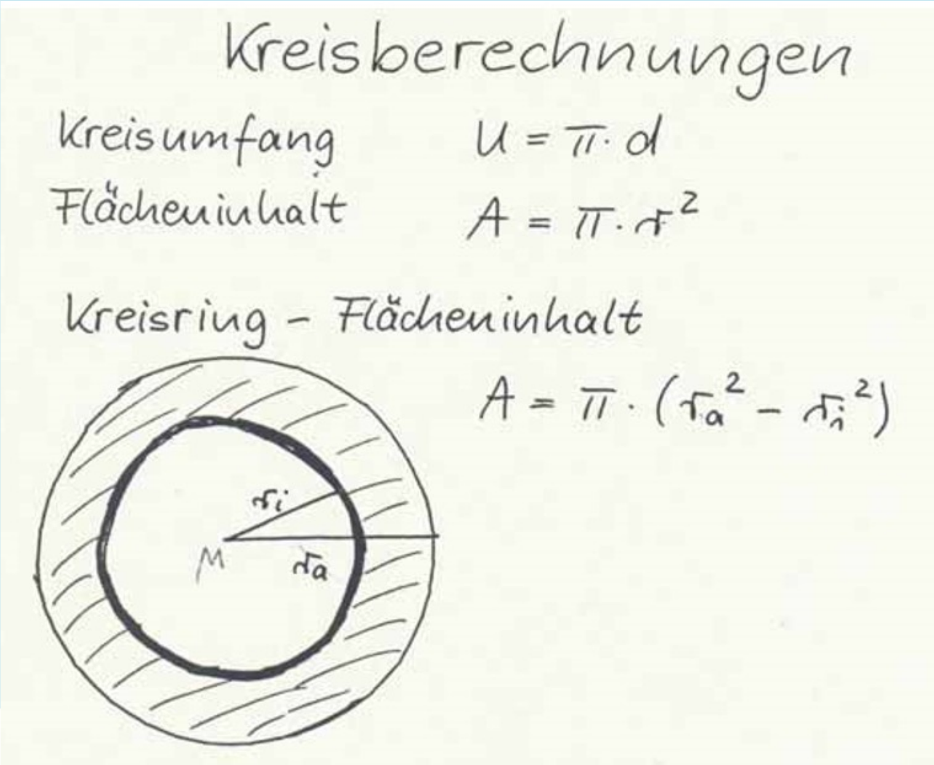
Der Aneignungsprozess (nach Volker Ulm)



IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Grundwissen bewusst machen

Merkeinträge (Wissensspeicher) von Schülern:



Beurteilen Sie aus kompetenzorientierter Sicht diesen Merkeintrag.

Grundwissen bewusst machen

Kognitiv aktivierende Merkkästen (nach Susanne Prediger)

Aneignungshandlungen für

- Begriffe
- Inhaltliche Vorstellungen
- Sätze
- Verfahren

Grundwissen bewusst machen

Begriffe

Merkkasten A für den Begriff Parallelogramm

Ein Viereck heißt Parallelogramm, wenn es je zwei parallele und gleich lange Seiten hat.

So nicht!

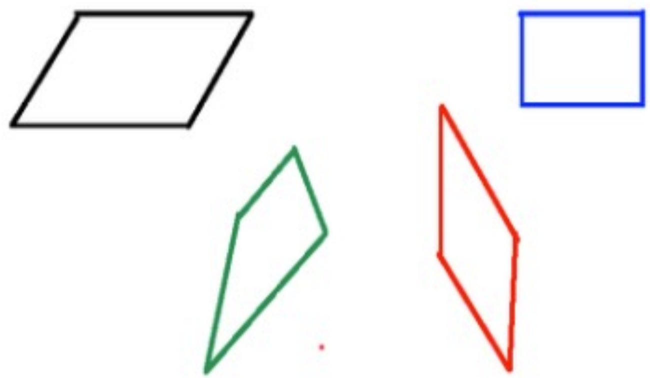
Grundwissen bewusst machen

Begriffe durch Finden und Identifizieren von Beispielen und Gegenbeispielen zu eigen machen.

Aufgabentyp A für Begriffe:

Beispiele und Gegenbeispiele finden oder identifizieren

Welches der folgenden Vierecke ist ein Parallelogramm, welches nicht?
Erkläre, warum die Vierecke passen oder nicht passen.



Vergleicht eure Beispiele und Gegenbeispiele, korrigiert sie und übertragt sie in Euren Merkkasten im Heft.

Grundwissen bewusst machen

Inhaltliche Vorstellungen

Merkkasten B für inhaltliche Vorstellungen der Division

Eine Division wie 28 : 4 kann zum Beispiel bedeuten:

28 m Kabel sollen in 4 m lange Stücke zerteilt werden.

28 verteilt auf 4

So nicht!

Grundwissen bewusst machen

Inhaltliche Vorstellungen durch Vernetzen von Darstellungen sichern.

- *Finde selbst eine Situation, die zu der Rechnung passt.*
- *Welches der Bilder passt nicht zu der Situation?*
- *Zeichne selbst ein Bild.*

Aufgabentyp B für inhaltliche Vorstellungen: Darstellungsvernetzung

Hier hast du 4 Multiplikations- und Divisionsaufgaben sowie unterschiedliche Bilder und Situationen.
Welche gehören zusammen? Warum?
Schreibt sie übersichtlich zusammen in den Merkkasten.

28 m Kabel sollen in 4 m lange Stücke zerteilt werden.

$28 : 7 = 4$

$4 \cdot 7 = 28$

28 Bonbons werden an 7 Kinder verteilt.

$28 : 4 = 7$

$28 \cdot 4 = 112$

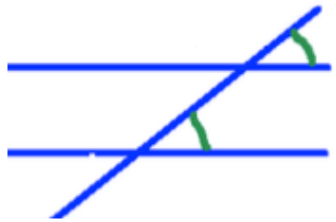
Grundwissen bewusst machen

Sätze

Merkkasten C für den Satz über Stufenwinkel

Zwei Stufenwinkel sind
immer gleich groß.

So nicht!



Grundwissen bewusst machen

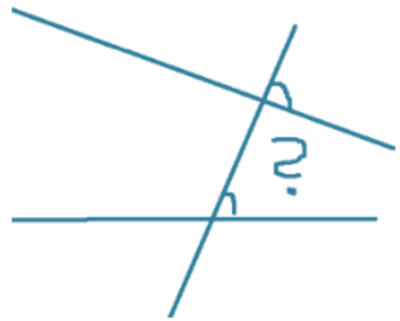
Sätze durch einfache Fehlersuche verinnerlichen.

Sehr anspruchsvoll:
Begründungen eines Satzes
Einfacher:
Reflektieren der Voraussetzungen, wenn man mit falschen Beispielen konfrontiert ist.

Merlan hat ein Dreieck gezeichnet und die Winkel gemessen …
Wie kannst du schnell sehen, dass er einen Fehler gemacht hat?
Welchen Satz nutzt du?

Aufgabentyp C für Sätze:
Fehler suchen

Karla hat zwei Stufenwinkel gezeichnet und nachgemessen:



Der Satz stimmt nicht, die beiden Winkel sind nicht gleich groß!

Wo ist Karlas Problem? Formuliert zusammen die Bedingung, wann der Satz wirklich gilt.
Vergleicht sie und übertragt sie dann in den Merkkasten.

Grundwissen bewusst machen

Verfahren

Merkkasten D für das Verfahren Brüche addieren

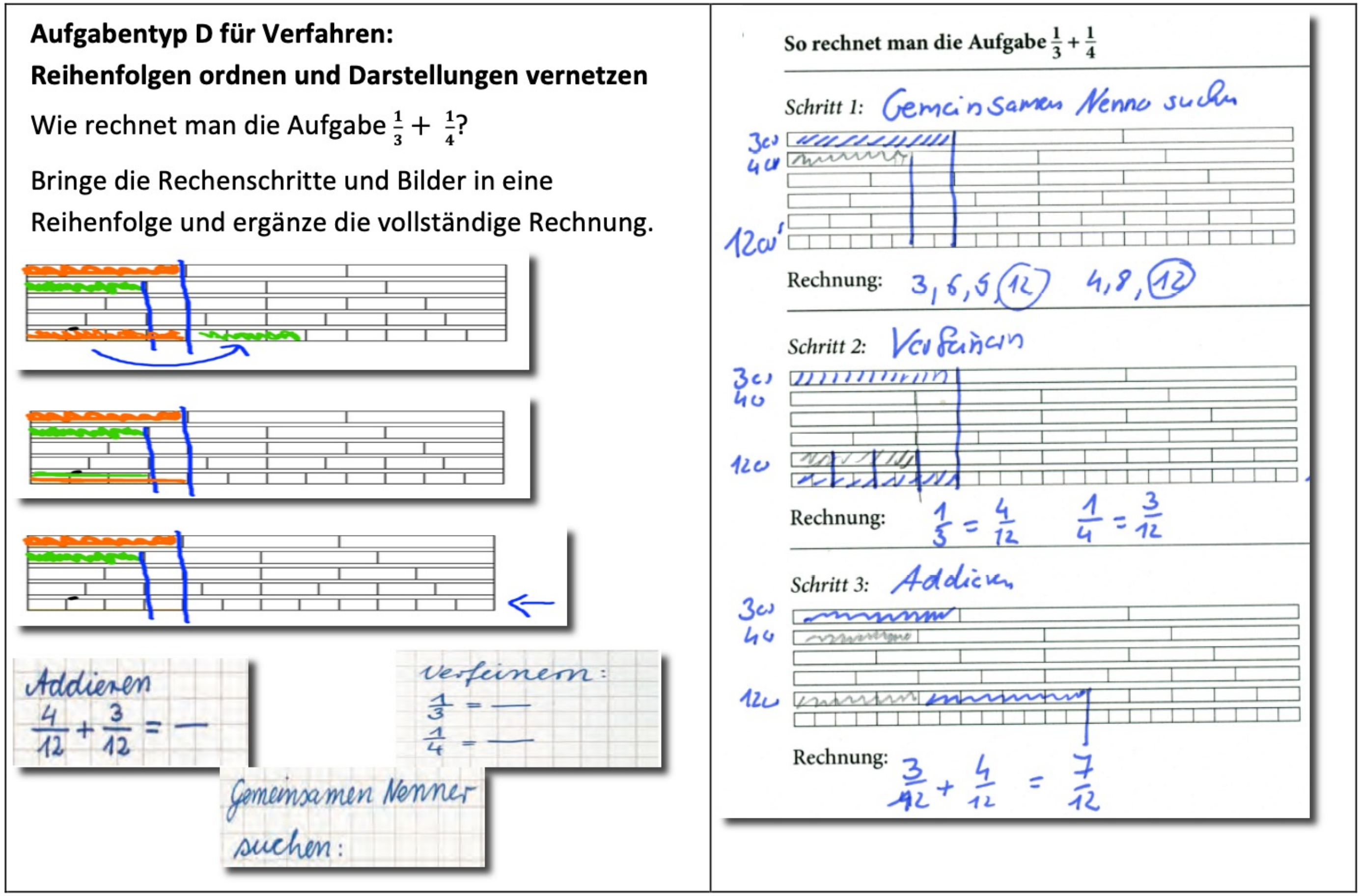
So addiert man Brüche:

1. Gemeinsamen Nenner suchen
2. Brüche auf gemeinsamen Nenner verfeinern
3. Zähler addieren

So nicht!

Grundwissen bewusst machen

Inhaltliche Vorstellungen und **Verfahrensschritte** durch Anordnung der zugehörigen Darstellungen gleichzeitig sichern.



Grundwissen bewusst machen

Kognitiv aktivierende Merkkästen (nach Susanne Prediger)

Zusammenfassung der gezielten Anregungen durch Aufgaben

1. Beispiele und Gegenbeispiele finden und identifizieren
2. Darstellungen vernetzen
3. Fehler suchen und korrigieren
4. Reihenfolgen ordnen
5. Satzbausteine verbinden

Grundwissen bewusst machen

Aktivität 6: Grundwissen bewusst machen

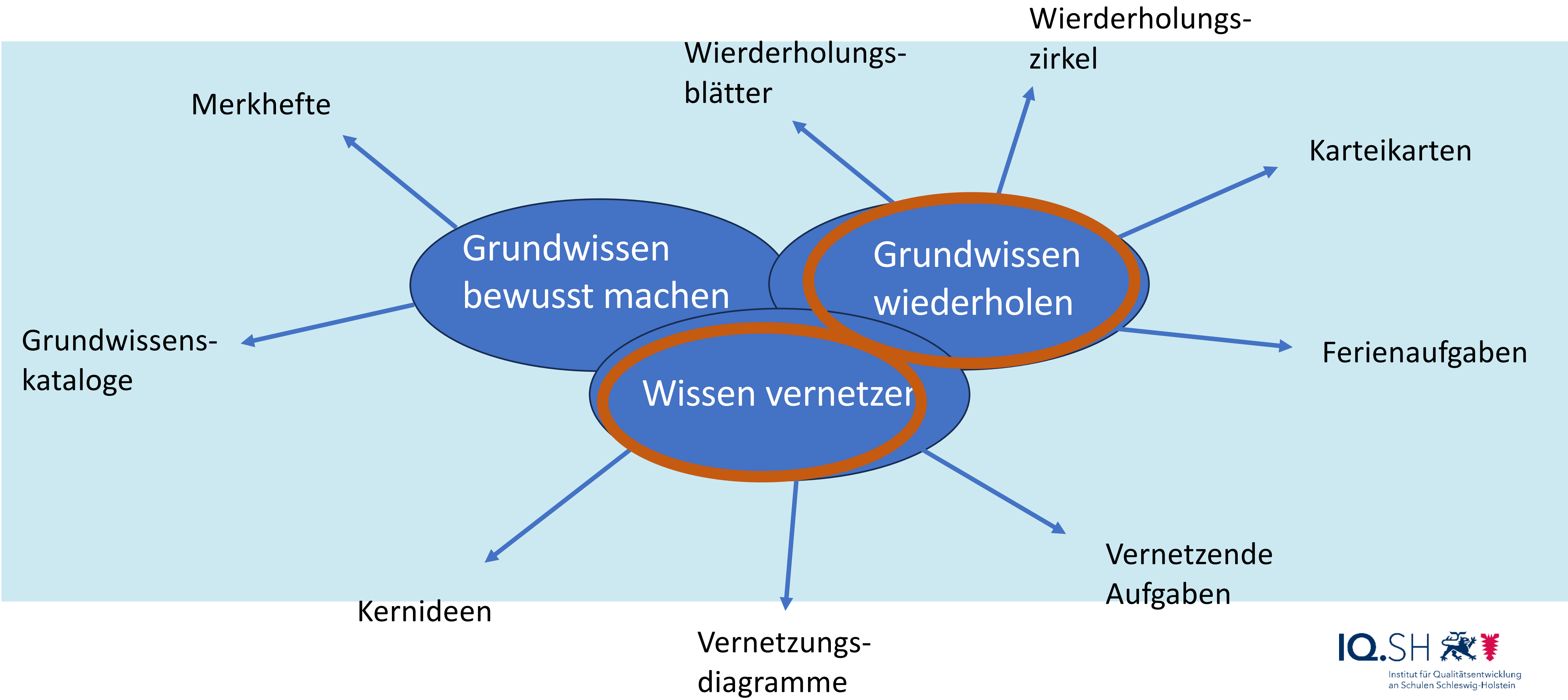
Kognitiv aktivierende Merkkästen (nach Susanne Prediger)

a) **Lesen** Sie den Artikel von Susanne Prediger (moodle)!

b) **Entwickeln** Sie zu einem Thema Ihrer Wahl eine Aufgabenstellung für einen kognitiv aktivierenden Merkkasten.

c) **Formulieren** Sie einen entsprechenden Merkkasten (Erwartungshorizont) auf verschiedenen Niveaus.

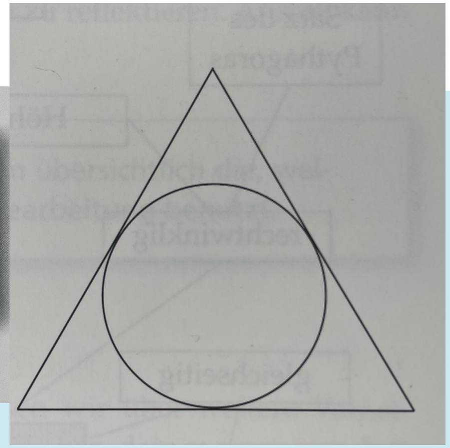
Der Aneignungsprozess (nach Volker Ulm)



Grundwissen (selbstständig) wiederholen /Wissen vernetzen

Aktivität 7: Vernetzungen sichtbar machen

In ein gleichseitiges Dreieck wird ein möglichst großer Kreis gezeichnet.
Wie viel Prozent der Dreiecksfläche füllt die Kreisfläche aus?



a) **Bearbeiten** Sie die Aufgabe mit Ihrem Sitznachbarn.

b) **Formulieren** Sie die Fragestellung mithilfe verschiedener Operatoren.

c) **Beschreiben** Sie den Einfluss des Operators auf die Lösung.

Aus Ulm, Volker (2004): „ Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen: Sekundarstufe - Sinus Transfer“, Kallmeyer, S.86ff

Aktivität 7: Vernetzungen sichtbar machen

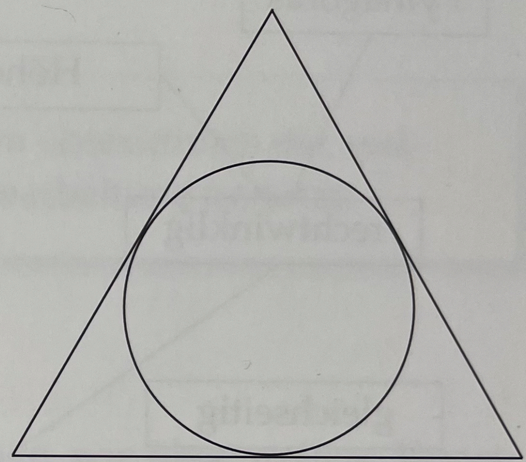
Ermittle/Bestimme

Gib an

Berechne

Die Lösung

Führen wir uns kurz die Lösung der Aufgabe vor Augen: Die Seitenlänge des Dreiecks bezeichnen wir mit a. (Wir könnten auch einen Zahlenwert vorgeben.) Nach dem Satz des Pythagoras gilt für die Höhe h des Dreiecks $h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$, also $h = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,a$. Das Dreieck besitzt somit den Flächeninhalt $A_{Dreieck} = \frac{1}{2}ha = \frac{1}{4}\sqrt{3}\,a^2$.

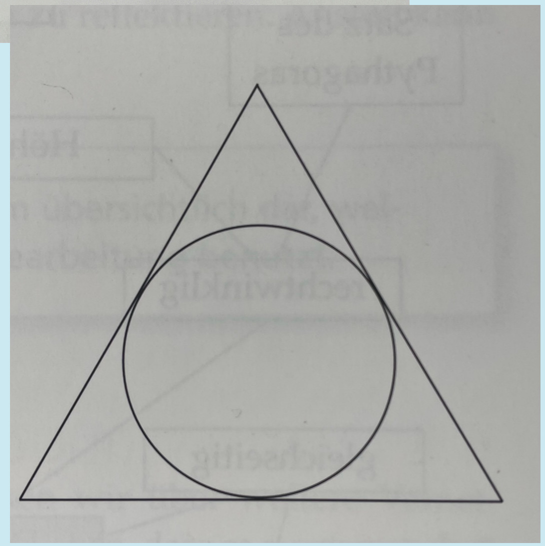


Der Mittelpunkt des Inkreises ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden. Diese sind im gleichseitigen Dreieck gleichzeitig Seitenhalbierende und Höhen und werden vom Kreismittelpunkt (dem Schwerpunkt des Dreiecks) im Verhältnis 2 : 1 geteilt. Damit hat der Kreis den Radius $r = \frac{1}{3}h = \frac{1}{6}\sqrt{3}\,a$ und den Flächeninhalt $A_{Kreis} = r^2\pi = \frac{1}{12}\pi a^2$. Der Anteil der Kreisfläche an der Dreiecksfläche ist also $\frac{A_{Kreis}}{A_{Dreieck}} = \frac{\frac{1}{12}\pi a^2}{\frac{1}{4}\sqrt{3}\,a^2} = \boxed{\frac{1}{9}\sqrt{3}\,\pi \approx 60{,}5\%}$.

Aus Ulm, Volker (2004): „Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen: Sekundarstufe - Sinus Transfer“, Kallmeyer, S.86ff

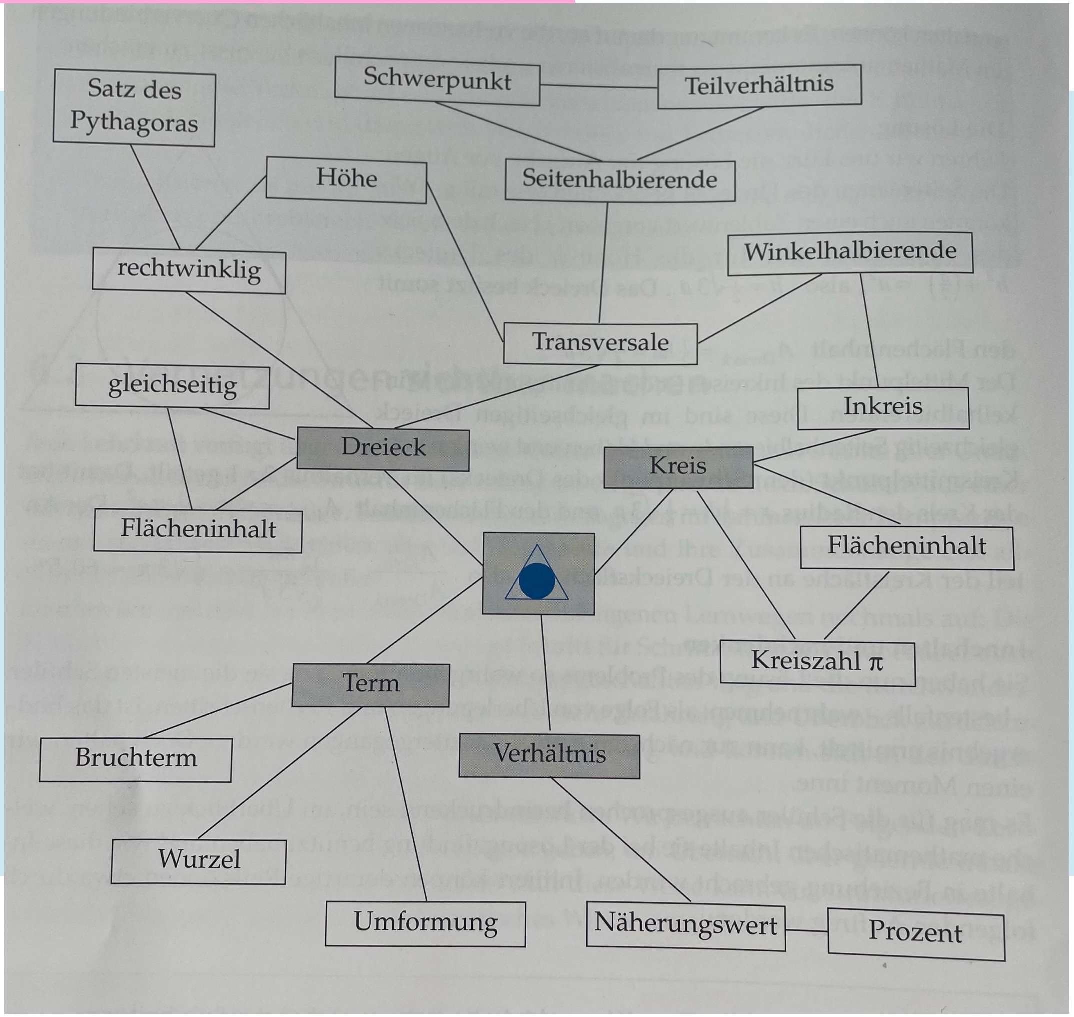
Aktivität 7: Vernetzungen sichtbar machen

Welche mathematischen Begriffe und Inhalte haben wir bei der Bearbeitung der Aufgabe benutzt? Stelle sie in einem Diagramm übersichtlich dar!



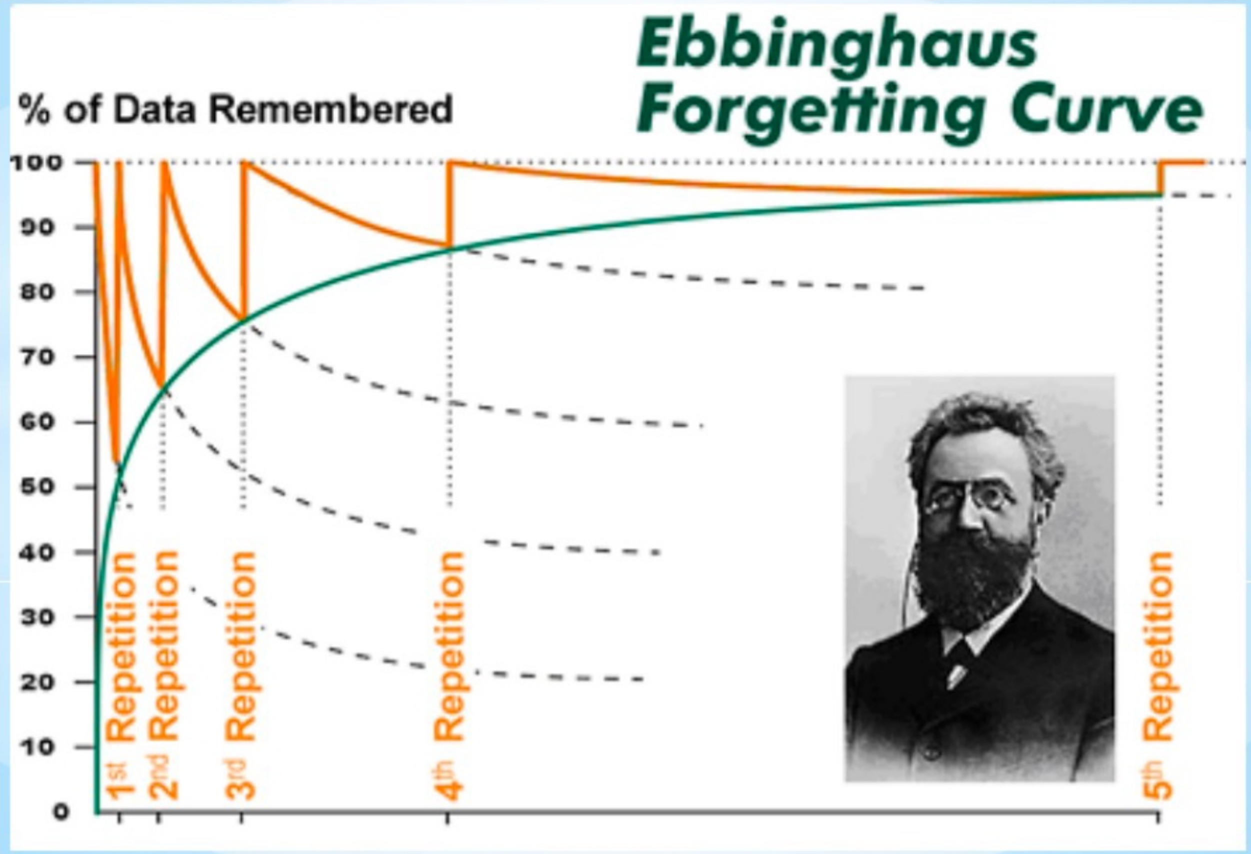
Aus Ulm, Volker (2004): „ Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen: Sekundarstufe - Sinus Transfer“, Kallmeyer, S.86ff

Aktivität 7: Vernetzungen sichtbar machen



Üben, üben, üben…

Lernen als „harte Arbeit“ (Prof. Dr. Zierer) – Hattie - Studie



Unterrichtsmerkmale	Effektstärke
Bewusstes Üben	0,49
Hohe Motivation - Tiefenverständnis	0,71

Quelle: Folie aus Vortrag von Prof. Dr. Klaus Zierer , Uni – Augsburg, in Kiel am 13.02.2025

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Lernen als „harte Arbeit“ (Prof. Dr. Zierer) – Hattie - Studie

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Universität Augsburg University

Ich sehe Lernen als harte Arbeit.

Üben, üben, üben ...

... vielfältig
... herausfordernd
... regelmäßig.

Quelle: Folie aus Vortrag von Prof. Dr. Klaus Zierer , Uni – Augsburg, in Kiel am 13.02.2025

Üben im Mathematikunterricht

Unverstandenes einzuüben ist sinnlos.

Der Unterricht muss Anlässe zum Aufbau von Grundvorstellungen schaffen.

Die Beherrschung von Verfahren ist nur durch Üben zu erreichen.
Glanz und Elend liegen hier dicht beieinander: aus der Gunst, dass jeder das Mathematische verstehen kann, wird die Kunst, dass jeder es manipulieren könne, ohne es zu verstehen. Die Schule ist dieser Erkrankung erlegen, das wir gar nicht ernst genug nehmen können.

Das besonders Schlimme ist, dass diese Krankheit sich so leicht verbirgt. Eine Primanerin vertraute nach einer solchen Rechnung einer Referendarin an: „ Da habe ich nun den Beweis an der Tafel vorgeführt und eine „2“ gekriegt, und kein Mensch hat gemerkt, dass ich es nicht verstanden habe.“ Das tapfere Mädchen war noch unversehrt, aber wie viele wissen gar nicht mehr, was Verstehen ist.
(Wagenschein (1970))

Roth,Jürgen und Vollrath, Hans – Joachim (2012): „Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe“,,S.264f., 2. Auflage, Spektrum – Verlag, Heidelberg.

Lernen als aktiver Prozess erfolgt in der **Beschäftigung mit Aufgaben und Problemen**, deren Sinn und Zweck man erkennt und zu deren Lösung neues Wissen erforderlich ist.

Kompetenzorientiertes **intelligentes Üben** betont die Notwendigkeit des „Ein-Übens“ , zielt aber darüber hinaus auf weitere Kompetenzen der Bildungsstandards, z.B. Festigen von Routinen oder Anwenden des Gelernten auf ähnliche neue Fälle und Vernetzen von Stoffgebieten.

Wynands, Alexander (2010): „Intelligentes Üben“ , S.113 in Blum u.a. (2010)

Nach Hilbert Meyer sind
„Übungsphasen des Unterrichts intelligent gestaltet,

(1) wenn ausreichend oft und im richtigen Rhythmus geübt wird,
(2) wenn die Übungsaufgaben passgenau zum Lernstand formuliert werden,
(3) wenn die Schüler Übekompetenz entwickeln und die richtigen Lernstrategien nutzen
(4) und wenn die Lehrer gezielte Hilfestellungen beim Üben geben.“

Meyer, Hilbert (2010): „ Was ist guter Unterricht“, S.104f, Cornelsen Scriptor, Berlin

Thesen zum Üben im Mathematikunterricht (H. Mallas)

- In keinem anderen Schulfach wird so viel geübt wie im Fach Mathematik.
- Dennoch bemängeln nicht wenige Lehrkräfte die zu geringe Anzahl an Übungsaufgaben in Lehrbüchern.
- Das Besprechen von Lösungen verschlingt häufig viel Unterrichtszeit, oft mit wenig Ertrag.
- Nachhilfeinstitute und Schulmathematik-Internetplattformen boomen.

Deshalb … (H. Mallas)

- Die Übungsdichte muss erhöht werden.
- Der Zeitaufwand für die Lösungskontrolle muss reduziert, der geistige Ertrag vermehrt werden:
- Die Aufgaben müssen eine stärkere kognitive Aktivierung gewährleisten.
- Es müssen hochwertige Aufgaben zum Einsatz kommen, die mehreren Zielen gleichzeitig dienen.

Lösung: Intelligentes Üben

Intelligentes Üben

Formen des intelligenten Übens in den Fachanforderungen

Trainingsaufgaben sollen nicht ausschließlich auf das isolierte Einüben bestimmter Fertigkeiten zugeschnitten sein, sondern das intelligente Üben unterstützen. Formen des intelligenten Übens sind reflektierendes Üben, Nutzung von strukturierten Aufgaben, entdeckendes Üben, produktives Spielen sowie Einsatz von Fermi-aufgaben. Allen fünf Formen liegt jeweils eine übergeordnete Fragestellung zugrunde, deren Beantwortung die erforderliche mathematische Tätigkeit auf ein Ziel orientiert (kognitive Schüleraktivierung); dabei werden häufig prozessbezogene Kompetenzen aktiviert und weitergehende Erkenntnisse gewonnen (didaktischer Mehrwert). Gestufte Aufgabensets sind eine Möglichkeit, differenziert zu üben, dabei die Anforderungsbereiche abzudecken und durch einen gemeinsamen Aufgabenstamm das gemeinsame Lernen zu unterstützen. Blütenaufgaben initiieren darüber hinaus bewusste Aufgabenvariationen durch die Lernenden.

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): Fachanforderungen Mathematik, 2.Auflage, Kiel, S. 18

Intelligentes Üben

Unterrichtsbeispiel Quadratwurzeln

Der Einstieg in das Thema Quadratwurzeln könnte beispielsweise so gestaltet werden, dass die Lehrkraft zunächst lediglich $\sqrt{49}$ an die Tafel schreibt. Vorkenntnisse aus der Lerngruppe werden zusammengetragen, ggf. von der Lehrkraft ergänzt und etwa in der hier dargestellten Form notiert.

Quadratwurzeln

$\sqrt{49}$

Radikand

Quadratwurzel

$\sqrt{49}$ liest man „Wurzel aus 49" oder „Quadratwurzel aus 49"

$\sqrt{49} = 7$, weil $7 \cdot 7 = 49$ ist.

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.31

Intelligentes Üben

Diese vorläufige Definition genügt vorerst. Das Gespräch soll kurz gehalten werden um zügig zur Arbeit mit der eigentlichen Lernaufgabe überzugehen. Eine exakte Definition der Quadratwurzel erfolgt später. Nun stellt die Lehrkraft als Einstieg in das Thema die folgende Aufgabe.

passende Ziffern für die Wurzeln

Das Symbol □ steht für eine beliebige <u>Ziffer</u>. In die Kästchen können also verschiedene oder auch gleiche Ziffern eingetragen werden. Finde jeweils passende Ziffern.

a) $\sqrt{\square} = \square$ **b)** $\sqrt{\square\square} = \square$ **c)** $\sqrt{\square\square\square} = \square\square$ **d)** $\sqrt{1\square\square\square} = \square\square$

e) $\sqrt{\square\square} = \square\square$ **f)** $\sqrt{1\square,\square\square} = \square,\square$ **g)** $\sqrt{\square,\square\square} = \square,\square$ **h)** $\sqrt{\frac{1}{\square\square}} = \frac{}{}$

i) Finde möglichst viele Lösungen. Wie viele gibt es?

Quelle: Helmut Mallas, IQSH

Intelligentes Üben

Aktivität 8: Entdeckendes Üben und übend Entdecken

a) Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben.

passende Ziffern für die Wurzeln

Das Symbol □ steht für eine beliebige Ziffer. In die Kästchen können also verschiedene oder auch gleiche Ziffern eingetragen werden. Finde jeweils passende Ziffern.

a) $\sqrt{\square} = \square$ **b)** $\sqrt{\square\square} = \square$ **c)** $\sqrt{\square\square\square} = \square\square$ **d)** $\sqrt{1\square\square\square} = \square\square$

e) $\sqrt{\square\square} = \square\square$ **f)** $\sqrt{1\square,\square\square} = \square,\square$ **g)** $\sqrt{\square,\square\square} = \square,\square$ **h)** $\sqrt{\frac{1}{\square\square}} = \frac{}{}$

i) Finde möglichst viele Lösungen. Wie viele gibt es?

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.31

Quelle: Helmut Mallas, IQSH

b) Beschreiben Sie ihr Vorgehen.

Aktivität 8: Entdeckendes Üben und übend Entdecken

„Aufgabenplantage“

c) In Schulbüchern finden Sie häufig o.a. Aufgaben. **Bearbeiten** Sie diese?

1a) $\sqrt{36}$	**b)** $\sqrt{9}$	**c)** $\sqrt{25}$	**d)** $\sqrt{144}$
2a) $\sqrt{900}$	**b)** $\sqrt{3600}$	**c)** $\sqrt{90000}$	**d)** $\sqrt{14400}$
3a) $\sqrt{0{,}04}$	**b)** $\sqrt{0{,}016}$	**c)** $\sqrt{0{,}0009}$	**d)** $\sqrt{0{,}25}$
4a) $\sqrt{\frac{16}{25}}$	**b)** $\sqrt{\frac{625}{900}}$	**c)** $\sqrt{\frac{4}{100}}$	**d)** $\sqrt{\frac{169}{196}}$

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.31

Intelligentes Üben

Aktivität 8: Entdeckendes Üben und übend Entdecken

d) Vergleichen Sie die Aufgaben.

Betrachten Sie dabei die Förderung allgemeiner mathematischer Kompetenzen, den Anforderungsbereich, die kognitive Aktivierung und den Einsatz von Hilfsmitteln (hier Taschenrechner).

passende Ziffern für die Wurzeln

Das Symbol $\square$ steht für eine beliebige Ziffer. In die Kästchen können also verschiedene oder auch gleiche Ziffern eingetragen werden. Finde jeweils passende Ziffern.

a) $\sqrt{\square} = \square$ **b)** $\sqrt{\square\square} = \square$ **c)** $\sqrt{\square\square\square} = \square\square$ **d)** $\sqrt{1\square\square\square} = \square\square$

e) $\sqrt{\square\square} = \square\square$ **f)** $\sqrt{1\square,\square\square} = \square,\square$ **g)** $\sqrt{\square,\square\square} = \square,\square$ **h)** $\sqrt{\frac{1}{\square\square}} = \frac{}{}$

i) Finde möglichst viele Lösungen. Wie viele gibt es?

Quelle: Helmut Mallas, IQSH

1a) $\sqrt{36}$ **b)** $\sqrt{9}$ **c)** $\sqrt{25}$ **d)** $\sqrt{144}$

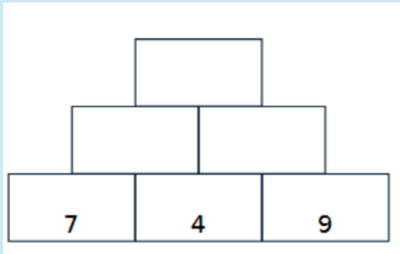
2a) $\sqrt{900}$ **b)** $\sqrt{3600}$ **c)** $\sqrt{90000}$ **d)** $\sqrt{14400}$

3a) $\sqrt{0,04}$ **b)** $\sqrt{0,016}$ **c)** $\sqrt{0,0009}$ **d)** $\sqrt{0,25}$

4a) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ **b)** $\sqrt{\frac{625}{900}}$ **c)** $\sqrt{\frac{4}{100}}$ **d)** $\sqrt{\frac{169}{196}}$

Intelligentes Üben – zwei Dimensionen

Die didaktische Dimension – die intelligente Fragestellung
Eine Fragestellung ist offenbar dann ertragreich, wenn schon eine einzige Aufgabe eine Fülle von Rechenvorgängen auslöst und dazu motiviert, freiwillig weitergehende mathematische Überlegungen anzustellen.



Vertiefung im Modul Aufgabenkultur und Lernumgebungen

Die methodische Dimension - die intelligente Organisation
Darunter versteht man die Organisation des Übens.

Formen des intelligenten Übens

Fünf Formen des intelligenten Übens (nach Leuders)

1. Reflektierendes Üben

2. Strukturierte Aufgaben

3. Entdeckendes Üben

4. Produktives Spielen

5. Fermiaufgaben

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.36ff

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Formen des intelligenten Übens – reflektierendes Üben

1. Reflektierendes Üben

Ein genaueres Betrachten des Zahlenmaterials, Überschlagsrechnungen und unterschiedliche Strategien erreicht man durch *reflexionsanregende Fragen* wie beispielsweise

Finde heraus, welcher Term

- den größten Wert hat,
- den kleinsten Wert hat,
- dem Wert 10,50 am nächsten kommt,
- am nächsten an eine ganze Zahl herankommt,
- die meisten Stellen nach dem Komma ergibt.

Natürlich soll auch dieser Auftrag gestellt werden:

- Führe mindestens drei Rechnungen schriftlich durch.

Berechne:

a) 0,3 + 0,4	**b)** 0,25 + 9,65	**c)** 12,5 + 0,85	**d)** 13,8 + 1,2	**e)** 91,1 - 81,2	**f)** 6,87 + 5,64
g) 4,08 + 2,5	**h)** 7,98 - 3,82	**i)** 9,09 + 2,5	**j)** 7,01 + 2,5	**k)** 8,37 - 2,51	**l)** 0,125 + 0,375
m) 7,4 + 2,6	**n)** 4,97 + 4,89	**o)** 9 + 4,4	**p)** 10 + 7	**q)** 10 + 0,7	**r)** 0,125 + 0,121
s) 7,1 - 1,5	**t)** 4 + 1,8	**u)** 6,87 + 5,64	**v)** 9,22 - 8,68	**w)** 4,6 - 1,5	**x)** 0,3875 - 0,0005

Beim reflektierenden Üben werden zu vorhandenen Aufgabenplantagen Aufgabenstellungen so variiert, dass eine tiefergehende Auseinandersetzung ermöglicht wird.

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.38

Formen des intelligenten Übens – reflektierendes Üben

Aktivität 9: Reflektierendes Üben

Gib die Lösungsmenge an:

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$	**b)** $x^2 - 8x = 0$	**c)** $x^2 + 4 = 0$	**d)** $x^2 + 8x = 0$	**e)** $-x^2 + 3x = x^2$
f) $x^2 - 8x + 16 = 0$	**g)** $x^2 + 3x = x^2 + 2$	**h)** $2 + x + x^2 = 2$	**i)** $x = x^2$	**j)** $2x^2 - 2 \cdot (2 - 2x) = 2$
k) $x^2 - 8x + 17 = 0$	**l)** $x^2 - 4 = 0$	**m)** $x \cdot (x + 2) = 2$	**n)** $x \cdot (x + 2) = 0$	**p)** $2 \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) = 0$

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.39

a) Formulieren Sie zu der o.a. Aufgabenplantage reflexionsanregende Fragestellungen.

b) Tauschen Sie sich diesbezüglich mit Ihrem Partner bzw. Gruppe aus.

Formen des intelligenten Übens – reflektierendes Üben

Aktivität 9: Reflektierendes Üben

Gib die Lösungsmenge an:

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$	**b)** $x^2 - 8x = 0$	**c)** $x^2 + 4 = 0$	**d)** $x^2 + 8x = 0$	**e)** $-x^2 + 3x = x^2$
f) $x^2 - 8x + 16 = 0$	**g)** $x^2 + 3x = x^2 + 2$	**h)** $2 + x + x^2 = 2$	**i)** $x = x^2$	**j)** $2x^2 - 2 \cdot (2 - 2x) = 2$
k) $x^2 - 8x + 17 = 0$	**l)** $x^2 - 4 = 0$	**m)** $x \cdot (x + 2) = 2$	**n)** $x \cdot (x + 2) = 0$	**p)** $2 \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) = 0$

Mögliche Fragestellungen:

- Stelle die Gleichungen zunächst in Gruppen zusammen. Welche Gleichungen sehen ähnlich aus?
- Suche zwei Gleichungen heraus, zu deren Lösung du zunächst Äquivalenzumformungen durchführen würdest.
- Suche zwei Gleichungen heraus, deren Lösungen du unmittelbar ablesen kannst.
- Suche eine Gleichung heraus, die keine reelle Lösung hat.
- Suche eine Gleichung heraus, die genau eine Lösung hat.

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.31

Formen des intelligenten Übens – strukturierte Aufgaben

Aktivität 10: Strukturierte Aufgaben

2. Strukturierte Aufgaben

a)Vergleichen Sie die Aufgaben.

b) Welche weitergehenden Fragestellungen können zu dens Aufgaben gestellt werden? **Geben** Sie Beispiele **an**.

a)	b)	c)	d)	e)	f)
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{0}{2}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$	$\frac{7}{10}+\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}+\frac{1}{4}$	$\frac{6}{5}+\frac{1}{5}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{16}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{16}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}+\frac{4}{5}$	$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$	$\frac{7}{5}+\frac{1}{2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\frac{2}{1}+\frac{1}{4}$	$\frac{19}{10}+\frac{1}{5}$

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.40

IQ.SH Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Formen des intelligenten Übens – strukturierte Aufgaben

Aktivität 10: Strukturierte Aufgaben

Geeignetes strukturiertes Aufgabenmaterial stellt die reflexionsanregenden Fragen quasi aus sich heraus.

„Das Reizvolle an den strukturierten Päckchen ist, dass sie keine zusätzlichen Lerninhalte erzeugen, die in Extra – Stunden isolierten Sondercharakter haben, sondern mitten im regulären Lernen von (…) Standard- Fertigkeiten genutzt werden können und dennoch wichtige zusätzliche Aspekte des Mustererkennens und Dynamisieren ins Spiel bringen.“

Prediger, Susanne (2008): „Muster in Päckchen – Mit strukturierten Übungen Fertigkeiten trainieren und Strukturen erkennen, in: Mathematik 5 – 10, Heft 3, Friedrich Verlag)

$$3 \cdot 1 + 1 =$$
$$4 \cdot 2 + 1 =$$
$$5 \cdot 3 + 1 =$$
$$6 \cdot 4 + 1 =$$
$$7 \cdot 5 + 1 =$$

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.41

3. Entdeckendes Üben

Berechne den Wert von mindestens drei Termen.
Beschreibe und vergleiche die Terme.

$7 + 6 + 5 - 4$	$4 \cdot (7 - 5) + 6$	$(4 + 6) \cdot 7 : 5$	$(5 - 3) \cdot 4 + 6$
$8 + 7 - 6 + 5$	$(6 \cdot 7) : (8 - 5)$	$(6 \cdot 5) : 3 + 4$	$(6 : 3) \cdot 5 + 4$

Impuls der Lehrkraft:
„im Wettbewerb um die Zahl 14 gewinnt der Term, der den Wert 14 mit den vier kleinsten aufeinanderfolgenden Zahlen darstellt“
Beispiel: $2 + 3 + 4 + 5$

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S.43

Aktivität 11: Entdeckendes Üben

Arbeite mit deinem Teampartner zusammen.

a) **Stellt** die Zahlen 0 bis 20 als Term aus vier möglichst kleinen aufeinanderfolgenden positiven ganzen Zahlen (einschließlich 0) **dar**. Du darfst die Rechenzeichen + - · : sowie Klammern verwenden.

b) **Tragt** die gefundenen Terme jeweils in die Tabelle **ein**.

Formen des intelligenten Übens – entdeckendes Üben

Wert	Term	Name
0=		
1=		
2=		
3=		
4=		
5=		
6=		
7=		
8=		
9=		
10=		

Wert	Term	Name
11=		
12=		
13=		
14=		
15=		
16=		
17=		
18=		
19=		
20=		
...		

Formen des intelligenten Übens – entdeckendes Üben

Wählt die Lehrkraft Übungsmaterial aus einer reichhaltigen Lernumgebung (Modul Aufgabenkultur und Lernumgebungen), können die Lernenden beim Bearbeiten besondere Sachverhalte oder Gesetzmäßigkeiten entdecken.

Das gelingt eher, wenn strukturiertes Material und reflexionsanregende Fragen gestellte werden. Gelingt keine Entdeckung, dann wird trotzdem sinnvoll geübt, jedoch der didaktische Mehrwert nicht genutzt.

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel, S. 43.

Da üblicherweise zur Lösung der übergeordneten Aufgabe eine größere Anzahl von Rechenaufgaben gelöst werden muss, bietet das entdeckende Üben die Möglichkeit, die in der Phase des vernetzenden Übens erarbeiteten Ableitungen von Aufgaben durch Wiederholung immer weiter zu festigen und zum Teil schon zu automatisieren.

https://pikas-mi.dzlm.de/leitideen/effektiv-%C3%BCben/sicherndes-%C3%BCben/hintergrund

Formen des intelligenten Übens – produktives Spielen

4. Produktives Spielen

Spiele bieten vielfältige Möglichkeiten, sich aktiv mit dem Lernstoff auseinanderzusetzen, mathematisch tätig zu werden, neue Inhalte zu erarbeiten, Bekanntes zu üben oder kreativ Ideen zu entwickeln.

Spiele lassen sich im Unterricht mit unterschiedlichen Zielsetzungen gewinnbringend einsetzen. Die Auswahl und Eignung eines Spiels wird bestimmt durch die fachlichen Inhalte, die didaktische Funktion und die Unterrichtsphase, in der es eingesetzt wird.

Hesse, Daniela u. Kliemann, Sabine (2015): Methodenbuch Mathematik Sekundarstufe 1, 1. Auflage, Klett, Stuttgart

spiele-und-kurzaktivitaeten.pdf (Hier finden Sie eine Sammlung von Spielideen)

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/lernen-auf-distanz/spiele-und-kurzaktivitaeten.pdf

Formen des intelligenten Übens – produktives Spielen

Aktivität 12: Produktives Spielen

Wählen Sie ein Spiel aus den vier Angeboten nach Interesse aus.

Soma - Würfel

Mathe Domino

Das magische Quadrat

Sodoku

a) **Führen** Sie das Spiel in Einzelarbeit durch.

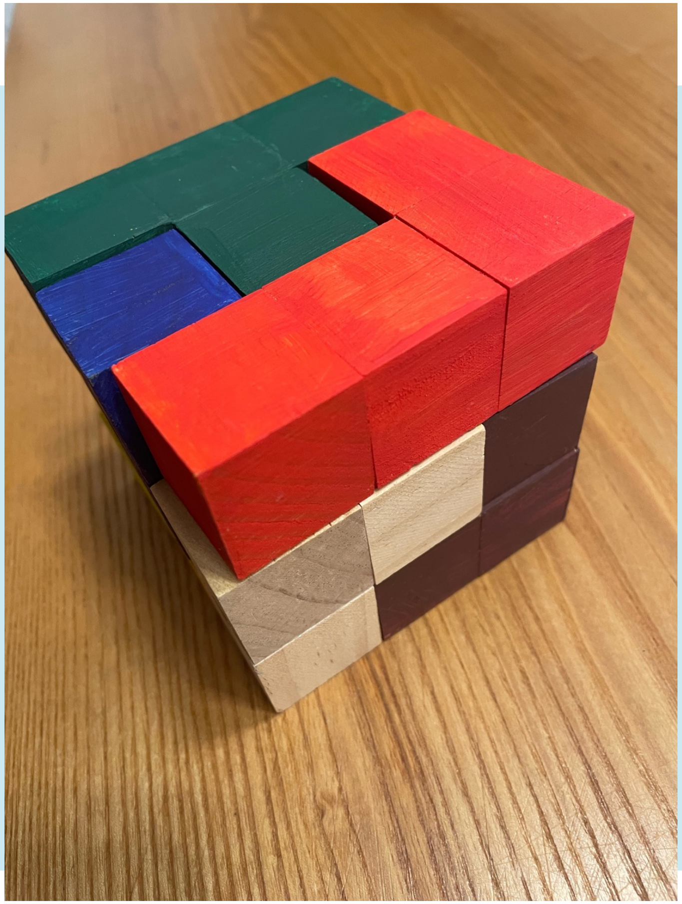
b) **Geben** Sie **an**, welche inhaltsbezogene Kompetenzen (welche fachlichen Inhalte) für das Spielen benötigt werden.

c) **Erläutern** Sie, warum, wann (Unterrichtsphase) und wie Sie das Spiel einsetzen würden.

d) Denken Sie an Ihre Lerngruppe.
Beschreiben Sie, wie Sie die Spielregeln und/oder die Rahmenbedingungen anpassen würden, damit die Umsetzung in Ihrer Lerngruppe erfolgreich gestaltet werden kann.

Formen des intelligenten Übens – produktives Spielen

Soma - Würfel



Eigene Darstellung

a) Führen Sie das Spiel in Einzelarbeit durch.

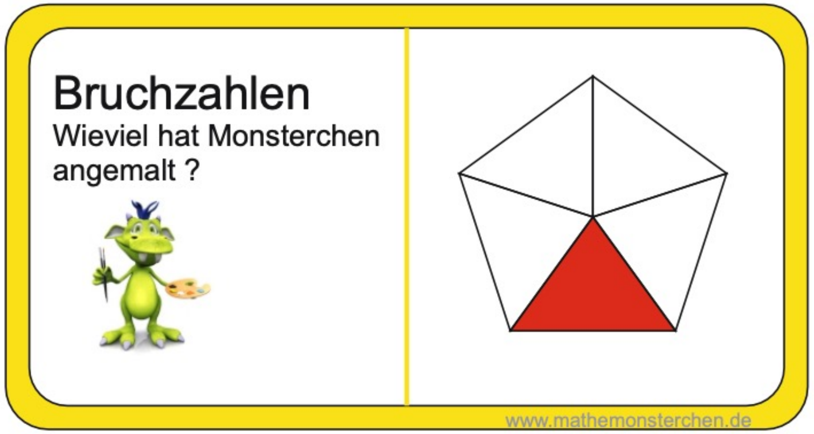
b) Geben Sie **an**, welche inhaltsbezogene Kompetenzen (welche fachlichen Inhalte) für das Spielen benötigt werden.

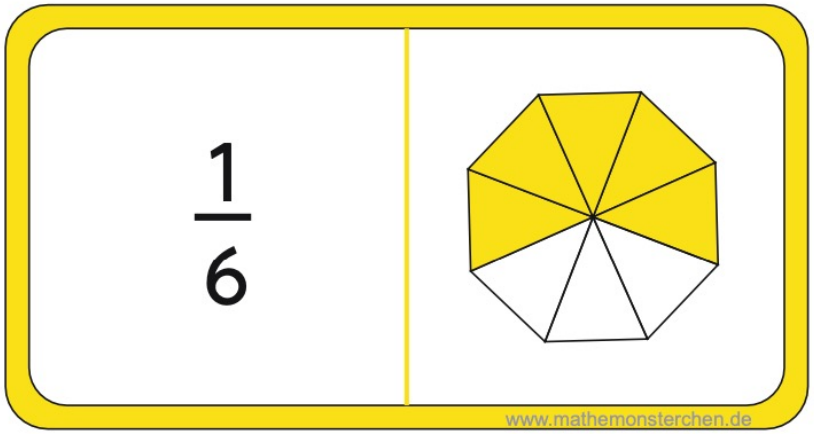
c) Erläutern Sie, warum, wann (Unterrichtsphase) und wie Sie das Spiel einsetzen würden.

d) Denken Sie an Ihre Lerngruppe.
Beschreiben Sie, wie Sie die Spielregeln und/oder die Rahmenbedingungen anpassen würden, damit die Umsetzung in Ihrer Lerngruppe erfolgreich gestaltet werden kann.

Formen des intelligenten Übens – produktives Spielen

Mathe Domino





a) Führen Sie das Spiel in Einzelarbeit durch.

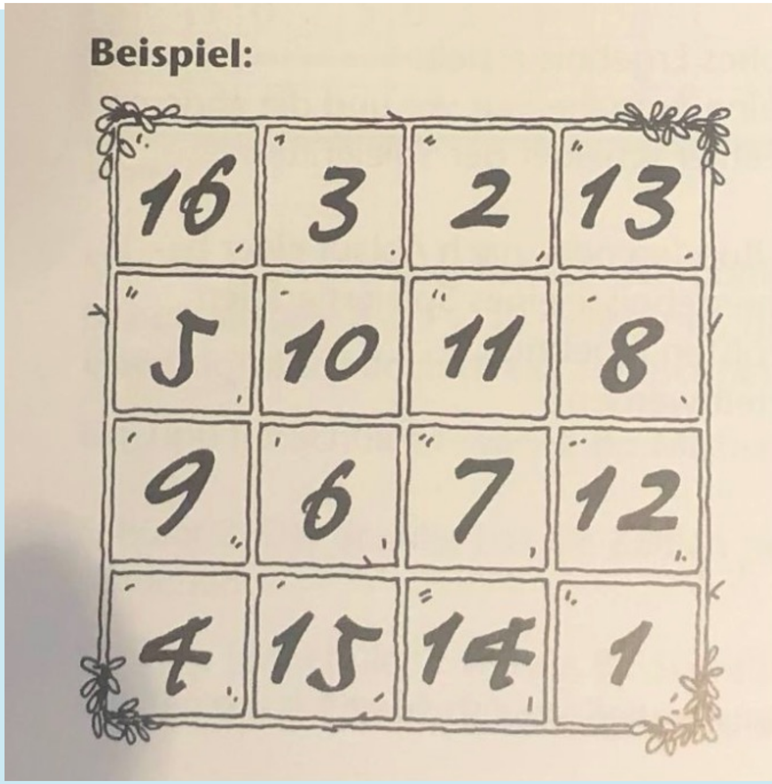
b) Geben Sie **an**, welche inhaltsbezogene Kompetenzen (welche fachlichen Inhalte) für das Spielen benötigt werden.

c) Erläutern Sie, warum, wann (Unterrichtsphase) und wie Sie das Spiel einsetzen würden.

d) Denken Sie an Ihre Lerngruppe.
Beschreiben Sie, wie Sie die Spielregeln und/oder die Rahmenbedingungen anpassen würden, damit die Umsetzung in Ihrer Lerngruppe erfolgreich gestaltet werden kann.

Formen des intelligenten Übens – produktives Spielen

Das magische Quadrat



a) Führen Sie das Spiel in Einzelarbeit durch.

b) Geben Sie **an**, welche inhaltsbezogene Kompetenzen (welche fachlichen Inhalte) für das Spielen benötigt werden.

c) Erläutern Sie, warum, wann (Unterrichtsphase) und wie Sie das Spiel einsetzen würden.

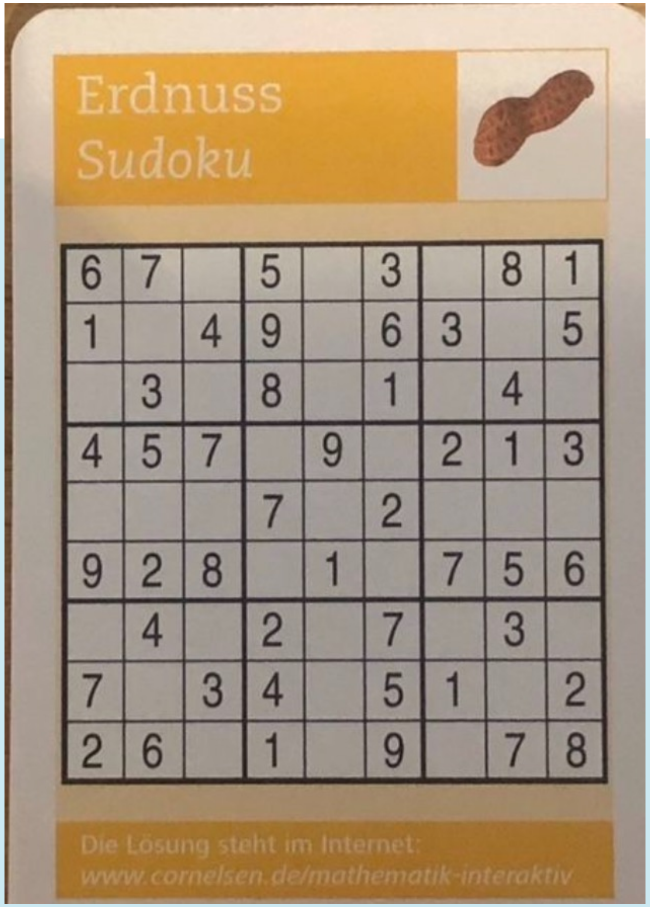
d) Denken Sie an Ihre Lerngruppe.
Beschreiben Sie, wie Sie die Spielregeln und/oder die Rahmenbedingungen anpassen würden, damit die Umsetzung in Ihrer Lerngruppe erfolgreich gestaltet werden kann.

Beispiel aus Bühler (2010, S. 20)

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Formen des intelligenten Übens – produktives Spielen

Sodoku



a) Führen Sie das Spiel in Einzelarbeit durch.

b) Geben Sie **an**, welche inhaltsbezogene Kompetenzen (welche fachlichen Inhalte) für das Spielen benötigt werden.

c) Erläutern Sie, warum, wann (Unterrichtsphase) und wie Sie das Spiel einsetzen würden.

d) Denken Sie an Ihre Lerngruppe.
Beschreiben Sie, wie Sie die Spielregeln und/oder die Rahmenbedingungen anpassen würden, damit die Umsetzung in Ihrer Lerngruppe erfolgreich gestaltet werden kann.

Beispiel aus Mathematik interaktiv – Sudoku , Cornelsen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Formen des intelligenten Übens – Fermi - Aufgaben

5. Fermi - Aufgaben

Berühmtes überliefertes Beispiel:
Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?

Aufgaben, in denen eine Modellierung von den Lernenden verlangt wird, werden unter dem Begriff **„ Fermi – Aufgaben“** zusammengefasst.

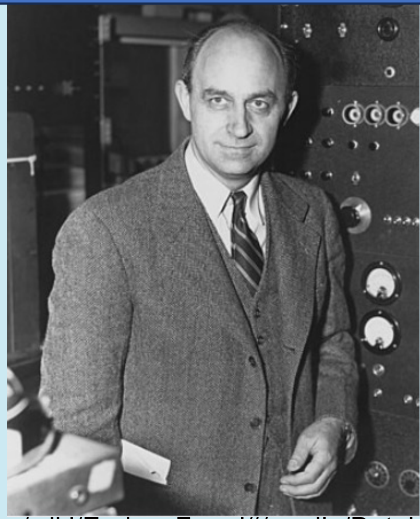


Bild: https://de.wikipedia.org/wiki/Enrico_Fermi#/media/Datei:Enrico_Fermi_1943-49.jpg

Sind die entsprechenden Modellierungen vertraut, können diese Aufgaben auch zum intelligenten Üben eingesetzt werden.

Diese gehen auf den Physiker Enrico Fermi (1901-1954) zurück, der seinen Studenten gerne Aufgaben stellte, in denen diese sich durch geeignete Annahmen und sinnvolle Schätzungen den Ergebnissen annähern und sich zugleich auch Gedanken bezüglich einer möglichen Validierungen machen sollten.

Vertiefung im Modul: Modellieren

Methodische Dimension

Methodische Dimension – die intelligente Organisation

Darunter versteht man die Organisation des Übens.

Mögliche Fragestellungen bezüglich der Organisation des Übens:
(nachrangig nach dem was und warum folgt das wie!)

Welche Methode ist geeignet?

Ist eine kooperative Lernform effektiver?

Wenn ja, welche Überlegungen sind in Bezug auf Differenzierungen und Hilfsmittel zu treffen?

Wie werden die Lösungen verglichen?

Welche Aufgaben werden im Plenum besprochen?

Welche Aufgaben können mit einem Lösungsblatt abgeglichen werden?

Wann soll die Sicherung stattfinden?

Braucht es für die Systematisierungs – und Sicherungsphase eine „neue“ Aufgabe?

…

Methodische Dimension

Methodische Dimension – die intelligente Organisation

Einige Beispiele für Methoden, in denen überwiegend geschlossene Aufgaben genutzt werden:

Einzelarbeit – *Checklisten, Tägliche Übungen, Top-Ten, ...*

Partnerarbeit – *Lern – Duo, Partner – Check ,Tandembögen, Stille Post (Faltzettel),...*

Gruppenarbeit – *Gruppenturnier, Aufgabenkartei…*

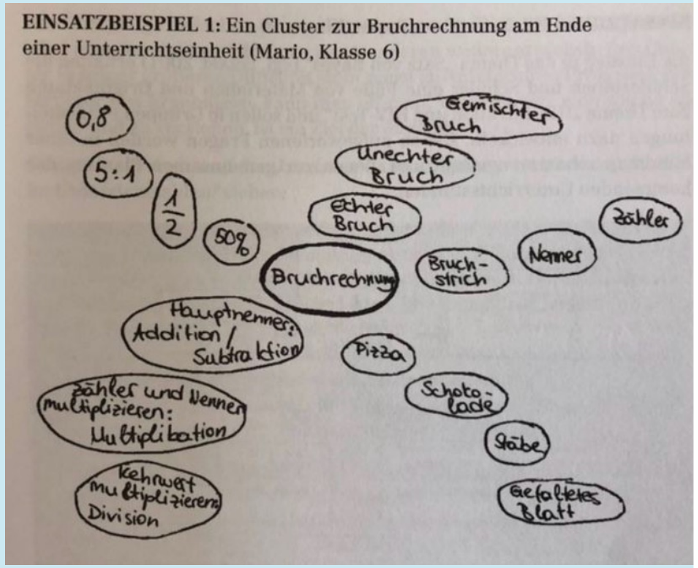
In allen Methoden gehört der Lösungsabgleich zur Methode.

Vertiefung – Methodische Dimension

Strukturierungshilfen: Lernüberblick und Checklisten (nach Römer, Matthias (2008):
„ Checklisten und Lernüberblicke -Selbstständiges Üben fördern“ in Mathematik lehren Heft 147, S.52f

Lernüberblick:
Die wichtigsten Bereiche eines Themas sind vernetzt dargestellt.
Dabei sind folgende Vorgaben zu beachten:

- Kurz fassen – nur die wichtigsten Themenbereiche sind dargestellt
- Schülergerechte Sprache verwenden – die SuS müssen sich unter den Begriffen etwas vorstellen können
- Stichworte zu den Oberbegriffen – Oberbegriffe mit Verben versehen, damit klar ist, was dort zu tun ist.
- Beziehungen grafisch verdeutlichen



Barzel, Bärbel (2012), S. 185

Einsatzmöglichkeiten:
SuS erstellen die Lernübersicht selbst.
Die Lernübersicht wird unterrichtsbegleitend gemeinsam erstellt.
SuS erhalten die Lernübersicht als Strukturhilfe.

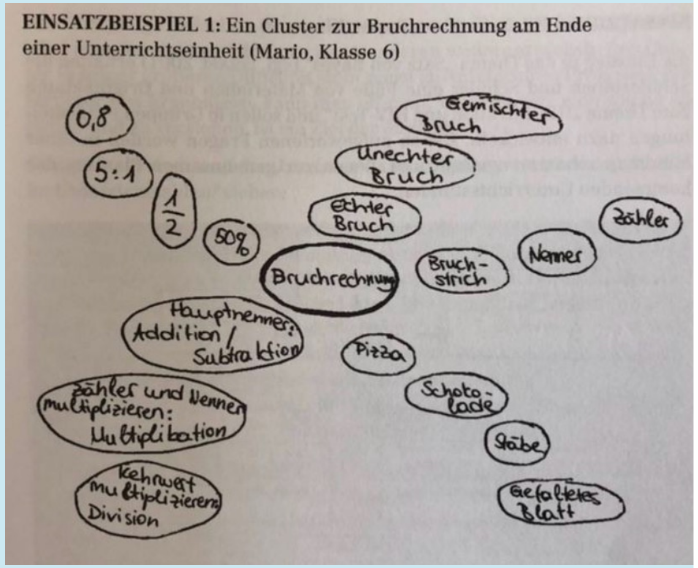
Vertiefung – Methodische Dimension

Aktivität 13: Lernüberblick erstellen

a) **Erstellen** Sie in Partner- oder Einzelarbeit einen Lernüberblick zur aktuellen oder zur nächsten Unterrichtseinheit.

b) **Bereiten** Sie eine kurze Präsentation dazu vor.

c) **Laden** Sie Ihren Lernüberblick im Studierendenordner (moodle) hoch!



Barzel, Bärbel (2012), S. 185

Aktivität 2: Rückblick - Basiswissen

Was verstehen Sie unter mathematischen Basiswissen?

a) Beschriften Sie die Karten stichwortartig/schlagwortartig mit mathematischen Basiskompetenzen.
Vergleichen Sie mit den Fachanforderungen!

Basiskompetenzen?

b) Sammeln Sie die Karten an der Übersichtswand.

Lernen als „harte Arbeit“ (Prof. Dr. Zierer) – Hattie - Studie

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Universität Augsburg University

Ich sehe Lernen als harte Arbeit.

Üben, üben, üben ...

... vielfältig
... herausfordernd
... regelmäßig.

Quelle: Folie aus Vortrag von Prof. Dr. Klaus Zierer , Uni – Augsburg, in Kiel am 13.02.2025

Take – Home - Message

Folgendes will ich im Unterricht ausprobieren…

Das war neu für mich…

Das war für mich die zentrale Botschaft…

Das kam für mich heute zu kurz…

Feedback

https://oncoo.de/q48i

Los geht's!

Ausblick

Das nächste Modul zum Thema

„Daten und Zufall I – mathematisch kommunizieren“

findet statt

am **28.05.2025**

online statt.

Gute Heimfahrt!

Quellenverzeichnis – **Hinweis Verweise/Quellen – Internetseiten finden Sie auf den Folien**

Abshagen, Maike u.a. (2021): Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten, 2. Auflage, Hannover, Klett – Verlag.

Barzel, Bärbel u.a. (2012): Mathematik Methodik – Handbuch für die Sekundarstufe I und II, 6. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Blum, Werner u.a. (2010) : Bildungsstandards Mathematik: konkret – Sekundarstufe 1: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen, 6. Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Bruder, Regina u.a. (2008): Mathematik lehren: Üben mit Konzept, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 147

Bühler, Katharina (2010): 55 Stundeneinstiege Mathematik – einfach, kreativ, motivierend, 1. Auflage, Donauwörth, Auer - Verlag

Drüke-Noe, C., Möller, G., Pallack, A., Schmidt, S., Schmidt, U., Sommer, N., & Wynands, A. (2011). Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht. Berlin: Cornelsen Verlag

Fauth, Benjamin (u.a.) (2021): Beobachtungsmanual zum Unterrichtsfeedbackbogen Tiefenstruktur, Institut für Bildungsanalysen Baden – Württemberg , Stuttgart.

Hesse, Daniela u. Kliemann, Sabine (2015): Methodenbuch Mathematik Sekundarstufe 1, 1. Auflage, Klett, Stuttgart

Leuders, Timo u.a. (2013): Mathematik Didaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II, 8.Auflage, Berlin, Cornelsen Scriptor

Meyer, Hilbert (2010):Was ist guter Unterricht, Berlin, Cornelsen Scriptor,

Michel, Christine (2009): Spiele zum Grundwissen Mathematik – 20 Einzel-, Partner – und Gruppenspiele zu den Themen der 5./6. Klasse, 1. Auflage, Buxtehude, Persen- Verlag

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): Fachanforderungen Mathematik, 2.Auflage, Kiel

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): ESA – Kurzformaufgaben aus dem ESA – Abschlussheft 2024 , Kiel

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur (2024): MSA – Kurzformaufgaben aus dem MSA – Abschlussheft 2024 , Kiel

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur (2018): MATHEMATIK Operatoren-Liste für den ESA / MSA für Schülerinnen und Schüler MIT ERKLÄRUNGEN UND AUFGABENBEISPIELE , Kiel

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig – Holstein (2015): Leitfaden zu den Fachanforderungen - Allgemein bildende Schulen Sekundarstufe I, 1. Auflage, Kiel

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig – Holstein (2023): Flyer – Basale Kompetenzen in der Grundschule, IQSH, Kronshagen

Poloczek, Joachim (2020): „ Stützpunktvorstellungen: Das Schätzen von Größen durch den Aufbau von Grundvorstellungen unterstützen“, S. 36ff. Aus Mathematik 5 – 10 Heft 52, Friedrich – Verlag, Hannover.

Pies – Hötzinger, Anja u.a. (2018): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Üben ohne Langeweile – mit Freude und Verstand, Velber, Friedrich – Verlag Heft 45

Pies – Hötzinger, Anja u.a. (2020): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Schätz mal – Größenvorstellungen aufbauen, Velber, Friedrich – Verlag Heft 52

Prediger, Susanne (2008): „Muster in Päckchen – Mit strukturierten Übungen Fertigkeiten trainieren und Strukturen erkennen, in: Mathematik 5 – 10, Heft 3, Friedrich Verlag

Ulm, Volker (2004): „ Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen: Sekundarstufe - Sinus Transfer“, Kallmeyer.

Vernay, Rüdiger Hrsg (2010): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Wo stehe ich? Wo will ich hin? Velber, Friedrich – Verlag, Heft 11

Vernay, Rüdiger Hrsg (2011): Mathematik – Unterricht – Aufgaben – Materialien 5 bis 10: Es geht ja doch – Mit Rechenschwäche umgehen, Velber, Friedrich – Verlag, Heft 17

Vollrath, Hans Joachim und Roth, Jürgen (2012): Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe, 2. Auflage, Heidelberg, Spektrum Verlag