

Kognitiv aktivierender Umgang mit Merkkästen

Susanne Prediger

Merkkästen schreibt man einfach ab, oder geht es auch kognitiv aktivierend?

Für die Phase des Systematisierens und Sicherns bieten die meisten Schulbücher nur fertige Merkkästen.

Im Beitrag wird dargelegt, mit welchen Aufgabentypen die Lernenden sich die Inhalte aktiv aneignen können.

Unterricht hat mehrere Phasen: erst wird erarbeitet, dann gesichert, dann geübt. Immer mehr Schulbücher bieten für das Erarbeiten und das Üben gute Aufgaben an. Nach dem Erarbeiten und vor dem Üben müssen gelernte Inhalte jedoch auch systematisiert und gesichert werden. Denn nur so können sie in den Köpfen der Lernenden geordnet, mit dem regulären Wissen der konventionellen Mathematik harmonisiert und schließlich so aufgeschrieben werden, dass man längerfristig darauf zugreifen kann (vgl. Prediger, Barzel, Leuders, Hußmann 2011).

Die meisten Lehrbücher stellen für die Phase des Systematisierens Merkkästen bereit, in denen das Zielwissen prägnant formuliert steht. Untersuchungen zeigen jedoch, dass viele Lernenden mit den Merkkästen allein nichts anfangen können, weil das Wissen oft sehr komprimiert und die Sprache anspruchsvoll ist.

In diesem Artikel werden daher Aufgabentypen vorgestellt, mit denen die Lernenden zur *kognitiv aktivierenden Auseinandersetzung* mit den Merkkästen des eigenen Schulbuchs angeregt werden können. Sie ermöglichen mit einfachen Mitteln eine deutliche Intensivierung der Lernprozesse.

Wozu kognitive Aktivierung?

Gesichert werden müssen im Unterricht alle typischen Wissensarten: sowohl Begriffe und inhaltliche Vorstellungen, als auch Sätze und Verfahren. *Abbildung 1* zeigt für jede Wissensart ein Beispiel, wie es in jedem Schulbuch stehen könnte.

Doch mit dem Merkkasten allein ist es nicht getan: Gerade schwächeren Lernenden fällt es aber oft schwer, sich die Inhalte der Kästen allein durch Abschreiben ins Merkheft zu eigen zu machen. Statt dessen ist es wichtig, in jeder Unterrichtsphase die Lernenden zum aktiven Denken zu bringen, denn nur bei kognitiver Aktivierung werden Lernangebote auch so verarbeitet, dass sie wieder abrufbar sind.

Eine radikale Möglichkeit zur kognitiven Aktivierung ist, die Lernenden immer alle Merkkästen selbst formulieren zu lassen (Gallin & Ruf 1990). Dies ist lehrreich und daher ab und zu im Unterricht auch instruktiv, gerade wenn die Formulierungsversuche dann gemeinsam diskutiert werden. Doch als flächendeckender Ansatz ist das komplett selbständige Formulieren für die meisten Lehrkräfte zu zeitaufwändig, denn jede Formulierung muss individuell korrigiert werden, damit sich Fehler nicht im Merkheft verfestigen.

Merkkasten A für den Begriff Parallelogramm

Ein Viereck heißt Parallelogramm, wenn es je zwei parallele und gleich lange Seiten hat.



Merkkasten B für inhaltliche Vorstellungen der Division

Eine Division wie $28 : 4$ kann zum Beispiel bedeuten:

28 m Kabel sollen in 4 m lange Stücke zerteilt werden.

28 verteilt auf 4



Merkkasten C für den Satz über Stufenwinkel

Zwei Stufenwinkel sind immer gleich groß.



Merkkasten D für das Verfahren Brüche addieren

So addiert man Brüche:

1. Gemeinsamen Nenner suchen
2. Brüche auf gemeinsamen Nenner verfeinern
3. Zähler addieren

Abb. 1: Beispiele für typische Merkkästen für Begriffe, Grundvorstellungen, Sätze und Verfahren

In verschiedenen Entwicklungsforschungsprojekten wurden daher Aufgabentypen gesammelt und erprobt, die zwar weniger offen sind als das völlig freie Selbstformulieren, aber dennoch die Lernenden kognitiv aktivieren zu sogenannten Aneignungshandlungen. Im Folgenden werden diese Aufgabentypen anhand der oben genannten Wissensarten beispielhaft vorgestellt.

Aneignungshandlungen für Begriffe

Das Finden und Identifizieren von Beispielen und Gegenbeispielen ist eine basale Aneignungshandlung, mit der sich schon kleine Kinder Begriffe zu eigen machen („Wauwau?“, „Nein, das ist ein Pferd.“).

Für den Unterricht ermöglichen entsprechende Aufträge (wie in Aufgabentyp A der Abb. 2) einen wichtigen ersten Zugriff auf Begriffe (Bruder 2001). Er wird im Weiteren durch eine Verständigung über die Merkmale ergänzt.

Dieser Aufgabentyp lässt sich auf andere Begriffe leicht übertragen und im Grad der Eigentätigkeit variieren:

- Sind folgende Zahlen als Brüche schreibbar?
- Finde eine rationale Zahl, die keine ganze Zahl ist.
- Paul hat ein Beispiel für eine lineare Funktion gesucht, was ist an seinem Beispiel falsch?

Praktisch ist, dass typische Fehlvorstellungen (z.B. „Das rote und das blaue Viereck sind keine Parallelogramme.“) gleich mit bearbeitet werden können.

Aneignungshandlungen für inhaltliche Vorstellungen

Für mathematische Begriffe, deren Bedeutung die Lernenden erst mental konstruieren müssen, reicht die reine Nennung von Beispielen nicht aus. Statt dessen müssen auch inhaltliche Vorstellungen gesichert werden (wie in Merkkasten B in Abb. 1).

Als Aneignungshandlung sehr bewährt hat sich für inhaltliche Vorstellungen gerade bei schwächeren Schülerinnen und Schülern, verschiedene Darstellungen (Aufgaben, Situationen, Bilder, ...) einander zuordnen zu lassen (Swan 2005). Eine solche Aufgabenstellung (wie Aufgabentyp B in Abb. 2) bietet viele Kommunikationsanlässe, zum Beispiel beim (Wieder-)Entdecken der Umkehrbeziehung von Multiplikation und Division, die denselben Bildern zugeordnet werden können.

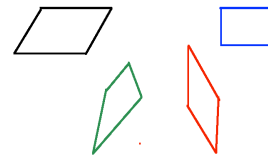
Aufgabentyp A für Begriffe:

Beispiele und Gegenbeispiele finden oder identifizieren

Welches der folgenden Vierecke ist ein Parallelogramm, welches nicht?

Erkläre, warum die Vierecke passen oder nicht passen.

Vergleiche eure Beispiele und Gegenbeispiele, korrigiert sie und übertrage sie in Euren Merkkasten im Heft.



Aufgabentyp B für inhaltliche Vorstellungen:

Darstellungsvernetzung

Hier hast du 4 Multiplikations- und Divisionsaufgaben sowie unterschiedliche Bilder und Situationen.

Welche gehören zusammen? Warum?

Schreibe sie übersichtlich zusammen in den Merkkasten.

28 m Kabel sollen in 4 m lange Stücke zerteilt werden.

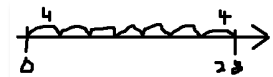
$$28 : 7 = 4$$

$$4 \cdot 7 = 28$$

28 Bonbons werden an 7 Kinder verteilt.

$$28 : 4 = 7$$

$$28 \cdot 4 = 112$$

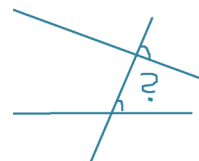


Aufgabentyp C für Sätze:

Fehler suchen

Karla hat zwei Stufenwinkel gezeichnet und nachgemessen:

Der Satz stimmt nicht, die beiden Winkel sind nicht gleich groß!



Wo ist Karlas Problem? Formuliert zusammen die Bedingung, wann der Satz wirklich gilt.

Vergleiche sie und übertrage sie dann in den Merkkasten.

Abb. 2: Aufgabentypen zum Aneignen der Merkkasten für Begriff, inhaltliche Vorstellung und Satz

Auch dieser Aufgabentyp lässt sich leicht auf andere Begriffe und die zugehörigen inhaltlichen Vorstellungen übertragen und im Grad der Eigentätigkeit variieren:

- Finde selbst eine Situation und eine Tabelle, die zur Funktionsgleichung $y = 3x + 5$ passt.
- Welche der Tabellen passt nicht zu der Funktionsgleichung? Warum?

Aneignungshandlung für Sätze

Eine mathematiktypische, aber anspruchsvolle Aneignungshandlung für Sätze ist das Begründen des Satzes. Einfacher ist das Reflektieren der Voraussetzungen des Satzes, wenn man mit falschen Beispielen konfrontiert ist. Während der Aufgabentyp B (in Abb. 2) ein Beispiel mittleren Anspruchs zeigt, bei dem die Lernenden mit der Formulierung der Voraussetzungen nicht allein gelassen werden sollten, zeigt folgendes Beispiel eine einfachere Fehlersuche, die auf die Anwendung des Winkelsummensatzes hinaus läuft:

- Merhan hat ein Dreieck gezeichnet und die Winkel gemessen: $a = 45^\circ$, $b = 70^\circ$, $\gamma = 115^\circ$
Wie kannst du schnell sehen, dass er einen Fehler gemacht hat? Welchen Satz nutzt du dazu?

Eine noch elementarere Aneignungshandlung für den Wortlaut des Satzes bestünde etwa darin, die Formulierungen kombinieren zu lassen:

- Welche Bausteine passen zusammen? Erkläre an dem Bild:
Zwei Wechselwinkel... ... sind immer gleich groß.
Zwei Stufenwinkel... ... ergeben zusammen immer 180°
Zwei Nebenwinkel...

Aneignungshandlung für Verfahren

Das in Merkkasten D der Abb. 1 aufgeführte Verfahren der Addition von Brüchen wird den Lernenden erst verständlich, wenn es mit einem Beispiel und passenden Bildern unterlegt wird.

Aufgabentyp D für Verfahren:
Reihenfolgen ordnen und Darstellungen vernetzen

Wie rechnet man die Aufgabe $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$?

Bringe die Rechenschritte und Bilder in eine Reihenfolge und ergänze die vollständige Rechnung.

Addieren
 $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

Verfeinern:
 $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$
 $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

Gemeinsamen Nenner suchen:

So rechnet man die Aufgabe $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

Schritt 1: Gemeinsamen Nenner suchen

3er 4er 12er

Rechnung: 3, 6, 9 (12) 4, 8, (12)

Schritt 2: Verfeinern

3er 4er 12er

Rechnung: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

Schritt 3: Addieren

3er 4er 12er

Rechnung: $\frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$

© Mathewerkstatt 6, Cornelsen Verlag, Berlin

Abb. 3: Aufgabentypen zum Aneignen des Merkkastens zum Verfahren (Prediger et al. 2013, S. 59)

Statt der Vorgabe eines fertigen Merkkastens (vgl. *Abb. 3 rechts*) kann eine kognitive Aktivierung der Lernenden dadurch erfolgen, dass sie die Schritte des Verfahrens und die zugehörigen Bilder selbst anordnen müssen (vgl. *Abb. 3 links*). So werden inhaltliche Vorstellungen und Verfahren gleichzeitig gesichert.

Fazit

Während sich einige Lernende zu sichernde Wissens- und Könnenselemente aus Merkkästen selbst-gesteuert zu eigen machen können, brauchen andere (gerade schwächere) Lernende dazu gezielte Anregungen durch Aufgaben. Die folgenden Aneignungshandlungen haben sich dazu besonders bewährt, weitere finden sich bei Prediger et al. (2011) und Swan (2005):

- Beispiele und Gegenbeispiele finden und identifizieren
- Darstellungen vernetzen
- Fehler suchen und korrigieren
- Reihenfolgen ordnen
- Satzbausteine verbinden

Die exemplarisch vorgestellten Aufgabentypen lassen sich auf andere Wissens- und Könnenselemente leicht übertragen. So können sie als Vorlage dienen, um schnell Aufgaben zu den eigenen Merkkästen zu konstruieren, auch wenn das eigene Schulbuch keine Aufgaben zum Systematisieren und Sichern anbietet. Dies ermöglicht, auch unvollständige Merkkästen um das Wesentliche zu ergänzen, zum Beispiel wenn nur ein Rechenverfahren ohne zugehörige Vorstellung vermerkt ist.

Anmerkung:

Zentrale Ideen dieses Artikels wurden im Projekt KOSIMA (Kontexte für sinnstiftendes Mathematiklernen) gemeinsam mit meinen Kollegen Bärbel Barzel, Timo Leuders und Stephan Hußmann entwickelt und mit zahlreichen Lehrkräften erprobt. Ihnen sei dafür herzlich gedankt. Viele Ansätze konnten wir im Schulbuch Mathewerkstatt 5-10 umsetzen, dafür gilt der Dank allen Autorinnen und Autoren und dem Cornelsen Verlag.

Literatur:

- Bruder, Regina (2001): Mathematik lernen und behalten. In: Pädagogik 53 (10), 15-18.
- Gallin, Peter & Ruf, Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung.
- Swan, Malcolm (2005): Standards Unit. Improving learning in mathematics: challenges and strategies. Nottingham: Shell Centre for Mathematical Education.
- Prediger, Susanne; Barzel, Bärbel; Hußmann, Stephan & Leuders, Timo (2013) (Hrsg.): Mathewerkstatt 6. Berlin: Cornelsen.
- Prediger, Susanne; Barzel, Bärbel; Leuders, Timo & Hußmann, Stephan (2011): Systematisieren und Sichern. Nachhaltiges Lernen durch aktives Ordnen. In: Mathematik lehren 164, 2-9.
- Prediger, Susanne & Wittmann, Gerald (2014): Verständiger Umgang mit Begriffen und Verfahren. Zentrale Grundlagen der Kompetenzaspekte Wissen-Erkennen-Beschreiben und Operieren-Berechnen. In: Linneweber-Lammerskitten, Helmut (Hrsg.): Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II. Seelze: Kallmeyer, 128-140.