

KOMPETENZEN | inhaltlich

→ Aufbau und Struktur von
Baumdiagrammen verstehen

KOMPETENZEN | prozessbezogen

→ Argumentieren
→ Kommunizieren
→ Präsentieren
→ Modellieren
→ Umgehen mit mathematischen
Darstellungen

ZEITBEDARF

→ eine Doppelstunde

ZUSÄTZLICHES MATERIAL

→ evtl. „Folienschnipsel“
mit Diagrammen und
Interpretationen (siehe Text)

MATERIALPAKET

→ Arbeitsblätter im
Materialheft
Seite 18–20
→ Hilfekärtchen als
KV im Materialheft
Seite 21

Heute mal andersrum!

Schülerinnen und Schüler interpretieren Baumdiagramme

Ute Sproesser

„Kennen wir doch schon längst!“, ruft ein Schüler meiner zehnten Klasse, nachdem ich ein Baumdiagramm an der Tafel skizziert habe. Schön, dass etwas hängengeblieben ist, denke ich mir, mal schauen, wie ihr heute mit der umkehrten Aufgabenstellung zurechtkommt ...

Manchmal habe ich das Gefühl, dass im Mathematikunterricht einfach nur Aufgabe nach Aufgabe abgearbeitet wird, ohne jede Reflexion des Lösungswegs oder des Ergebnisses. Dabei kann man gerade in der Rückschau einiges lernen, indem man ausgehend von der erarbeiteten Theorie noch einmal überlegt, was diese

eigentlich bedeutet und leistet. Statt also immer nur die reale Welt zu mathematisieren und dadurch von den Lernenden zu entfernen, kann man letztere durch dieses umgekehrte Vorgehen in der Mathematik ein Stück Welt erkennen lassen. Das motiviert sie und bringt sie dazu, ihren gesunden Menschenverstand (auch in der Mathematik) zu benutzen.

Im Bereich der Funktionen wird dieses „umgekehrte“ Prinzip, das darin besteht, ausgehend von einer mathematischen Darstellung eine dazu passende Sachsituationen zu konstruieren, bereits regelmäßig eingesetzt, wenn sich Schülerinnen

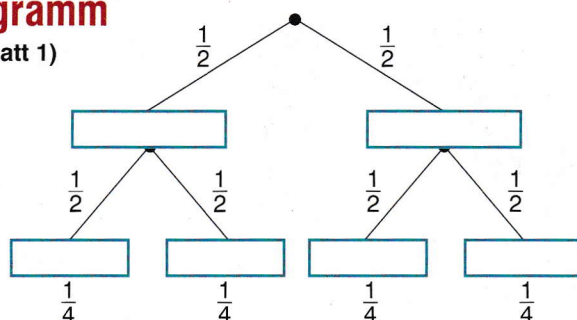
und Schüler zu gegebenen Funktionsgraphen Sachsituationen ausdenken sollen. In der hier vorgestellten Unterrichtsstunde wird die Methode am Beispiel des Baumdiagramms umgesetzt.

Schülerinnen und Schüler erkennen bei diesem Vorgehen durch die intensive Auseinandersetzung mit einem fertigen Diagramm strukturelle Merkmale und deren situative Entsprechung und haben aufgrund der nachhaltigen Verknüpfung zwischen formaler Darstellung und inhaltlicher Vorstellung künftig weniger Probleme mit der Erstellung und dem Verständnis von Baumdiagrammen. Ich habe diese Stunde unabhängig von der Unterrichtseinheit „Daten und Zufall“ in der 10. Klasse zur Wiederholung gehalten. Eine Umsetzung gegen Ende der Einheit ist aber ebenso denkbar.

Start ins Unbekannte

Ausgangspunkt ist heute das, was normalerweise am Ende steht: Ich zeige der Klasse ein Baumdiagramm mit allen Pfad- und Ereigniswahrscheinlichkeiten (wie beispielsweise das im Kasten 1). In einer freien Brainstorming-Phase wiederholen die Schülerinnen und Schüler wichtige Begriffe und Zusammenhänge und ich erhalte gleichzeitig einen Überblick darüber, was sie noch wissen. Ich kann an dieser Stelle Ergänzungen einbringen oder ab-

1 Baumdiagramm (aus Arbeitsblatt 1)



Beispiele für (passende und unpassende) Sachsituationen als Interpretationsvorschläge (aus Arbeitsblatt 2) für das Baumdiagramm:

- Eine Münze wird zweimal geworfen.
- Nils wählt sein Outfit aus 3 Hosen und 3 T-Shirts.
- Ein Glücksrad mit 2 gleichen Feldern wird 3-mal gedreht.

warten, ob die Schülerinnen und Schüler von selbst darauf kommen.

Anschließend soll die gegebene Darstellung interpretiert werden: Die Schülerinnen und Schüler überlegen sich mögliche Sachsituationen bzw. konkrete Aufgaben dazu und diskutieren im Plenum, warum eine Situation passt oder auch nicht. Dabei rekapitulieren sie, welchem Aspekt des Baumdiagramms welche situative Bedeutung entspricht. Ich kann hier als Lehrerin auch unpassende Beispiele zur Diskussion stellen, die die Schülerinnen und Schüler als solche entlarven sollen. Wenn sie nun begründen, warum die Aufgaben nicht passen, kommen sie schnell von sich auf die wesentlichen strukturellen Aspekte (Anzahl der Pfade bzw. der Stufen).

Gruppenphase: Expertenwissen aufbauen

Anschließend arbeitet die Klasse in Gruppen mit den Arbeitsblättern 1 und 2 **M**. Arbeitsblatt 1 zeigt sechs Baumdiagramme, auf Arbeitsblatt 2 stehen 27 mögliche Sachsituationen dazu. Für Beispiele siehe Kasten **1**.

Dabei hat es bei mir gut funktioniert, jede Gruppe zur „Expertengruppe“ für nur ein Baumdiagramm zu machen. Die Gruppen begründen dann an je einem situativen Beispiel sowie einem Gegenbeispiel genau, warum dieses (nicht) passt. Außerdem denken sie sich eigene passende Fragen und Situationen zum Diagramm

aus. Ich habe gute Erfahrungen damit gemacht, dafür genug Zeit zu lassen, damit die Lernenden alle Aufgaben durchdringen und eventuelle Unstimmigkeiten schon innerhalb der Gruppen diskutieren können. So wird das Argumentationspotenzial der Aufgaben intensiv genutzt. Um die Ergebnisse der Gruppen abzugleichen und um in der Lage zu sein, gemeinsam über strukturelle Eigenschaften von Baumdiagrammen zu diskutieren, präsentiert jede Expertengruppe ihre Aufgabe. Zur Vorbereitung kopiere ich die Arbeitsblätter auf Folie und zerschneide diese in einzelne Diagramme und Sachsituationen. Mithilfe dieser Folienschnipsel können die Gruppen ihre Erklärungen bei der anschließenden Präsentation klarer strukturieren und die Zuhörer können besser folgen.

Präsentation: vergleichen, diskutieren, argumentieren

In der Präsentationsphase stellen die Experten ihre Ergebnisse vor und begründen diese. Da jede Gruppe auch Sachsituationen zu Diagrammen anderer Gruppen zugeordnet hat, können hier leicht Diskussionen und Argumentationen auf der Basis mathematischer Problemstellungen initiiert werden. Die Schülerinnen und Schüler überzeugen sich gegenseitig, während ich eine moderierende Stellung einnehmen kann. Um eine solche Diskussion unter den Lernenden zu ermöglichen, gebe ich

2

Die Wahrscheinlichkeiten können unterschiedlich sein.
Ohne Zurücklegen: wahrscheinliche Namen

Wie viele Ausgänge ein Zufallsexperiment hat: so viele Pfade gehen von einem Punkt aus.

So oft wie es Stufen untereinander gibt, wird das Experiment durchgeführt.

den jeweiligen Experten bereits während der Gruppenarbeit Feedback. Durch die Argumentation für passende bzw. gegen unpassende Sachsituationen konnte die Klasse in dieser Phase die drei wesentlichen strukturellen Aspekte von Baumdiagrammen zusammenstellen **2**. Dies hilft den Lernenden künftig bei der Zuordnung und auch beim Erfinden von Sachsituationen. Außerdem erkennen sie, dass es verschiedene Sachsituationen bzw. Aufgabenstellungen gibt, die zu einem vorliegenden Diagramm gehören können.

Aufgaben zur Vertiefung

- Schülerinnen und Schüler denken sich zu den Baumdiagrammen von Arbeitsblatt 1 passende und nicht passende Aufgaben aus, diese werden gesammelt und vermischt. Anschließend bekommt jeder eine solche Aufgabe und muss diese begründet zuordnen. Dies kann auch in den Gruppen erfolgen, so dass gleichzeitig mehrere Durchgänge stattfinden können bzw. ob ein solches Diagramm inhaltlich überhaupt einen Sinn hat.
- Den Schülerinnen und Schülern werden fehlerhafte oder untypische Baumdiagramme (z. B. solche, bei denen die Summe der Pfade von einem Punkt aus ungleich 1 ist, oder solche mit unterschiedlich vielen Pfaden auf den verschiedenen Stufen) vorgelegt. Sie sollen nun überlegen, welche situative Bedeutung dies haben kann.
- Beurteilung von Schülerlösungen (siehe Arbeitsblatt 3 **M**). ◀

Tipps zur Differenzierung

- Schwächere Schülerinnen und Schüler können durch Hilfekarten unterstützt werden, auf denen elementare Hinweise stehen (wie zum Beispiel, dass die Anzahl der von einem Knoten ausgehenden Pfade gleich der Anzahl der zu unterscheidenden Ausgänge ist). Die Lernenden erhalten damit zugleich Formulierungshilfen, um ihr intuitives Verständnis in Worte zu fassen. Drei mögliche Hilfekarten **M** finden Sie als Kopiervorlage im Materialheft.
- Schnelle und leistungsstarke Schülerinnen und Schüler können ihre Erkenntnisse über strukturelle Diagramm-Merkmale sowie deren interpretative Bedeutung nutzen, indem sie sich auch mehrere eigene Fragen bzw. Situationen ausdenken.

Name: _____

Datum: _____

Thema: _____

Baumdiagramme interpretieren (I)

1. Ordnet den Baumdiagrammen passende Situationen von Arbeitsblatt 2 zu.

Einigt euch in der Klasse, welche Gruppe für welches Baumdiagramm die Expertenrolle übernimmt.

2. Aufgabe für die Expertengruppe

- Wählt zu eurem Baumdiagramm eine passende Situation aus den Vorschlägen von Arbeitsblatt 2 und erklärt ausführlich, warum diese passt.
- Nennt eine Situation, die hier **nicht** passt und begründet, warum diese nicht passt.
- Überlegt euch konkrete Fragen zu eurer gewählten Situation.
- Denkt euch eine eigene Aufgabe zu eurem Diagramm aus.

Diagramm I

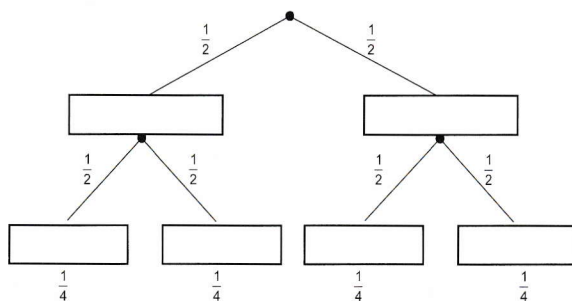


Diagramm II

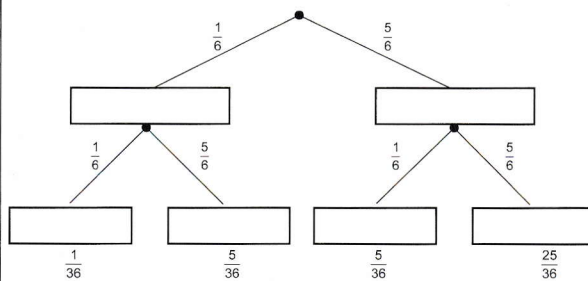


Diagramm III

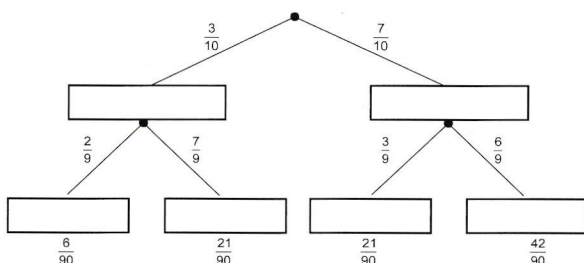


Diagramm IV

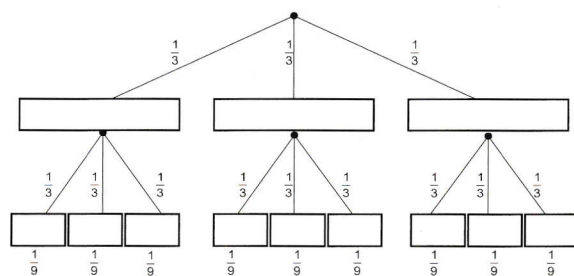


Diagramm V

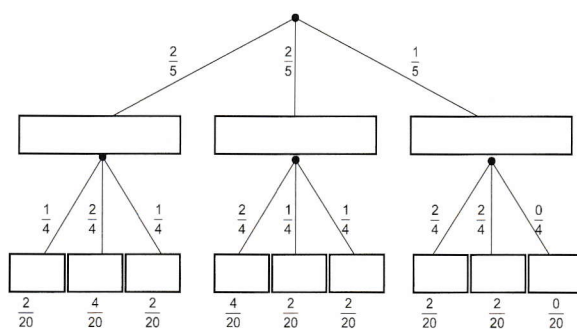
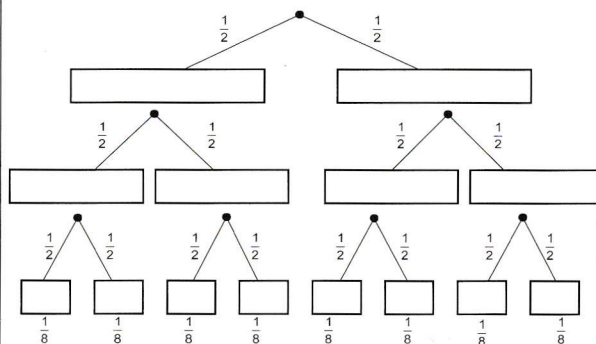


Diagramm VI



Baumdiagramme interpretieren (II)

In der Tabelle findet ihr verschiedene Zufallsexperimente bzw. Situationen. Überlegt, welche davon zu welchem Baumdiagramm von Blatt 1 passen.

1. Eine Münze wird zweimal geworfen.	2. Eine Münze wird dreimal geworfen.	3. Eine Münze wird viermal geworfen.
4. Aus einer Urne mit 5 gelben und 1 roten Kugel wird zweimal hintereinander mit Zurücklegen gezogen.	5. Aus einer Urne mit 3 blauen und 7 grünen Kugeln wird zweimal hintereinander mit Zurücklegen gezogen.	6. Aus einer Urne mit 2 blauen, 2 gelben und 1 grünen Kugel wird zweimal hintereinander ohne Zurücklegen gezogen.
7. Aus einer Urne mit 2 blauen, 2 gelben und 1 grünen Kugel wird zweimal hintereinander mit Zurücklegen gezogen.	8. Aus einer Urne mit 5 gelben und 1 roten Kugel wird zweimal hintereinander ohne Zurücklegen gezogen.	9. In einer Lostrommel befinden sich noch der Hauptgewinn, 2 Trostpreise und 2 Nieten. Ben kauft 2 Lose.
10. Aus einer Lostrommel mit 3 Gewinnen und 7 Nieten wird zweimal hintereinander ohne Zurücklegen ein Los entnommen.	11. Herr und Frau Meier wünschen sich 2 Kinder. Am liebsten hätten sie einen Jungen und ein Mädchen.	12. Frau Schneider erwartet Drillinge. Am liebsten hätte sie 3 Töchter, ihr Mann dagegen wünscht sich 3 Söhne.
13. Frau Link bekommt bald eineiige Zwillinge.	14. Ein Würfel wird zweimal hintereinander geworfen.	15. Ein Würfel wird dreimal hintereinander geworfen.
16. Ein Glücksrad mit 5 gleich großen Feldern (2 rote, 2 blaue, 1 gelbes) wird zweimal gedreht.	17. Ein Glücksrad hat 3 gleich große Felder: rot, blau, gelb. Es wird zweimal gedreht.	18. Ein Glücksrad mit 2 gleich großen Feldern wird dreimal gedreht.
19. Thomas wählt sein Outfit aus 2 Hosen und 2 T-Shirts.	20. Nils wählt sein Outfit aus 3 Hosen und 3 T-Shirts.	21. Marie wählt ihr Outfit aus 3 Röcken, 3 Blusen und 3 Paaren Pumps.
22. Lisa wählt ihr Outfit aus 2 Kleidern, 2 Handtaschen und 2 Paaren Flipflops.	23. Tom kann in der Kantine je beim Salat, bei der Hauptspeise und beim Dessert wählen, ob er Biokost möchte oder nicht.	24. Montags gibt es in der Mensa 3 verschiedene Hauptspeisen und 3 mögliche Desserts.
25. Freitags gibt es in der Mensa nur wenig Auswahl: 2 verschiedene Hauptspeisen und 2 Salate.	26. In der Unterstufendisko gibt es für 2,50 € ein Getränk (Cola, Fanta oder Wasser) und etwas zu essen (Hotdog oder Burger).	27. Angebot im Café Schiller: ein Heißgetränk (Kaffee, Kakao, Tee), ein Stück Kuchen (Obstkuchen, Rührkuchen, Torte) und ein Softdrink (Cola, Fanta, Wasser) für 5 €!

Name: _____

Datum: _____

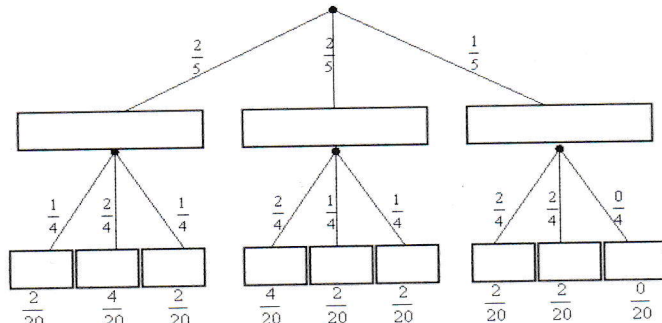
Thema: _____

Baumdiagramme interpretieren (III) – Zusatzarbeitsblatt

Sind die abgedruckten Schülerinterpretationen der Baumdiagramme richtig? Begründe.

Verbessere die falschen Interpretationen im gleichen Situationskontext.

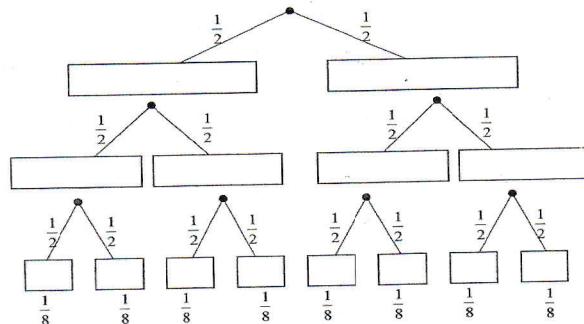
1.



Denke dir eine eigene Aufgabe zu eurem Diagramm aus!

Man isst 2 Muffins. Es gibt zur Auswahl 2 mit Schokolade, 2 mit Vanille und 1 mit Erdbeeren.

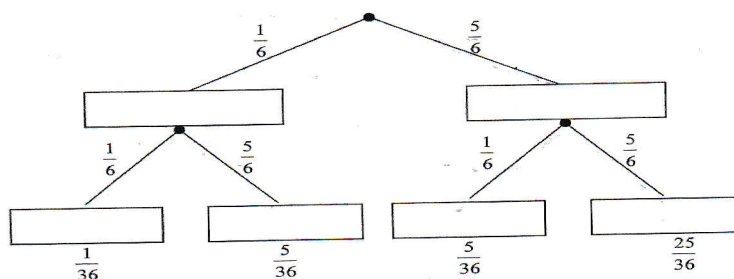
2.



Denke dir eine eigene Aufgabe zu eurem Diagramm aus!

Nathalie kann zwischen hohen und flachen Schuhen wählen. Danach zwischen Pumps und High Heels, Sneakers und Ballerinas und zwischen der Farbe schwarz und rot.

3.



Denke dir eine eigene Aufgabe zu eurem Diagramm aus!

6 T-Shirts: 1 rotes, 3 gelbe, 2 blaue
Prof:

Baumdiagramme interpretieren – Hilfekärtchen

Um einzelne Schülergruppen, die dies nötig haben, gezielt zu unterstützen, ohne direkte Lösungshinweise zu geben oder sogar Lösungsvorschläge zu machen, sind Hinweise, die das Denken in die richtige Richtung lenken, eine Möglichkeit. Hier finden Sie drei mögliche Hinweise, gestaltet als Hilfekarten zum Kopieren und Ausschneiden. Die Hilfekärtchen können bei Bedarf an einzelne Gruppen ausgegeben werden. Dadurch stellen Sie Ihren Schülerinnen und Schülern auch Formulierungen zur Verfügung, mit denen diese ihr intuitives Verständnis besser in Worte zu fassen können.

Hilfe 1:

Wie viele Pfade gehen von einem Knoten aus? So viele mögliche Ergebnisse kann das Zufallsexperiment bzw. die Sachsituation in einem Durchgang haben.

Hilfe 2:

Wie viele Stufen hat das Baumdiagramm? So viele zu unterscheidende Ausgänge kann das Zufallsexperiment bzw. die Sachsituation (meist hintereinander) haben.

Hilfe 3:

Welche Wahrscheinlichkeiten stehen an den Pfaden? Diese entsprechen in der jeweiligen Situation dem Bruch $\frac{\text{Anzahl der günstigen Möglichkeiten}}{\text{Anzahl aller Möglichkeiten}}$.