

Hilfsmittelfreier Teil

Aufgaben PLUS

HMF 1 - Analysis (Pool 1)

Für jeden Wert von a ($a \in \mathbb{R}, a \neq 0$) ist eine Funktion f_a durch $f_a(x) = a \cdot x^6 - x^4$ ($x \in \mathbb{R}$) gegeben.

1.1 Bestimme diejenigen Werte von a , für die f_a mehr als eine Nullstelle hat.

(3P)

1.2 Für genau einen Wert von a hat f_a an der Stelle $x = 1$ ein Minimum. Bestimme diesen Wert von a .

(2P)



HMF 2 - Analysis (Pool 1)

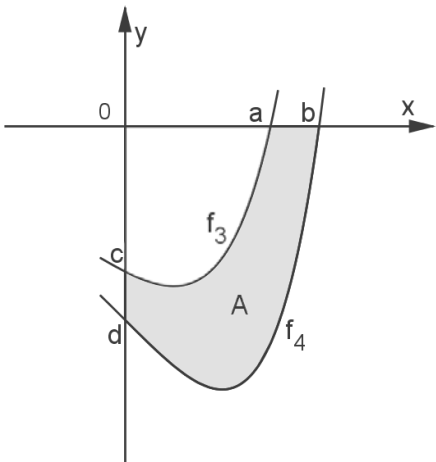
Gegeben ist die Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = (x - k) \cdot e^{\frac{1}{2}x}$ für $k > 0$ und $x \in \mathbb{R}$.

2.1 Berechne den Schnittpunkt des Graphen von f_k mit der x -Achse.

(2P)

2.2 Die Skizze zeigt die Graphen der Funktionen f_3 und f_4 .

Kreuze in der folgenden Tabelle an, welche der Terme den Inhalt des markierten Flächenstücks A richtig angeben und welche nicht.



Term	richtig	falsch
$\left \int_d^b f_4(x) \, dx - \int_c^a f_3(x) \, dx \right $		
$\left \int_0^a f_4(x) \, dx - \int_0^b f_3(x) \, dx \right $		
$\left \int_0^a f_3(x) \, dx - \int_0^b f_4(x) \, dx \right $		
$\int_0^b f_4(x) \, dx - \int_0^a f_3(x) \, dx$		
$\int_0^a f_3(x) \, dx - \int_0^b f_4(x) \, dx$		
$\int_0^b f_3(x) - f_4(x) \, dx$		

(3P)



Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6$ ($x \in \mathbb{R}$).

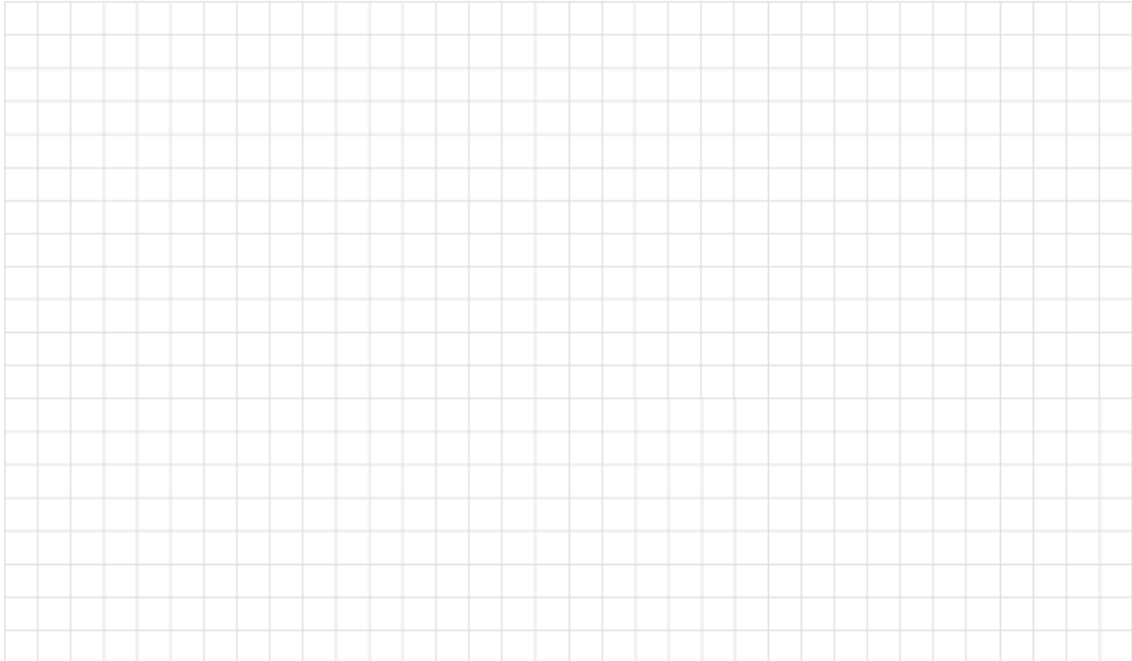
- 3.1 Weise nach, dass der Wendepunkt des Graphen von f auf der Geraden mit der Gleichung $y = x - 2$ liegt.

(3P)

- 3.2 Der Graph von f wird verschoben. Der Punkt $(2 \mid 0)$ des Graphen der Funktion f besitzt nach der Verschiebung die Koordinaten $(3 \mid 2)$. Der verschobene Graph gehört zu einer Funktion h .

Gib eine Gleichung von h an.

(2P)



HMF 4 - Analytische Geometrie (Pool 1)

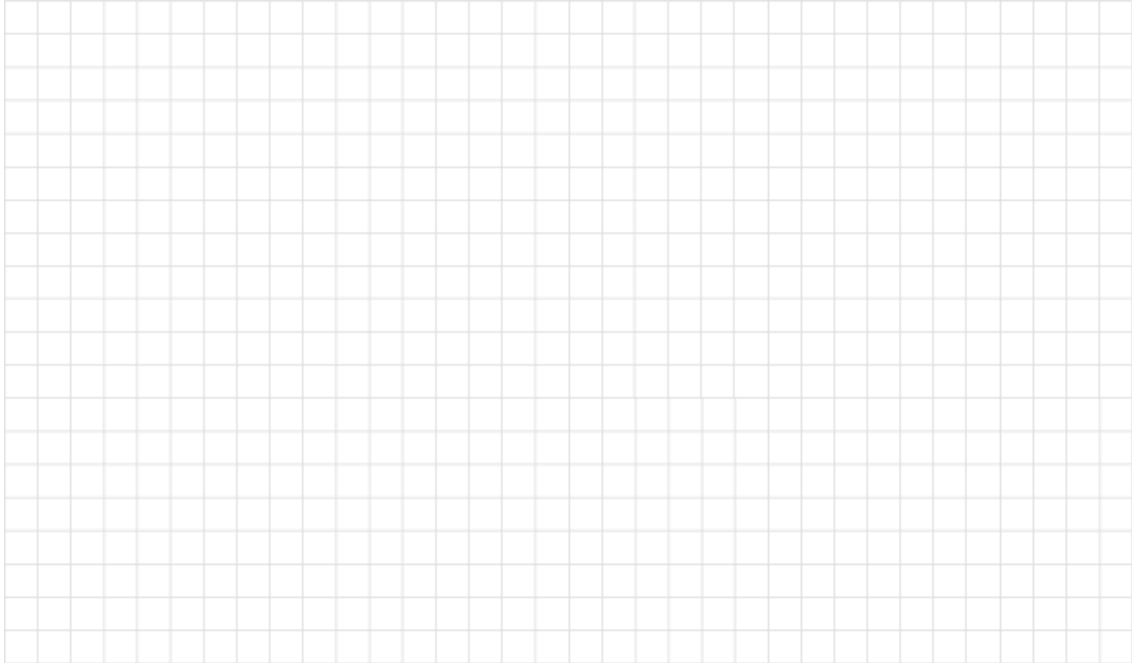
- 4.1 Gegeben seien die Vektoren $\vec{u}$, $\vec{v}$ und $\vec{w} \in \mathbb{R}^3$ und die reellen Zahlen r und t . Kreuze in der folgenden Tabelle an, ob es sich bei dem Ausdruck um einen Vektor oder um eine Zahl handelt, oder ob der Ausdruck nicht definiert ist.

Ausdruck	Vektor	Zahl	nicht definiert
$(\vec{u} \circ \vec{v}) + \vec{w}$			
$ \vec{u} ^2 - \vec{w} ^2$			
$(\vec{u} \times \vec{v}) - (r \cdot t) \cdot \vec{w}$			
$(\vec{u} \circ \vec{u}) + (r - t)^2$			
$(r \cdot \vec{u}) \circ (t \times \vec{u} \times \vec{v})$			
$\vec{u} \times ((\vec{w} - \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v}))$			

(3P)

- 4.2 Gegeben seien die Punkte A , B und C , die nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Gib eine Gleichung der Ebene E , die die Punkte A , B und C enthält, in allgemeiner Form an. Gib einen Vektor, der orthogonal zu dieser Ebene ist und die Länge 1 hat, in allgemeiner Form an.

(2P)



HMF 5 - Analytische Geometrie (Pool 1)

Die Gerade g verläuft durch die Punkte $A(0 \mid 1 \mid 2)$ und $B(2 \mid 5 \mid 6)$.

- 5.1 Zeige, dass die Punkte A und B den Abstand 6 haben.
Die Punkte C und D liegen auf g und haben von A jeweils den Abstand 12.
Bestimme die Koordinaten von C und D .

(3P)

- 5.2 Die Punkte A , B und $E(1 \mid 2 \mid 5)$ sollen mit einem Punkt die Eckpunkte eines Parallelogramms bilden. Für die Lage des vierten Eckpunktes gibt es mehrere Möglichkeiten.
Gib für zwei dieser Möglichkeiten die Koordinaten des vierten Eckpunktes an.

(2P)



HMF 6 - Analytische Geometrie (Pool 2)

Gegeben ist eine Kugel K um den Ursprung durch $K : \vec{x}^2 = 144$, eine Gerade g mit $g : \vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und eine Ebene E mit $E : 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0$.

6.1 Berechne die Schnittpunkte der Kugel K und der Geraden g .

(3P)

6.2 Bestimme den Mittelpunkt und den Radius des Schnittkreises der Kugel K mit der Ebene E .

(2P)



HMF 7 - Stochastik (Pool 1)

50 % der Studierenden, die sich zu einer Klausur anmelden, sind Wiederholer. Kurz vor der Prüfung treten 28 % der Wiederholer und 12 % der anderen Prüflinge von der Klausur zurück.

Es wird ein angemeldeter Studierender zufällig ausgewählt. Verwende folgende Bezeichnungen:

W: Der Prüfling ist Wiederholer.

Z: Der Prüfling tritt von der Klausur zurück.

7.1 Erstelle zu diesem Sachverhalt ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm mit allen Pfadwahrscheinlichkeiten.

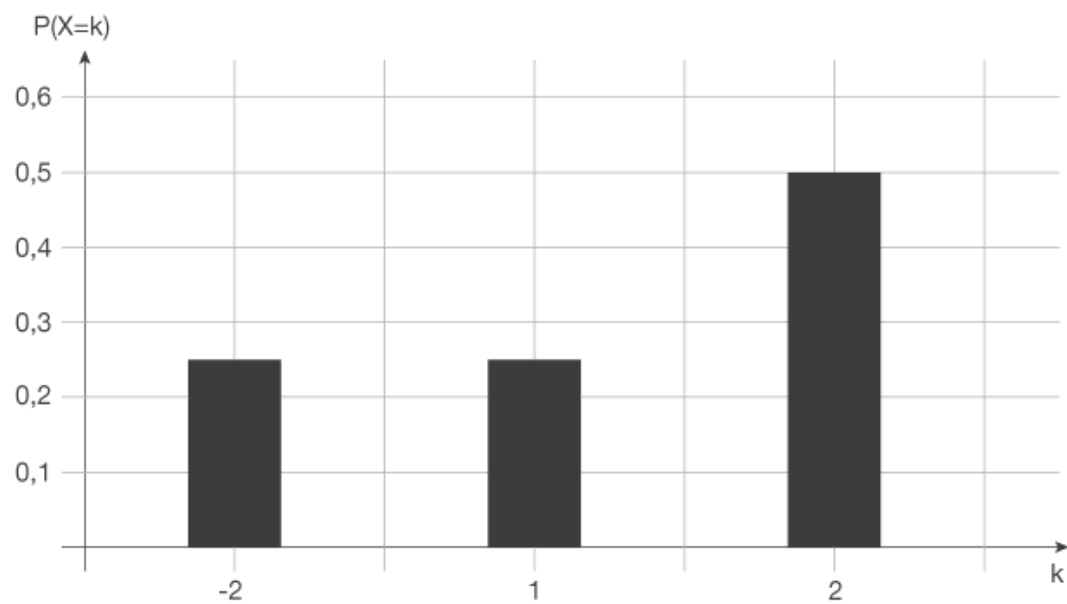
(3P)

7.2 Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig auszuwählender Prüfling Wiederholer ist, unter der Bedingung, dass er an der Prüfung teilgenommen hat.

(2P)



HMF 8 - Stochastik (Pool 1)



Für ein Zufallsexperiment wird eine Zufallsvariable X festgelegt, welche die drei Werte -2 , 1 und 2 annehmen kann. In der Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dargestellt.

8.1 Ermittle mithilfe der Abbildung den Erwartungswert der Zufallsvariablen X .

(2P)

8.2 Das Zufallsexperiment wird zweimal durchgeführt. Dabei wird jeweils der Wert der Zufallsvariablen X notiert.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe dieser beiden Werte negativ ist.

(3P)

