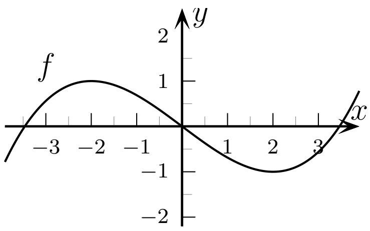
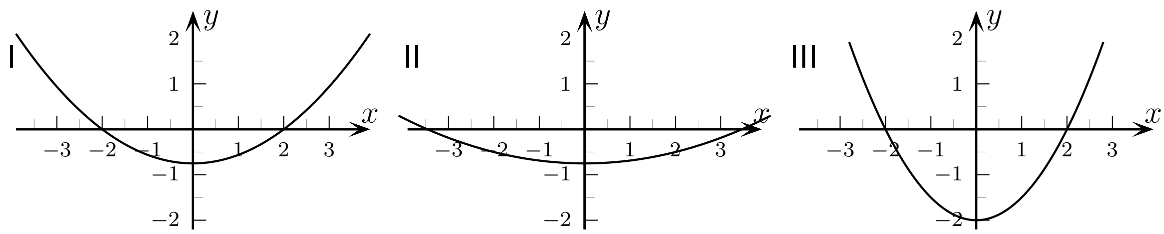
HMF 6 - Analysis (Pool 1)

Der abgebildete Graph stellt eine Funktion f dar.



6.1 Einer der folgenden Graphen I, II oder III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f. Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen.



(3 P)

6.2 Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f. Geben Sie das Monotonieverhalten von F im Intervall $[1\,;\,3]$ an. Begründen Sie Ihre Angabe.

(2 P)

	Vorgaben für die Bewertung von HMF 6 - Analysis (Pool 1)
6.1	Graph I Begründung: Graph II kommt nicht infrage, da die Extremstellen von f Nullstellen von f' sein müssen. Graph III kommt nicht infrage, da die Steigung des Graphen von f im Punkt $\big(0 \mid f(0)\big)$ nicht kleiner als -1 ist. 3 P
6.2	Für $1 \leq x \leq 3$ gilt $F'(x) = f(x) \leq 0$. Damit ist F im gegebenen Intervall monoton fallend. *Alternative Lösung:* *Für $1 \leq x \leq 3$ gilt $F'(x) = f(x) < 0$. Damit ist F im gegebenen Intervall streng monoton fallend.* 2 P

HMF 8 - Analysis (Pool 2)

Für jede reelle Zahl a ist die Funktion f_a durch $f_a(x) = x^2 + a \cdot (3 - 4\,x) + a^2$ gegeben.

8.1 Sei zunächst $a = 1$. Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion f_1.

(2 P)

8.2 Untersuchen Sie, ob der Punkt $P(1\,|\,\frac{3}{4})$ Tiefpunkt des Graphen einer der Funktionen f_a ist.

(3 P)

	Vorgaben für die Bewertung von HMF 8 - Analysis (Pool 2)
8.1	$\quad f_1(x) = 0$ $\Leftrightarrow\quad x^2 + 1 \cdot (3 - 4\,x) + 1^2 = 0$ $\Leftrightarrow\quad x^2 - 4\,x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow\quad (x-2)^2 = 0$ $\Leftrightarrow\quad x = 2$ Damit ist die Stelle 2 die einzige Nullstelle der Funktion f_1. 2 P
8.2	$f_a'(x) = 2x - 4\,a$ $f_a'(1) = 0 \Leftrightarrow 2 - 4\,a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$ $f_{\frac{1}{2}}(1) = 1 + \frac{1}{2} \cdot (3 - 4 \cdot 1) + (\frac{1}{2})^2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $f_{\frac{1}{2}}'(x) = 2\,x - 2$ $f_{\frac{1}{2}}''(x) = 2 > 0$ für alle x Damit ist $(1\,|\,\frac{3}{4})$ Tiefpunkt des Graphen von $f_{\frac{1}{2}}$. 3 P