

B3: Funktionaler Zusammenhang Sek. II

26.11.25

Marvin Krüger



Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

B3 Strukturen und funkt. Zusammenhang Sek. II

Ziel: Die LiV kennen **geeignete Kontexte**, um in die Differentialrechnung einzuführen und können Software zur Visualisierung und zur didaktischen Reduktion einsetzen.

Am Beispiel werden Merkmale eines gelungenen **Einstiegs in den Analysisunterricht in der Sek II** erarbeitet, bei dem die Neuerarbeitung von Inhalten mit der Wiederholung von Grundlagen aus dem SI-Unterricht verknüpft wird.

Verschiedene **Zugänge zum Ableitungsbegriff** werden thematisiert und ein **themenorientierter Unterrichtsgang** erarbeitet, bei dem **Excel**

oder Geogebra als Hilfsmittel zur Visualisierung und zum Auslagern aufwändiger Berechnungen einbezogen werden. Die LiV formulieren Bedingungen für Null-, Extrem- und Wendestellen und visualisieren diese mit Geogebra. Die Zusammenhänge zwischen Bestand, momentaner und mittlerer Änderungsrate und Mittelwertintegral werden im Sachzusammenhang verdeutlicht. Anhand von Aufgaben aus dem Zentralabitur werden exemplarisch Fähigkeiten ermittelt, die die SuS haben müssen, um **hilfsmittelfreie Aufgaben im Abitur** lösen zu können.

08:30 Block 1 Begrüßung, Organisation
 Bericht aus der Unterrichtspraxis
 Abitur

Kaffeepause

Block 2 Darstellungswechsel
 Einstiege in die Differentialrechnung

12:30 Mittagspause

Block 3 Grundvorstellungen zur Differentialrechnung

Kaffeepause

Block 4 Bedingungen finden und nutzen,
 Graphisches Ableiten

15:30 Abschluss

Organisatorisches

Das Wichtigste...

Wie geht's Ihnen?

Was ist Ihnen zuletzt richtig gut gelungen?

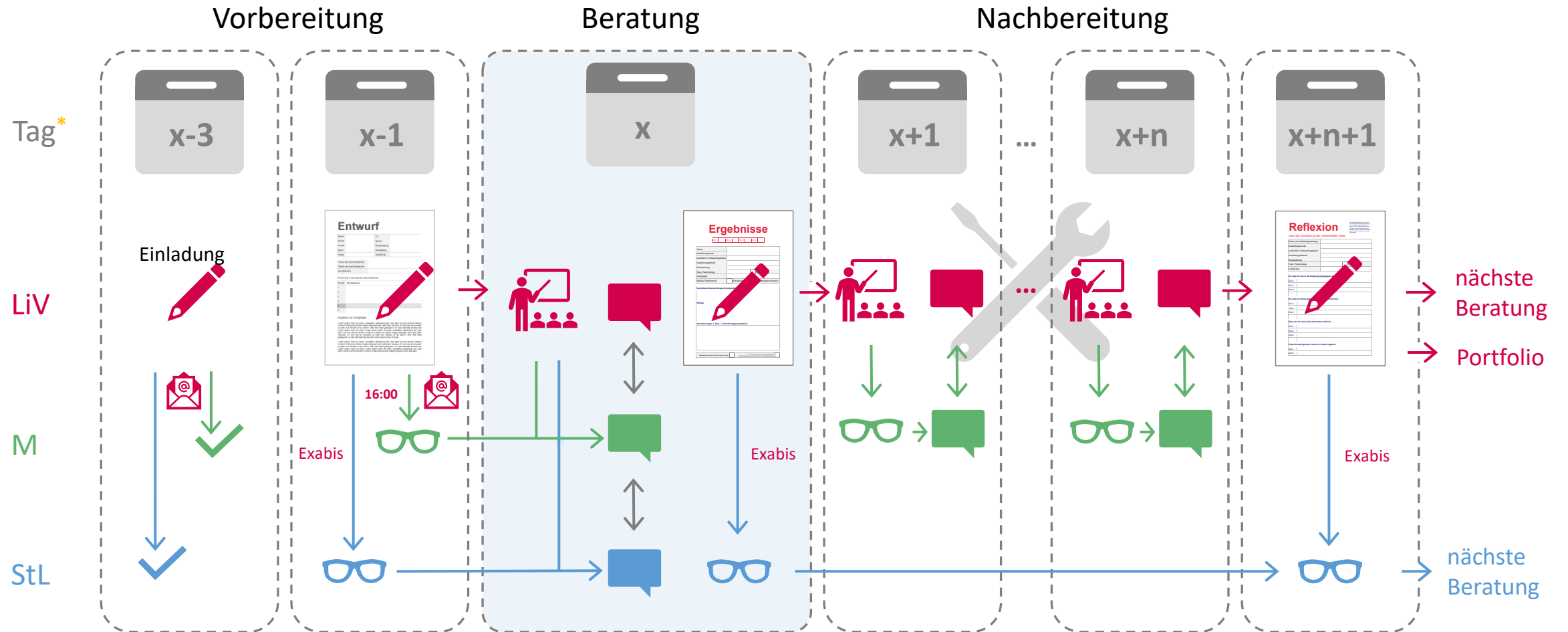
Wo gab es Probleme?



Austausch

Ausbildungsberatung

Ablauf



Ausbildungsberatung

Portfolio



Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Startseite Dashboard **Meine Kurse**

Exabis ePortfolio / Meine Portfolio Artefakte

Exabis ePortfolio

Warum ePortfolio Mein Lebenslauf **Meine Portfolio Artefakte** Meine Portfolios Geteilte Portfolios

Import/Export

Das ePortfolio-System kann verwendet werden um Webadressen, Dateien, Notizen und Kommentare zu verwalten.
[Weitere Informationen anzeigen ...](#)

Kategorien:

Kategorie Neues Artefakt hinzufügen



Unterstützung E-Portfolio für LiV
(Exabis)
Ausbildung und Qualifizierung

⋮

Seit dem Schuljahr 2025/26 auch für die Beratungsbegleitung verpflichtend!

Ausbildungsberatung

Entwurf

UNTERRICHTSENTWURF			
Fach:	Mathematik	Lehrer in Vorbereitung ¹ :	Stephan Bura
Klasse:	5b	Schule:	Gymnasium Harksheide
Raum:	OS1		
Zeit:	Block 2 (09-35-10:20) 45'	Datum:	07.12.18

THEMA DER UNTERRICHTSEINHEIT: Rechnen mit Termen
THEMA DER UNTERRICHTSSTUNDE: Vorfahrtsregeln beim Berechnen von Termen

HAUPTINTENTION DER STUNDE: Die Schülerinnen und Schüler² erkennen im Kontext einer Frage von „Wer-wird-Millionär“ die Notwendigkeit von „Vorfahrtsregeln“ für das Berechnen von Termen und wenden diese in der Folge richtig an.

EINBINDUNG IN DIE LAUFENDE UNTERRICHTSEINHEIT:

1. Vorfahrtsregeln beim Berechnen von Termen	07.12.
2. Rechenbaume	11.12.
3. Term-Baum-Fachausdrücke (Darstellungswechsel)	14.12.
4. Weihnachtszauber	18.12.
5. Assoziativ- und Kommutativgesetz (Rechenvorteile)	08.01.
6. Distributivgesetz	11.01.
7. Rechnen mit Variablen als Platzhalter	15.01.
8. Umkehroperationen	18.01.

ZU FORDERNDE KOMPETENZEN: Zum einen soll in dieser Unterrichtsstunde mit Hilfe eines problematisierenden Einstiegs der Kompetenzbereich K1 „Mathematisch argumentieren“ (1, S.18) angesprochen werden. Zum anderen soll durch eine produktive Übungsaufgabe der Kompetenzbereich KS „Mit Mathematik symbolisch, formal und technisch umgehen“ (1, S.19) gestärkt werden, indem die SuS den Umgang mit Klammern als „Routineverfahren“ von „Operationen mit mathematischen Objekten“ kennen und anwenden lernen (ebd., Kompetenzstufe 1).

1. UNTERRICHTLICHE VORAUSSETZUNGEN
Seit Beginn des Schuljahres wird die Klasse 5b, bestehend aus 29 SuS (10 Mädchen, 19 Buben), in vier Stunden (2 x 90 min) pro Woche von mir unterrichtet. Zwar haben sich die SuS in der neuen Schule bereits eingelebt und kennen sich untereinander sowie die Lehrer, jedoch befindet sich die Klassengemeinschaft noch in der Findungsphase. Es bestehen noch Schwierigkeiten (Klassen-)Regeln einzuhalten. Um dem zu entgegenen wurde beispielsweise von den beiden Klassenlehrern eine „Klassenampel“ installiert, an die Namen von ermahnten SuS gesteckt werden. Ebenso wurden Lob- und Tadelzettel eingeführt, die insbesondere zusammen mit dem von den SuS zu führenden Logbuch einen entsprechenden Austausch mit den Eltern begünstigen sollen.
Die SuS empfinden die am Gymnasium Harksheide üblichen 90-min-Blöcke als sehr lang. Die Teilnahmebereitschaft der SuS am Unterrichtsgeschehen ist im starken Maße abhängig von der bereits verstrichenen Unterrichtszeit. Während am Anfang einer Stunde die SuS von sich aus konzentriert arbeiten, haben sie am Ende Probleme dem Unterrichtsgeschehen aufmerksam zu folgen. Um die SuS vor wichtigen Phasen zu aktivieren, werden daher von mir an passender Stelle im Unterrichtsgang Energizer (2), kleine Bewegungs- und Aktivierungsübungen, eingebaut.
Bedingt durch die verschiedenen Grundschulen, von denen die SuS an das Gymnasium Harksheide wechselten, sind die Vorkenntnisse im Fach Mathematik sehr unterschiedlich. Dies konnte ich beispielsweise im Themenbereich „schriftliches Rechnen“ feststellen: Einige SuS beherrschten alle schriftlichen Rechenverfahren bereits sicher. Anderen SuS waren bis zu zwei schriftlichen Rechenverfahren ungeläufig. Diesem Sachverhalt Rechnung tragend, versuche ich an gegebenen Stellen im Unterricht Differenzierungsmaßnahmen zu ergreifen und insbesondere Einstiege zu planen, die mit unterschiedlichem Vorwissen zu bearbeiten sind.

2. VORSTELLUNG DES UNTERRICHTSGEGENSTANDES
Nachdem in der letzten Stunde die Themeneinheit Figuren beendet wurde, steht die heutige Stunde am Anfang zur Themeneinheit „Rechnen mit Termen“, welche gemäß des Fachcurriculums Mathe-

¹ Im Folgenden mit LV abgekürzt.
² Im Folgenden mit SuS abgekürzt.

Sinn und Zweck?

<https://www.oncoo.de/dkku>

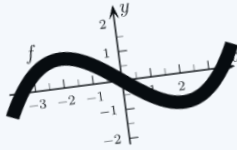
Erläutern Sie die Bedeutung und den Nutzen der schriftlichen Unterrichtsvorbereitung.



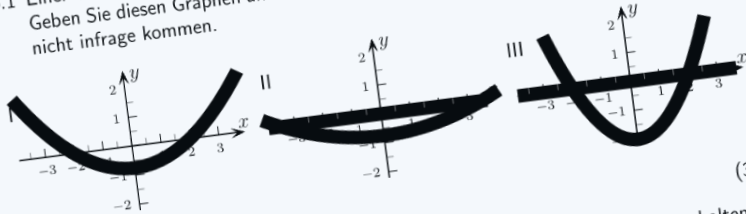
Diskussion

HMF 6 - Analysis (Pool 1)

Der abgebildete Graph stellt eine Funktion f dar.



6.1 Einer der folgenden Graphen I, II oder III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f . Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen.



(3 P)

6.2 Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f . Geben Sie das Monotonieverhalten von F im Intervall $[1; 3]$ an. Begründen Sie Ihre Angabe.

(2 P)

Vorgaben für die Bewertung von HMF 6 - Analysis (Pool 1)

- 6.1 Graph I
Begründung: Graph II kommt nicht infrage, da die Extremstellen von f Nullstellen von f' sein müssen. Graph III kommt nicht infrage, da die Steigung des Graphen von f im Punkt $(0 | f(0))$ nicht kleiner als -1 ist. 3 P
- 6.2 Für $1 < x < 3$ gilt $F'(x) = f(x) < 0$. Damit ist F im gegebenen Intervall monoton

Kernfach Mathematik

HMF 8 - Analysis (Pool 2)

Für jede reelle Zahl a ist die Funktion f_a durch $f_a(x) = x^2 + a \cdot (3 - 4x) + a^2$ gegeben.

8.1 Sei zunächst $a = 1$. Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion f_1 .

(2 P)

8.2 Untersuchen Sie, ob der Punkt $P(1 | \frac{3}{4})$ Tiefpunkt des Graphen einer der Funktionen f_a ist.

(3 P)

Vorgaben für die Bewertung von HMF 8 - Analysis (Pool 2)

8.1

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 1 \cdot (3 - 4x) + 1^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \end{aligned}$$

Damit ist die Stelle 2 die einzige Nullstelle der Funktion f_1 .

2 P

$$\begin{aligned} f'_a(x) &= 2x - 4a \\ f'_a(1) &= 0 \Leftrightarrow 2 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \\ f_{\frac{1}{2}}(1) &= 1 + \frac{1}{2} \cdot (3 - 4 \cdot 1) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \\ f'_{\frac{1}{2}}(x) &= 2x - 2 \\ f''_{\frac{1}{2}}(x) &= 2 > 0 \text{ für alle } x \end{aligned}$$

Damit ist $(1 | \frac{3}{4})$ Tiefpunkt des Graphen von $f_{\frac{1}{2}}$.

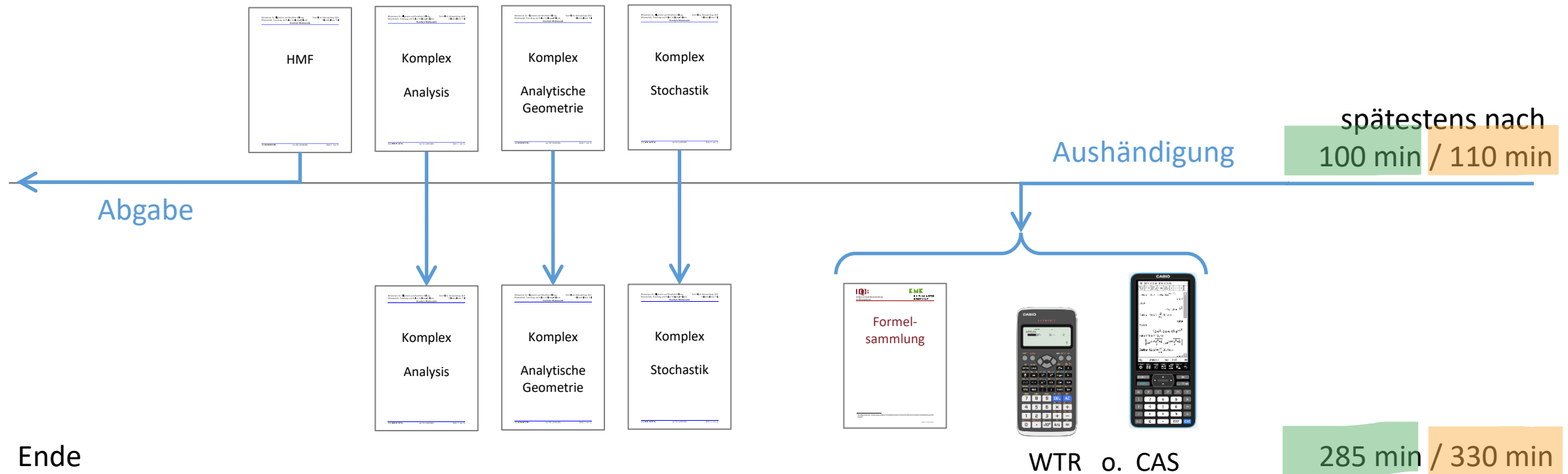
**Abitur
Regelungen**

Abitur ab 2027 **gA** und **eA**

Ablauf

Start

0 min



Abitur ab 2027 **eA**

Zusammenfassung

Teil	Zeit min	Auswahl				Aufgaben	BE	
			Wer?	Wann?	Was?	AFB		
A	max.	HMF	Gruppe 1	-		vier von vier	I, II	20
	110		Gruppe 2	SoS	in der Prüfung	zwei von sechs	II, III	10
B	mind.	Analysis		LK + APK	vor der Prüfung	eine von zwei	I, II, III	30
	220	Anal. Geo.		SoS	in der Prüfung	eine von zwei	I, II, III	20
		Stochastik		LK + APK	vor der Prüfung	eine von zwei	I, II, III	20
Σ 330 Minuten								Σ 100

Abitur ab 2027 ^{gA}

Zusammenfassung

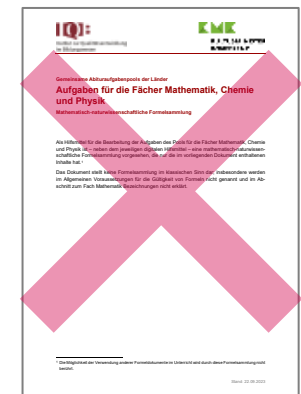
Teil	Zeit min	Auswahl				Aufgaben	BE	
			Wer?	Wann?	Was?	AFB		
A	max.	HMF	Gruppe 1	-	drei von drei	I, II	15	
	100			SoS	in der Prüfung	eine von drei	I, II	5
				Gruppe 2	SoS	in der Prüfung	drei von sechs	II, III
B	mind.	Analysis		LK + APK	vor der Prüfung	eine von zwei	I, II, III	25
	185	Anal. Geo.		LK + APK	vor der Prüfung	eine von zwei	I, II, III	15
			Stochastik		LK + APK	vor der Prüfung	eine von zwei	I, II, III
Σ 285 Minuten								Σ 80

Abitur

Teil A: Hilfsmittelfreier Teil

Aufgabeninhalte:

- Namen und Definitionen (Funktion, Graph, Stelle, Wert, Sekante, Tangente, Ableitung)
- Aufstellen von Funktionstermen zu Sachproblemen
- Lesen und Interpretieren von Graphen
- Lösen von Gleichungen: linear, quadratisch, 3. Grades und 4. Grades in einfachen Fällen
- einfaches LGS lösen können, Kenntnisse über Lösbarkeit
- Gegenbeispiel: Polynomdivision
- Wissen über Lösbarkeit und Anzahl von Lösungen
- Ableitungsregeln (Potenzregel, Summenregel, Faktorregel, Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel, spezielle Funktionen)
- graphisches Ableiten, graphisches Integrieren



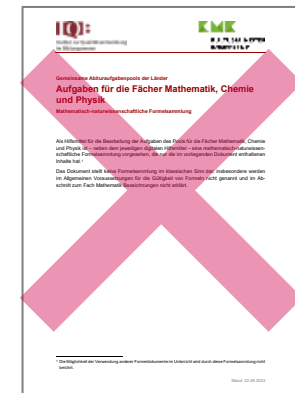
Abitur

Teil A: Hilfsmittelfreier Teil



Aufgabeninhalte:

- Sätze (notwendige Bedingung, hinreichende Bedingung, Hauptsatz)
- Integrationsregeln (spezielle Integrale, einfache Fälle von Substitution)
- Gegenbeispiel: komplizierte Fälle von Substitution und partieller Integration
- Flächenberechnung (Grenzen, Nullstellen), Rotationsvolumen
- prinzipielles Aussehen der Graphen bestimmter Funktionen (lineare Funktion, quadratische Funktion, Polynome, Exponentialfunktion, trigonometrische Funktionen, Wurzelfunktion)

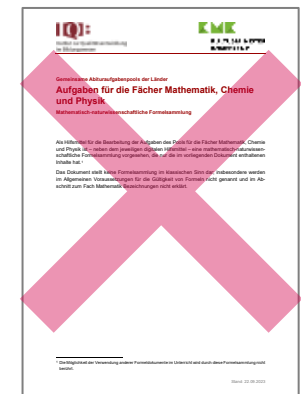


Abitur

Teil A: Hilfsmittelfreier Teil

Aufgabeninhalte:

- Auswirkungen von Parametern in Funktionstermen auf Form und Lage des Graphen wie seitliche Verschiebung, vertikale Streckung/Stauchung, horizontale Streckung/Stauchung
- Bestimmen des Funktionsterms aus den Eigenschaften des Graphen: Gleichungen aufstellen
- Gegenbeispiel: kompliziertes LGS lösen



Abitur - Hilfsmittel

Teil B: Komplexe teil

–Einsatz schon im Unterricht
und in Klausuren

–vom IQB entwickelt



Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Aufgaben für die Fächer Mathematik, Chemie und Physik

Mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung

Als Hilfsmittel für die Bearbeitung der Aufgaben des Pools für die Fächer Mathematik, Chemie und Physik ist – neben dem jeweiligen digitalen Hilfsmittel – eine mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung vorgesehen, die nur die im vorliegenden Dokument enthaltenen Inhalte hat.¹

Das Dokument stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar; insbesondere werden im Allgemeinen Voraussetzungen für die Gültigkeit von Formeln nicht genannt und im Abschnitt zum Fach Mathematik Bezeichnungen nicht erklärt.

¹ Die Möglichkeit der Verwendung anderer Formeldokumente im Unterricht wird durch diese Formelsammlung nicht berührt.

Stand: 22.09.2023



1 Mathematik

Ebenen

- Parameterform: $\vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \vec{u} + \mu \cdot \vec{v}$
- Koordinatenform: $n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + k = 0$
- Normalenform: $\vec{n} \circ (\vec{x} - \vec{a}) = 0$

1.4 Stochastik

Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Die folgenden Aussagen zu Ereignissen A und B sind äquivalent:

- A und B sind stochastisch unabhängig.
- $P_B(A) = P(A)$
- $P_A(B) = P(B)$

Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Zufallsgrößen

- Für eine Zufallsgröße X mit den Werten $x_1, x_2, \dots, x_n$ gilt:
 - Erwartungswert: $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$
 - Varianz: $\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot P(X = x_i)$
 - Standardabweichung: $\sqrt{\text{Var}(X)}$
- Für eine binomialverteilte Zufallsgröße X gilt:
 - $P_p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
 - Erwartungswert: $\mu = n \cdot p$
 - Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$
- Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsgröße: $\varphi(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

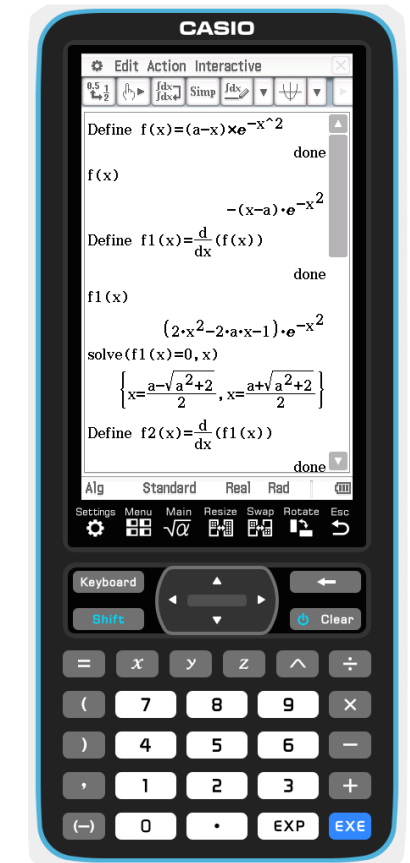
Abitur - Hilfsmittel

Teil B: Komplexteil

- wissenschaftlicher Taschenrechner (WTR)
oder
Computer Algebra System (CAS)
- Einsatz schon im Unterricht und in Klausuren
- CAS-Aufgaben bis 2029 weiterhin möglich
- nach 2029 für alle mit MMS



WTR



CAS

Abitur ab 2027

Hilfreiche Links



Infos rundherum:

<https://fachportal.lernnetz.de/sh/faecher/mathematik/fortbildungen/oapvo-2021.html>

Prüfungsregelungen

<https://za.schleswig-holstein.de/?view=100&path=1%20Abitur|2024>

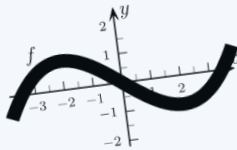
Beispielaufgaben vom iqb

<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik/>

Kernfach Mathematik

HMF 6 - Analysis (Pool 1)

Der abgebildete Graph stellt eine Funktion f dar.



6.1 Einer der folgenden Graphen I, II oder III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f . Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen.



(3 P)

6.2 Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f . Geben Sie das Monotonieverhalten von F im Intervall $[1; 3]$ an. Begründen Sie Ihre Angabe.

(2 P)

Vorgaben für die Bewertung von HMF 6 - Analysis (Pool 1)

- 6.1 Graph I
Begründung: Graph II kommt nicht infrage, da die Extremstellen von f Nullstellen von f' sein müssen. Graph III kommt nicht infrage, da die Steigung des Graphen von f im Punkt $(0 | f(0))$ nicht kleiner als -1 ist. 3 P
- 6.2 Für $1 < x < 3$ gilt $F'(x) = f(x) < 0$. Damit ist F im gegebenen Intervall monoton

Kernfach Mathematik



HMF 8 - Analysis (Pool 2)

Für jede reelle Zahl a ist die Funktion f_a durch $f_a(x) = x^2 + a \cdot (3 - 4x) + a^2$ gegeben.

8.1 Sei zunächst $a = 1$. Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion f_1 .

(2 P)

8.2 Untersuchen Sie, ob der Punkt $P(1 | \frac{3}{4})$ Tiefpunkt des Graphen einer der Funktionen f_a ist.

(3 P)

Vorgaben für die Bewertung von HMF 8 - Analysis (Pool 2)

$$\begin{aligned} 8.1 \quad & f_1(x) = 0 \\ & \Leftrightarrow x^2 + 1 \cdot (3 - 4x) + 1^2 = 0 \\ & \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \\ & \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \\ & \Leftrightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Damit ist die Stelle 2 die einzige Nullstelle der Funktion f_1 .

2 P

$$\begin{aligned} & f'_a(x) = 2x - 4a \\ & f'_a(1) = 0 \Leftrightarrow 2 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \\ & f_{\frac{1}{2}}(1) = 1 + \frac{1}{2} \cdot (3 - 4 \cdot 1) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \\ & f''_{\frac{1}{2}}(x) = 2 > 0 \quad \text{für alle } x \end{aligned}$$

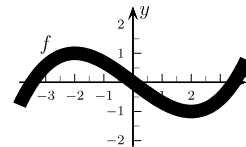
Damit ist $(1 | \frac{3}{4})$ Tiefpunkt des Graphen von $f_{\frac{1}{2}}$.

Abitur
Hilfsmittelfreie Aufgaben

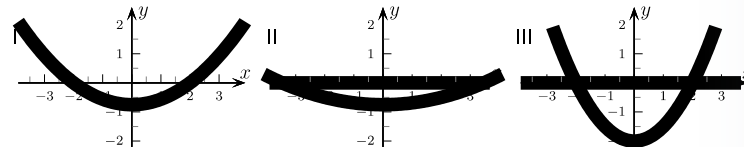
Kernfach Mathematik

HMF 6 - Analysis (Pool 1)

Der abgebildete Graph stellt eine Funktion f dar.



6.1 Einer der folgenden Graphen I, II oder III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f . Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen.



(3 P)

6.2 Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f . Geben Sie das Monotonieverhalten von F im Intervall $[1; 3]$ an. Begründen Sie Ihre Angabe.

(2 P)

Vorgaben für die Bewertung von HMF 6 - Analysis (Pool 1)	
6.1	Graph I

Kernfach Mathematik

HMF 8 - Analysis (Pool 2)

Für jede reelle Zahl a ist die Funktion f_a durch $f_a(x) = x^2 + a \cdot (3 - 4x) + a^2$ gegeben.

8.1 Sei zunächst $a = 1$. Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion f_1 . (2 P)

8.2 Untersuchen Sie, ob der Punkt $P(1 | \frac{3}{4})$ Tiefpunkt des Graphen einer der Funktionen f_a ist. (3 P)

Vorgaben für die Bewertung von HMF 8 - Analysis (Pool 2)	
8.1	$f_1(x) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 1 \cdot (3 - 4x) + 1^2 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0$ $\Leftrightarrow x = 2$ Damit ist die Stelle 2 die einzige Nullstelle der Funktion f_1.
8.2	$f'_a(x) = 2x - 4a$ $f'_a(1) = 0 \Leftrightarrow 2 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$ $f_{\frac{1}{2}}(1) = 1 + \frac{1}{2} \cdot (3 - 4 \cdot 1) + (\frac{1}{2})^2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $f'_{\frac{1}{2}}(x) = 2x - 2$ $f''_{\frac{1}{2}}(x) = 2 > 0 \quad \text{für alle } x$ Damit ist $(1 \frac{3}{4})$ Tiefpunkt des Graphen von $f_{\frac{1}{2}}$.

2 P

3 P

Vergleichen Sie anschließend ...

b1) ... den angehängten Erwartungshorizont mit Ihren eigenen Lösungswegen. An welchen Stellen sind Sie anders vorgegangen?

b2) ... diese Klausuren mit Ihren eigenen Erfahrungen aus der Schulzeit. Hat sich die Aufgabenkultur verändert?

Welche Kompetenzen benötigen Schüler*innen zum Lösen dieser Aufgaben?



Austausch

Differentialrechnung

Fachanforderungen

Fachanforderungen Mathematik

Allgemein bildende Schulen
Sekundarstufe I
Sekundarstufe II

2.2.4 Leitidee 4: Funktionaler Zusammenhang

In der Oberstufe werden die in der Sekundarstufe I vermittelten Kenntnisse über Funktionen und ihre Eigenschaften vertieft und insbesondere um die infinitesimalen Methoden der Differenzial- und Integralrechnung erweitert.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
bestimmen die Definitions- und Wertemenge einer Funktion in geeigneter Schreibweise, bestimmen die Wertemenge bei eingeschränkter Definitionsmenge, nutzen Funktionen verschiedener Funktionsklassen zur Modellierung, Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge, stellen funktionale Zusammenhänge in verschiedenen Formen dar und wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen Graph, Tabelle, Term und verbaler Beschreibung, untersuchen einfache Funktionen auf die Existenz einer Umkehrfunktion und bestimmen diese, beschreiben die Veränderung des Graphen von f beim Übergang von $f(x)$ zu $f(x) + c$, $c \cdot f(x)$, $f(x + c)$, $f(c \cdot x)$, bestimmen Funktionen oder Parameter in Funktionstermen aus Bedingungen an die Funktion oder deren Ableitungen, untersuchen Funktionen auch rechnerisch auf Punktsymmetrie zum Ursprung und Achsensymmetrie zur y-Achse, erkennen Symmetrien zu beliebigen Punkten beziehungsweise Achsen.	• Definitions- und Wertemenge einer Funktion • Intervall • ganzrationale Funktionen • Wurzelfunktionen • $f(x) = \frac{1}{x}$ • $f(x) = x^q$ mit $q \in \mathbb{Q}$ • Exponentialfunktionen • e-Funktion • Logarithmusfunktionen • In-Funktion • Umkehrfunktion • Sinusfunktion • Kosinusfunktion • Verknüpfungen • Verkettungen • Funktionenscharen • Verschiebung in x- beziehungsweise y-Richtung • Streckung in x- beziehungsweise y-Richtung • Spiegelung an der x- beziehungsweise y-Achse • Punkt- und Achsensymmetrie • gerade und ungerade Funktionen	Die Unterscheidung der Begriffe Stelle, Funktionswert und Punkt ist deutlich herauszuarbeiten. Um die funktionale Abhängigkeit zu betonen, ist die in der Sekundarstufe I eingeführte Schreibweise $f(x) = \dots$ beizubehalten. Wertetabellen können schnell mit entsprechenden Funktionen digitaler Mathematikwerkzeuge erstellt werden.

Inhaltsbezogene Kompetenzen <i>Die Schülerinnen und Schüler...</i>	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
deuten die Ableitung als lokale Änderungsrate und interpretieren sie in Sachzusammenhängen, bestimmen die Gleichung der Tangente beziehungsweise der Normalen in einem Punkt eines Funktionsgraphen, deuten die Ableitung im Zusammenhang mit der lokalen Approximation einer Funktion durch eine lineare Funktion. , interpretieren die Ableitungsfunktion im Sachzusammenhang, entwickeln Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen und umgekehrt, prüfen zusammengesetzte Funktionen auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit.	• lokale Änderungsrate • Differenzialquotient • Tangentensteigung • Ableitung • Normale • Newton-Verfahren • Ableitungsfunktion • Stetigkeit • Differenzierbarkeit • grafisches Differenzieren • Skizzieren von Stammfunktionen • zusammengesetzte, beziehungsweise abschnittsweise definierte Funktionen	Es genügt ein intuitives Verständnis der Stetigkeit und Differenzierbarkeit. Dabei sollen die anschaulichen Begriffe <i>sprungfrei</i> und <i>knickfrei</i> bekannt sein. An dieser Stelle soll die gedankliche Umkehrung des Differenzierens thematisiert werden, der Integralbegriff folgt erst später.
deuten die zweite Ableitung als Steigungsfunktion der ersten Ableitung, deuten das Vorzeichen der zweiten Ableitung als Indikator für die Krümmungsrichtung des Graphen der Ausgangsfunktion.	• Wendepunkte als Punkte des Graphen mit lokal extremer Steigung • Links-, Rechtskrümmung • Wendepunkt als Punkt, in dem sich die Krümmungsrichtung des Graphen ändert	
bilden Ableitungen der Funktionen der oben genannten Funktionsklassen.	• Ableitungsregeln zu den oben genannten Funktionsklassen • Summenregel • Faktorregel • Potenzregel • Produktregel • Kettenregel	Auf grundlegendem Niveau sollen vorzugsweise einfache verkettete Funktionen betrachtet werden.
Fortführung der Tabelle »		

Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler...	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
rechnen mit n -Tupeln und wenden die Rechengesetze eines Vektorraumes an, nutzen die Rechengesetze für Skalarprodukt und Vektorprodukt zum Berechnen und Umformen von Termen sowie zum Lösen von Vektorgleichungen.	• der 2-dimensionale Vektorraum $\mathbb{R}^2$ • der 3-dimensionale Vektorraum $\mathbb{R}^3$ • Nullvektor • Gegenvektor • Addition von Vektoren • Multiplikation von Vektoren mit Skalaren • Vektorgleichungen • Linearkombination • lineare Abhängigkeit • lineare Unabhängigkeit • Skalarprodukt • Vektorprodukt	Durch die Interpretation von Vektoren als Verschiebungen kann auf ihre Definition als Äquivalenzklasse (Pfeilkategorie) verzichtet werden.

2.2.2 Leitidee 2: Messen

In der Oberstufe wird das Messen als universelles Werkzeug zum Quantifizieren und Vergleichen um die Ableitung, das Integral sowie das Skalar- und das Vektorprodukt erweitert. Die Leitidee Messen ist in besonderem Maße mit anderen Leitideen verknüpft.

Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler...	Verbindliche Themen und Inhalte	Vorgaben und Hinweise
bestimmen die mittlere Änderungsrate und deuten sie im Sachzusammenhang.	• mittlere Änderungsrate • Differenzenquotient einer Funktion • Sekantensteigung / mittlere Steigung	Zum Aufbau einer Grundvorstellung des Steigungsbegriffs sollten die Schülerinnen und Schüler zur Bestimmung von Sekantensteigungen zunächst Zeichnungen heranziehen. Für Visualisierungen sollte ein digitales Mathematikwerkzeug genutzt werden.
erläutern den Übergang vom Differenzenquotienten zum Differenzialquotienten, deuten die lokale Änderungsrate im Sachzusammenhang, nutzen die Definition des Differenzialquotienten, um die lokale Änderungsrate numerisch zu bestimmen, deuten den Schnittwinkel zwischen den Graphen als Winkel zwischen den Tangenten an die Graphen im Schnittpunkt.	• lokale Änderungsrate • Differenzenquotient • Differenzialquotient • Tangentensteigung • Differenzierbarkeit • Schnittwinkel von Graphen	Der Übergang vom Differenzenquotienten zum Differenzialquotienten sollte durch Grenzwertprozesse intuitiv erfasst und mit digitalen Mathematikwerkzeugen veranschaulicht werden. Auch mithilfe der Tabellenkalkulation kann das Verständnis des Grenzwertprozesses unterstützt werden. Dabei sollten links-, rechts- und beidseitige Grenzwertprozesse betrachtet werden.
deuten die Schreibweise des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Folge verfeinerter Messergebnisse, nutzen das Integral zur Bestimmung von Mittelwerten, bestimmen den Inhalt von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt werden, und deuten diese Flächeninhalte im Sachzusammenhang.	• Approximation von Flächeninhalten • bestimmtes Integral • Mittelwertbestimmung • uneigentliches Integral	Es genügt, Rechteckstreifen zur Approximation zu betrachten. Es soll ein intuitives Verständnis von uneigentlichen Integralen gewonnen werden. Es sollen auch Sachprobleme betrachtet werden, bei denen ein negativer Integralwert im Sachzusammenhang eine Bedeutung hat.

Fortführung der Tabelle »

Darstellungswechsel

Darstellungswechsel

Aufgabe

f ist eine differenzierbare Funktion, so dass $f(-x) = -f(x)$ gilt.

Überlegen Sie, welche der folgenden Aussagen zutreffen:

i) $f'(-a) = -f'(-a)$

ii) $f'(-a) = f'(a)$

iii) $f'(-a) = -f'(a)$

iv) keine von i) – iii)

Darstellungswechsel

Reflexion

f ist eine differenzierbare Funktion, so dass $f(-x) = -f(x)$ gilt.

Überlegen Sie, welche der folgenden Aussagen zutreffen:

- i) $f'(-a) = -f'(-a)$
- ii) $f'(-a) = f'(a)$
- iii) $f'(-a) = -f'(a)$
- iv) keine von i) – iii)

In welcher Darstellung haben Sie (gedanklich) gearbeitet?

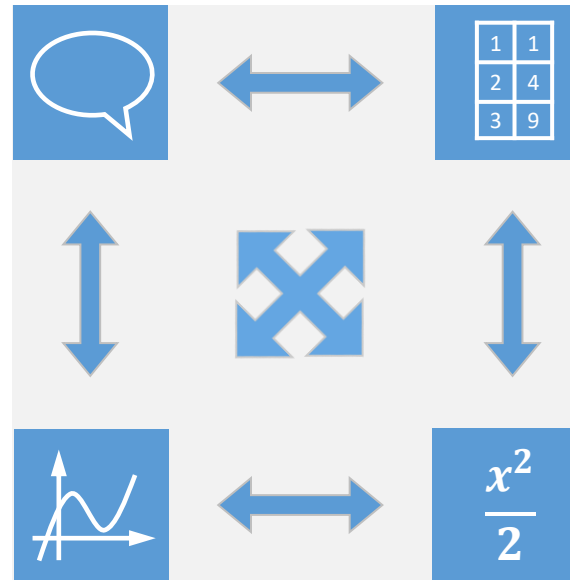
Zwischen welchen Darstellungen haben Sie gewechselt?

Darstellungsformen

Funktionen

Wdh. aus Modul B2
Funktionaler Zusammenhg.

verbal
Beschreibung
einer Situation



numerisch
konkrete
Werte(paare)

graphisch
Graph o.
Diagramm

symbolisch
(Funktions-)term,
Formeln

Einstiege in die Analysis

Eine Schachtel aus Papier

Beispiel 1



- a) Basteln Sie eine solche Schachtel.
- b) Versuchen Sie eine solche Schachtel mit maximalem Volumen zu basteln.

Für eventuelle Rechnungen arbeiten Sie mit den Seitenlängen 30 cm bzw. 21 cm.

Eine Schachtel aus Papier

Reflexionsaufgaben

1.
 - a) Antizipieren Sie mögliche Probleme, die SuS bei der Bearbeitung haben können.
 - b) Überlegen Sie sich geeignete Impulse bzw. Unterstützungen für die SuS.
2.

Erörtern Sie, ob und inwiefern diese Aufgabe als Einstieg in die Analysis der Oberstufe geeignet ist.
3.
 - a) Sichten Sie das „Basismodell Problemlösen“.
 - b) Diskutieren Sie, inwiefern Sie diese Modelle bei der Unterrichtsgestaltung berücksichtigen könnten/sollten/wollen.



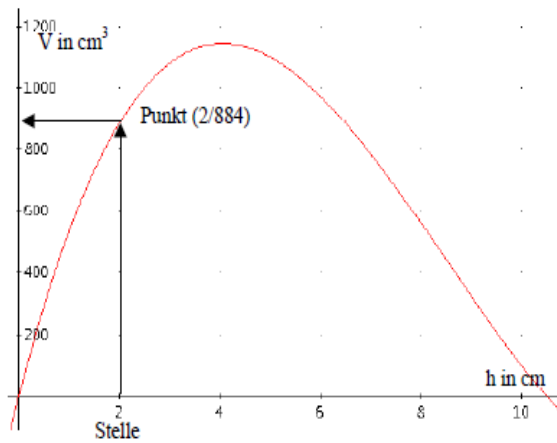
<https://opsh.lernnetz.de/pl/42191b50e7a0479501fe41bdc8e4a10b>

Darstellungsformen

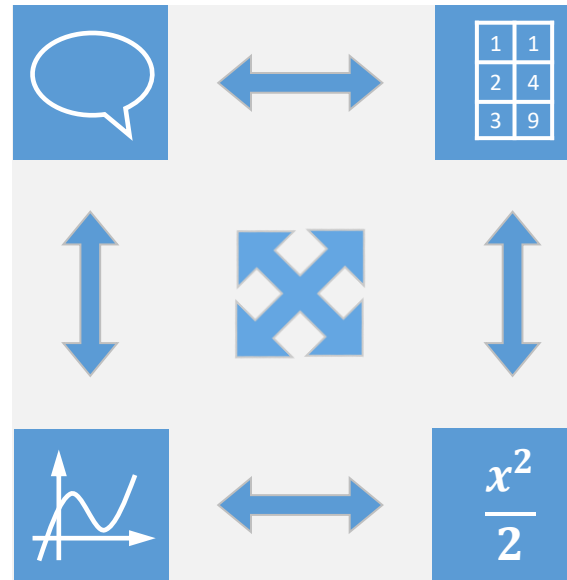
Funktionen

Wdh. aus Modul B2
Funktionaler Zusammenhg.

verbal
Beschreibung
einer Situation



graphisch
Graph o.
Diagramm



numerisch
konkrete
Werte(paare)

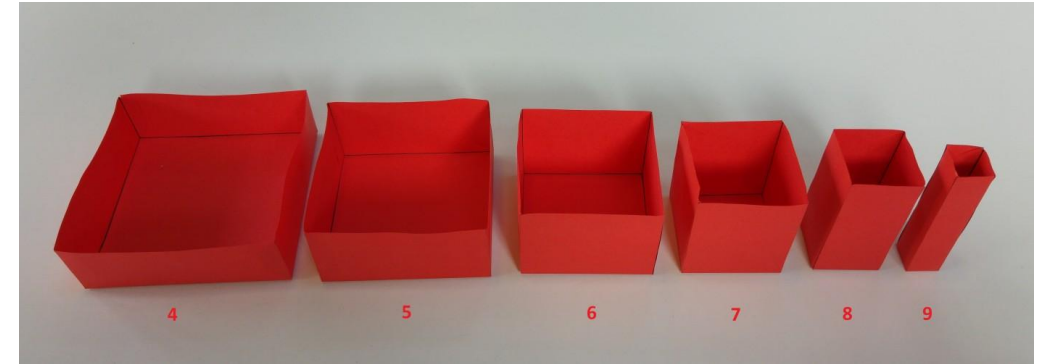
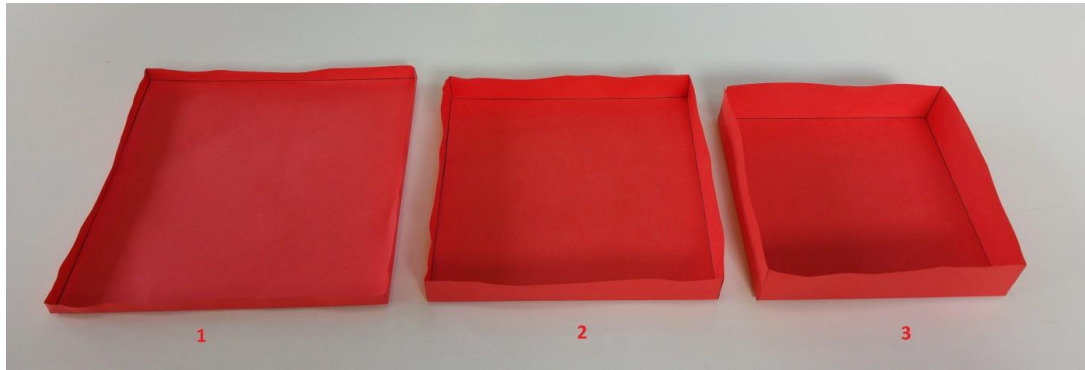
h in cm	V(h) in cm^3
0,0	0,000
1,0	532,000
2,0	884,000
3,0	1080,000
4,0	1144,000
5,0	1100,000

symbolisch
(Funktions-)term,
Formeln

$$V(h) = h \cdot (30 - 2h) \cdot (21 - 2h) \quad \text{oder} \quad V(h) = 4h^3 - 102h^2 + 630h$$

Schachtelaufgabe

Systematisierung

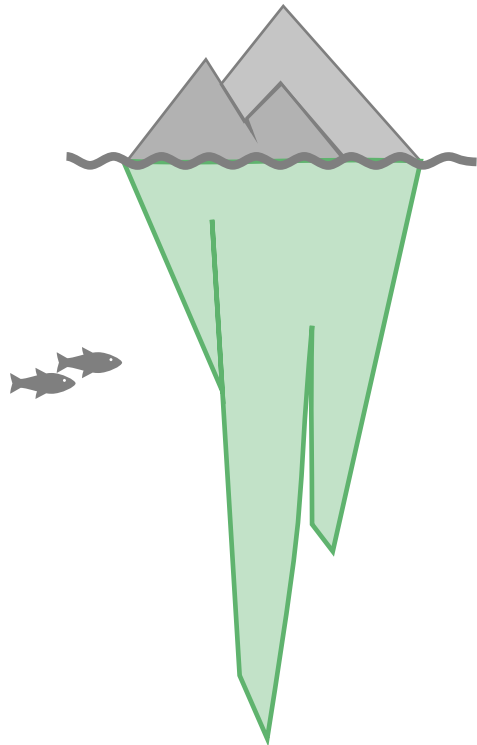


Basismodelltheorie: Problemlösen

Basismodelltheorie

nach Oser & Patry (1990)

Wdh. aus Modul C2
Unterrichtsplanung



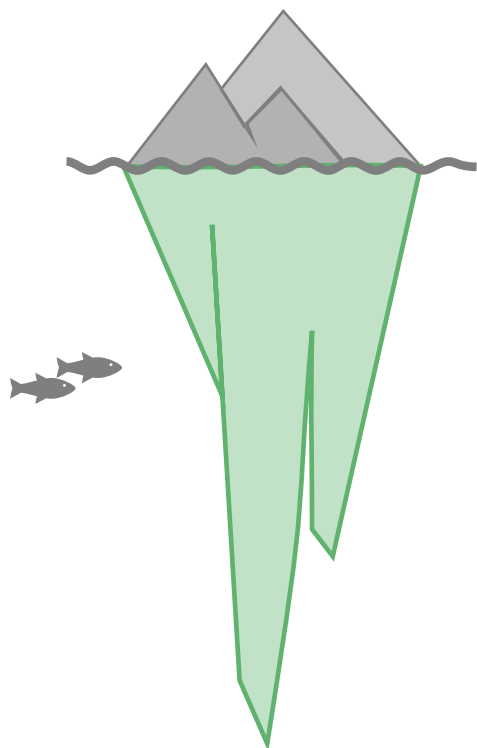
Name des Basismodells	Zieltyp des Lernens	Notwendige Merkmale	Sichtstruktur
1 Lernen durch Eigenerfahrung	Aneignung von Erfahrungswissen	Unmittelbarer Lebensbezug	Arbeit in Sozial- und Produktionsbetriebe
2 Entwicklungsfördernd./Strukturveränderndes Lernen	Transformation von Tiefenstrukturen (z.B. moralisches Urteil)	Disäquilibriumsvorgänge	Kontroverse Diskussionen
3 Problemlösen (entdeckendes Lernen)	Lernen durch Versuch und Irrtum	Hypothesenbildung, Hypothesentestung	Experimentieren, Konfliktlösen
4a Wissensaufbau	Memorierbare Fakten Fähigkeiten, „Narrativs“	Struktur und Strukturierung von Lehrgängen	Darbietender und entwickelnder Unterricht
4b Konzeptbildung	Verwendung von Schemata	Differenzierung und Analogiebildung	Lernen durch Anwendung/ Transfer komplexer Denksysteme

Fortführung der Tabelle »

Basismodelltheorie

nach Oser & Patry (1990)

Wdh. aus Modul C2
Unterrichtsplanung



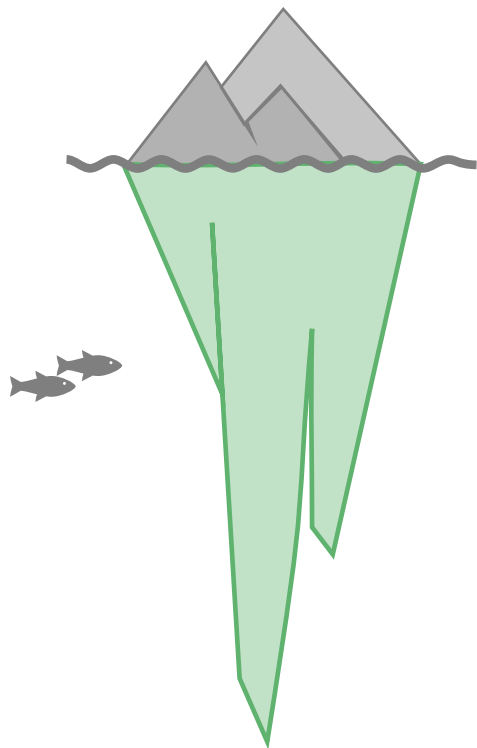
Name des Basismodells	Zieltyp des Lernens	Notwendige Merkmale	Struktur
5 Betrachtendes Lernen	Assimilation von ästhetischen Gegebenheiten	Nachahmung als innerer Prozess, meditativ. Wahrnehmen	Stille-Übung, geführte Bildbetrachtung
6 Lernen von Strategien	Lernen Lernen (Metalernen)	Gebrauch und Einsatz von allerlei Strategien	Reflexion über eigenes Lernen
7 Routinebildung & Training von Fertigkeiten	Routine & Fertigkeiten ohne Belastung des Bewusstseins verwenden	Hohe Übungsfrequenz im Feld (Auto-fahren, mathm. Reihen, Vokabeln lernen)	Differenzierender Unterricht und Übungsqualität
8 Motilitätsmodell	Verarbeitung affektiver Spannungen durch schöpferisches Tun	Aufbau von affektiver Erregung, Indignation, Freude, Trauer etc. durch Narration vermittelt	Gestalterisches Zeichnen, Musizieren, „Dichten“, Tanzen, gestalterisches Mimik

Fortführung der Tabelle »

Basismodelltheorie

nach Oser & Patry (1990)

Wdh. aus Modul C2
Unterrichtsplanung



Name des Basismodells	Zieltyp des Lernens	Notwendige Merkmale	Strukturen
9 Lernen dyn. Beziehungen, Lernen gem. Normen d. Partizipation (Kooperationslernen)	Assimilation von ästhetischen Gegebenheiten	Nachahmung als innerer Prozess, meditativ. Wahrnehmen	Gestaltung von Freundschaften, Kooperationsarbeiten, Schulversammlungen
10 Wert- und Identitätsaufbau	Wandel des Wertbewusstseins (politische, menschliche, religiöse Werte)	Reflektierte Hierarchien von Werten	Wertklärungsverfahren, politische Bildung, Kunsterziehung
11 Hypertextlernen	Komplexes Lernen, wenn die Begriffe schon vorhanden sind.	Suchen und Verarbeiten von Informationen über ein bestimmtes Thema, zu dem man schon alle Grundbegriffe aufgebaut hat	Vorbereiten von Vorträgen, Erstellen von größeren schriftlichen Arbeiten

Basismodell 3

Problemlösen

1. **Problemgenerierung**: Entdeckung eines Hier-und-Jetzt-Problem im Erfahrungsbereich der SuS
2. **Problemformulierung**: Formulierung des Untersuchungsproblems, und zwar in einer Diskussion, die die Meinung und Überzeugung der SuS ausdrücklich herausfordert
3. **Hypothesen entwerfen, Variation**: Die SuS entwerfen Hypothesen und denken erstmals über die Lösungsmöglichkeiten nach. Dabei sollen jeweils mehrere mögliche, plausible Lösungsmittel gesucht werden. (Lösungsstrategien sammeln)
4. **Hypothesen testen, Selektion**: Die Hypothesenformulierung wird verbunden und bestätigt in den klassischen Methoden der Wissenschaften (Sozialwissenschaften, Entdeckungen und Experimente etc.) und in elementarisierte Form von den Schülerinnen und Schülern nachvollzogen. (Lösungsstrategien testen, Ergebnis überprüfen)
5. **Verallgemeinerungen**: Der Unterricht führt zu eigenen Untersuchungen der SuS. Die Übertragbarkeit auf andere Aufgaben, Strategien und Methoden wird geprüft.

Fahrradtour

Beispiel 2

Fahrradtour Teil 1 + 2

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben aus SuS-Perspektive.
2. Sichten Sie die Ergebnisse der Gruppenarbeit und erläutern Sie, wie Sie mit den Ergebnissen einer anschließenden Unterrichtsphase umgehen würden.

Fahrradtour Teil 3

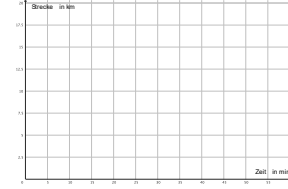
3. Entwickeln Sie eine ggb-Aktivität, die an die Bearbeitung von Teil 2 Toms Behauptung anschließen könnte.



Mathematik
Stephan Bajt
83 Funktionale Zusammenhang SSX II

Fahrradtour¹ (Teil 1)

Die folgende Grafik zeigt, in welcher Entfernung vom Startort (Startort: $x = 0$) sich ein Fahrradfahrer zu einer Zeit t befindet.



Aufgaben:

1. Beschreiben Sie in einem eigenen Text, wie die oben dargestellte Fahrradtour verlaufen ist. Versuchen Sie dabei, präzise, quantitative Angaben zu machen, welche Sie aus der Grafik ermitteln.
2. Der oben gezeichnete Graph ist der einer stückweise linearen Funktion, das heißt, er ist aus Stücken von vier linearen Funktionen zusammengesetzt. Bestimmen Sie die Funktionsform dieser 4 linearen Funktionen und stellen Sie eine Verbindung zum Text aus 1) her.
3. Äußern Sie sich kritisch zur Frage, ob die obige Grafik den Verlauf einer Fahrradtour adäquat wiedergibt.

Hing: IQSH Kiel

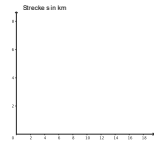
Toms Behauptung² (Teil 2)

ie Toms Behauptung:

» beim Radfahren
ngsam aber
» dass er nach
Geschwindigkeit
sche.
ine Werte der
n-Abhängigkeit
Die Funktion s
te an, so dass
die entsprechend
se erhält, die in
gestellt ist.

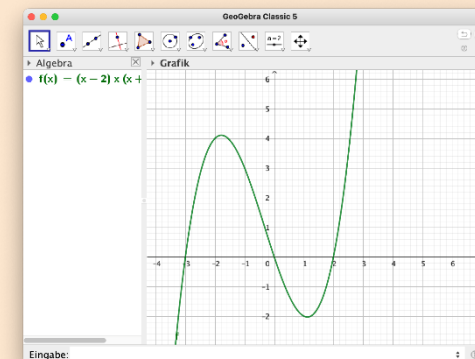


Gestern bin ich innerhalb
von 15 Minuten eine
Strecke von gut 8 km. Da
war ich sogar schneller als
50 km/h!



$$\begin{cases} 0 \leq t < 5 & s = 0 \\ 5 \leq t < 14 & s = \frac{1}{3}(t-5) \\ 14 \leq t < 14 + \frac{1}{10} & s = 14 + \frac{1}{10}(t-14) \\ 14 + \frac{1}{10} \leq t < 15 & s = 14 + \frac{1}{10} \end{cases}$$

¹ Nach: Hülsmann, Stephan (2003): Mathematik entdecken und erforschen. Differentialrechnung. Cornelsen-Verlag Berlin, S. 88 ff.
² Bild KW erstellt: 24.05.24. <https://www.bing.com/images/create>



Teil 1

Erkenntnisse:

- Steigung des Graphen ist Maß für die Geschwindigkeit
- Genauer: Steigung der Sekanten durch $(t_1, s(t_1))$ und $(t_2, s(t_2))$ ist ein Maß für die mittlere Geschwindigkeit im Intervall $[t_1, t_2]$ d. h. für die mittlere Änderungsrate der Weglänge s im Intervall $[t_1, t_2]$
- Entwicklung der Formel für die mittlere Geschwindigkeit zwischen Zeitpunkt t_1 und t_2 :
$$\frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} \quad \text{Differenzenquotient}$$
- Kritik am Graphen: Knicke bedeuten „schlagartige“ Geschwindigkeitsänderung, das ist unrealistisch
- Untersuchung einer allmählichen Änderung der Geschwindigkeit:
Wie muss ein Anfahrgraph aussehen? (siehe Teil 2)

Fahrradtour

Teil 2: Toms Behauptung



Gestern bin ich innerhalb von 15 Minuten eine Strecke von gut 8 km. Da war ich sogar schneller als 60 km/h!

Zeit t in min	Strecke s in km
1	0,194
2	0,444
5	1,53
8	3,11
10	4,44
13	6,86
16	7,95



$$s(t) = \begin{cases} \frac{(t+3)^3 - 9}{36} & \text{für } 0 \leq t \leq 14 \\ \left(t - \frac{\sqrt{102}}{18} - 14\right) + \frac{17 \cdot \sqrt{102}}{972} + \frac{70}{9} & \text{für } 14 < t \leq 14 + \frac{\sqrt{102}}{9} \\ \frac{17 \cdot \sqrt{102}}{972} + \frac{70}{9} & \text{für } 14 + \frac{\sqrt{102}}{9} < t \end{cases}$$

Fahrradtour

Teil 2: Toms Behauptung Systematisierung

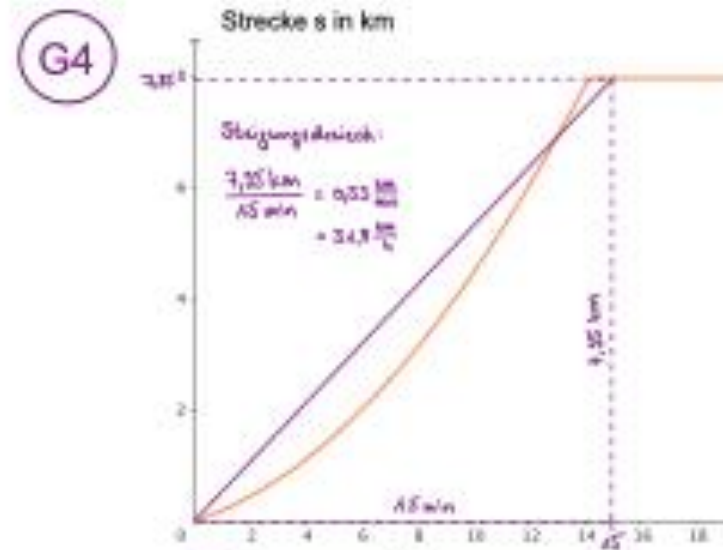
G1

Zeit t in min	Strecke s in km	Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$
1	0,19	$\frac{0,19}{\frac{1}{60}} = 11,4$
2	0,44	13,2
5	1,53	18,36
8	3,11	23,325
10	4,44	26,64
13	6,86	31,6615
16	7,95	29,8125

G2

$$\left. \begin{array}{l} s(14) \approx 7,78 \\ s(13,5) \approx 7,31 \end{array} \right\} 7,78 - 7,31 = 0,47$$

$$\frac{0,47 \text{ km}}{0,5 \text{ min}} = 0,34 \frac{\text{km}}{\text{min}} = \underline{\underline{56,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$$



G5

Gestern bin ich innerhalb von **15 Minuten** eine Strecke von **gut 8 km** gefahren. Da war ich sogar schneller als 60 km/h!

$$8 \text{ km} = 0,25 \text{ h} = 32 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

G3

Zeit t in min	Strecke s in km
1	0,19
2	0,44
5	1,53
8	3,11
10	4,44
13	6,86
16	7,95

Handwritten calculations for differences:

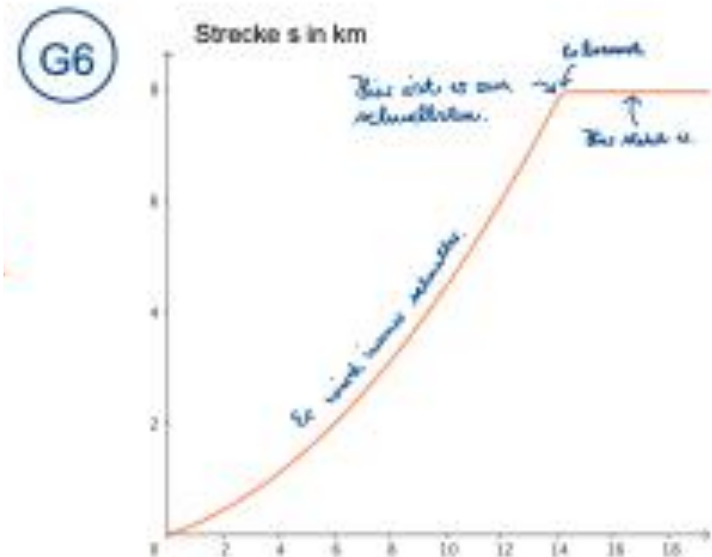
$$\frac{0,77 \text{ km} - 0,19 \text{ km}}{4 \text{ min}} = 0,25 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\frac{1,53 \text{ km} - 0,44 \text{ km}}{3 \text{ min} - 1 \text{ min}} = 0,365 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 21,9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\frac{0,526 \text{ km}}{0,25} = 34,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$39,3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$48,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$21,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$


Differenzialrechnung

Themenorientierung

Traditioneller Unterricht

Steigungen stehen im Mittelpunkt.

Die Ableitung an einer Stelle entspricht der Steigung der Tangente an dieser Stelle.

Angestrebter Unterricht

Die Ableitung hat auch andere Bedeutungen.

Ableitung an einer Stelle entspricht der momentanen Änderungsrate an dieser Stelle.

Differenzialrechnung

Themenorientierung

x	$f(x)$	Bedeutung von $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$
Strecke	Höhe	mittlere Steigung
Zeit	Strecke	mittlere Geschwindigkeit
Zeit	Volumen	mittlere Stromstärke
Höhe	Temperatur	mittlere Temperaturänderung pro Höhenunterschied
Zeit	Individuenanzahl	mittlere Wachstumsgeschwindigkeit des Bestandes
Zeit	Menge eines Stoffes	mittlere Abbaugeschwindigkeit

Differenzialrechnung

Wann darf man (muss man)
den Themenbereich verlassen?

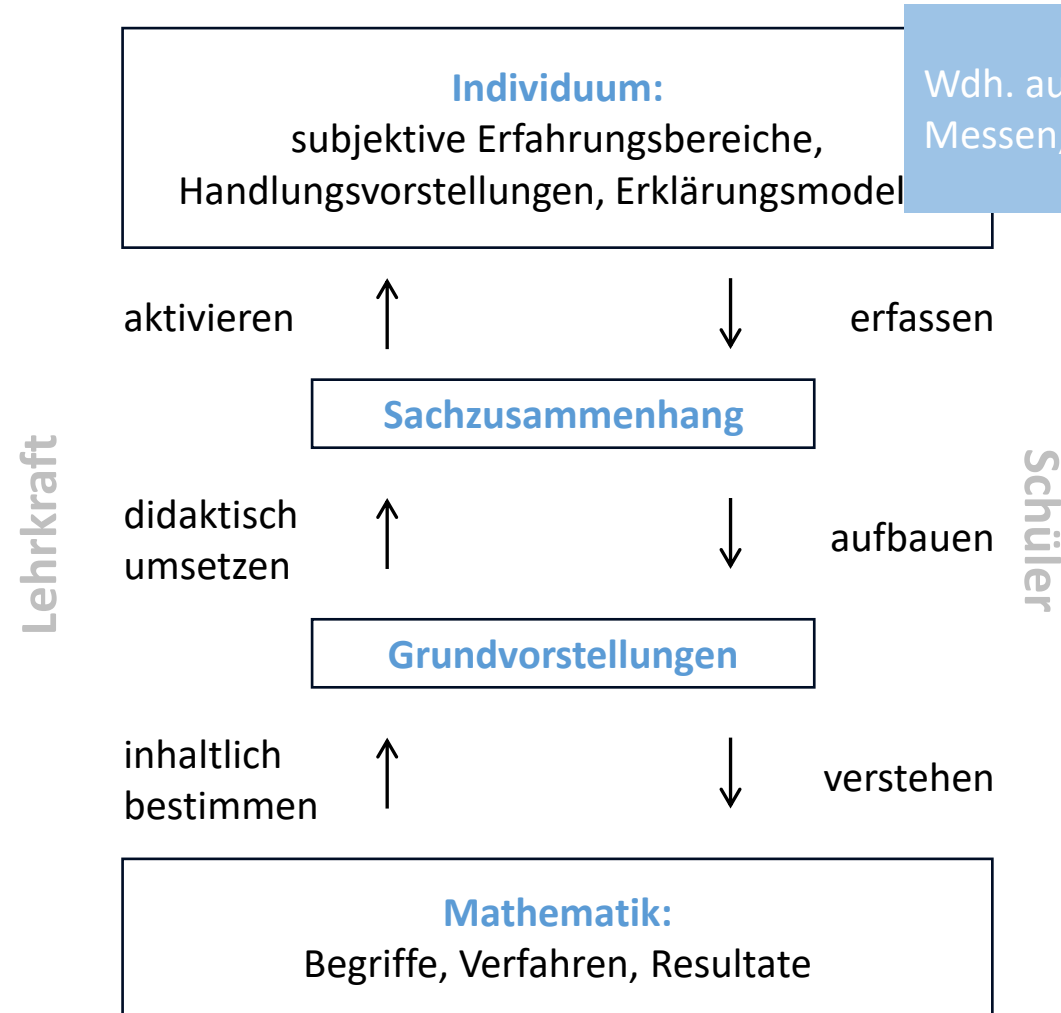
- Innermathematische Betrachtungen sind weiter zulässig und notwendig (z. B. Ableitungsregeln einführen).
- Techniken müssen auch außerhalb von Sachzusammenhängen geübt werden.
- Das Thema sollte nicht zu lang verwendet werden (Ermüdungseffekt).

Grundvorstellungen in der Differentialrechnung

Grundvorstellungen ausbilden

Grundvorstellungen beschreiben **Beziehungen zwischen mathematischen Inhalten und den inneren, individuellen Vorstellungen** zu einem Begriff oder Verfahren.

Die Ausprägung von Grundvorstellungen hängt ab vom Umfang der entsprechenden Handlungserfahrung und der Häufigkeit ihrer Aktivierung.



Wdh. aus Modul A1
Messen, Grundvorstellungen

Differenzialrechnung

Grundvorstellungen

Lokale Änderungsrate

- Vorstellung von der Momentangeschwindigkeit bei Veränderungsprozessen (z. B. Bewegungsvorgängen),
- Vorstellung von der Steigung einer Kurve in einem Punkt,
- Vorstellung, dass die Änderung der Abhängigen y durch $\Delta y = f'(x) \cdot \Delta x$ gegeben ist.

Tangentensteigung

- Vorstellung von Tangenten als Schmiegeraden,
- Vorstellung, dass die Tangente an eine Kurve in einem Punkt die gleiche Steigung wie die Kurve hat,
- Vorstellung, dass die Tangente die lokale Richtung einer Kurve angibt.

Lokale Linearität

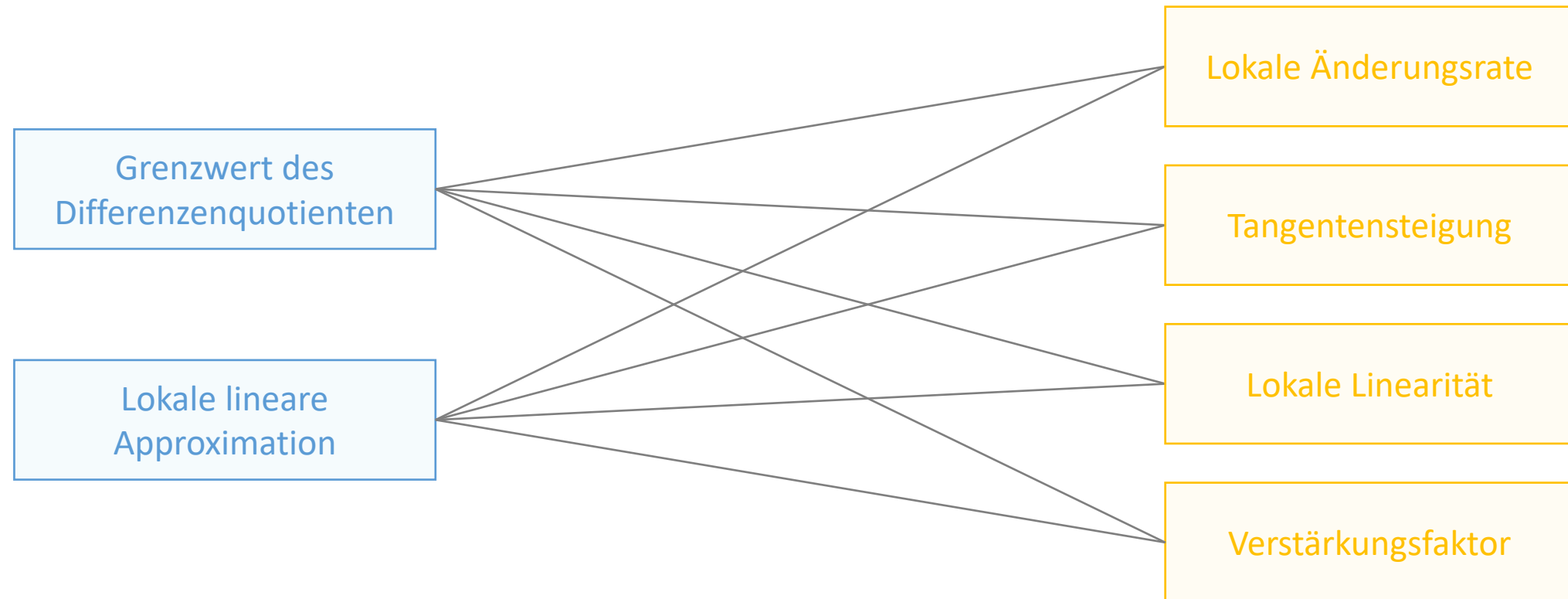
- Beim stark vergrößerten Blick auf die Umgebung eines Punktes des Graphen einer differenzierbaren Funktion sieht man nur ein geradliniges Kurvenstück.
- Für kleine Änderungen der x -Werte ist die Funktion so gut wie linear, kann also approximativ durch einen linearen Zusammenhang ersetzt werden.

Verstärkungsfaktor

- Die Ableitung gibt an, wie stark sich kleine Änderungen der unabhängigen auf die abhängige Variable auswirken.
- Hohe Werte der Ableitung bedeuten schnelle/starke Änderungen der Funktionswerte.
- Für kleine Änderungen ist der Zusammenhang von Δx , Δy multiplikativ: $\Delta y \approx m \cdot \Delta x$.

Differenzialrechnung

Aspekte und Grundvorstellungen



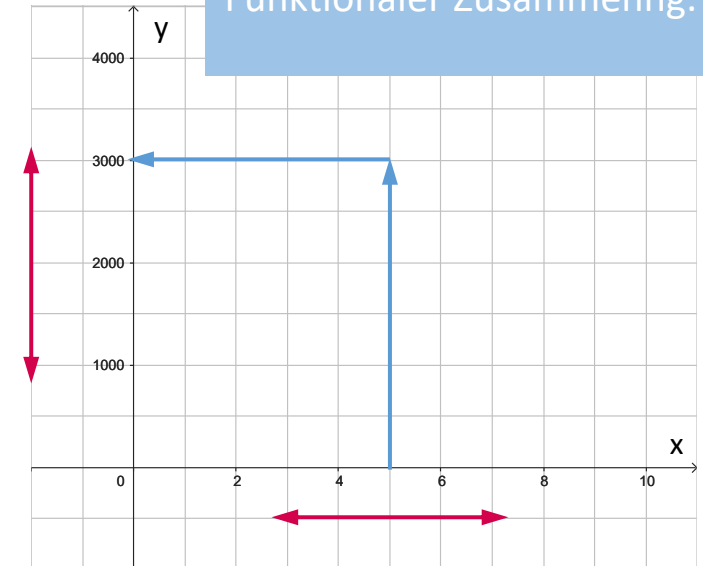
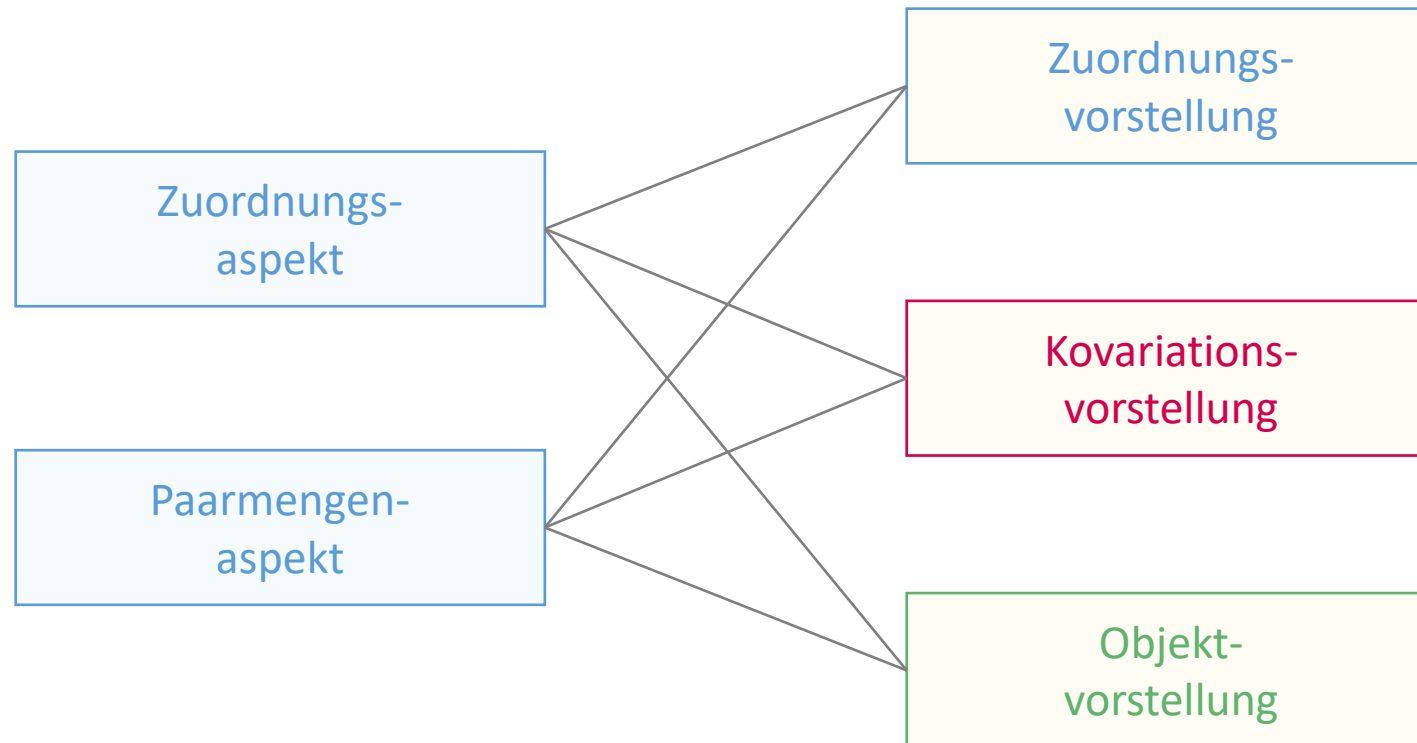
Ziel im Unterricht:

Vermittlung eines umfassenden Bilds von Aspekten und Grundvorstellungen zur Differenzialrechnung.

Funktionen

Aspekte und Grundvorstellungen

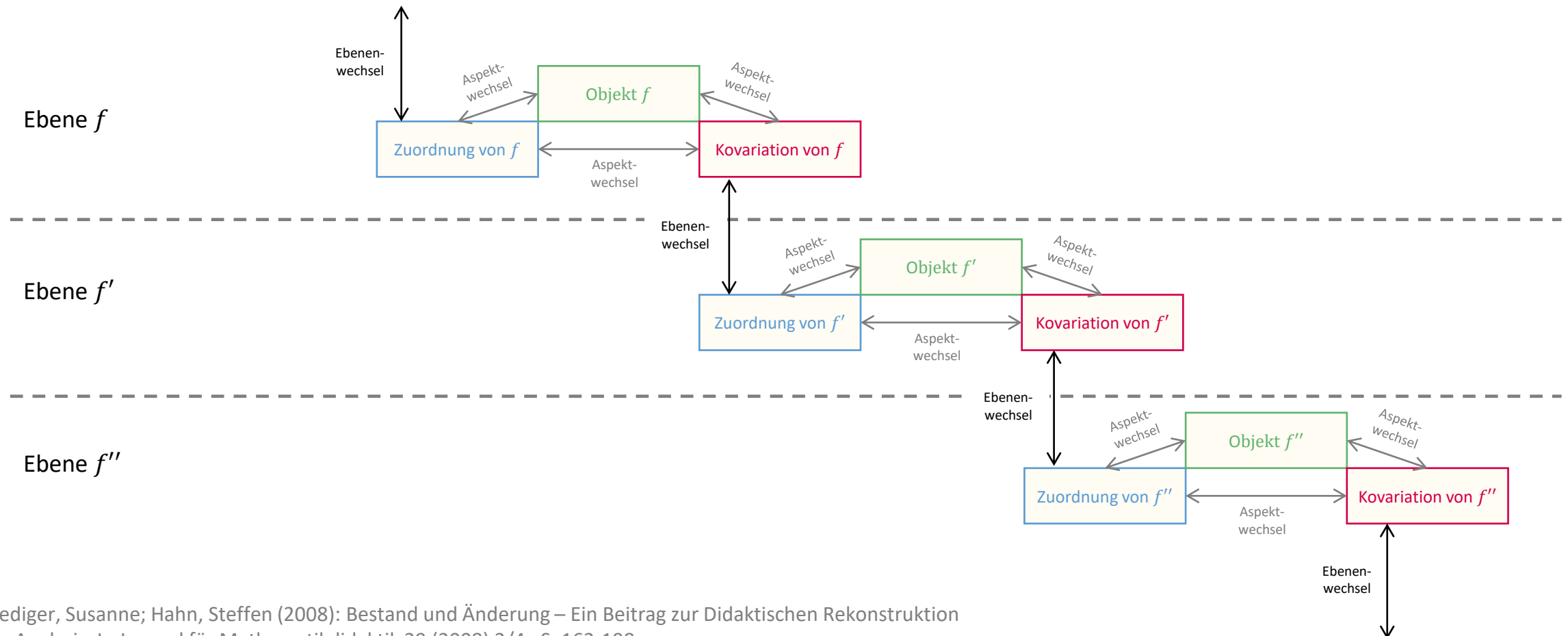
Wdh. aus Modul B2
Funktionaler Zusammenhg.



x	y
4,0	2850
4,5	2890
5,0	3000
5,5	2920
6,0	2960

Lernendenperspektive

Schwierigkeiten beim Ebenenwechsel im funkt. Zushg.



Prediger, Susanne; Hahn, Steffen (2008): Bestand und Änderung – Ein Beitrag zur Didaktischen Rekonstruktion der Analysis. In Journal für Mathematikdidaktik 29 (2008) 3/4, S. 163-198.

Lernendenperspektive

Schwierigkeiten beim Ebenenwechsel im funktionalen Zusammenhang

Zu den Aspektwechseln im funktionalen Zusammenhang (also dem Zusammenhang der damit verbundenen Grundvorstellungen) kommt nun noch ein Ebenenwechsel zwischen Änderungsrate und Bestand hinzu.

Zwischen den Funktionen auf den verschiedenen Ebenen besteht ein (übrigens auch **funktionaler**) **Zusammenhang**. Der **Kovariationsaspekt von f** wird also in Zusammenhang gebracht mit dem **Zuordnungsaspekt von f' oder F** .

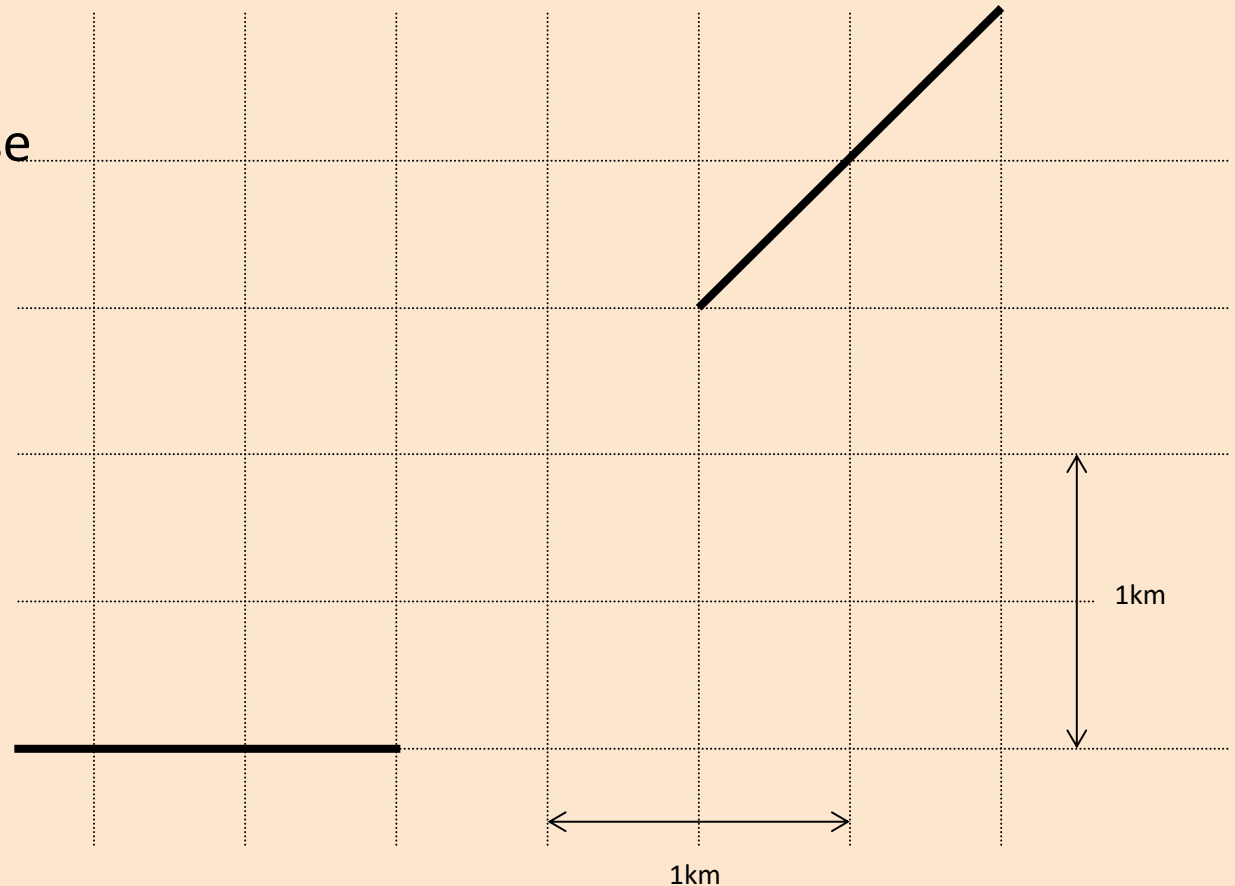
D.h., die Lernenden müssen nicht nur erfassen, wie sich beide Größen der Funktion f miteinander verändern, sondern dieser Veränderung auch noch einen Wert zuordnen (eben den Funktionswert von f' bzw. F).

Bedingungen
finden & nutzen

Bedingungen nutzen

Aufgabe: Trassierung

Es soll eine geeignete Verbindung zweier geradlinig verlaufender Gleise bestimmt werden. Den Plänen können folgende Maße entnommen werden:



Bedingungen nutzen

Aufgabe: Trassierung

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben aus SuS-Perspektive.
2. Reflektieren Sie, welche Chancen zur Schulung der Modellierungskompetenz in dieser Aufgabe stecken.



Mathematik

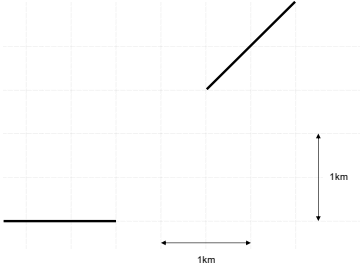
Stephan Baja
B3 Funktionaler Zusammenhang SEK II

IQ.SH 
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Trassierungsaufgabe

Aufgabe:
Es soll eine geeignete Verbindung zweier geradlinig verlaufender Gleise bestimmt werden.
Ermitteln Sie einen geeigneten Verlauf einer Verbindungsstrasse.

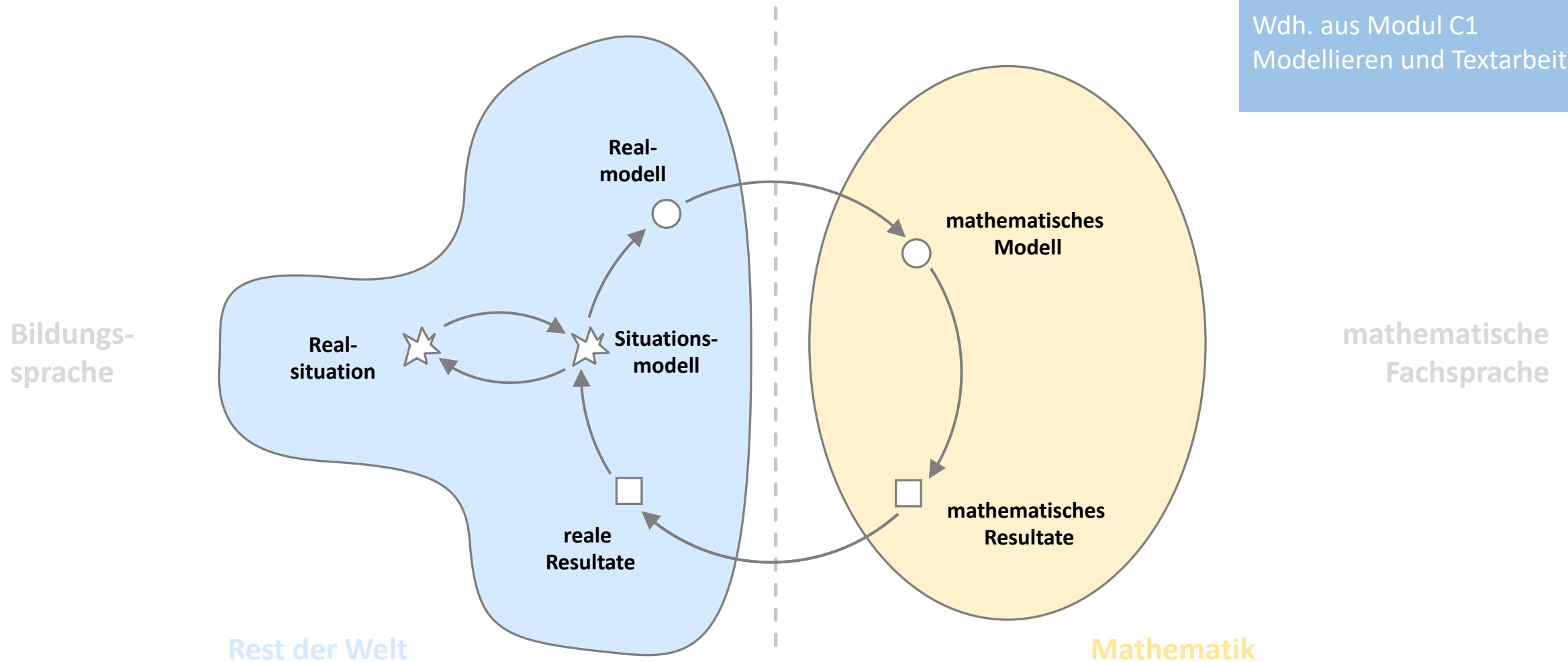
- a) Zeichnen Sie eine geeignete Verbindung in den Plan ein. Beschreiben Sie möglichst genau, was bei der Verbindung beachtet werden muss (Bedingungen).
- b) Formulieren Sie die Bedingungen, die Sie an die Verbindung stellen, in der Symbolsprache der Mathematik.
- c) Wählen Sie in Ihrer Gruppe ein Koordinatensystem und bestimmen Sie die beiden Funktionen g und h , deren Graphen die beiden Gleislücke beschreiben.
- d) Ermitteln Sie einen Funktionsterm $f(x)$, der die Verbindung modelliert.



1 / 1

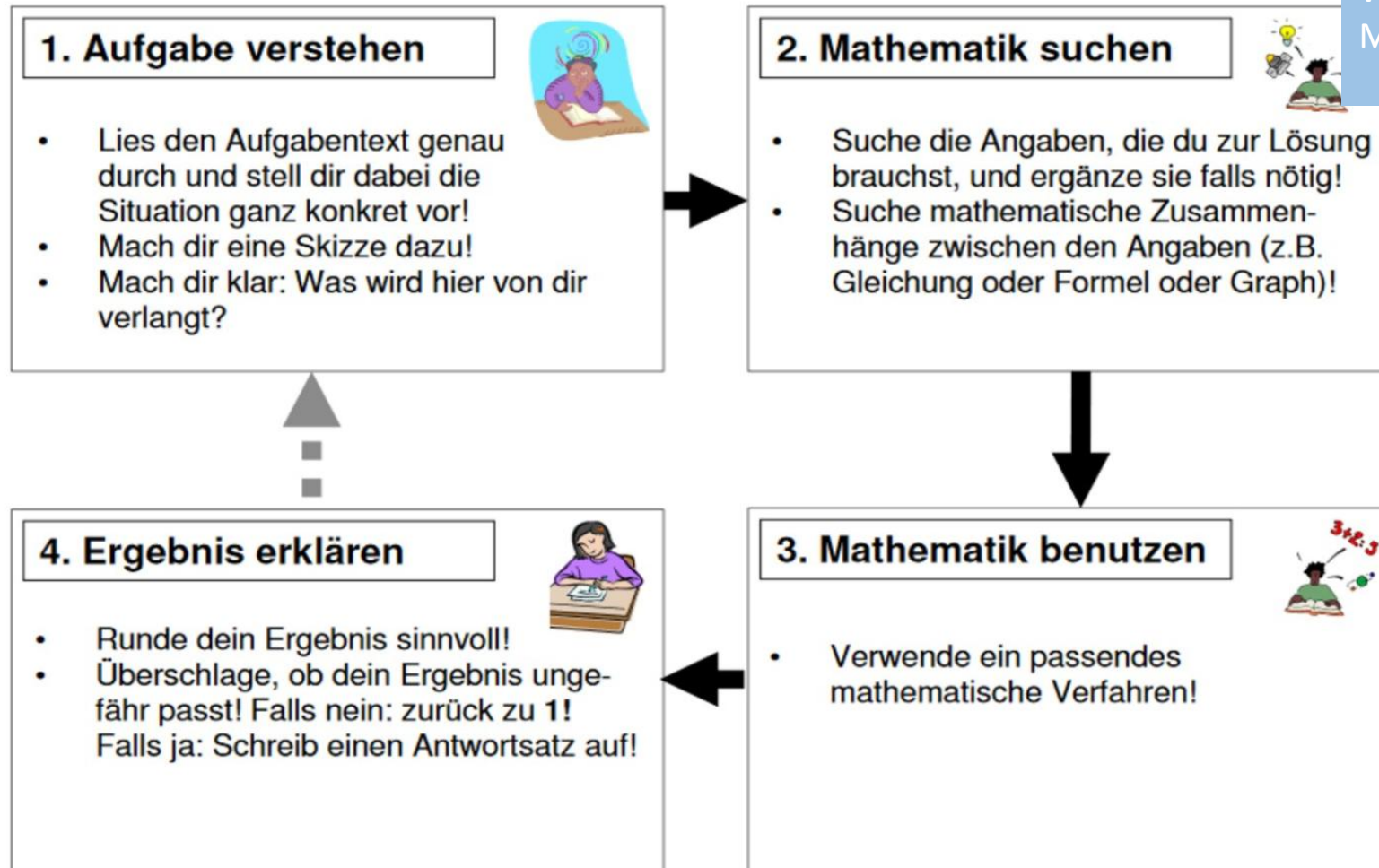
Modellierung

Phasen des Kreislaufs



Modellierung

Kreislauf im Unterricht - Lösungsplan



Anwendungsorientierung

Lernziele

Die Schülerinnen und Schüler sollen...

- (1) ... den Modellbildungsvorgang beschreiben können,
- (2) ... die einzelnen Schritte des Modellbildungsprozesses an Beispielen kennen lernen und selbst durchführen,
- (3) ... an Beispielen erfahren, dass in einer realen Situation zunächst auch verschiedene mathematische Modelle sinnvoll sein können,
- (4) ... von überzeugenden mathematischen Anwendungen in vielen unterschiedlichen Bereichen etwas erfahren,
- (5) ... für einzelne zentrale Begriffe des Oberstufenunterrichts Anwendungsbeispiele angeben können,
- (6) ... den gesamten Modellbildungsprozess für eine komplexe reale Situation im Unterricht selbst durchführen,

Anwendungsorientierung

Lernziele

Die Schülerinnen und Schüler sollen...

- (7) ... den lernen, mit sehr umfangreichen Aufgabentexten umzugehen (Lesekompetenz, Sprachbildung),
- (8) ... erkennen können, welche Genauigkeit sinnvoll und nicht sinnvoll ist,
- (9) ... an Beispielen erfahren, dass Mathematik sich nicht nur am unmittelbaren Nutzen orientiert, sondern dass auch reine Mathematik sinnvoll ist und viel Freude bereiten kann.

Wünschenswert wäre noch...

- (10) beispielhaft einige Modelle als Realitätersatz bei Simulationen zu verwenden.
- (11) einiges über die Anwendung von Mathematik im Laufe der Geschichte zu wissen.
- (12) einiges über die Verwendung von Mathematik im Berufsleben zu wissen.

Graphisches Differenzieren

Aufgabe

1. Bearbeiten Sie einen der folgenden Ansätze zum graphischen Differenzieren.
2. Bewerten Sie den von Ihnen gewählten Ansatz für einen Einsatz im Unterricht.



Abschluss

1. Folgendes will ich im Unterricht ausprobieren...
2. Das war für mich neu...
3. Das war für mich die zentrale Botschaft...
4. Das kam für mich heute zu kurz...