

Modul 11

Modellieren - Textarbeit

„Die Welt durch die Mathematikbrille sehen“

Dr. Maike Tesch
Februar 2026



Aus dem Ausbildungscurriculum

(C 1) Modellieren – Textarbeit

Ziel: Die LiV kennen den **Modellierungskreislauf** und können die Schüler/-innen bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben **strategisch und sprachlich unterstützen**.

Exemplarische Modellierungsaufgaben sowie eingekleidete Aufgaben werden von den LiV bearbeitet und deren Einsatz im Unterricht reflektiert. Dazu gehört, dass die einzelnen Teilprozesse des Modellierungskreislaufs transparent gemacht werden und die Lehrkraft den Einsatz von Textaufgaben durch eine entsprechende **Didaktisierung** der Texte begleitet (vor dem Lesen – während des Lesens – nach dem Lesen). Der Einsatz und die Benotung von Modellierungsaufgaben in Leistungsnachweisen werden thematisiert.

Das Ausbildungscurriculum im Fachportal:

<https://fachportal.lernnetz.de/Ausbildung.html>

Ablauf:

- ❖ Orga und Aktuelles, Einstieg ins Thema
- ❖ Unterrichtsstunde mit Besprechung
- ❖ Modellieren – Begriffsklärung, Gründe, Ziele
- ❖ Modellierungskreislauf
- ❖ Mittagspause
- ❖ Modellierungskompetenzen
fördern und bewerten
- ❖ Didaktisieren von Texten

Ergebnisse der Ausbildungsberatung

Nr. 1

Nr. 2

Nr. 3

Nr. 4

Datum			
Ausbildungsschule			
Lehrkraft im Vorbereitungsdienst			
Ausbildungslehrkraft			
Studienleitung			
Fach / Fachrichtung			Pädagogik
Lerngruppe			
Weitere Teilnehmende		Schulleitung	Ausbildungskoordination

Vereinbarte Beobachtungsschwerpunkte

Erfolge

Vereinbarungen | Ziele | Entwicklungsperspektiven

Bezugnahme auf das Ausbildungscurriculum

auf Wunsch ab dem zweiten Ausbildungsjahr
Rückmeldung anhand der Kriterien der Staatsprüfung

Reflexion

über die Umsetzung der verabredeten Ziele

Dieses Dokument ist nach § 10 APVO vor der nächsten Ausbildungsberatung der zukünftigen Studienleitung zuzusenden. Wenn es keine weitere Beratung gibt, erfolgt die Übermittlung zusammen mit den anderen Dokumenten des E-Portfolios zwei Wochen vor dem Prüfungstag.

Datum der Ausbildungsberatung			
Ausbildungsschule			
Lehrkraft im Vorbereitungsdienst			
Ausbildungslehrkraft			
Studienleitung			
Fach / Fachrichtung			Pädagogik
Lerngruppe			

So habe ich die in der Beratung festgelegten Ziele verstanden:

Ziel 1

Ziel 2

Ziel 3

So habe ich daran gearbeitet, die Ziele zu erreichen:

Ziel 1

Ziel 2

Ziel 3

Dies war für mich dabei besonders hilfreich:

Ziel 1

Ziel 2

Ziel 3

Diese Schwierigkeiten haben sich dabei ergeben:

Ziel 1

Ziel 2

Humenberger: Modellierungsaufgaben im Unterricht

Ich stimme zu:

Das sehe ich anders:

Das ist mir unklar:

Modellieren

(Begriffsklärung – Gründe - Ziele)



Aufgabe: Zahnhygiene

(nach Cukrowicz/Dzewas 1992)

Zahnhygiene 1

Trotz intensiven Putzens nach dem Abendessen ist auf einem Backenzahn ein Bakterium übrig geblieben. Dieses vermehrt sich so, dass sich die Anzahl der Bakterien nach einer Stunde verdoppelt hat.

Wie viele Bakterien tummeln sich nach 2; 4; 6; 12 Stunden auf dem Backenzahn?

Wie viele Bakterien wären es, wenn die betreffende Person die Ratschläge des Zahnarztes vergäße und erst am nächsten Abend, nach 24 Stunden, wieder putzte und die Vermehrungsrate sich nicht änderte?

Welche Funktion beschreibt das Wachstum der Bakterien?

Zahnhygiene 2

Zahnärzte empfehlen, die Zähne mindestens morgens und abends zu putzen, am besten jedoch nach jeder Mahlzeit, da sich mit jeder Speise Bakterien auf den Zähnen absetzen, die sich anschließend vermehren.

Welche Konsequenzen hat es, wenn man nach einer Mahlzeit 6, 12, 24, 48 Stunden die Zähne nicht putzt?

Entwickle ein geeignetes mathematisches Modell, das zeigt, wie schnell sich Bakterien vermehren und somit zu Zahnproblemen führen können.



Aufgabe: Zahnhygiene

(nach Cukrowicz/Dzewas 1992)

Zahnhygiene 1

Trotz intensiven Putzens nach dem Abendessen ist auf einem Backstein ein Bakterium vorhanden.

- Exponentielles Wachstum in sehr lebensfremdem Kontext (ein überlebendes Bakterium)

- Für die Lösung spielt der Kontext Zahnhygiene keine Rolle

- eher eine Leistungsaufgabe

Welche Funktion beschreibt das Wachstum der Bakterien?

Zahnhygiene 2

Zahnärzte empfehlen, die Zähne mindestens zweimal täglich zu putzen.

- Realistische Aufgabe
- Informationsbeschaffung und Mathematisierung nötig
- Möglichkeit unterschiedlicher Lösungswege/Lösungen
- eher eine Lernaufgabe

Aufgaben mit Realitätsbezug

Eingekleidete Aufgaben:

Typ 1) Ziel: Anwenden von Rechenverfahren

- Sachkontext ist meist unwichtig, austauschbar, häufig künstlich

Typ 2) Ziel: Grundvorstellungsaufbau

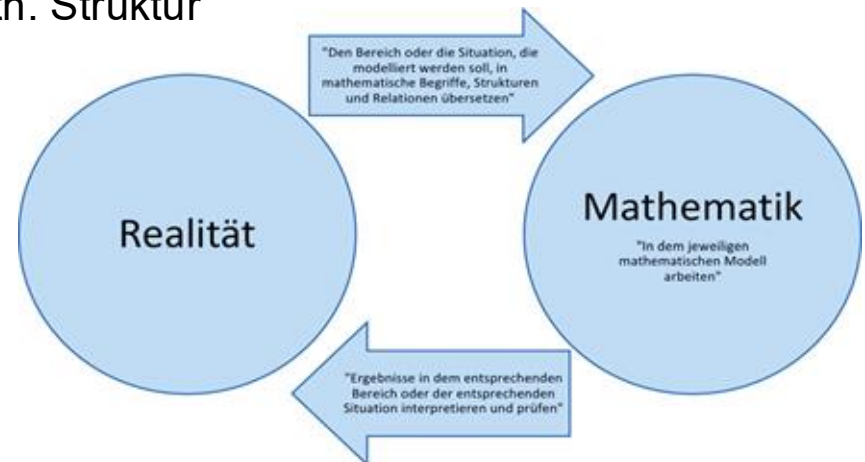
- Sachkontext unterstützt das Verstehen des math. Objekts / der math. Struktur
- evtl. Kontextorientierung über mehrere Stunden

Textaufgaben:

- Ziel: Übertragen der Textstruktur in eine math. Struktur
- Lösung ist meist eindeutig

Modellierungsaufgaben:

- haben zwei Ebenen:
Mathematisierung und Rückübersetzung
- oft realistisch, komplex, offen, problemhaltig



Zur Sinnhaftigkeit von eingekleideten Aufgaben

- ✓ Einkleidungen können veranschaulichen und so einen mathematischen Sachverhalt verständlich oder zugänglich machen.
- ✓ Einkleidungen können motivierend sein.

Beispiele?

- ***Zeigt die Aufgabe, wie die Mathematik hilft, die Realität zu verstehen?***
Dann liegt ein authentischer Realitätsbezug vor.
- ***Zeigt die Aufgabe, wie die Realität hilft, die Mathematik zu verstehen?***
Dann handelt es sich um eine möglicherweise hilfreiche Einkleidung.

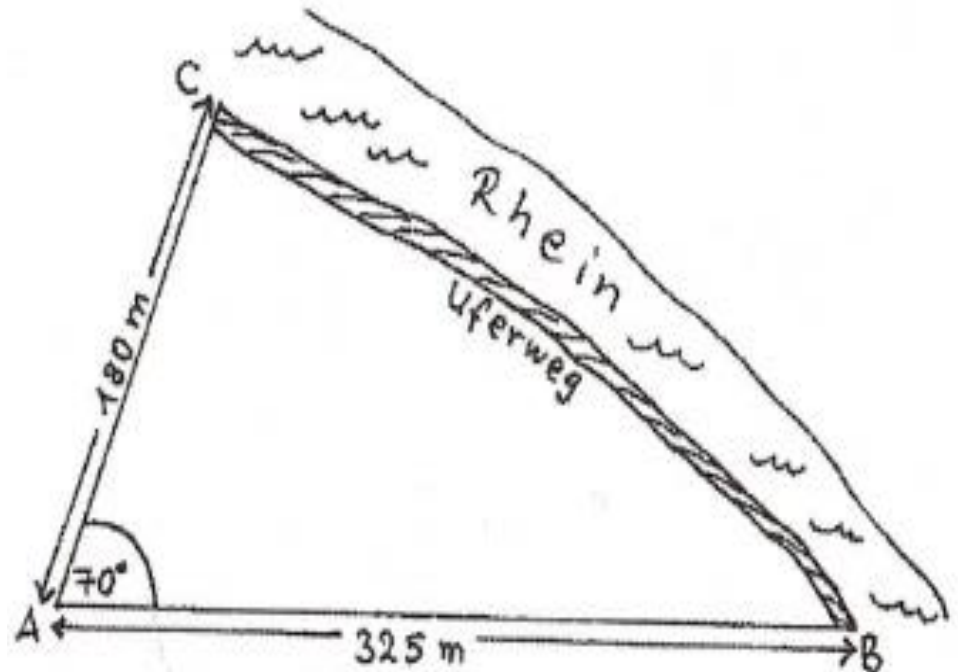
(nach Jahnke, 2005)

Authentischer Realitätsbezug? Hilfreiche Einkleidung?

Die Mitglieder des Campingvereins „Rheinaue“ möchten den Uferweg entlang des Rheins in Stand setzen.

Der Vereinsvorstand geht davon aus, dass die Arbeiten in einer Woche abgeschlossen sind, wenn an jedem Tag 50 m bewältigt werden.

Was meinst du dazu?
Begründe deine Aussage.

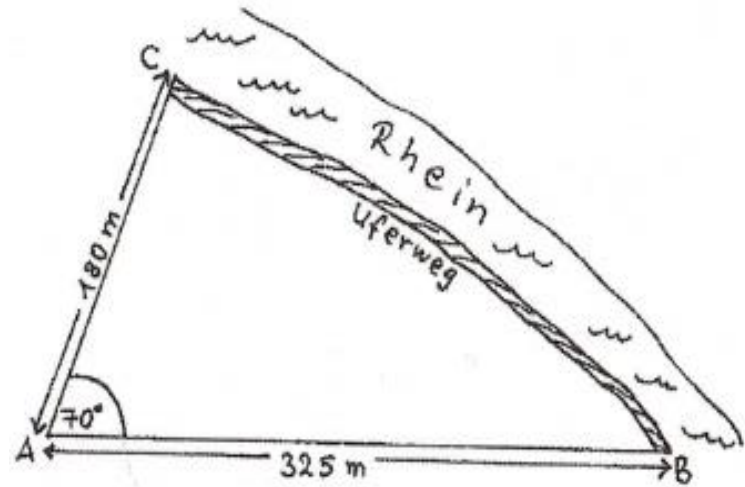


Authentischer Realitätsbezug? Hilfreiche Einkleidung?

Die Mitglieder des Campingvereins „Rheinaue“ möchten den Uferweg entlang des Rheins in Stand setzen.

Der Vereinsvorstand geht davon aus, dass die Arbeiten in einer Woche abgeschlossen sind, wenn an jedem Tag 50 m bewältigt werden.

Was meinst du dazu?
Begründe deine Aussage.



- Kosinussatz steht im Vordergrund
- Tätigkeit SuS: „Auskleiden“ einer zuvor eingekleideten Aufgabe,
- (Pseudo)realistische Hülle der Aufgabe problematisch: Abschreiten des Ufers wäre einfacher!
 - > SuS nehmen Kontext nicht ernst (zu recht)
 - > unerwünschtes Bild von Mathematik:
„Mathematik ist nur nützlich, um Schulbuchaufgaben zu lösen“

(mathematisches) Modellieren

Beim Modellieren geht es darum, eine realitätsbezogene Situation durch den Einsatz mathematischer Mittel zu verstehen, zu strukturieren und einer Lösung zuzuführen sowie Mathematik in der Realität zu erkennen und zu beurteilen.

Literatur:

Werner Blum, Christina Drücke-Noe, Ralph Hartung, Olaf Köller (2006). Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I. Berlin, Cornelsen Verlag.

Ähnlich Katja Maaß (2007). Mathematisches Modellieren. Aufgaben für die Sekundarstufe I. Berlin, Cornelsen Verlag.

Gründe und Ziele für die Einbeziehung von Anwendungen und Modellierungen im MU

(nach BLUM und NISS, 1991)

Gründe:

- Förderung von allgemeinen Kompetenzen
- Förderung des *kritischen Umgangs* mit Mathematik, insb. dem kritischen Reflektieren
- Förderung der Fähigkeit, Mathematik in einer Vielzahl von Kontexten anzuwenden
- ein angemessenes Bild von Mathematik vermitteln
- besseres Verstehen und Behalten von mathematischen Inhalten

Ziele:

- Befähigung, Modellierungsprozesse durchzuführen
- Kenntnisse über bestehende Modelle erwerben
- Gegebene Beispiele von Modellierungsprozessen kritisch analysieren

WINTER'sche Grunderfahrungen



Mathematikunterricht im allgemeinbildenden Sinne ist nach HEINRICH WINTER durch drei Grunderfahrungen gekennzeichnet:

Anwendungsaspekt:

„Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,

Beweisaspekt:

mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formen, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,

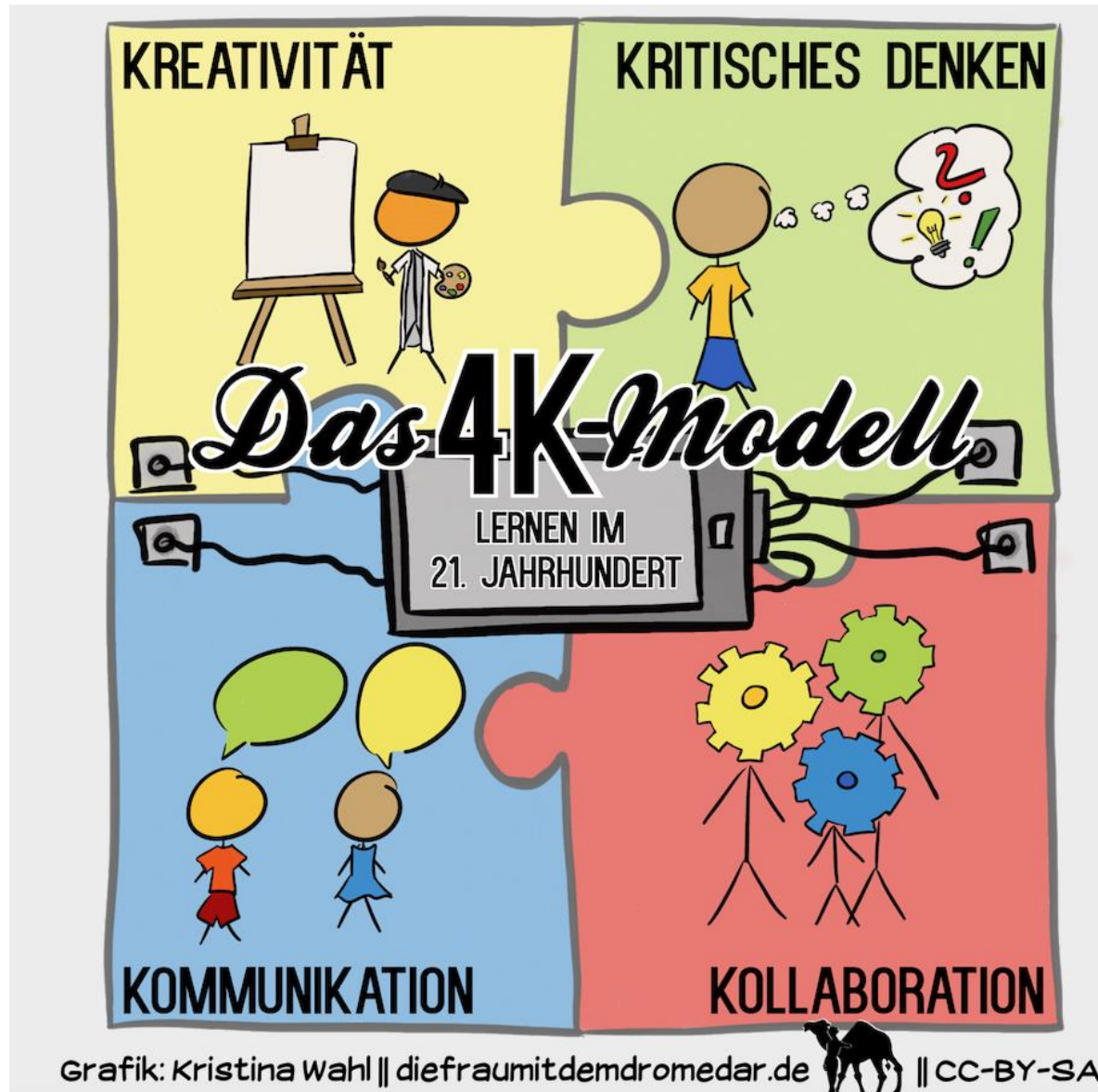
Problemlöseaspekt:

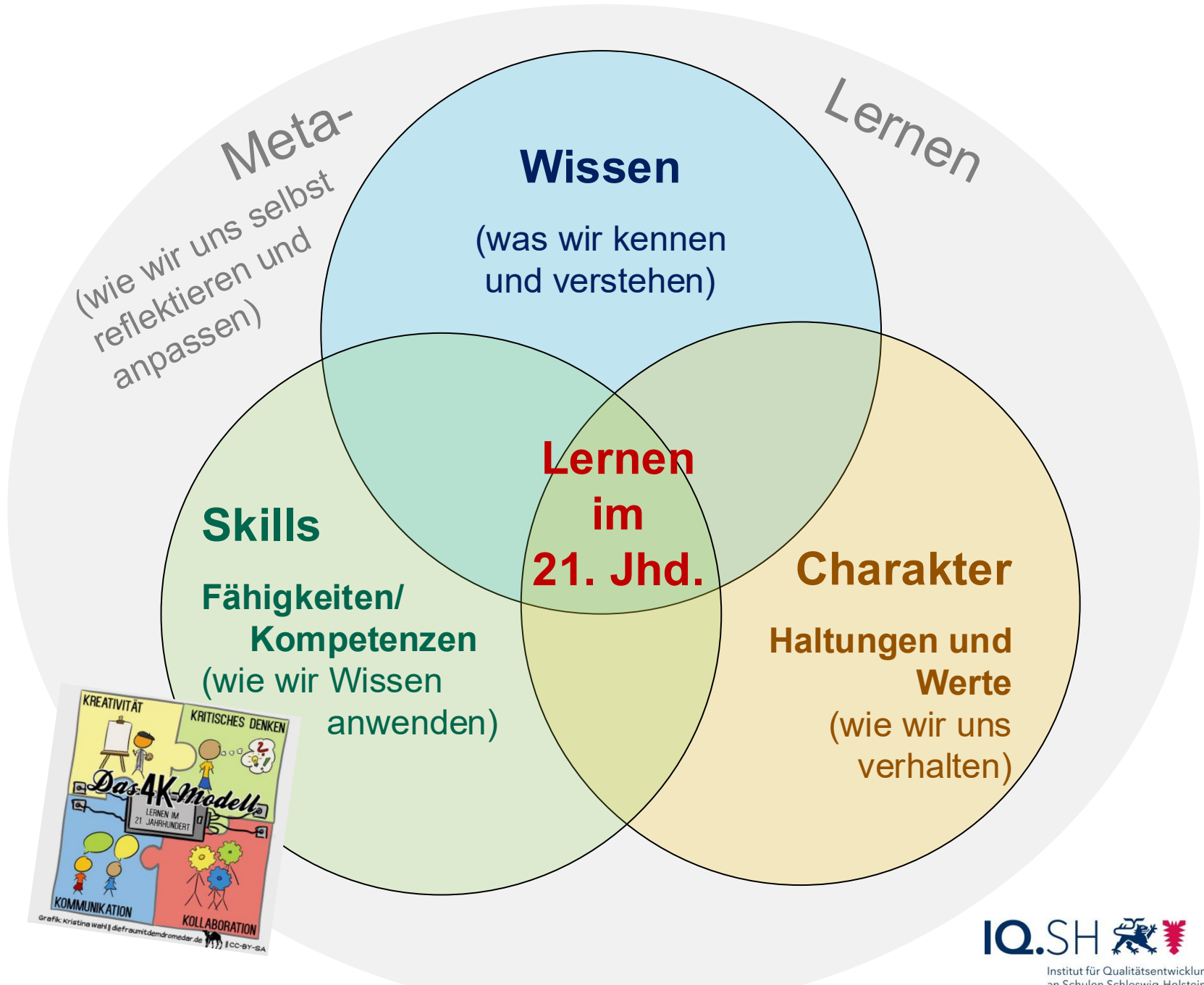
in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen (heuristische Fähigkeiten), zu erwerben.“

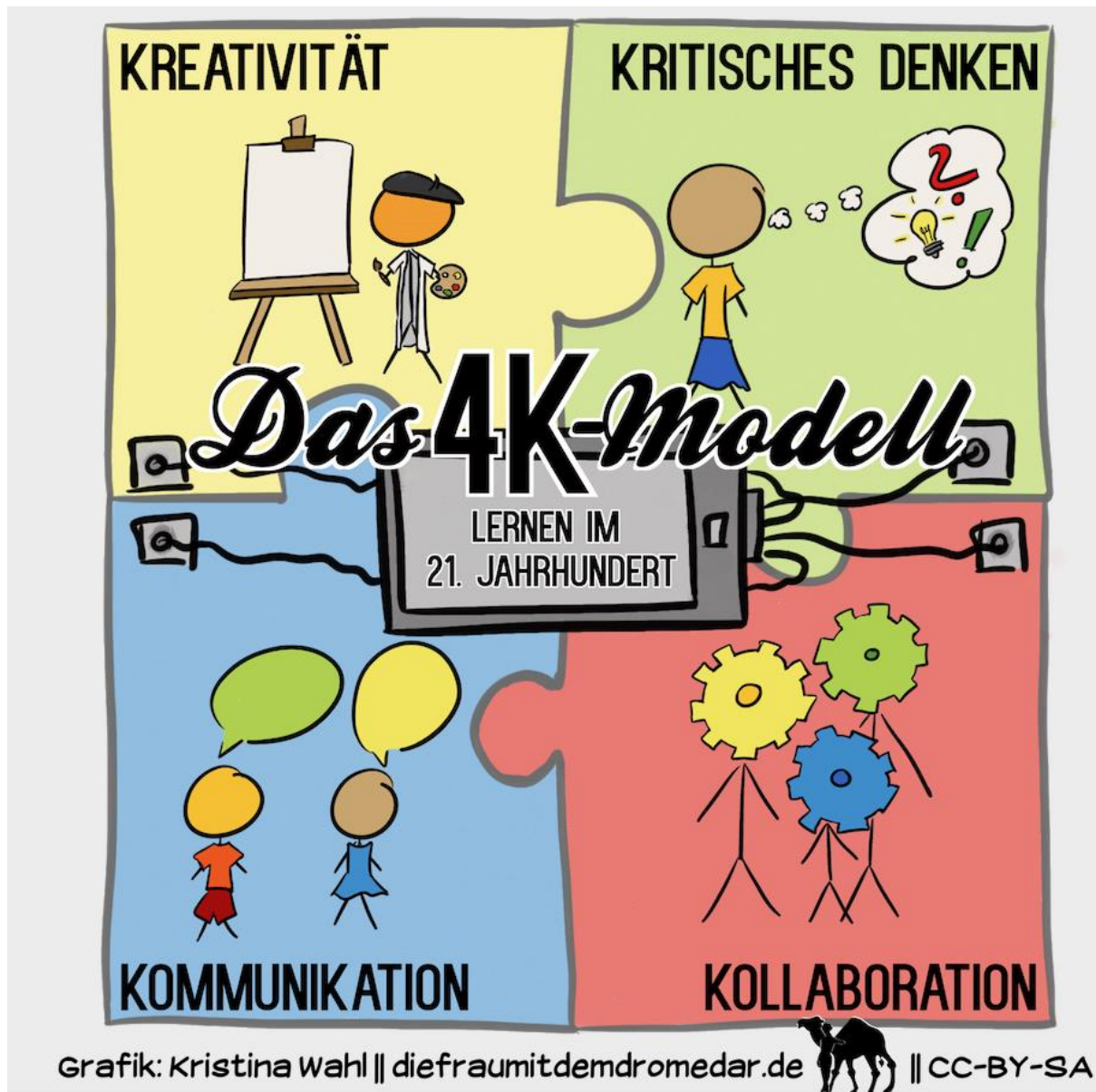
WINTER, H.: *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*.

in: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 61 (1995), S. 37-46

21st century skills







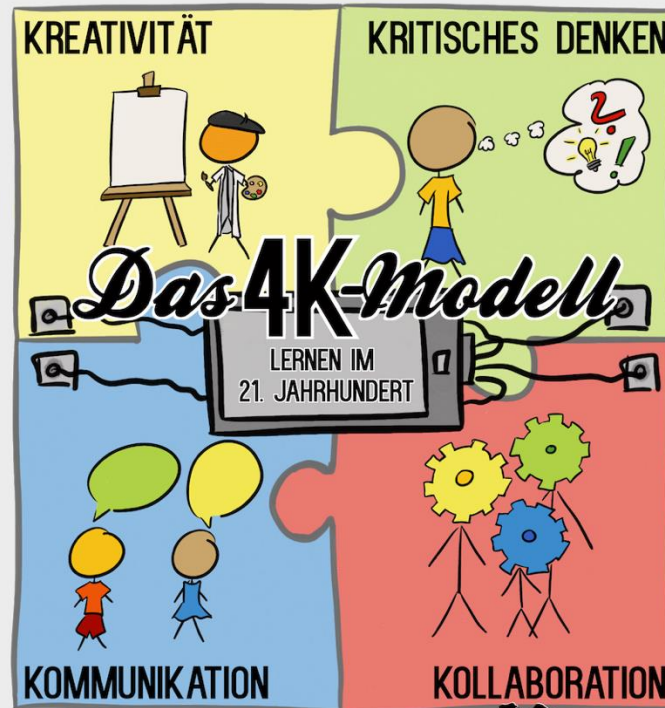
Literaturtipp: Jöran Muuß-Meerholz: Beliebig oder bahnbrechend?
Artikel aus der Zeitschrift PÄDAGOGIK 12/2021

4K-Modell - Bezug zum MU

„Lernen, das mit offenen Aufgaben, problembasiert arbeitet, wird bei SuS mit höherer Wahrscheinlichkeit kreatives Denken anregen als klassische Übungen und Aufgaben, zu denen es nur eine richtige Antwort gibt. (...)“

Allg. math. Kompetenz gemäß FA:

K6. Mathematisch kommunizieren



Grafik: Kristina Wahl || diefraumitdemdromedar.de || CC-BY-SA

ursprünglich
„creativity and
problem solving“

„Kritisches Denken im Unterricht (...): Prüfung von Belegen, (...) Erkennen von Mustern, (...) Begreifen abstrakter Ideen (...)“

„Offene Aufgaben für differenzierte Förderung und gemeinsames Lernen“

In den (alten) Fachanforderungen (S.18):

K3 Mathematisch modellieren

Dazu gehört, passende mathematische Modelle eigenständig zu konstruieren, aber auch, vorgegebene Modelle anzuwenden, zu verstehen und zu bewerten sowie beim Mathematisieren, Interpretieren und Validieren situationsgerecht zwischen Realsituation und mathematischer Beschreibung zu wechseln.

- I vertraute und direkt erkennbare Modelle nutzen, einfachen Erscheinungen aus der Erfahrungswelt mathematische Objekte zuordnen, Resultate am Kontext prüfen
- II mehrschrittige Modellierungen vornehmen, Ergebnisse einer Modellierung interpretieren und an der Ausgangssituation prüfen, einem mathematischen Modell passende Situationen zuordnen
- III komplexe oder unvertraute Situationen modellieren, verwendete mathematische Modelle reflektieren und kritisch beurteilen

In den (neuen) Fachanforderungen (S.18):

2.1.4 Mathematisch modellieren

Beim mathematischen Modellieren geht es um das Lösen eines realen Problems mithilfe von Mathematik. Von besonderer Bedeutung dabei ist das Übersetzen zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Arbeiten im mathematischen Modell, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen sowie des Modells im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (zum Beispiel proportionale Zuordnung) bis hin zu komplexeren Modellierungen (zum Beispiel geometrische Konstruktionen, Sinusfunktion, Exponentialfunktion, Zufallsexperimente).

Reproduzieren

Die Schülerinnen und Schüler...

- ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu (entnehmen zum Beispiel Bildern der Lebenswirklichkeit mathematisch relevante Informationen),
- nutzen bekannte und direkt erkennbare Modelle (zum Beispiel Proportionalität beziehungsweise Dreisatz),
- prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung.

Zusammenhänge herstellen

Die Schülerinnen und Schüler...

- wählen zu einer Sachsituation ein geeignetes mathematisches Modell aus,
- nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern,
- interpretieren Ergebnisse einer Modellierung,
- prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation,
- ordnen einem mathematischen Modell passende Situationen zu.

Verallgemeinern und Reflektieren

Die Schülerinnen und Schüler...

- modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln gegebenenfalls eigene Modelle,
- reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, zum Beispiel in Bezug auf die Realsituation,
- entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.

Modellieren in den Fachanforderungen

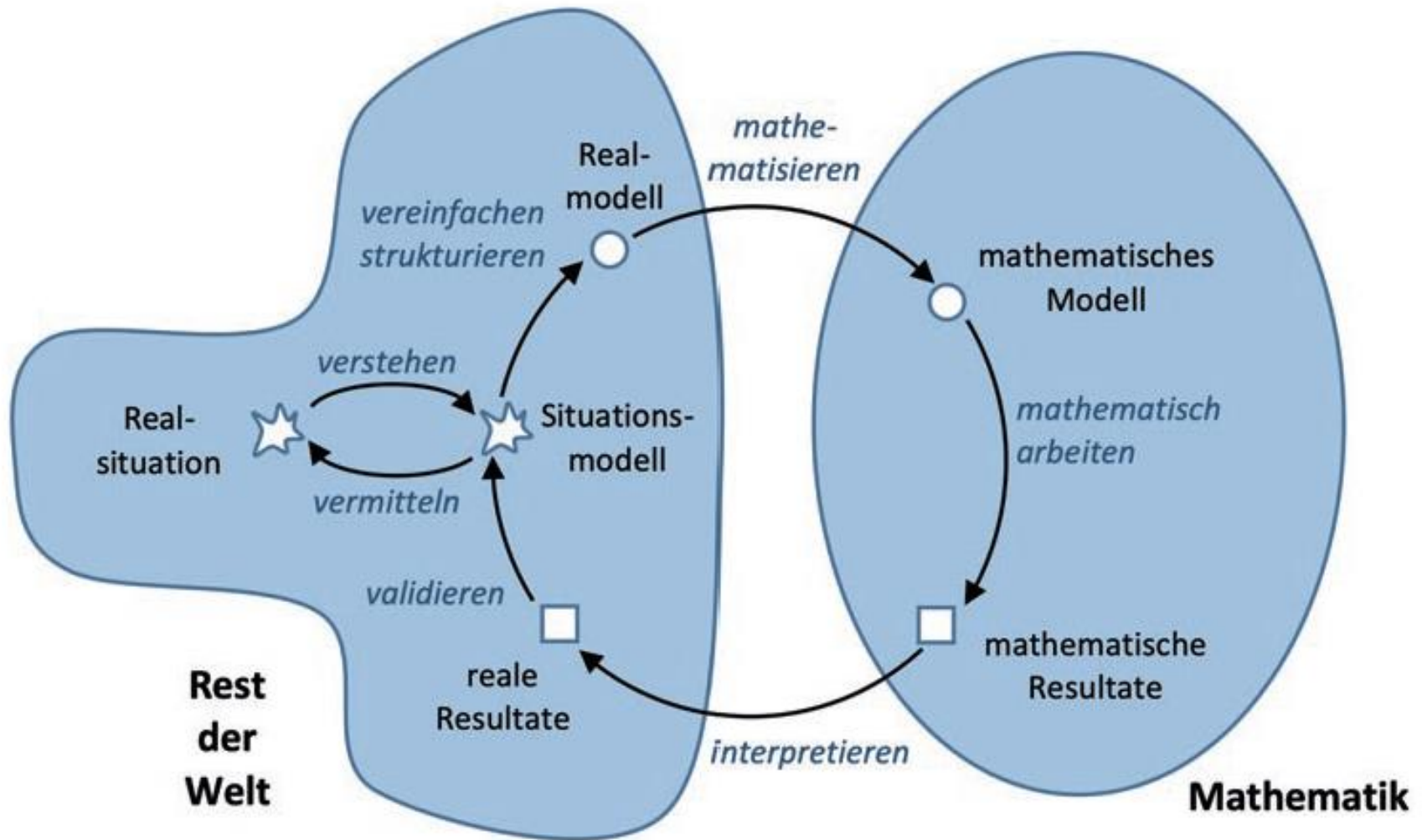
- 1) Überlegt mit Hilfe der Fachanforderungen, in welchen Klassenstufen und bei welchen Leitideen **Mathematisch modellieren** Unterrichtsgegenstand ist.

	Zahl und Operation	Größen und Messen	Strukturen und fkt. Zsmhg	Raum und Form	Daten und Zufall
5					
6					
7					
8					
9					
10					

- 2) Diskutiert den Unterschied zwischen Problemlösen und Modellieren.

Modellierungskreisläufe

Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)



Aufgabe: Feuerwehr

Die Feuerwehr hat sich ein neues Drehleiter-Fahrzeug angeschafft. Mit diesem kann man über einem am Ende der Leiter angebrachten Korb Personen aus großen Höhen retten. Dabei muss das Feuerwehrauto laut einer Vorschrift 12 m Mindestabstand vom brennenden Haus einhalten.

Aus welcher maximalen Höhe kann die Feuerwehr mit diesem Fahrzeug Personen retten?

Technische Daten des Fahrzeugs:

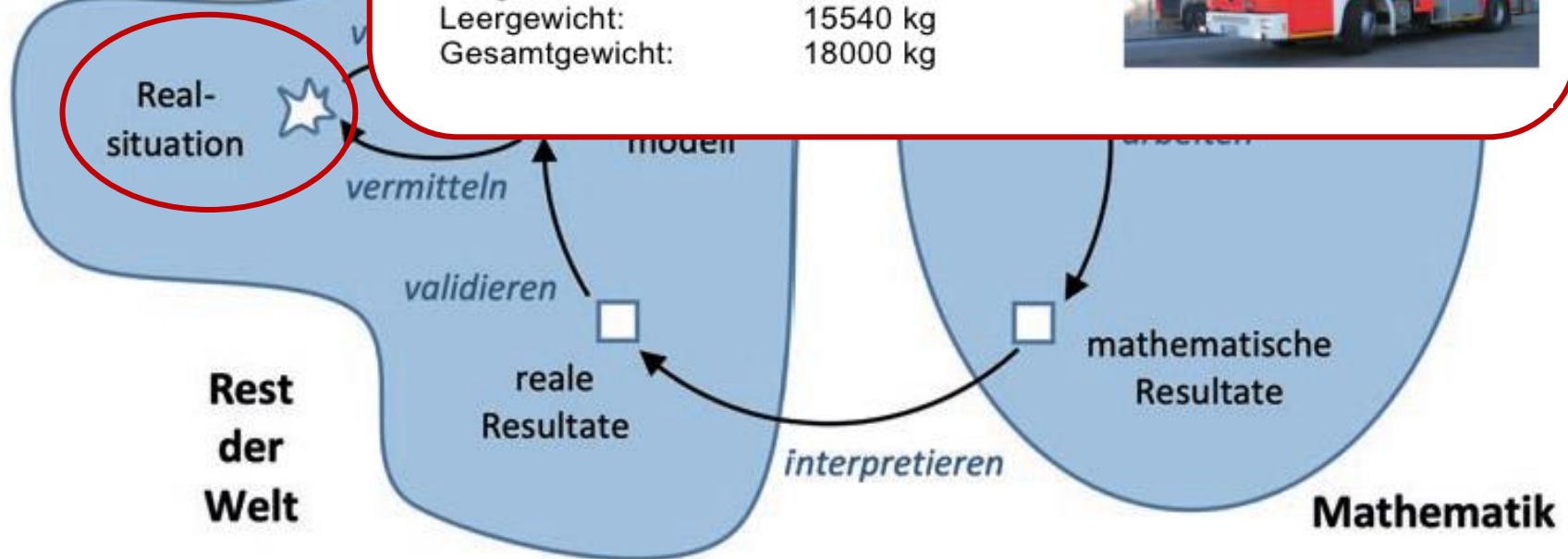
Fahrzeugtyp:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL - Diesel
Leistung:	205 kW (279 PS)
Hubraum:	6374 cm ³
Maße des Fahrzeugs:	Länge 10 m, Breite 2,5 m, Höhe 3.19 m
Länge der Leiter:	30 m
Leergewicht:	15540 kg
Gesamtgewicht:	18000 kg



Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe “Feuerwehr”:

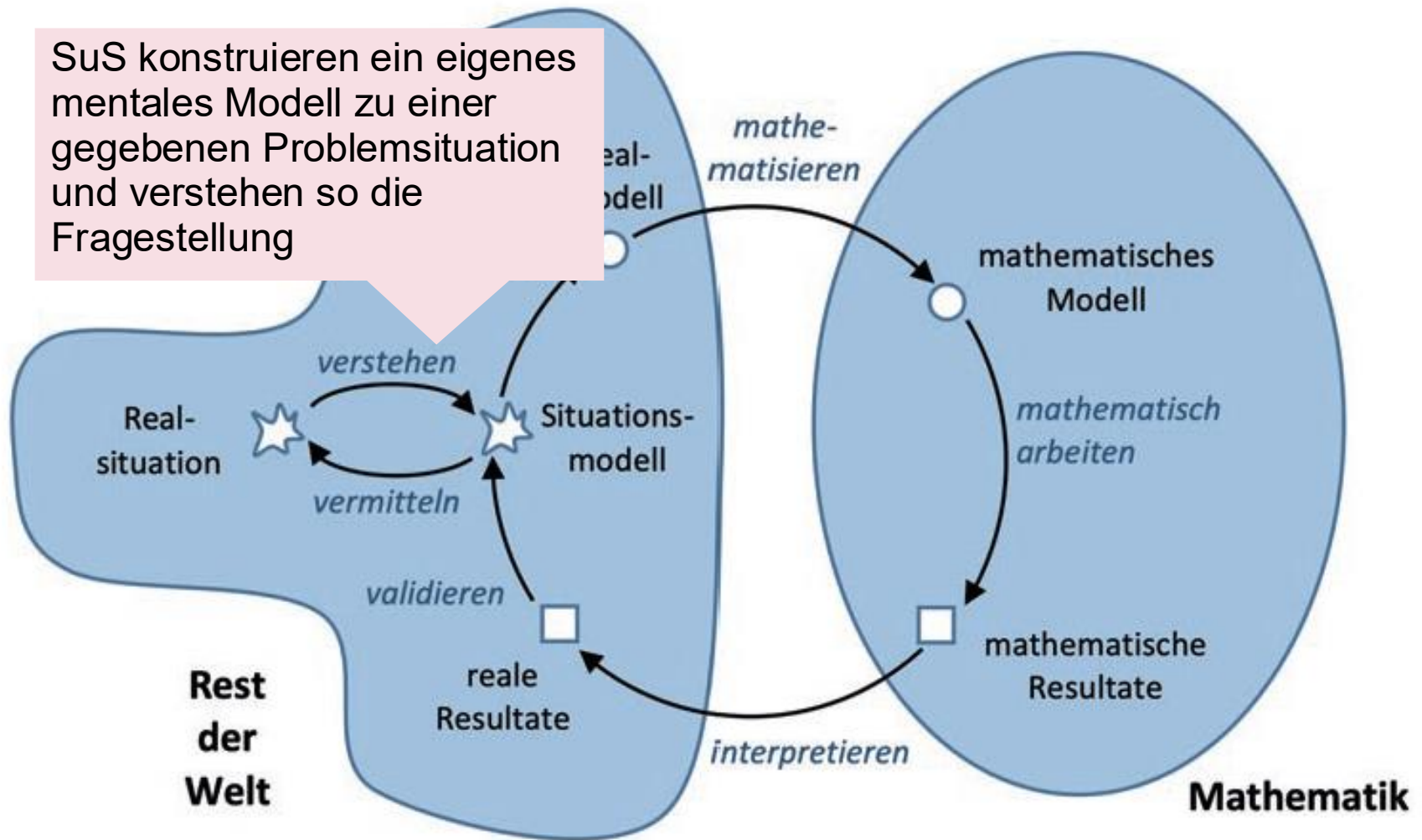
Technische Daten des Fahrzeugs:

Fahrzeugtyp:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL - Diesel
Leistung:	205 kW (279 PS)
Hubraum:	6374 cm ³
Maße des Fahrzeugs:	Länge 10 m, Breite 2,5 m, Höhe 3.19 m
Länge der Leiter:	30 m
Leergewicht:	15540 kg
Gesamtgewicht:	18000 kg

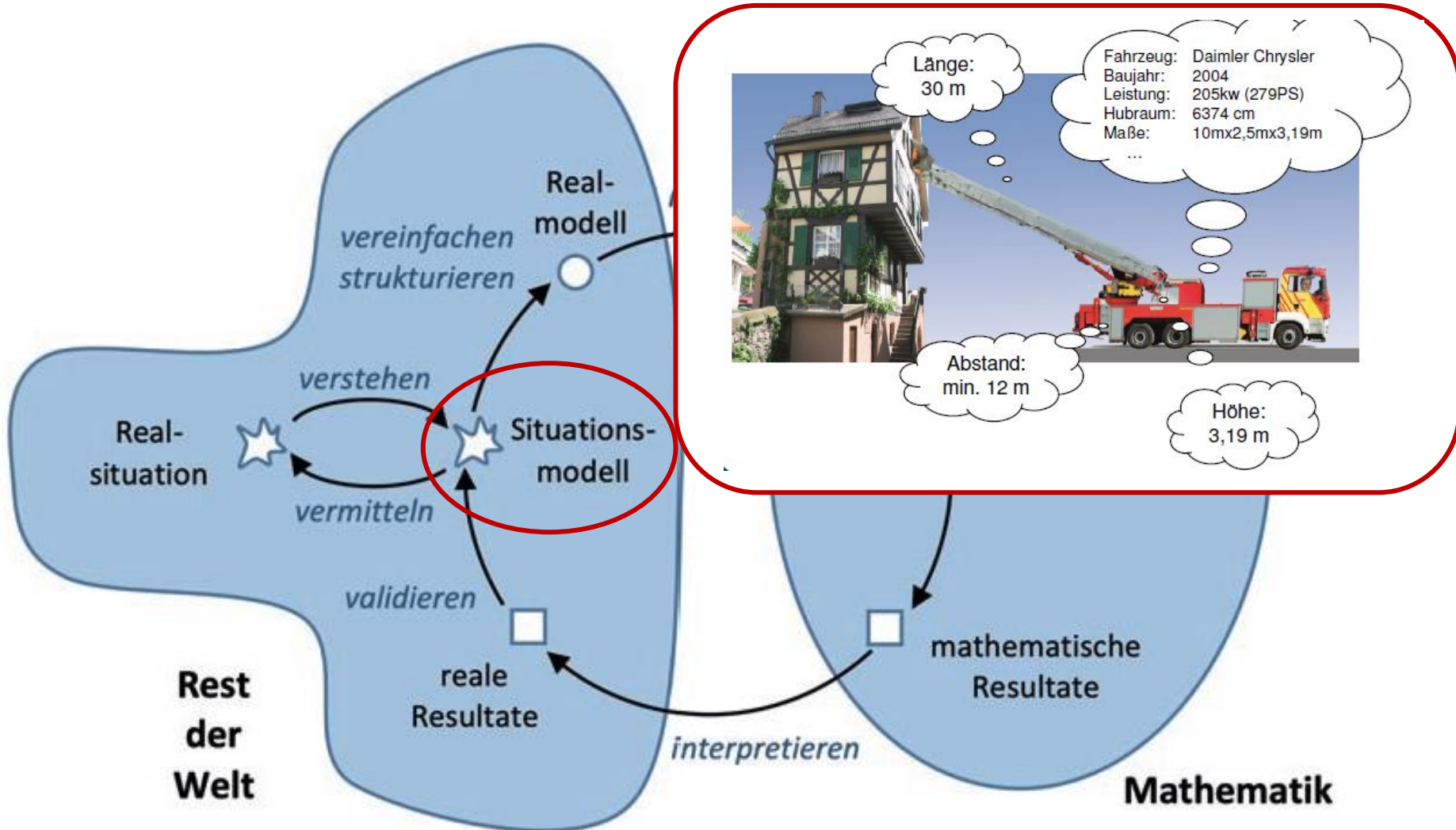


Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)

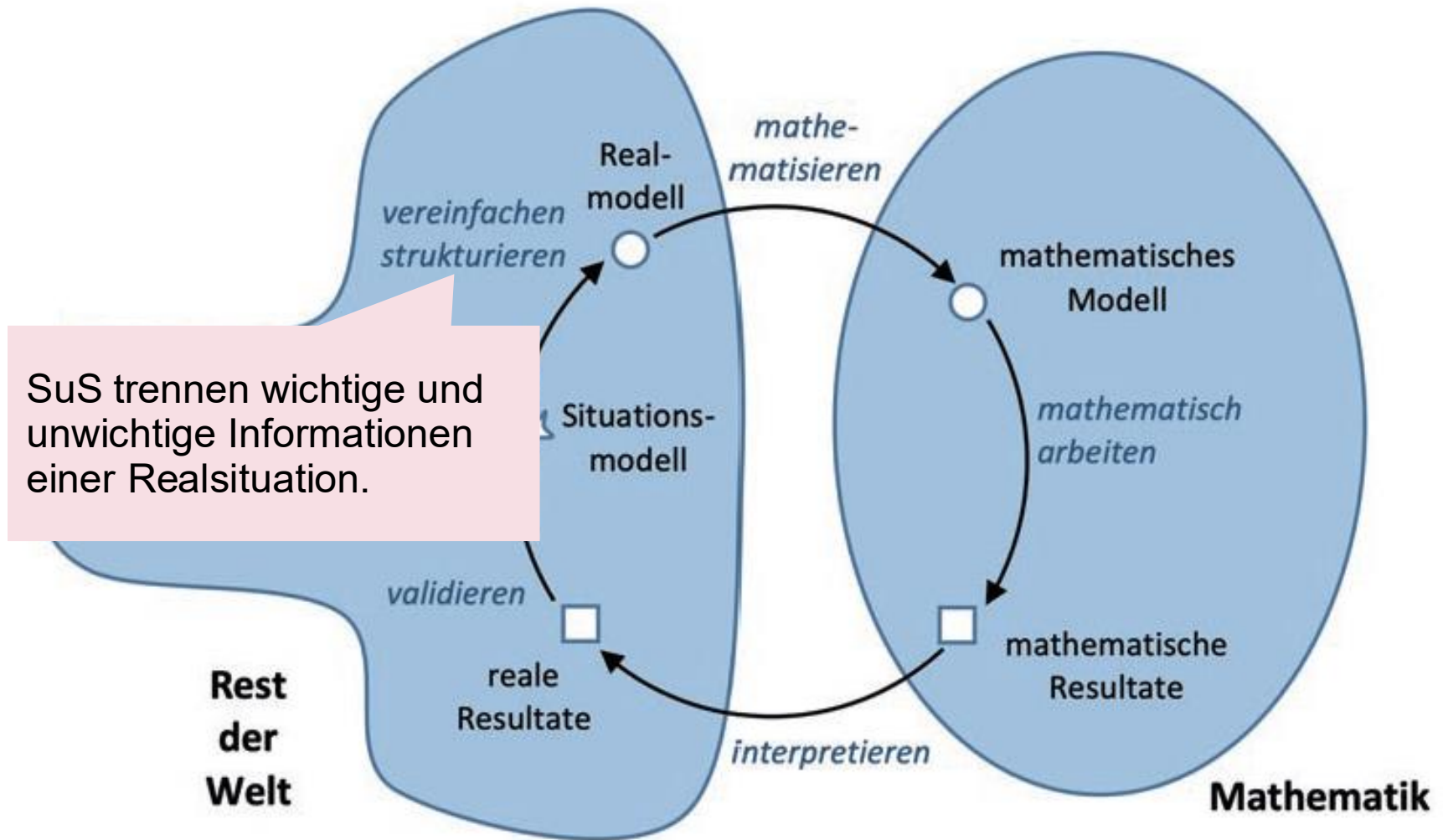
SuS konstruieren ein eigenes mentales Modell zu einer gegebenen Problemsituation und verstehen so die Fragestellung



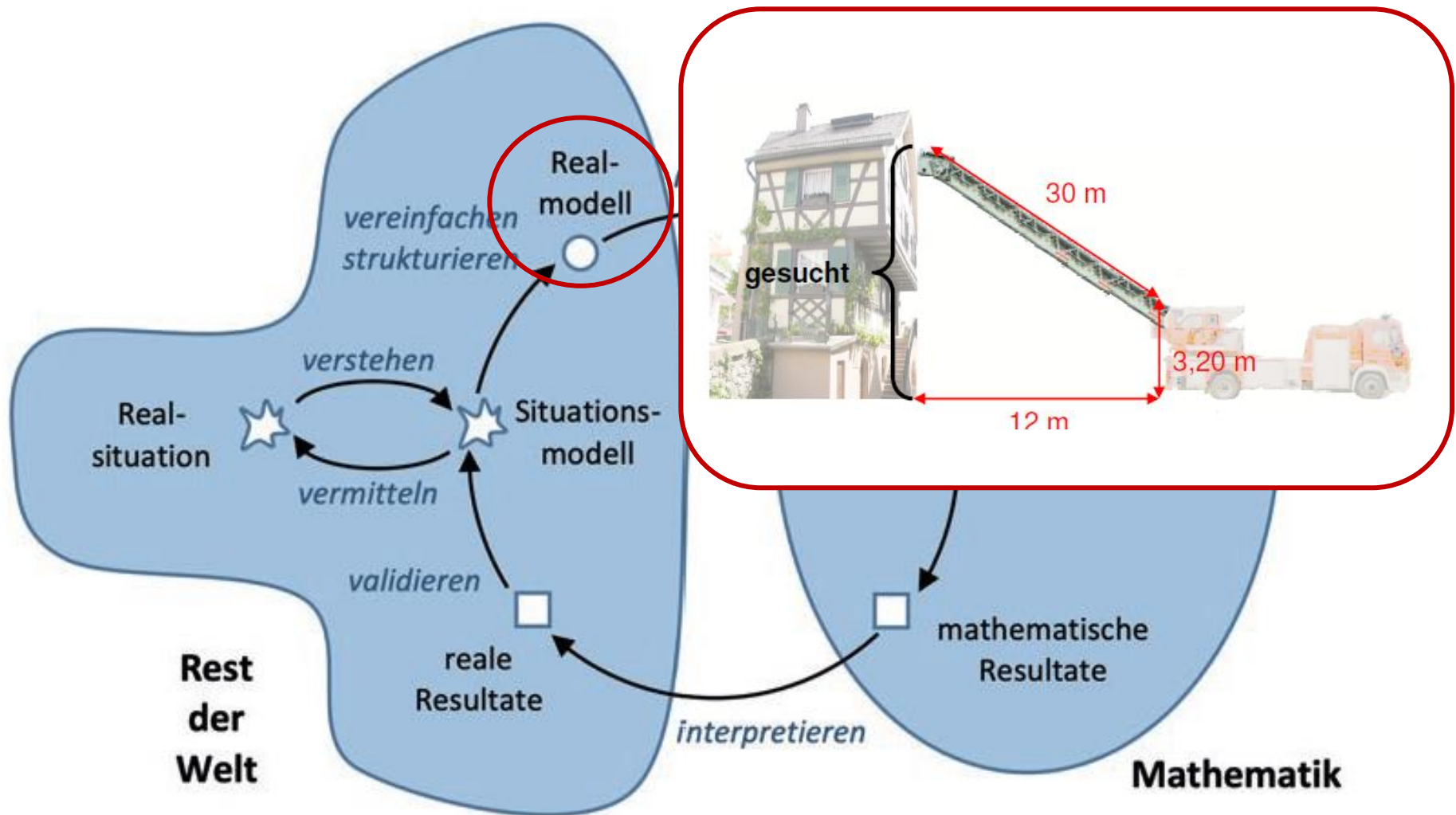
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIB (2005) zur Aufgabe "Feuerwehr":



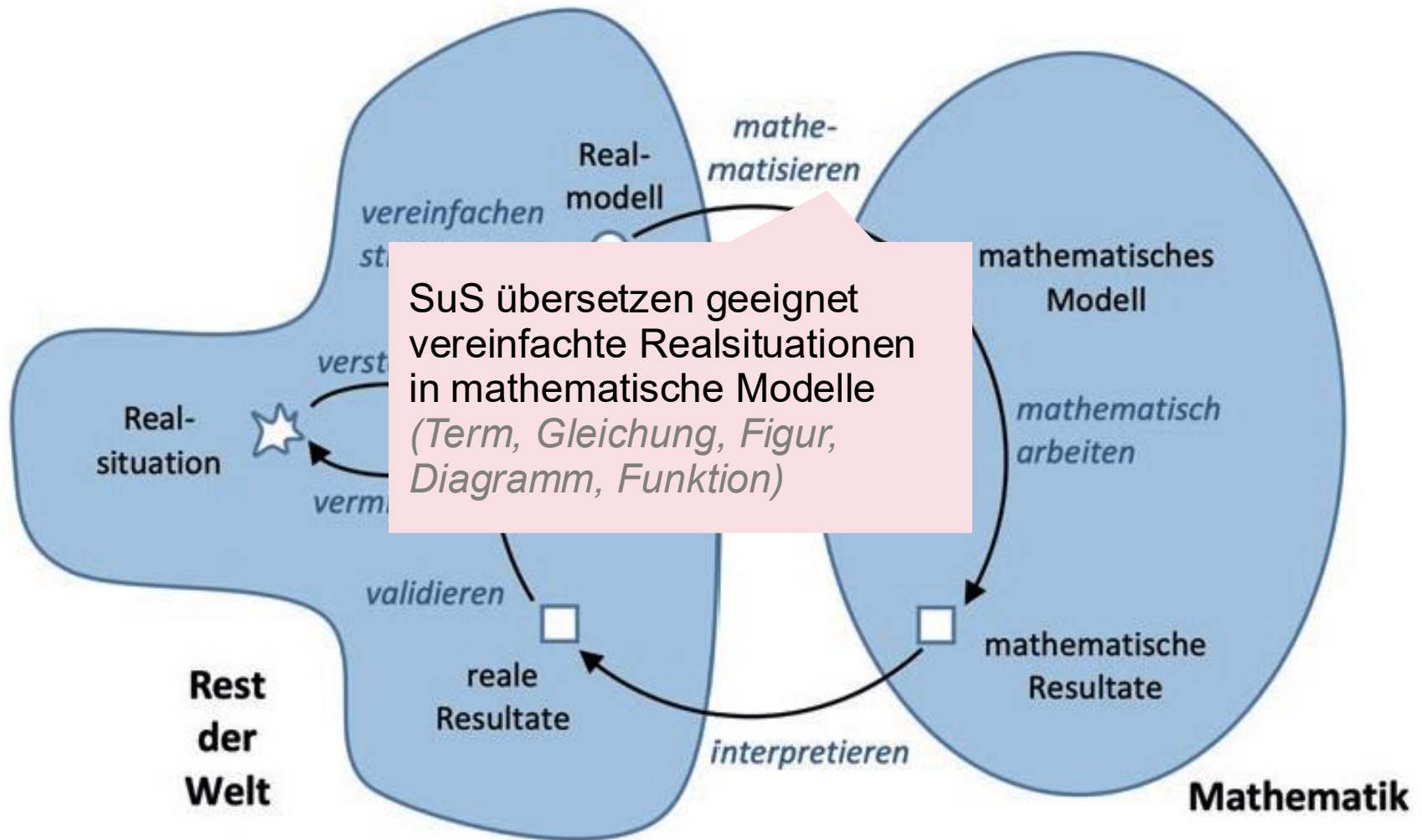
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)



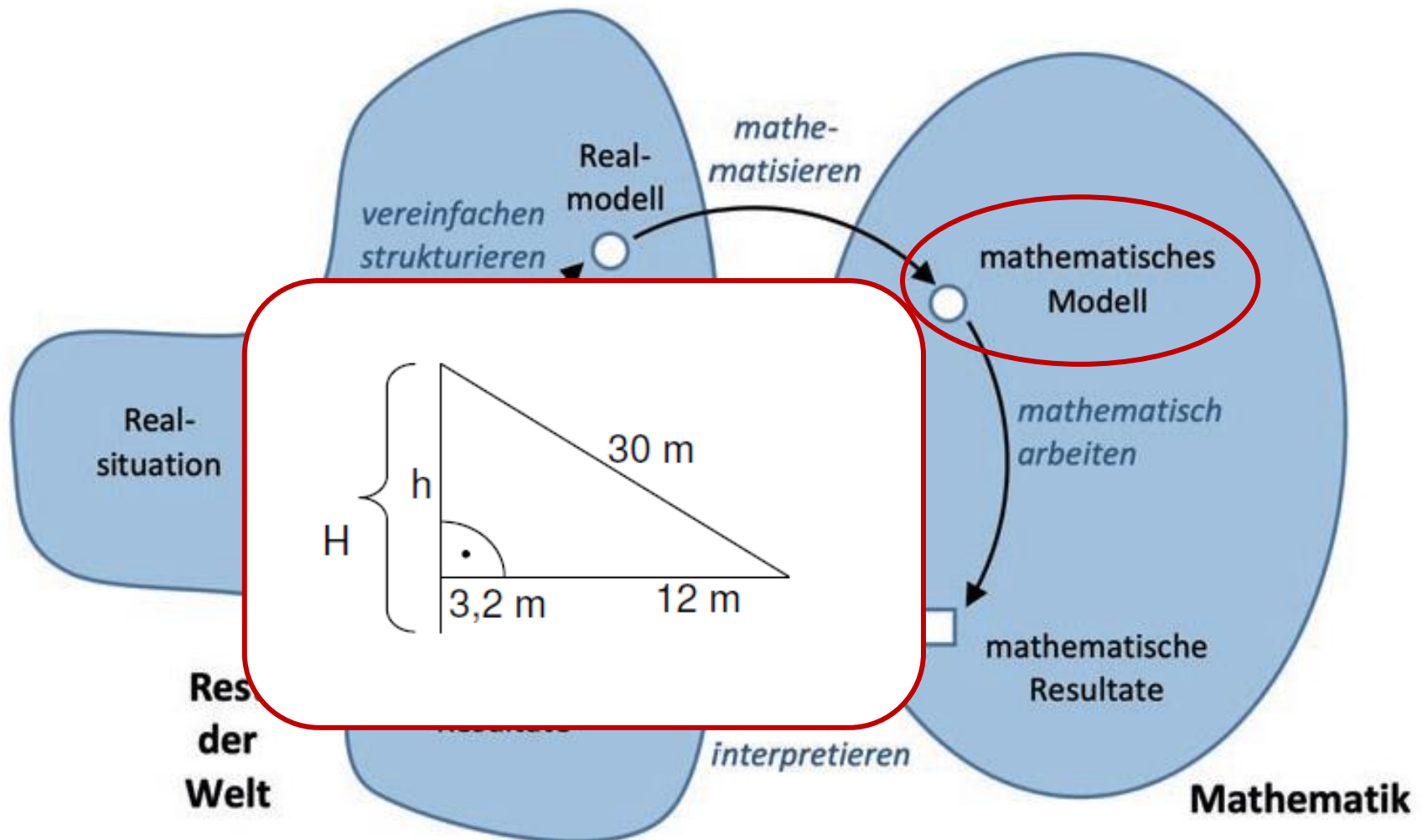
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIB (2005) zur Aufgabe "Feuerwehr":



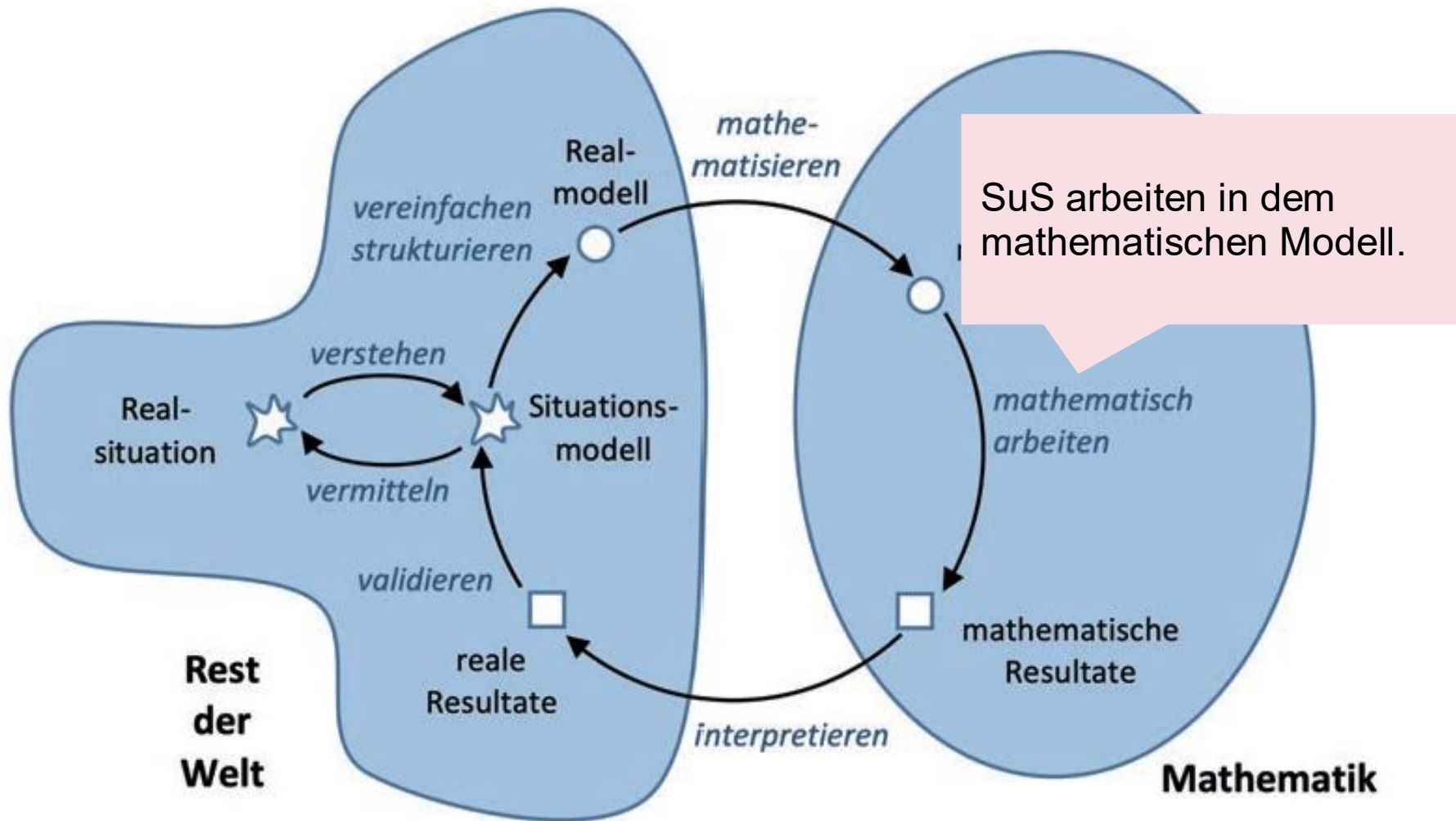
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)



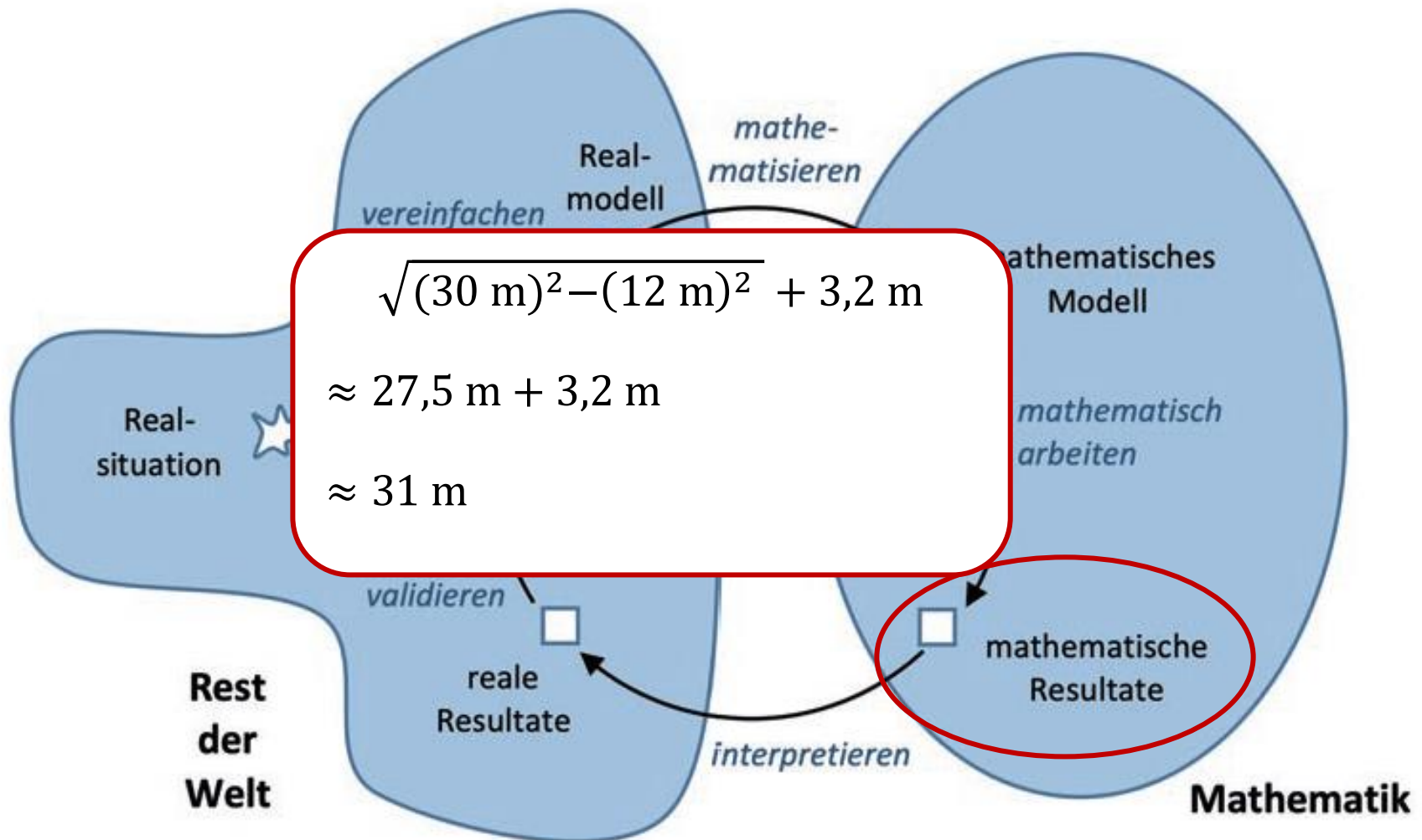
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe “Feuerwehr”:



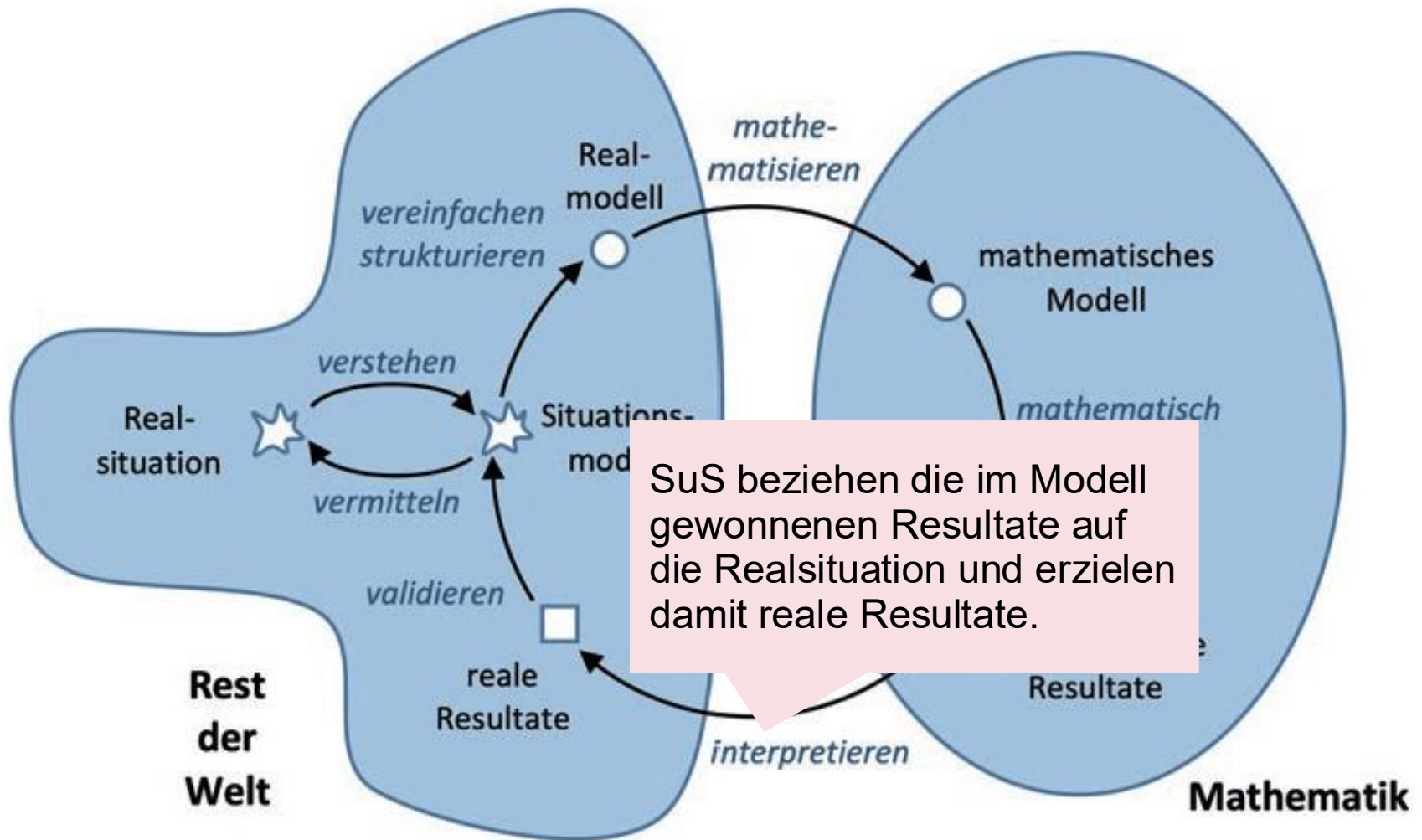
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)



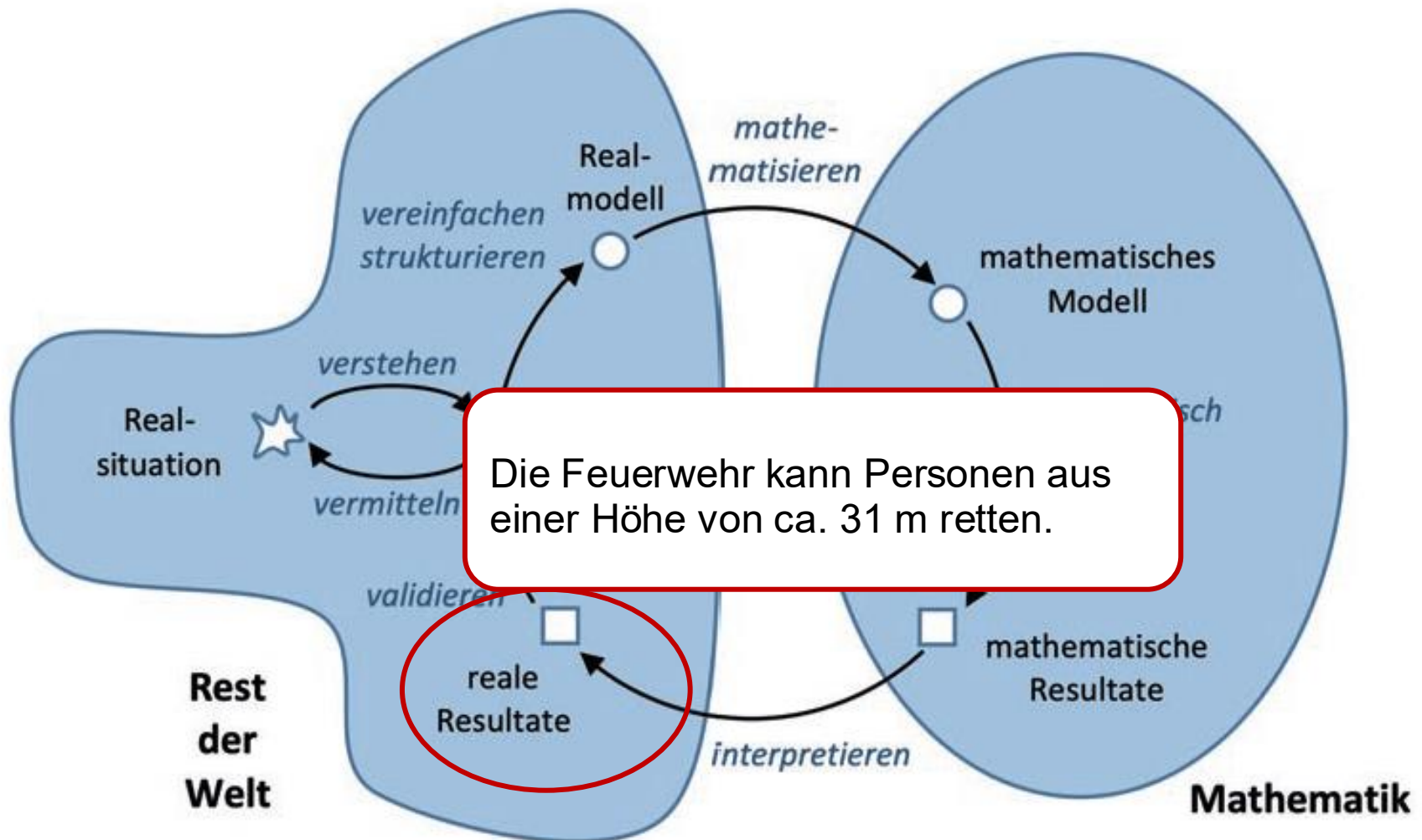
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe “Feuerwehr“:



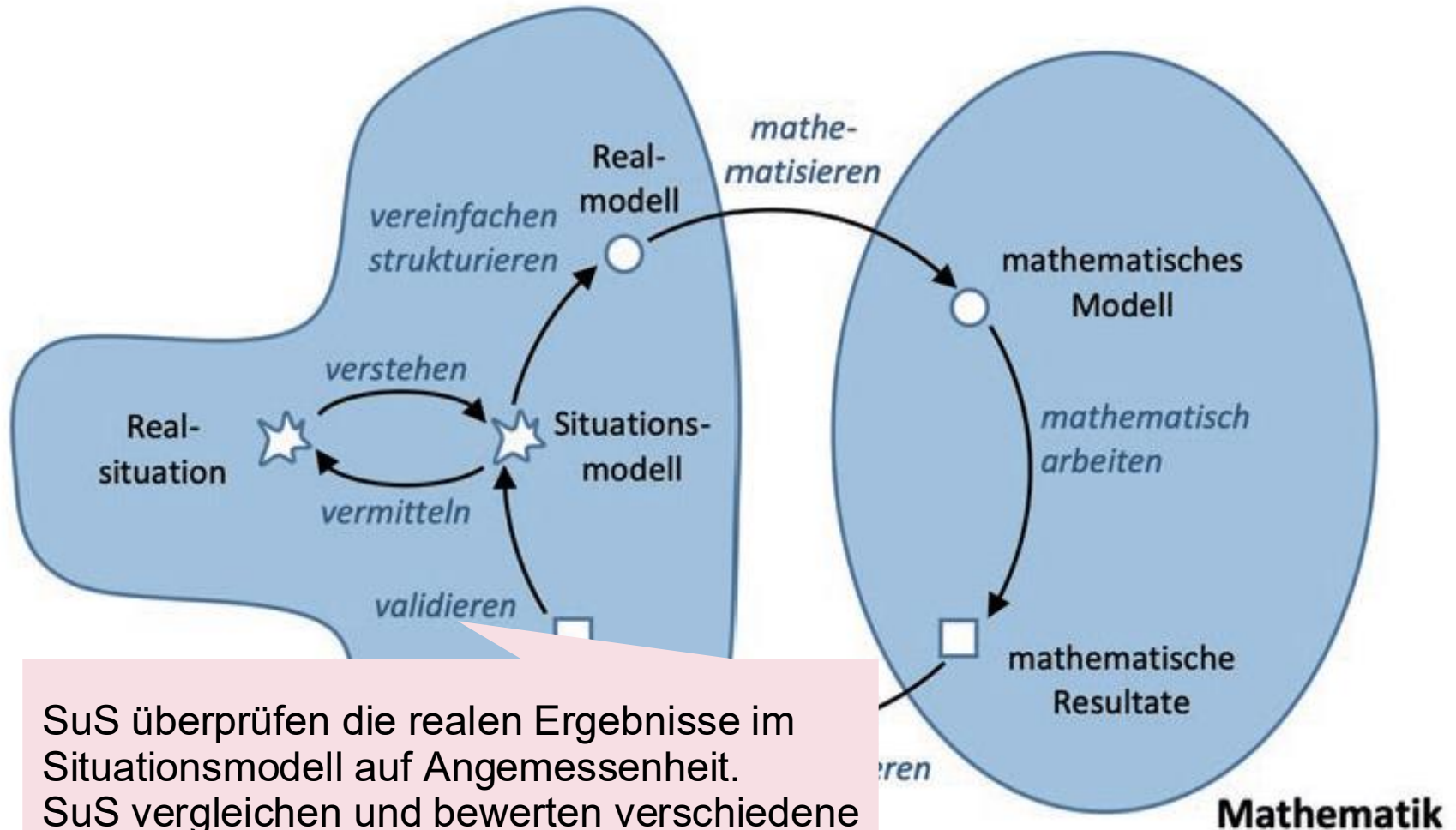
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)



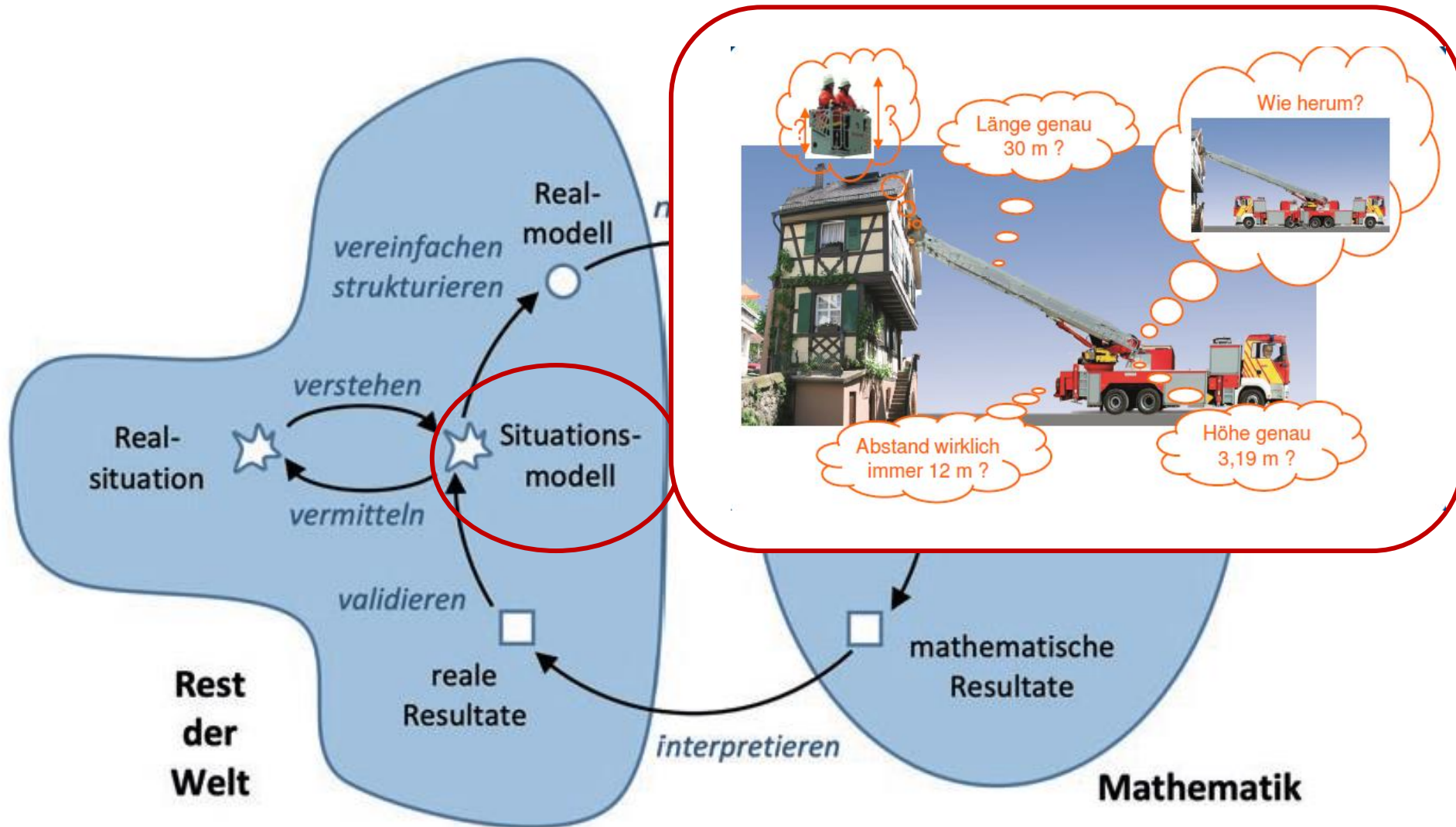
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe “Feuerwehr”:



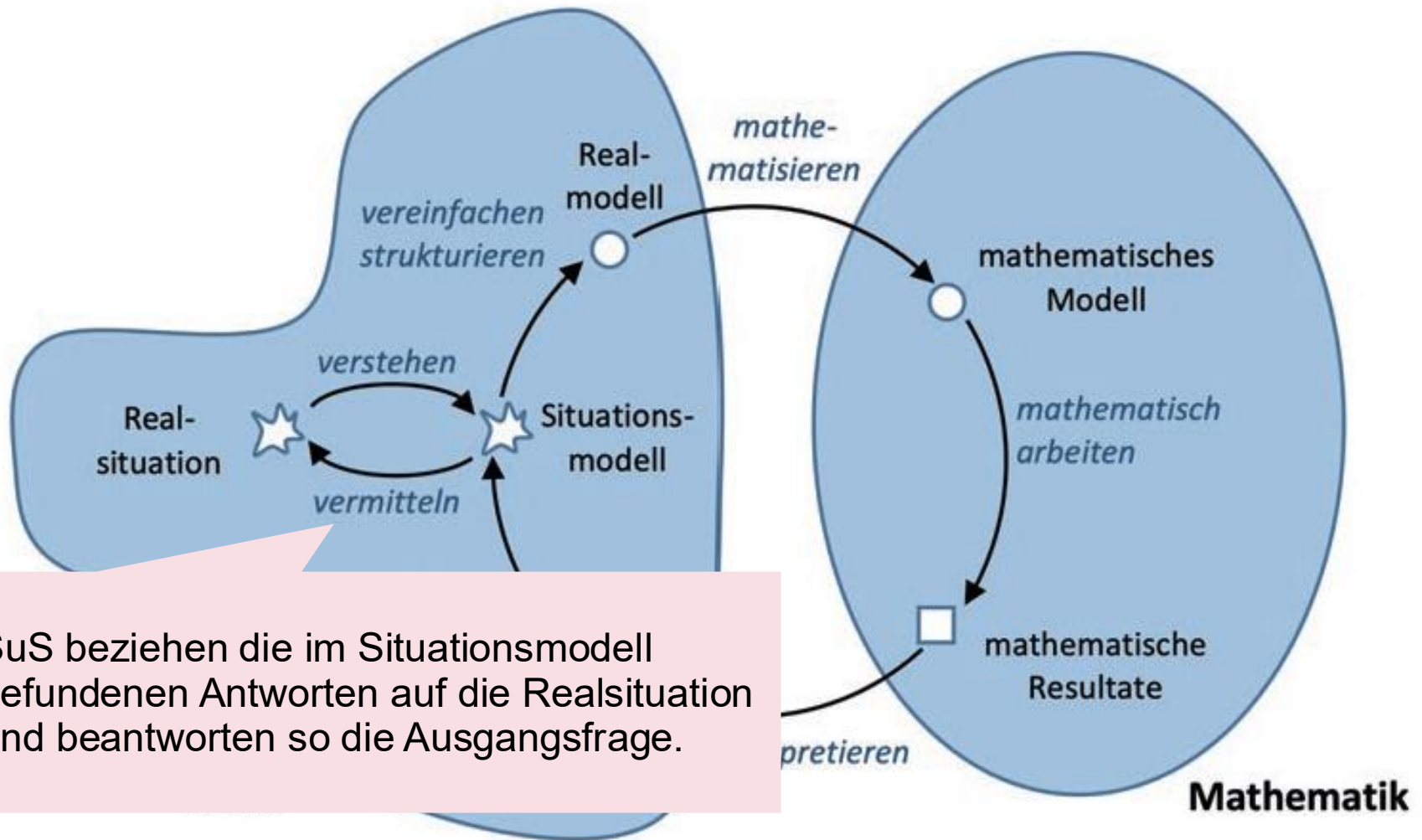
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)



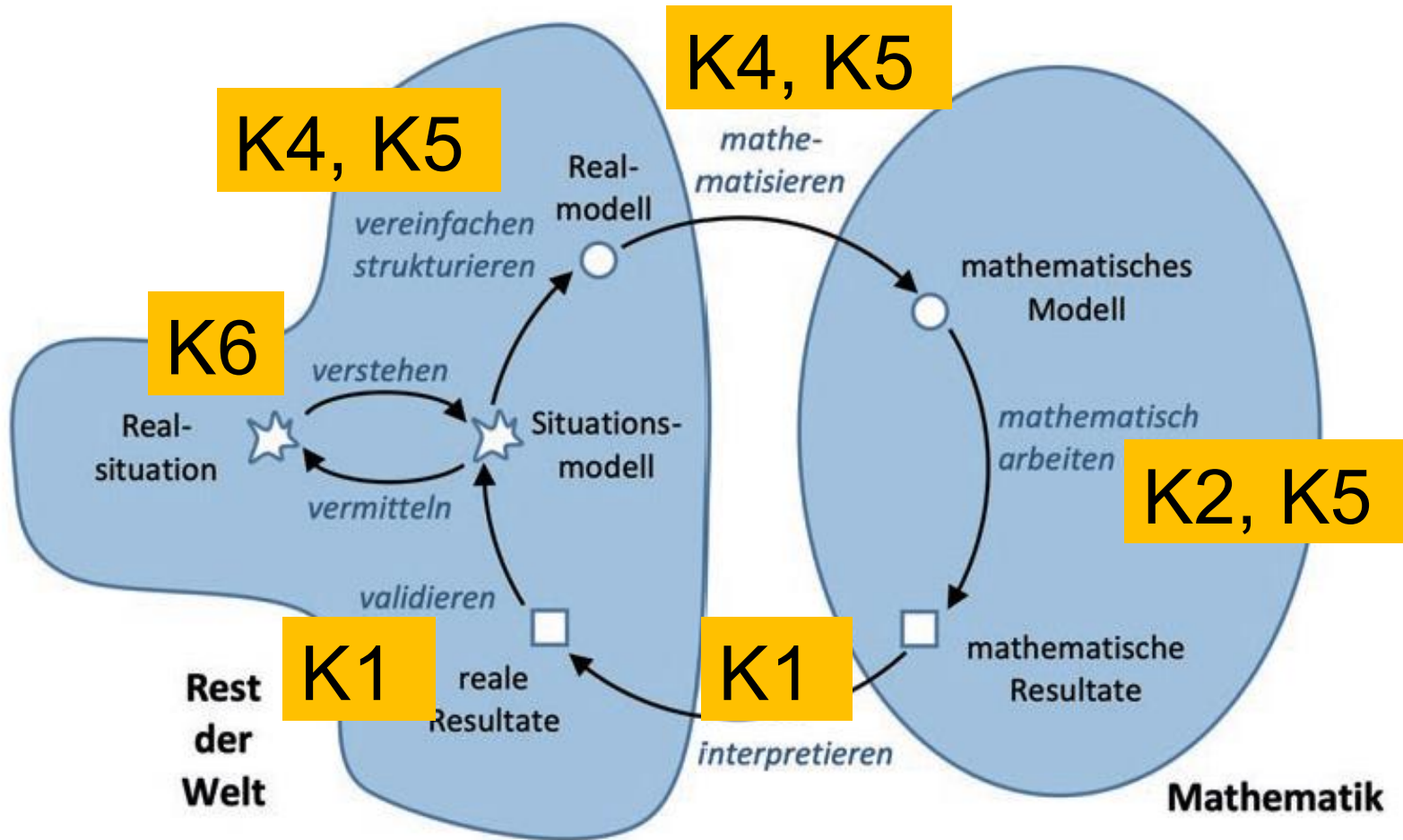
Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005) zur Aufgabe “Feuerwehr”:



Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)



Modellierungskreislauf nach BLUM und LEIß (2005)

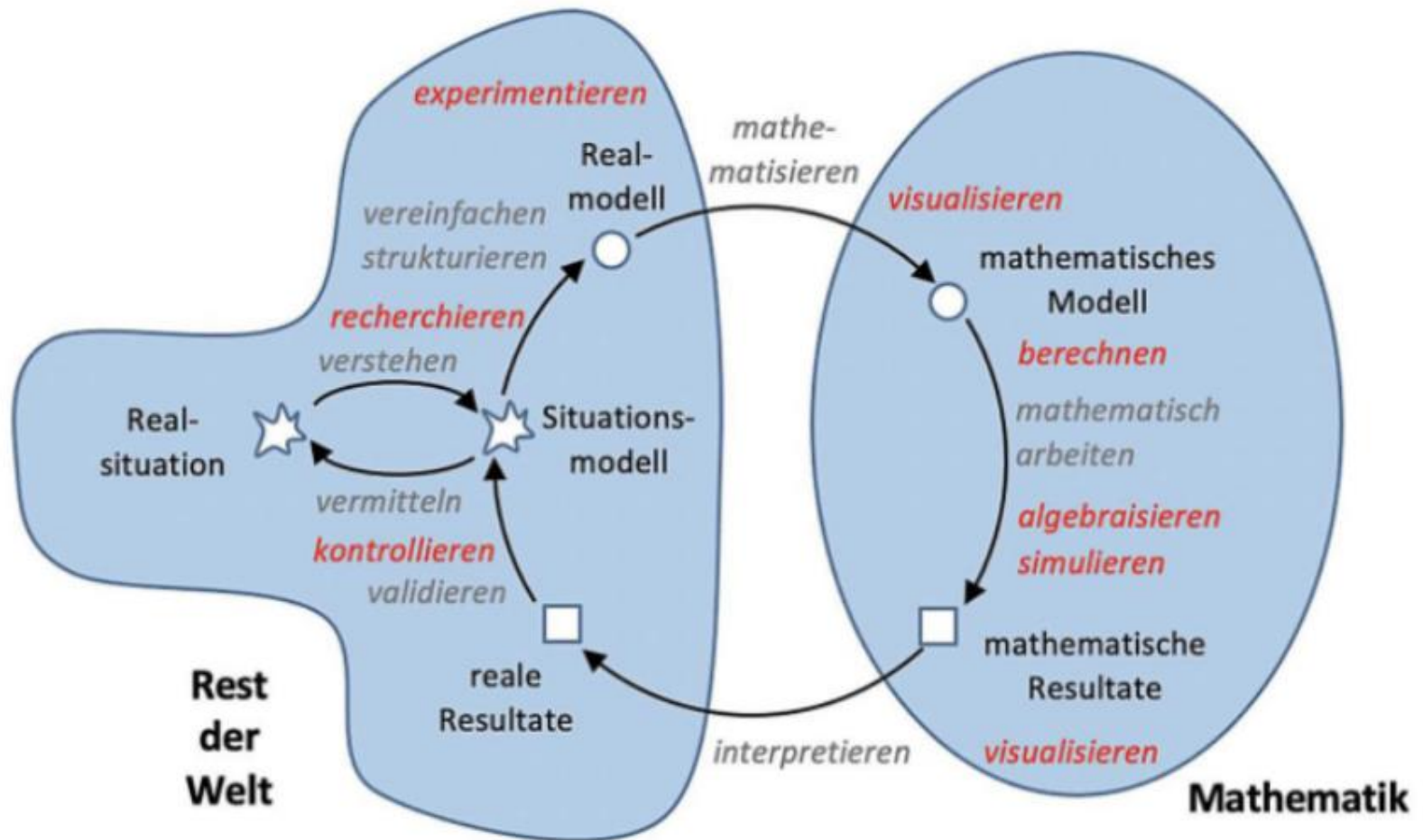


Außerdem: **metakognitive Kompetenzen**

z.B. zielgerichtet vorgehen, angemessene Techniken auswählen und ggf. korrigieren, das eigene Vorgehen begründen und bewerten (auch schriftlich), Bedeutung von Mathematik in der realen Welt beurteilen

Funktionen digitaler Werkzeuge beim Modellieren

(integrierte Sichtweise nach GREEFRATH 2011)



Modellieren mit analytischer Geometrie und digitalen Werkzeugen

CamCarpets



Quelle: <https://t1p.de/hhe79>

Floorgraphic



Quelle: <https://t1p.de/bow7g>

Trickzeichnungen:



Wie lassen sich solche optischen Täuschungen mithilfe von Grundlagen aus der analytischen Geometrie herstellen?

<https://www.youtube.com/watch?v=0yGw63H99Tg>

Aus der Tube

- Wie lang ist eigentlich der Streifen Zahncreme, der in einer Zahnpastatube steckt?



Weitere Beispiele für Fermi-Aufgaben

Wie lange würdest du brauchen,
um zu Fuß von Kiel nach Konstanz zu kommen?

Wie viele Bäume gibt es in Schleswig-Holstein?

Wie oft schlägt das Herz eines Menschen seinem
ganzen Leben?

Wie viele Menschen müssen in ein Schwimmbad
steigen, damit der Wasserspiegel um 10 cm steigt?

Bei Fermi-Aufgaben ...

- ... scheint es sich zunächst um ein unlösbares Problem zu handeln, auf das man sich erst einmal einlassen muss,
- ... müssen fehlende Informationen aus Annahmen, Alltagssituationen, durch Schätzen, Vermuten, Überschlagen, Nachschlagen oder das Befragen von Experten gewonnen werden,
- ... gibt es keine eindeutigen Lösungswege und erst recht nicht „**die** richtige oder falsche Lösung“,
- ... muss die gefundene Lösung plausibel begründet, überprüft und inkl. Vorgehensweisen erklärt werden,
- ... werden Kompetenzen wie das Erforschen, das Überschlagen, das Arbeiten mit großen Zahlen, das Umrechnen von Größen, das Nutzen von Alltagswissen, das Argumentieren, das Kommunizieren, die Selbstständigkeit und das Anwenden heuristischer Strategien gefördert,
- werden alle Schritte des Modellierens durchlaufen.

Einer von 80 Millionen

Max Giesinger singt:

Da wo ich herkomm' wohnen eintausend Menschen
Im Ort daneben schon zweimal so viel
Dreihunderttausend in der nächsten Großstadt
Und bald vier Millionen in Berlin

Ich war die letzten 5 Jahre alleine
Hab nach dem Sechser im Lotto gesucht
Sieben Nächte die Woche zu wenig gepennt
Wie auf ner Achterbahn im Dauerflug

So weit gekommen und so viel gesehen
So viel passiert, das wir nicht verstehen
Ich weiß es nicht, doch ich frag es mich schon:
Wie hast du mich gefunden?
Einer von 80 Millionen

... Ich war nie gut in
Wahrscheinlichkeitsrechnung
Aber das hab sogar ich kapiert
Die Chance, dass wir beide uns treffen
Ging gegen Null und doch stehen wir
jetzt hier
...

Ist die Wahrscheinlichkeit
von $\frac{1}{80\,000\,000}$ **eine gute**
Einschätzung?

Modellierungskompetenzen Im MU fördern

Förderung von Modellierungskompetenzen

Holistischer Ansatz

Idee:
von Beginn an Durchführung
vollständiger Modellierungs-
prozesse, wobei Komplexität
und Schwierigkeit der
Probleme/Aufgaben den
Kompetenzen der Lernenden
angepasst ist

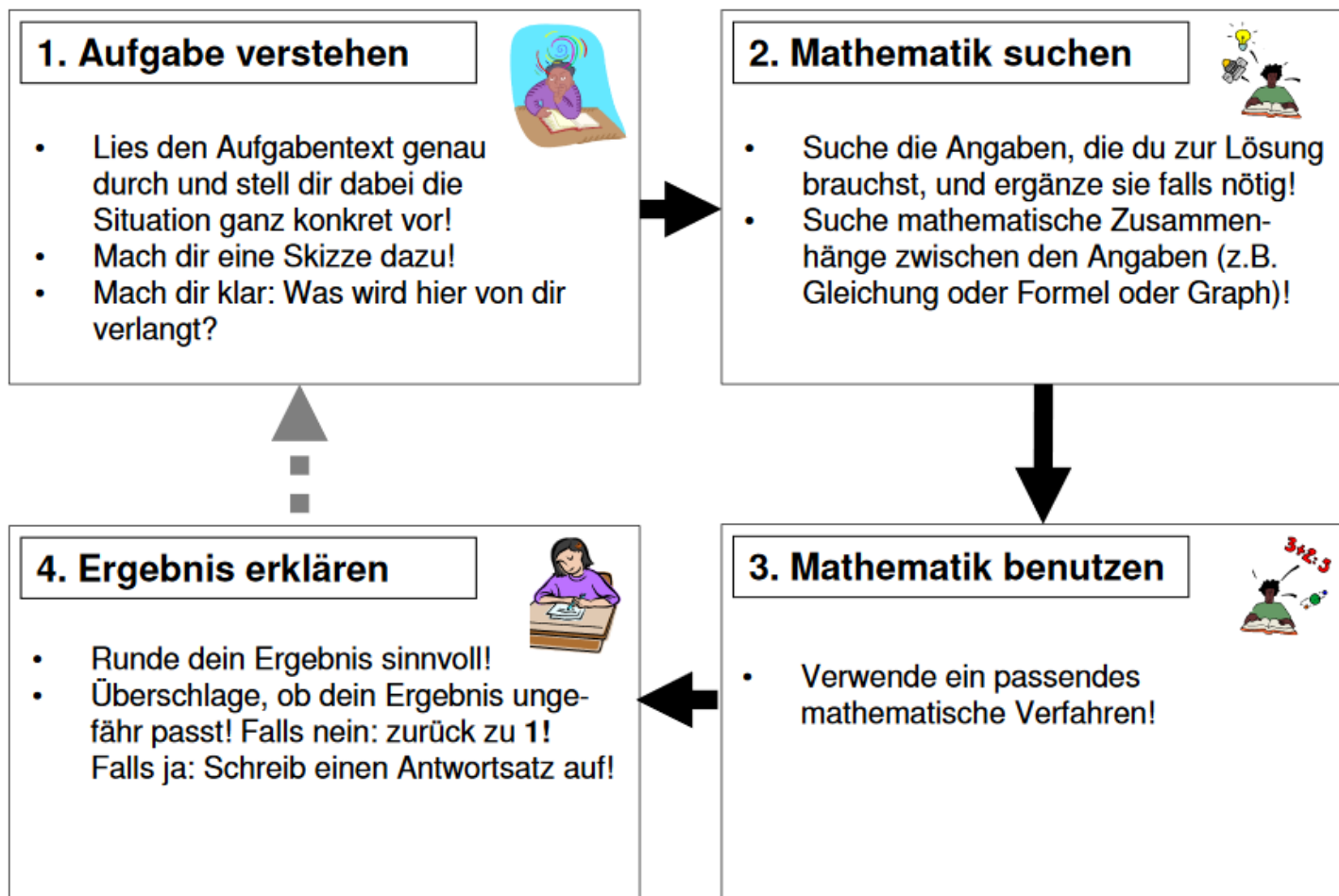
Atomistischer Ansatz

Idee:
zunächst separate Bearbeitung
einzelner Phasen des
Modellierungsprozesses,
um Teilkompetenzen
mathematischer Modellierung
effektiv fördern zu können

**Modellierungskompetenzen
sollten langfristig aufgebaut werden!**

Der Modellierungskreislauf im Unterricht

„Lösungsplan“ für Modellierungsaufgaben



Lehrerinterventionen beim Bearbeiten von Modellierungsproblemen

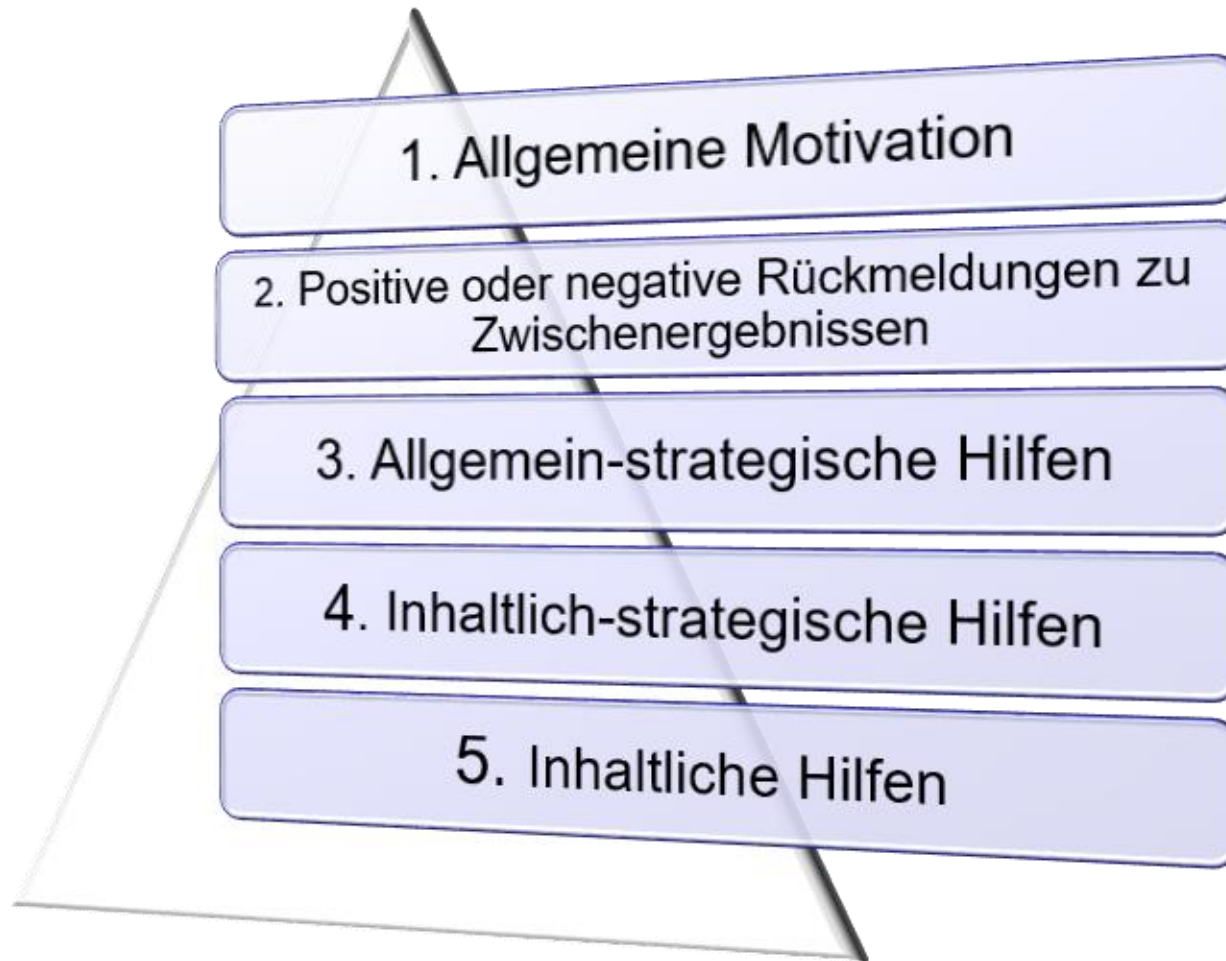
Ziele:

- SuS sollen möglichst selbstständig arbeiten, u.a. damit sie Erfahrung damit machen, den eigenen Arbeitsprozess selbst zu steuern.
- SuS sollen für das Problem eine akzeptable Lösung finden (um nicht die Motivation dafür zu beeinträchtigen, in Zukunft Mathematik eigenständig zu nutzen)

Wege zum Erreichen der Ziele:

- gestufte Interventionen (nach Zech)

Gestufte Interventionen nach Zech



Gestufte Interventionen nach Zech

1. allgemeine Motivation („Ihr werdet das schon schaffen!“)
2. Positive oder negative Rückmeldungen zu Zwischenergebnissen
(„Ihr seid auf dem richtigen Weg – weiter so!“, „Verbeißt euch nicht zu sehr in diesen Ansatz!“)
3. Allgemein-strategische Hilfen, also Hilfen, die auf die Steuerung des Arbeitsprozesses zielen, ohne dabei auf die Fachinhalte einzugehen.
Gegenstand von allgemein-strategischen Hilfen sind Arbeitsmethoden.
(„Stellt den Sachverhalt mit Hilfe einer Zeichnung dar.“)
4. Inhaltlich-strategische Hilfen, also Hinweise, die sich auf das Vorgehen beziehen, aber inhaltliche Aspekte enthalten.
(„Rechnet erstmal mit konkreten Werten und erst dann mit Variablen.“)
5. Inhaltliche Hilfen, also direkte Unterstützungen beim inhaltlichen Vorgehen.

Der Modellierungskreislauf im Unterricht

- 1) Bearbeitet die Aufgabe
„Ende der Lebensmittelverschwendung“
mithilfe des Lösungsplans von DISUM.
- 2) Antizipiert Schwierigkeiten und diskutiert angemessene Interventionen für SuS in den einzelnen Phasen.
- 3) Reflektiert anschließend den Lösungsplan:
Was war hilfreich? Würdet ihr etwas ändern?

Infos: www.mued.de

Ende der Lebensmittelverschwendung?

Am 20.02.2019 sendet das ZDF im Heute-Journal einen Beitrag, indem es um Ideen aus Dänemark geht, wie wir die Verschwendung von Lebensmitteln verhindern können.

Aktuell landen in Deutschland jährlich 11 Mio. Tonnen Nahrung im Müll. Um das Ausmaß zu verdeutlichen, wählt das ZDF hier die folgende Darstellung:

Wenn man diese 11 Mio. Tonnen Nahrung in die üblichen großen Mülltonnen packt, diese in 10er Reihen nebeneinanderstellt und am Brandenburger Tor anfängt, dann reichen die Mülltonnen von Berlin nach Lissabon. Das sind 2750 km.

Ideen aus Dänemark

- Morgens ein Foto vom Kühlschrank machen, damit man nachgucken kann was man hat.
- Im Supermarkt die einzelnen Bananen kaufen, die sonst weggeschmissen werden.
- Die Einkäufe im Korb tragen, damit man das Gewicht gut spürt.
- To-good-to-go-App, dort bieten Restaurants kurz vor der Schließung noch ihre Reste an.
- Schon in der Schule lernt man dort, dass man aus einem Apfel mit braunen Stellen noch einen leckeren Apfelkuchen backen kann.



Kann das wirklich stimmen?

Quelle: <https://www.die-mueden.de/mued-material/lager/abdm/ab-19-04.pdf>

Förderung von Modellierungskompetenzen

Holistischer Ansatz

Idee:
von Beginn an Durchführung
vollständiger Modellierungs-
prozesse, wobei Komplexität
und Schwierigkeit der
Probleme/Aufgaben den
Kompetenzen der Lernenden
angepasst ist

Atomistischer Ansatz

Idee:
zunächst separate Bearbeitung
einzelner Phasen des
Modellierungsprozesses,
um Teilkompetenzen
mathematischer Modellierung
effektiv fördern zu können

**Modellierungskompetenzen
sollten langfristig aufgebaut werden!**

Schwerpunkte setzen: Vereinfachen üben

Tom hat eine 100 g – Tafel Vollmilchschokolade bekommen und Jens 200 g Pralinen. Als Jens sich freut, dass er mehr Schokolade hat, meint Tom:
„Eigentlich habe ich mehr Schokolade, denn du hast ja ganz viel von der Creme-Füllung, die ich nicht mag.“



Welche der Fragen helfen herauszufinden, wer wirklich mehr Schokolade hat. Kreuze an.

☐	Welche Form hat die Pralinen-Schachtel?	☐	Haben alle Pralinen die gleiche Form?
☐	Von welcher Marke sind die Pralinen?	☐	Wie viele Pralinen sind in der Schachtel?
☐	Was wiegt die Schokoladen-Hülle einer Praline?	☐	Ist die Tafel Schokolade quadratisch?

Schwerpunkte setzen: Interpretieren üben

Malik findet in seinem Heft eine Rechnung, die er an den Rand gekritzelt hat. Er weiß aber nicht mehr, zu welchem Arbeitsblatt die folgende Rechnung gehört:

$$\pi \cdot (0,7m)^2 \cdot 6m \approx 9,24m^3$$

Zu welchem Bild passt diese Rechnung am besten?

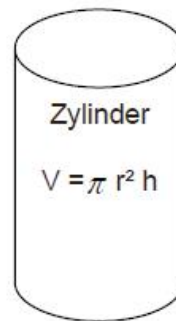
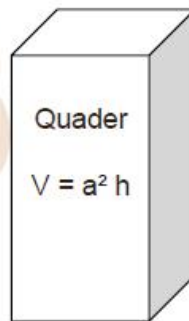
☐		☐	
☐		☐	

Schwerpunkte setzen: Validieren üben

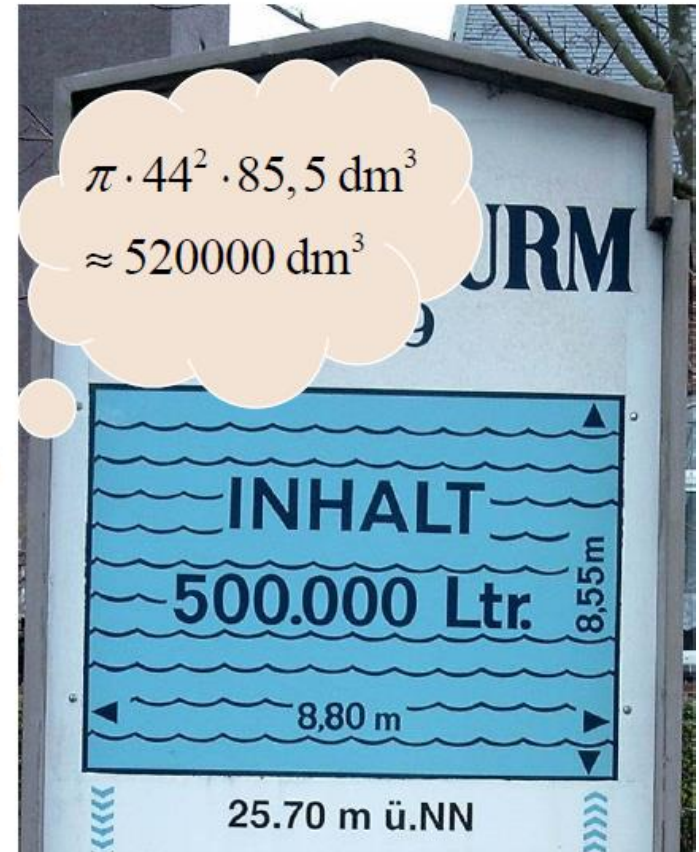


$$88 \cdot 88 \cdot 85,5 \text{ dm}^3 \\ \approx 660000 \text{ dm}^3$$

Anna und Paul haben den Wasserbehälter im Wasserturm unterschiedlich modelliert. Anna: „Mein Modell ist besser, denn meine Zahlen passen besser als Pauls!“ Überprüfe und nimm Stellung.



Pauls Modell Annas Modell



Nachbereitung: ***Modellieren im eigenen Unterricht***

- 1) Plane eine Aufgabe zu einer ausgewählten Phase des Modellierungsprozesses und setze diese Aufgabe in deinem Unterricht ein.
Wer mag, kann statt einer einzelnen Phase auch den holistischen Ansatz wählen.
- 2) Dokumentiere deine Arbeit auf vier Präsentationsfolien:
 1. Folie: Name der Aufgabe, Klassenstufe, Name der Autorin/des Autors
 2. Folie: Aufgabe, Bearbeitungszeit, Phase des Modellierungsprozesses
 3. Folie: grober Erwartungshorizont, ggf. relevante Überlegungen/Informationen
 4. Folie: Reflexion (Gelungenes, Verbesserungswürdiges, als Fazit ein Tipp oder eine Frage an die Gruppe)

Bis zum ... hochladen auf ... und per Mail an ...

- 3) Gib Rückmeldungen zu mindestens 3 Aufgaben

Bewertung von Modellierungskompetenzen

Bewertungsschema für Modellierungskompetenzen

(nach DISUM)

Die Aufgabe verstehen ☐ Sind die getroffenen Annahmen sinnvoll? ☐ Ist der Grad der Vereinfachung der Problemfrage angemessen?	Ein Modell erstellen ☐ Wurden die relevanten Größen und Beziehungen richtig mathematisiert? ☐ Wurden mathematisches Wissen und heuristische Strategien zur Lösung des mathematisierten Problems richtig angewendet?
Das Ergebnis erklären ☐ Wird die mathematische Lösung bezogen auf die Realität interpretiert? ☐ Ist die Interpretation korrekt? ☐ Werden alle nötigen Aspekte berücksichtigt? ☐ Bleibt die Reflexion oberflächlich? ☐ Werden Vergleichswerte hinzugezogen?	Mathematik nutzen ☐ Wurde eine adäquate mathematische Notation gewählt? ☐ Ist die Lösung mathematisch korrekt?
Dokumentation des Vorgehens ☐ Werden die einzelnen Schritte des Vorgehens beschrieben und erläutert?	Zielgerichtetes Vorgehen ☐ Geht der Lernende zielgerichtet beim Modellieren vor oder verliert er sich in Details, ohne ein Ergebnis zu erreichen?

Bewertungsschema für Modellierungskompetenzen (nach Maaß)

1	Bildung des Realmodells: – Sind die getroffenen Annahmen sinnvoll? – Ist der Grad der Vereinfachung der Problemfrage angemessen?	0 — 10 Punkte
2	Mathematische Bearbeitung: – Wurden die relevanten Größen und Beziehungen richtig mathematisiert? – Wurde eine adäquate mathematische Notation gewählt? – Wurden mathematisches Wissen und heuristische Strategien zur Lösung des mathematisierten Problems richtig angewendet? – Ist die Lösung mathematisch korrekt?	0 — 15 Punkte
3	Interpretation der Lösung: – Wird die mathematische Lösung bezogen auf die Realität interpretiert? – Ist die Interpretation korrekt?	0 — 5 Punkte
4	Kritische Reflexion: – Werden alle nötigen Aspekte berücksichtigt? – Bleibt die Reflexion oberflächlich? – Werden Vergleichswerte hinzugezogen?	0 — 10 Punkte
5	Dokumentation des Vorgehens: – Werden die einzelnen Schritte des Vorgehens beschrieben und erläutert?	0 — 15 Punkte
6	Zielgerichtetes Vorgehen: – Geht der Lernende zielgerichtet beim Modellieren vor oder verliert er sich in Details, ohne ein Ergebnis zu erreichen?	0 — 5 Punkte
		max. 60 Punkte

Bewertungsschema für Modellierungstätigkeiten

nach Leiß und Müller (2008)

1	VERSTEHEN Hat der Lernende ein individuelles und problemadäquates Situationsmodell konstruiert? Zielen die Handlungen auf die Beantwortung der Frage ab?	keine Punkte
2	VEREINFACHEN / STRUKTURIEREN Sind die <u>Idealisierungen</u> angemessen, um die Frage zu beantworten?	4 Punkte
3	MATHEMATISIEREN Entspricht das mathematische Modell den zuvor durchgeführten <u>Idealisierungen</u> ? Sind Variablen, Terme und Gleichungen korrekt definiert bzw. aufgestellt?	3 Punkte
4	MATHEMATISCH ARBEITEN Sind die mathematischen Berechnungen korrekt?	4 Punkte
5	INTERPRETIEREN Wird die mathematische Lösung richtig interpretiert? Wird das Ergebnis in sinnvoller Genauigkeit angegeben?	2 Punkte
6	VALIDIEREN Wird das verwendete Modell bzw. das Ergebnis überprüft? Wird die gesamte Vorgehensweise überprüft?	keine Punkte
7	DARLEGEN / ERKLÄREN Wird der Lösungsweg mit allen zentralen Elementen umfassend erklärt? Ist die dokumentierte Lösung strukturiert?	2 Punkte

Die Gesamtpunktzahl 15 ist so gewählt, dass jede Bewertung direkt in eine Note übersetzt werden kann.

Schülerlösungen bewerten

Bewertet die Schülerlösungen zur Aufgabe „4 Millionen Unterschriften“ mithilfe eines der Schemata.

Stellt anschließend eure Bewertungsschwerpunkte vor.

4

1 Blatt $\rightarrow$ 15 Unterschriften
 $4.000.000 : 15 = 266.667$ Blätter
 $266.667 : 500 = 534$ Pakete
Ladevolumen Transporter $9,0 \text{ m}^3$
Volumen Paket $0,0027 \text{ m}^3 \rightarrow V = a \cdot b \cdot c$
 $9 : 0,0027 = 3.333,3 \rightarrow$ Pakete passen in einen Transporter.
Weitere Rechenschritte:
Gewichtsberechnung Pakete
Darf der Transporter mit dem Gewicht fahren?

Rons Lösung

5 Nr. 4

Anzahl Unterschriften pro Blatt: ca. 15 U
dicke 80 Blätter (inkl. 4 Blöcke): ca. $1 \text{ cm} \cdot 80 = 80 \text{ mm}$
dicke 1 Blatt 4 Blöcke: $10 : 80 = 0,125 \text{ mm}$
Blätter für Unterschriften: $0,125 \cdot 4.000.000 = 500.000$ Blätter
Blätter in Blöcken (inkl. 4 Blöcke): $500.000 : 80 = 6250$ Blöcke
Dicke der Blöcke: $6250 \cdot 1 \text{ cm} = 6250 \text{ cm} = 62,5 \text{ m}$
Höhe Transporter: ca. 2 m
Breite Transporter: ca. $1,5 \text{ m}$
Länge Transporter: ca. $6,5 \text{ m}$
Fracht raum für Blätter: $3,5 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} = 7,875 \text{ m}^3$
Breite Blöcke: ca. 20 cm
Länge Blöcke: ca. 30 cm
Höhe Blöcke: ca. 1 cm
benötigte Platz pro Block: $1 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 600 \text{ cm}^3$
Frachtraumblätter in cm^3 : $7,875 \text{ m}^3 = 7.875.000 \text{ cm}^3$
Anzahl Blöcke pro Laster: $7.875.000 \text{ cm}^3 : 600 \text{ cm}^3 = 13.125$ Blöcke pro Laster
benötigte Laster: $6250 : 13 = 480,7$ Laster
Antwort: Nein, denn man braucht ca. 481 Laster, um alle Unterschriften zu transportieren.

Kays Lösung

3

$4.000.000 : 5000 = 800$
 $800 \times 2 = 1600 \text{ kg}$
 $30 \times 6 = 180 \text{ cm}^3$
 $800 \times 1800 \text{ cm}^3 = 1.440.000 \text{ cm}^3$
 $1.440.000 \text{ cm}^3 = 14,4 \text{ m}^3$
 $4 \times 8 = 32 \text{ m}^3$
 $14,4 : 8 = 1,8$

Kims Lösung

4 Millionen Unterschriften

Am 25. April 2006, hat die spanische Opposition dem Kongress 4.000.000 Unterschriften gegen ein neues Gesetz vorgelegt, das von der Regierung unterstützt wurde.



Alle Zeitungen in Spanien veröffentlichten Fotos der großen Kisten und der 10 Kleinlastwagen, die für den Transport der Unterschriften zum Kongress nötig waren.

Glaubst du, es steckte eine politische Absicht hinter diesem Aufgebot oder waren all diese Kisten wirklich notwendig, um die 4.000.000 Unterschriften zu befördern?

Didaktisieren von (mathematischen) Texten

Didaktisieren von Texten ...

... meint die Vorbereitung, Begleitung und Nachbereitung des Leseprozesses durch die Lehrkraft mit dem Ziel der Vermittlung von Lesekompetenz, so dass die Schülerinnen und Schüler langfristig selbstständig mit Texten umgehen können.

Lesestrategien müssen erworben werden

und Lesen muss trainiert werden!

Umgang mit Texten im Unterricht (allg.)

offensiver
Umgang

Anpassung des Lesers
an den Text

Strategien zur Verbesserung
des Leseverständnisses

Lese-
strategien

Lese-
training

in Lernsituationen

Anpassung des Textes
an den Leser

Veränderung des Textes
zur Erleichterung des Leseverstehens

Text-
vereinfachung

Text-
optimierung

Umgang mit Texten im Unterricht (allg.)

**defensiver
Umgang**

Anpassung des Lesers
an den Text

Strategien zur Verbesserung
des Leseverständnisses

Lese-
strategien

Lese-
training

Anpassung des Textes
an den Leser

Veränderung des Textes
zur Erleichterung des Leseverstehens

Text-
vereinfachung

Text-
optimierung

in Leistungssituationen
(Klassenarbeiten)

Von der defensiven zur offensiven Strategie zum Umgang mit sprachlichen Schwierigkeiten

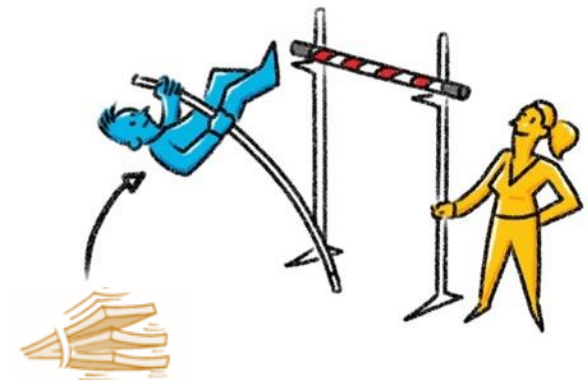
Defensive Strategie:

- Anforderungen (z.B. der Texte) senken, bis sie zur Kompetenz der Lernenden passen
- mögliche Folge: Fossilierung der Sprachkompetenz statt Weiterentwicklung
- dennoch evtl. notwendig für neu Zugewanderte mit noch sehr rudimentären DaZ-Kenntnissen (beim Texte lesen)



Offensive Strategie:

- nur wirklich unnötige Hürden vermeiden
- sonst lieber Lernende auf Hürden vorbereiten, d.h. ihre Kompetenz den Anforderungen anpassen
← immer wieder sprachlich herausfordern („Sprachbad“ herstellen)
- gilt auch für Sprechen und Schreiben der neu Zugewanderten, wenn auch ggf. mit „Sprungbrett“ wie Formulierungshilfen



Textentlastung

CHECKLISTE ZUR ENTLASTUNG VON TEXTEN

- Kontext **aus der Lebenswelt der SuS** wählen.
- **Kurze Sätze bilden**, Nebensätze und Verschachtelungen vermeiden.
- Verben im **Aktiv** nutzen statt unpersönlicher oder abstrakter Ausdrücke (du rechnest ...).
- Texte durch Absätze vorstrukturieren.
- Wichtiges farbig oder fett gedruckt **hervorheben**.
- Genitiv und Partizipialkonstruktionen **vermeiden**.
- Wenig Bezugsformen verwenden, stattdessen **Wiederholungen** wählen.
- Bei Fachwörtern oder schwierigen Wörtern **Erklärungen** in Klammern oder als Fußnoten **mitliefern**.
- **Wenig zusammengesetzte Wörter** verwenden.
- Bei Arbeitsaufträgen bereits **bekannte Operatoren** einsetzen.
- Unterstützung durch eine **informative Figur** anbieten.

Texte entlasten

Diskutiert mögliche Hürden und Textentlastungen im folgenden Text:

Zahnhygiene 2

Zahnärzte empfehlen, die Zähne mindestens morgens und abends zu putzen, am besten jedoch nach jeder Mahlzeit, da sich mit jeder Speise Bakterien auf den Zähnen absetzen, die sich anschließend vermehren.

Welche Konsequenzen hat es, wenn man nach einer Mahlzeit 6, 12, 24, 48 Stunden die Zähne nicht putzt?

Entwickle ein geeignetes mathematisches Modell, das zeigt, wie schnell sich Bakterien vermehren und somit zu Zahnproblemen führen können.

Textverständnis erleichtern

Sechs Leseprinzipien, nämlich das Prinzip ...

1. der eigenständigen Auseinandersetzung mit dem Text
2. der Verstehensinseln
3. der zyklischen Verarbeitung
4. der kalkulierten Überforderung
5. des Leseproduktes
6. der Anschluss- und Begleitkommunikation

aus NZL (Niemanden zurücklassen)

Lesestrategien für mathematische Textaufgaben

Problem:

Viele fachübergreifende Lesestrategien sind für mathematische Textaufgaben unpassend, weil sie zu den *textsortenspezifischen* Hürden kaum beitragen.

Beispiele:

- Text zusammenfassen bei ohnehin verdichteten Textaufgaben nicht hilfreich
- Schlüsselwörter können zu oberflächlichen Modellen führen

Vorsicht beim Umgang mit Schlüsselwörtern!

Lesehürden durch Schlüsselwortlisten zu begegnen, ist ein gut gemeinter, aber möglicherweise fataler Ansatz: Das Vorgehen erzieht eher zum oberflächlichen Lesen als zum gründlichen Hinsehen.

Addition • hinzufügen • Zuwachs • geschenkt bekommen	Multiplikation • pro, je, à • immer wieder dasselbe dazu • das Achtfache
Subtraktion • wegnehmen • der Abzug • in Zahlung geben • Ermäßigung • abbuchen	Division: • gerecht verteilen • passt hinein.. • jeder bekommt... • ...

Kasten 2: Fatal isolierende Schlüsselwortsammlung

Umkehraufgaben nutzen dieselben Worte

Aufgabe Konto 1: Auf dem Konto waren 20 €, es werden 5 € abgebucht, wie viel ist jetzt drauf? $20 - 5 = ?$

Aufgabe Konto 2: Von dem Konto wurden 5 € abgebucht, jetzt sind es 15 €, wie viel war drauf? $? - 5 = 15$ oder $5 + 15 = ?$

Aufgabe Öl 1: Im Kaufland kostet eine Flasche Olivenöl 4 Euro. Im Rewe kostet sie 3 Euro mehr als im Kaufland. Wenn du 5 Flaschen kaufst, wie viel zahlst du im Rewe? $(4+3) \cdot 5$

Aufgabe Öl 2: Im Kaufland kostet eine Flasche Olivenöl 4 Euro. Dort kostet sie 3 Euro mehr als im Rewe. Wenn du 5 Flaschen kaufst, wie viel zahlst du im Rewe? $(4-3) \cdot 5$

Kasten 3: Gegenbeispiele, warum Schlüsselwörter nicht funktionieren können



Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Lese- und Verstehensstrategien für den MU

(nach Krägeloh und Prediger)

Typische Hürden	Hintergründe: Mögliche individuelle Strategien	Zielstrategie zur Überwindung der Hürde
Oberflächliche Konstruktion von Situations- oder Problemmodell	Fokus auf Zahlen und sofortiges Losrechnen	• Lesestrategie: „Finde relevante Informationen“ • Fokus auf Informationen und Bedeutung
Oberflächliche Konstruktion von Situations- oder Problemmodell	• Fokus auf Schlüsselwörter • Wahl der Operation nach Unterrichtsthema	Fokus auf Beziehungen zwischen Informationen
Mehrschrittigkeit der Lösung nicht bewältigt	Keine planvolle Sequenzierung, z.B. • Anordnung von Zahlen /Operationen gemäß Textreihenfolge • Losarbeiten ohne Vorausplanung	Einteilung in Schritte, systematisches Vorwärtsarbeiten
Willkürliche Kombination aller Informationen	Zielloses Vorwärtsarbeiten	vorwärts- und rückwärts arbeiten, Einteilung in mehrere Schritte
Keine Bearbeitung, affektive Blockade	Verweigerung als Misserfolgsvermeidung	Mathematisierungen einfach ausprobieren und überprüfen

Fünf Schritte hat der Leseplan:



Text lesen

Worum geht es?

Was habe ich schon verstanden?



Gegeben und gesucht

Wonach ist gefragt?

Welche Informationen (mit Einheit und Bedeutung) sind dafür wichtig?



Zusammenhänge darstellen

Wie hängen die Informationen zusammen?

Wie kann ich die Beziehungen darstellen?



Benötigte Informationen berechnen

Welche Informationen fehlen und wie erhalte ich diese?

Was muss ich noch berechnen?



Ergebnisse überprüfen und überarbeiten

Wie passt mein Ergebnis zur Situation?

Wo muss ich nochmal nachbessern?

Habe ich einen vollständigen Antwortsatz geschrieben?

DZLM - Video: Textaufgaben mit Leseplan lösen

<https://t1p.de/ns8rp>

Fünf Schritte hat der Leseplan:



Text lesen

Worum geht es?

Was habe ich schon verstanden?



Gegeben und gesucht

Wonach ist gefragt?

Welche Informationen (mit Einheit und Bedeutung) sind dafür wichtig?



Zusammenhänge darstellen

Wie hängen die Informationen zusammen?

Wie kann ich die Beziehungen darstellen?



Benötigte Informationen berechnen

Welche Informationen fehlen und wie erhalte ich diese?

Was muss ich noch berechnen?



Ergebnisse überprüfen und überarbeiten

Wie passt mein Ergebnis zur Situation?

Wo muss ich nochmal nachbessern?

Habe ich einen vollständigen Antwortsatz geschrieben?

Zahnhygiene 2

Zahnärzte empfehlen, die Zähne mindestens morgens und abends zu putzen, am besten jedoch nach jeder Mahlzeit, da sich mit jeder Speise Bakterien auf den Zähnen absetzen, die sich anschließend vermehren.

Welche Konsequenzen hat es, wenn man nach einer Mahlzeit 6, 12, 24, 48 Stunden die Zähne nicht putzt?

Entwickle ein geeignetes mathematisches Modell, das zeigt, wie schnell sich Bakterien vermehren und somit zu Zahnproblemen führen können.

Die Klebezettelmethode als Strategie zum Verstehen von Textaufgaben

1 Gegebene und gesuchte Informationen in Textaufgaben finden

1.1 Zoeeintritt

Die Klasse 5a fährt mit ihrem Lehrer Herrn Peters in den Zoo.
In der Klasse 5a sind 25 Schülerinnen und Schüler.
Für ihren Besuch hat die Klasse 250 € in ihrer Klassenkasse.
Der Eintritt kostet mit Gruppenkarte 110 €,
später zahlen sie 90 € für das Mittagessen.



A. Wie viel Geld ist vor dem Mittagessen in der Klassenkasse?

a) Emily hat alle Informationen aus dem Text auf Info-Karten geschrieben:



- Welche Informationen sind Bearbeitung der Aufgabe?
- Woran kann man erkennen,

b) Emily hat Info-Karten ausgesucht und ein Informations-Netz erstellt. Die Frage schreibt sie auf eine graue Karte, weil sie besonders wichtig ist.



Emily

Im Informations-Netz sehe ich, wie alle Informationen zusammenhängen.

Wie viel Geld ist vor dem Mittagessen in der Klassenkasse?

110€ Gruppenkarte

$250€ - 110€$

250€ Klassenkasse

140€ vor dem Mittagessen

Antwort:
Vor dem Mittagessen sind 140€ in der Klassenkasse.

Die Klebezettelmethode als Strategie zum Verstehen von Textaufgaben

Leseplan zum Bearbeiten von Textaufgaben:

1) Text lesen

2) *Gesucht?* Fragekarte schreiben

Farbe:

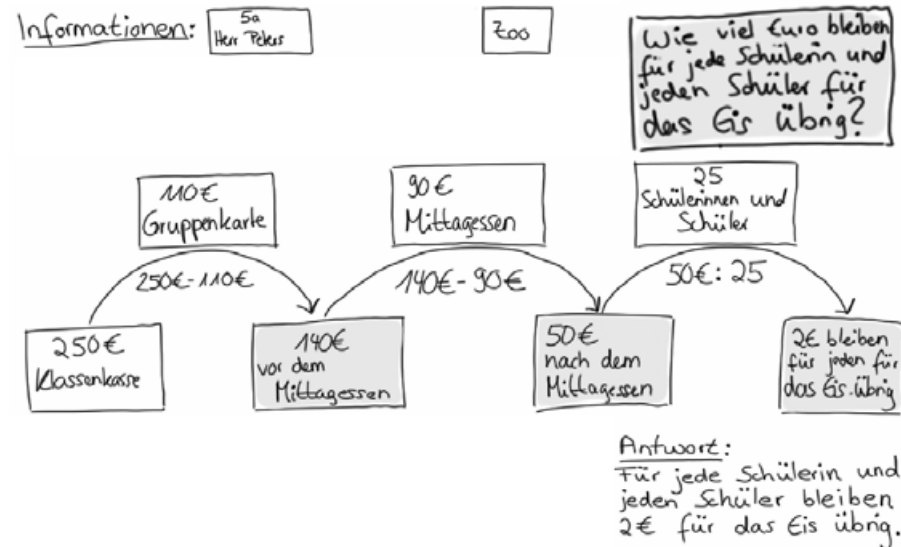
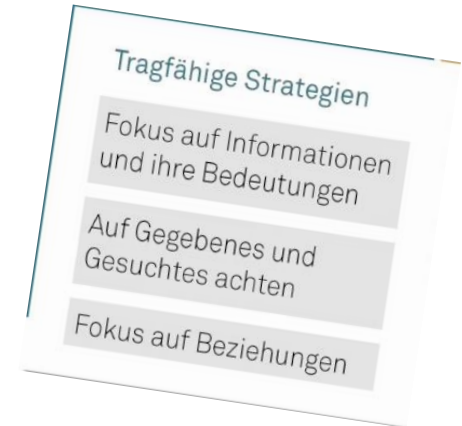
3) *Gegeben?* Info-Karten schreiben

Farbe:

4) Zusammenhänge? Info-Netz erstellen

5) Fehlende Informationen und Ergebnis berechnen

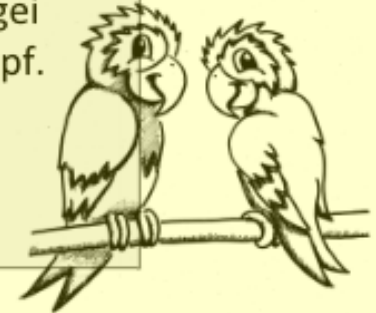
Antwortsatz aufschreiben und überprüfen



Die Papageienfütterung

Im Zoo gibt es zwei Papageien. Papagei Tobi wiegt 370 g. Papagei Piet wiegt 40 g mehr als Papagei Tobi. Felix, der Tierpfleger, füllt Papagei Tobi 10 g Sonnenblumenkerne und 15 g Beeren in seinen Futtertopf. In dem Futtertopf lagen vor der Fütterung schon 3 g Futter. Papagei Piet isst Papagei Tobi 5 g von dem Futter weg.

Wie viel Gramm Futter hat Tobi am Ende noch?



1) Text lesen

2) Gesucht? Fragekarte schreiben

Farbe:

3) Gegeben? Info-Karten schreiben

Farbe:

4) Zusammenhänge? Info-Netz erstellen

5) Fehlende Informationen und Ergebnis berechnen

Antwortsatz aufschreiben und überprüfen

Quelle: DZLM, SiMa
<https://sima.dzlm.de/unterricht/unterrichtsmaterialien-sekundarstufe>

Rückschau

Viel Freude beim
Modellieren mit euren
Schülerinnen und Schülern!