

5 Rauminhalte

Der Größenbereich *Rauminhalte* erfährt eine systematische Behandlung in den Klassenstufen drei und vier und kann damit auf die Grundlagen zu den anderen beiden geometrischen Größenbereichen *Längen* und *Flächeninhalte* sowie den verfügbaren Zahlenraum zurückgreifen. Gleichzeitig spielen Volumenvergleiche schon in früher Kindheit z. B. bei Umschüttversuchen mit Sand und Wasser im Sandkasten eine Rolle (Benz et al. 2015). Es muss also an die bereits aufgebauten Kenntnisse zu den beiden anderen geometrischen Größenbereichen und an die teilweise noch intuitiven Vorerfahrungen angeknüpft werden.

5.1 Besonderheiten

Der Größenbereich *Rauminhalte* stellt – ähnlich wie die Größenbereiche *Längen* und *Flächeninhalte* – eine Verknüpfung zwischen den Leitideen *Raum* und *Form* sowie *Größen* und *Messen* dar und gehört zu den geometrischen Größen. Alle drei sind visuell wahrnehmbare Größen, wobei die Wahrnehmung von Rauminhalten aufgrund der Dreidimensionalität komplexer und damit anspruchsvoller ist als die von Längen oder Flächeninhalten (Schipper 2009). Vergleicht man zwei unterschiedliche, aber mit der gleichen Wassermenge gefüllte Gefäße in Bezug auf die Füllmenge, muss der Füllstand in Zusammenhang mit dem jeweiligen Durchmesser des Gefäßes betrachtet werden (Abb. 5.1).



Abb. 5.1: Gleich viel?

Beschäftigt man sich mit dem Rauminhalt von Körpern, muss zwischen dem Fassungsvermögen von Hohlkörpern sowie dem Volumen von Vollkörpern unterschieden werden (Ruwisch 2012; Heid 2018, S. 55). Vergleicht man z. B. zwei Flaschen in Hinblick auf ihr Fassungsvermögen, ist die dahinterstehende Fragestellung, in welche Flasche mehr Flüssigkeit passt. Vergleicht man dagegen zwei Würfelgebäude in Bezug auf ihr Volumen, geht es nicht um das Fassungsvermögen, sondern um den Volumenvergleich zweier Vollkörper. Hier spielt auch die Vorstellung des Verdrängungsraums eine Rolle. So kann das Volumen eines Vollkörpers durch vollständiges Eintauchen in ein mit Wasser oder Sand gefülltes Gefäß erfolgen (Ruwisch 2012). Der direkte Vergleich des Fassungsvermögens geschieht durch das Umschütten des Inhalts eines Gefäßes in ein anderes, sodass man entscheiden kann, ob in das eine Gefäß mehr oder weniger oder in beide Gefäße gleich viel hineinpasst.

Der Größenbereich *Rauminhalte* zeichnet sich dadurch aus, dass es zwei verschiedene Maßbezeichnungen gibt: Liter (l) und Kubikmeter (m^3). Beide Maßeinheiten lassen sich jeweils in größere und kleinere Maßeinheiten umwandeln. Die Maßeinheit Kubikmeter ergibt sich aufgrund der Dreidimensionalität durch Multiplikation aus der Basiseinheit Meter (m) und stellt daher eine zusammengesetzte Größe dar. Sie wird in der Regel in Zusammenhang mit der Volumenangabe von Vollkörpern genutzt, spielt aber auch eine Rolle bei der Bestimmung des Fassungsvermögens. Dieses kann sowohl durch „feste“ als auch durch „flüssige“ Einheiten bestimmt werden (Curry & Outhred 2005, S. 265 f.):

- *Volume packing*: Bei dieser Messmethode wird das Fassungsvermögen durch Rückgriff auf eine dreidimensionale Einheit (z. B. Einheitswürfel) bestimmt, indem der Raum mit dieser Einheit ausgefüllt wird (Abb. 5.2). Dieser Zugang trägt dazu bei, Rauminhalte als zusammengesetzte Größe zu erfahren und bereitet das Verständnis der Volumenformel vor.

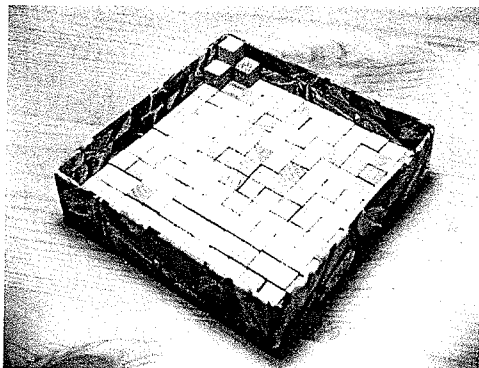


Abb. 5.2: *Volume packing*: Wie viele Würfel passen in den Schachteldeckel?

- *Volume filling*: Bei dieser Messmethode erfolgt die Bestimmung des Fassungsvermögens durch den Rückgriff auf eine „flüssige“ Einheit, die sich in die Form des Gefäßes einfügt (z. B. Wasser oder Sand) (Abb. 5.3).



Abb. 5.3: *Volume filling*: Wie viele Gläser „Wasser“ passen in die Kanne?

Das *volume packing* führt zur Verwendung der Maßeinheit Kubikmeter bzw. ihrer Untereinheiten. Die Maßeinheit Liter ist dagegen die Maßeinheit, die in engerem Zusammenhang mit den „flüssigen“ Einheiten und damit dem *volume filling* steht.

In der Grundschule findet schwerpunktmäßig eine Beschäftigung mit dem Fassungsvermögen statt. Als Einheiten stehen hier insbesondere Liter (l) und Milliliter (ml) – und damit das *volume filling* – im Fokus. Die Einheiten Zentiliter (cl), Deziliter (dl) und Hektoliter (hl) finden dabei jedoch keine Berücksichtigung (Heid 2018). Gleichzeitig begegnen Kinder in ihrem Alltag in Zusammenhang mit Füllmengen sowohl Bruch- als auch Dezimalzahlen. So tauchen in Rezepten häufig Maßangaben in Bruchschreibweise auf, während z. B. Füllangaben bei Getränkeflaschen in der Regel in der Dezimalschreibweise erfolgen. Daher muss im Mathematikunterricht auf beide Schreibweisen eingegangen und ihre Bedeutung geklärt werden. Neben dieser schwerpunktmäßigen Auseinandersetzung mit dem *volume filling* zielen Aufgaben, bei denen das Fassungsvermögen mithilfe von Einheitswürfeln bestimmt wird, auf das *volume packing*. Die Größenangabe erfolgt in diesen Fällen jedoch nicht über die Einheit Kubikmeter oder ihre Untereinheiten, sondern über die Angabe der Würfelanzahl und die Einheit „Würfel“.

Während bei den anderen Größenbereichen Messskalen in der Regel linear sind, gibt es in diesem Größenbereich auch nicht proportionale Skalen. Lineare Messskalen finden sich auf zylinderförmigen Messbechern, nicht proportionale Messskalen an kegelförmigen (konischen) Messbechern (Abb. 5.4

bis Abb. 5.6). Konische Messbecher ermöglichen das Abmessen kleiner Füllmengen. Diese Besonderheit sollte thematisiert werden.

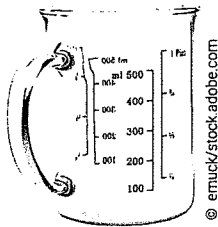


Abb. 5.4: Messbecher mit linearer Messskala

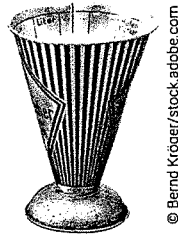


Abb. 5.5: Messbecher mit stark konischer Form

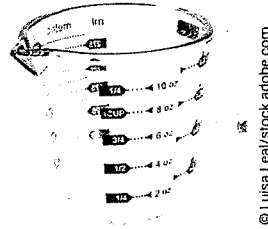


Abb. 5.6: Messbecher mit leicht konischer Form

5.2 Vorkenntnisse in unterschiedlichen Schuljahren

Kinder bringen verschiedene und vielfältige Erfahrungen zum Größenbereich Rauminhalte mit. Sie reichen von den bereits angesprochenen Umschüttversuchen mit Sand und Wasser über das Packen von unterschiedlichen Taschen und Rucksäcken bis zu Koch- und Backerfahrungen. Diese beziehen sich auf direkte Vergleiche, den Kontakt mit Messinstrumenten, den Umgang mit Maßeinheiten zu Hohlmaßen und das Schätzen von Fassungsvermögen: „Reicht der Rucksack oder muss ich den Koffer nehmen?“

Studien zeigen, dass direkte Vergleiche des Fassungsvermögens von Gegenständen durch Umschütten bereits von Vierjährigen erfolgreich durchgeführt werden (Clements & Sarama 2014, S. 207). Piagets Untersuchungen zur Invarianz haben dazu geführt, dass in vielen Kindergärten Experimentiermaterialien für Umschüttversuche vorhanden sind (Benz et al. 2015). Diese Erfahrungen tragen dazu bei, dass sich bei den Kindern das Invarianzverständnis für *Rauminhalte* ausbilden kann. Dies ist jedoch ein länger andauernder Prozess. So wurde wiederholt gezeigt, dass zwar im Laufe der Grundschulzeit das Verständnis für die Invarianz von *Rauminhalten* weiter zunimmt, da die Kinder zunehmend dazu in der Lage sind, mehr als eine Dimension zu berücksichtigen. Von einem sicheren Invarianzverständnis kann jedoch erst in einem Alter zwischen zwölf und vierzehn Jahren ausgegangen werden (Piaget et al. 1975; Carpenter 1975; Voulgaris & Evangelidou 2003).

Es kann weiter davon ausgegangen werden, dass Kinder im dritten Schuljahr über ein Transitivitätsverständnis mit Blick auf Rauminhalte verfügen und dieses auch verbalisieren können (Kamii & Clark 1997; Reece & Kamii 2001; Heid 2018).