

Black box – black socks

Klaus Rödler

In einer „black box“ sind vier Würfel, von denen man die Farben nicht kennt. Man darf immer nur einen Würfel herausholen. Kann man trotzdem eine Aussage machen, welche Würfel in der Box sind?

GEBIET:	Wahrscheinlichkeit, Zahlen
LERNBEREICH:	Grundbegriffe (sicher, wahrscheinlich, unmöglich), Anzahlen erfassen
SCHULJAHR:	1.
SOZIALFORM:	Arbeit im Klassenverband, Gruppen- und Einzelarbeit
ZEITBEDARF:	3 Unterrichtsstunden

MATERIALPAKET



Zufalls-Box, dazu je vier Perlen in Rosa, Braun und Weiß, zur Durchführung des Experiments in einer Gruppe oder mit der gesamten Klasse. In der Zufalls-Box (Schachtel mit Sichtfenster) ist eine kleine Anzahl von Perlen, deren Farben den Kindern nicht bekannt sind. Im Sichtfenster ist jeweils nur eine Perle zu sehen. Die Schachtel muss geschüttelt, am besten auch gedreht und dann mit dem Sichtfenster nach unten gehalten werden. Ist die Perle nicht sichtbar, Schachtel leicht nach vorne kippen. Farbe notieren, dann wieder kräftig schütteln. Welche Farbe ist jetzt zu sehen? Welche Perlen sind in der Box?



Tabellen zum Notieren der Ziehungen (s. auch Abb. 1, S. 10).

Arbeitsblatt *Welche Perlen sind drin?* (s. auch Arbeitsblatt auf S. 11).

Blankovorlage für ein Arbeitsblatt.



Arbeitsblatt *Welche Würfel sind drin?* (S. 11) Fünf bereits geschriebenen Strichlisten sollen fünf mögliche Farbverteilungen zugeordnet werden.

►► Wir sind in der elften Schulwoche. Eine anstrengende und arbeitsame Zeit liegt hinter uns. Die Kinder sind als Schulkinder angekommen. Die ersten Schritte ins Lesen, Schreiben und Rechnen wurden getan. Im Mathematikunterricht haben die Kinder Zahlen vor allem als Anzahlen kennen gelernt. Diese haben wir bei zahlreichen Zählchancen mit Würfelhaufen und Strichlisten festgehalten. So haben die abstrakten Zahlen eine Gestalt bekommen, die den Kindern mittlerweile vertraut ist. Mit Würfeln und Fünferstangen wurde gerechnet. Mit nach Fünfern geordneten Strichlisten wurden Anzahlen festgehalten. Dies soll jetzt – kurz vor Weihnachten – in einer interessanten Anwendung ausklingen.

Was macht Weihnachten aus? Ein wichtiges Element ist das der Erwartung. Ich habe mir etwas gewünscht. Werde ich es bekommen? Wie wird es sein, wenn die Lichter brennen? Wie wird der Heilige Abend sein? Ich kann es nicht wissen. Aber ich kann es vermuten. Denn ich habe schon einige Weihnachten erlebt.

Die Erwartung ist Ausdruck meiner Erfahrung. Sie bildet sich aus der erlebten Wiederkehr einzelner Elemente. Was immer so war, wird wohl auch beim nächsten Mal so sein. Das sind Grunderfahrungen des Lebens. Und sie führen direkt in die Mathematik.

Ich habe den Kindern alte Socken von mir mitgebracht. (Etwas abgeschnitten, damit man besser hi-

neingreifen kann.) „Igit!“ rufen einige, als ich sie aus der Tasche ziehe. „Nein. Keine Angst!“, beruhige ich die Kinder. „Ich habe die Socken extra alle ganz frisch gewaschen. Aber: Was meint ihr wohl, was da drin ist?“

Raten. Vermuten. Fühlen. „Es sind Würfel!“ „So wie unsere Rechenwürfel in der Klasse!“ „Könnt ihr fühlen, wie viele Würfel es sind?“ Das ist leicht zu ertasten. Es sind fünf Würfel.

Ich hole einen Würfel heraus. Der Würfel ist grün. „Sind alle Würfel grün?“, frage ich. Manche sagen „ja“, manche sagen „nein“. Ein kurzes Gespräch folgt: Am Ende behauptet kein Kind mehr, dass man sicher sein könnte.

Ich gebe den Würfel zurück in die Socke, mische für alle sichtbar, greife wieder hinein und zeige erneut einen Würfel. Er ist wieder grün. „Vielleicht doch nur grüne Würfel?“

Ich gebe den Würfel zurück und lasse ein Kind einen Würfel herausholen. Der Würfel ist rot. Es gibt also doch Würfel in verschiedenen Farben. Gibt es noch andere Farben? Oder sind alle Würfel rot oder grün? Und wenn ja, wie viele Würfel sind rot und wie viele sind grün? Kann man das herausfinden, wenn man immer nur einen Würfel anschauen darf?

Die Kinder sind gespannt bei der Sache. Wir machen an der Tafel eine Tabelle und notieren mit einer Strichliste, welche Würfel wir ziehen. Die Strichliste ermöglicht allen Kindern, auch Zahlen, die größer als 20 sind, nachvollziehbar darzustellen.

Das Ergebnis sieht so aus:

Rot						
Blau						
Grün						

Welche Würfelverteilung kann man hier vermuten? Sicher ist nur: Es gibt mindestens je einen roten, blauen und grünen Würfel. Ob auch gelbe oder schwarze Würfel in der Socke sind? Vermutlich nicht, denn sonst hätte man irgendwann mal einen gezogen. Es sind aber insgesamt fünf Würfel. Dann müssen Farben mehrfach vorhanden sein.

Alle Kinder erwarten, dass mehr als ein roter Würfel in der Socke ist. Aber wie viele? Wenn es drei rote Würfel wären, könnten nur noch ein blauer und ein

grüner Würfel in der Socke sein. Wenn es nur zwei rote Würfel wären, müssten entweder zwei blaue oder zwei grüne Würfel vorhanden sein. Blau wurde öfter gezogen als Grün. Das ist ein Argument dafür, dass mehr blaue Würfel in der Socke sind als grüne. Aber auch Rot wurde öfter gezogen als Blau. Keine Lösung ist zwingend.

Vielleicht muss man noch öfter ziehen. Wir probieren es.

Rot								
Blau								
Grün								

Jetzt scheint die Sache klar zu sein. Rot und Blau sind fast gleichauf. Also sind wahrscheinlich zwei rote und zwei blaue Würfel in der Socke. Wir holen alle fünf Würfel heraus, und tatsächlich! Großer Jubel in der Klasse.

In dieser einführenden Stunde haben die Kinder den Grundgedanken der „black box“ an den „black socks“ kennen gelernt: Eine „black box“, das ist etwas, in das ich nicht hineinschauen, das ich selbst nicht beobachten kann. Es ist versteckt. Ich kann nur indirekte Informationen erhalten, die mich zu einer begründeten Vermutung kommen lassen. Genauso ist es bei unseren Socken. Durch wiederholtes Ziehen der Würfel baut sich eine begründete Erwartung auf. Wir brauchen nicht in die Socke hineinzuschauen. Wir können auch so herausfinden, welche Würfel in den Socken sind. Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit.

Wahrscheinlichkeit ist dabei nicht Abstraktes, sondern nimmt in den Strichlisten Gestalt an. Je länger die Liste einer Farbe im Vergleich mit den anderen Strichlisten ist (oder: je größer die relative Häufigkeit des Ereignisses ist), umso wahrscheinlicher ist es, dass Würfel dieser Farbe häufiger vorhanden sind. Etwa gleich lange Listen sprechen für gleiche Anzahl von Würfeln. Kurze Listen zeigen, dass da wohl nur ein Würfel drinnen ist. Und kommt eine Farbe gar nicht vor, so gibt es die mit hoher Wahrscheinlichkeit auch nicht in der Socke.

 In der nächsten Stunde bekommen die Kinder nun paarweise und zu dritt je eine Socke. In den Socken sind drei, vier oder fünf Würfel in den Farben Rot, Blau oder Grün. Die Verteilung der Farben in den Socken ist

Farbe	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	insges.	Würfel
Rot												
Blau												
Grün												

Farbe	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	insges.	Würfel
Rot												
Blau												
Grün												

Farbe	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	insges.	Würfel
Rot												
Blau												
Grün												

© Köllmeyer Verlag Grundschule Mathematik | 9 | 2006

1 | Tabelle zum Notieren der Ziehungen auf der CD-ROM

ganz unterschiedlich und den Kindern nicht bekannt. Die Kinder bekommen eine Tabelle, in der sie ihre Ziehungen notieren (Vorlage auf CD-ROM, s. auch Abb. 1). Ich weise sie darauf hin, dass in jedes Kästchen der Tabelle nur fünf Striche gemacht werden dürfen, damit wir die Striche hinterher leichter und schneller zusammenzählen können.

Das Herausholen der Würfel aus den Socken geht bei den Kindern nicht so schnell. Sie brauchen Zeit, um sich zu einigen, wer ziehen darf, wer mischt und wer die Strichlisten macht. Manche Kinder können es sich nicht verkneifen, in die Socken hineinzuschauen. Und manchen Gruppen geht es zu langsam. Sie machen einfach ihre Strichlisten voll. Aber die meisten Gruppen arbeiten im Sinne des Versuchs und sehr konzentriert. So entstehen in der Klasse eine Reihe aussagekräftiger Strichlisten.

Nach einer halben Stunde sammle ich die Socken und die Tabellen ein. Listen, bei denen ich sehe, dass sauber gearbeitet wurde, schreibe ich an die Tafel. Gemeinsam versuchen wir, sie zu interpretieren und die Verteilung der Würfel herauszufinden. Wie viele Würfel von welcher Farbe sind in dieser Socke? Wenn wir uns geeinigt haben, darf ein Kind in die Socke greifen und die Würfel herausholen. – Es ist erstaunlich: Das Ergebnis stimmt immer. Die Kinder haben viel Grund zum Jubeln.

In der dritten Stunde kehre ich die bekannte Aufgabe um. Ich will sehen, ob die Erfahrungsgrundlage

der Kinder ausreicht, auch Listen zu interpretieren, die nicht in der Klasse entstanden sind, sondern fertig vorliegen. Logisch zu schließen und eine begründete Vermutung aufzustellen soll nun im Vordergrund stehen.

 Zu Hause habe ich ein Blatt mit Strichlisten und fünf möglichen Farbverteilungen vorbereitet (S. 11). Die Kinder sollen die Farbverteilungen unter den Tabellen den verschiedenen Strichlisten zuordnen. Das geschieht in Einzelarbeit, wobei sich die Kinder natürlich unterhalten können. Die entsprechend gefüllten Socken deponiere ich auf meinem Tisch.

Schon beim Umhergehen merke ich, dass die Sache im Wesentlichen verstanden ist. Wenn in Socke A vier Würfel sind, dann kommen nur die vierte und die fünfte Verteilung in Frage. Die ersten drei Verteilungen setzen sich ja aus insgesamt fünf Würfeln zusammen. In der fünften Verteilung gibt es keinen grünen Würfel. Grün wurde aber gezogen. Dann ist es die vierte Verteilung. Das macht auch Sinn, weil Rot häufiger gezogen wurde.

Fast tut es mir im Nachhinein leid, dass ich nicht mehr Verteilungen zur Auswahl gegeben habe und dass sich die Sache auch dadurch vereinfacht, dass es nur zwei Socken mit vier Würfeln und nur drei Socken mit fünf Würfeln gibt. Aber die Kinder finden die Aufgabe nicht zu leicht. Sie freuen sich über ihren Erfolg und darüber, dass sie verstehen, warum die Socken beim Öffnen die Würfel enthalten, die sie in ihnen vermutet haben.

An diese Freude und die in dieser kleinen vorweihnachtlichen Einheit gemachten Erfahrungen lässt sich später gut anknüpfen, wenn Zahl- und Rechenkompetenz sowie Arbeitsverhalten weiter entwickelt sind. In dieser Phase des Schuljahrs war die Unterrichtseinheit ein guter Anlass, Anzahlen noch einmal nicht als Objekt in Rechenvorgängen, sondern als unmittelbar interessantes und aussagekräftiges Merkmal, als Häufigkeit eines Vorgangs, sichtbar zu machen. Und nebenher haben wir beim Feststellen der jeweiligen Anzahlen strukturierte Zahldarstellungen der Zahlen bis 20 wiederholt und die der Zahlen über 20 thematisiert. Denn die Strichlisten waren ein willkommener Anlass, auch größere Zahlen zu benennen und schriftlich festzuhalten. 

Welche Würfel sind drin?

A

4 Würfel

Farbe	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	insges.	Würfel
Rot											50	
Blau											14	
Grün											24	

B

5 Würfel

Farbe	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	insges.	Würfel
Rot											50	
Blau											23	
Grün											39	

C

5 Würfel

Farbe	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	insges.	Würfel
Rot											0	
Blau											35	
Grün											50	

D

4 Würfel

Farbe	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	insges.	Würfel
Rot											42	
Blau											50	
Grün											0	

E

5 Würfel

Farbe	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	insges.	Würfel
Rot											50	
Blau											18	
Grün											17	

- 1: Rot, Rot, Rot, Blau, Grün
 2: Rot, Blau, Blau, Grün, Grün
 3: Blau, Blau, Grün, Grün, Grün

- 4: Rot, Rot, Blau, Grün
 5: Rot, Rot, Blau, Blau