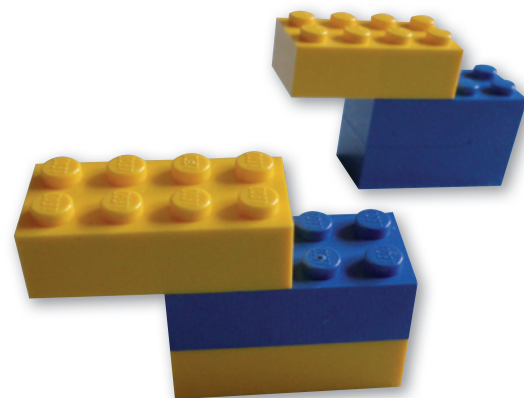


KOMBINATORIK mit Strummi-Tierchen

Vom unsystematischen Probieren
zum Entscheidungsbaum



Mareen Krämer

Mathematikunterricht ohne Rechnen? Geht das überhaupt? Kinder, die eine Woche lang mit Strummi-Tierchen gearbeitet haben, beantworteten diese Fragen spontan mit „Ja!“ und „Wir hatten viel Spaß dabei.“

Im Beitrag wird eine Unterrichtseinheit vorgestellt, in der Drittklässler mithilfe des Materials der Strummi-Tierchen ihre Fähigkeiten erweitern, verschiedene kombinatorische Anordnungen systematisch zu finden.

Mit dem Baumdiagramm lernen sie ein Ordnungsschema kennen, mit dem die gefundenen Anzahlen auf Vollständigkeit geprüft werden können und das weiterführend auch zur Lösung komplexer kombinatorischer Aufgaben genutzt werden kann.

Strummi-Tierchen bestehen aus zunächst drei Lego-Teilen, die gelb oder blau sein können (Abb. 1). Seinen Namen hat das Strummi-Tierchen ursprünglich von *Wittmann* und *Müller* (1977), die es als Verballhornung von „strukturiertem Material“ so benannt haben.

In der Unterrichtseinheit ging es darum, alle Tiere einer bestimmten Strummi-Herde zu finden. Deren Anzahl kann im dritten Schuljahr noch nicht berechnet werden. Dennoch werden solche Aufgaben bereits eingesetzt, um die Kinder frühzeitig an kombinatorische Fragestellungen heranzuführen, da das vollständige Verstehen von Problemen der Kombinatorik Zeit braucht und so späteren Fehlauffassungen besser entgegengewirkt werden kann. Außerdem eignen sich kombinatorische Aufgaben hervorragend, um die Problemlösekompetenz zu erweitern. Lösbar werden diese Aufgaben durch eine angemessene didaktische und methodische Aufbereitung, wie sie im Folgenden dargestellt wird.

Die Unterrichtseinheit

Die Unterrichtseinheit „Kombinatorik mit Strummi-Tierchen“ war wie folgt aufgebaut:

- ▶ Kennenlernen dreiteiliger Strummi-Tierchen und finden verschiedener/aller Möglichkeiten,
- ▶ Strummi-Tierchen wachsen: Finden aller vierteiligen Strummi-Tierchen,
- ▶ Kennenlernen des Entscheidungsbaums zum Prüfen auf Vollständigkeit der Strummi-Herde,
- ▶ Den Entscheidungsbaum als Lösungsmöglichkeit nutzen lernen: Strummi-Kinder.

1. Stunde

Den Kindern wurde im Sitzkreis ein dreiteiliges Strummi-Tierchen aus zwei Farben präsentiert, zu dem zunächst Assoziationen geäußert werden durften. Sie erkannten sofort ein Tierchen, häufig wurde die Ähnlichkeit mit einer Ente genannt. Nachdem das Tierchen den Name Strummi bekommen hatte, wurde die Problemstellung der Stunde nonverbal vermittelt, indem ein zweites Strummi-Tierchen gebaut wurde. Die Drittklässler entdeckten und formulierten die Aufgabe, verschiedene (dreiteilige) Strummi-Tierchen zu finden.

Als Material standen ihnen Legosteine zur Verfügung. Da eine sehr große Anzahl (ca. 300 Steine) benötigt worden wäre, um in Partnerarbeit alle möglichen Strummi-Tierchen zu bauen, ohne Steine eines vorher gefundenen erneut zu nutzen, wurden jeder Partnergruppe nur 8 Legosteine zur Verfügung gestellt (4 x gelb, 4 x blau). Daraus ergab sich die Notwendigkeit, gefundene Tierchen aufzuzeichnen (Abb. 2). Der Vorteil dabei ist, dass die Kinder lernen, die enaktive mit der ikonischen Ebene zu verknüpfen und mit der abstrakteren Darstellungsweise weiter zu arbeiten.

In dieser Arbeitsphase waren vielfältige Vorgehensweisen zu beobachten. Leistungsstarke Paare, die alle Möglichkeiten schnell gefunden hatten, wurden dazu aufgefordert, ihr Vorgehen zu zweit zu reflektieren, zu notieren

Abb. 1

Beispiel dreiteiliger
Strummi-Tierchen aus 2 Farben



Die Arbeitsblätter M1 und M2 auf Seite 32 finden Sie online im A4-Format zum Herunterladen unter www.grundschulunterricht.de/gsum20110429

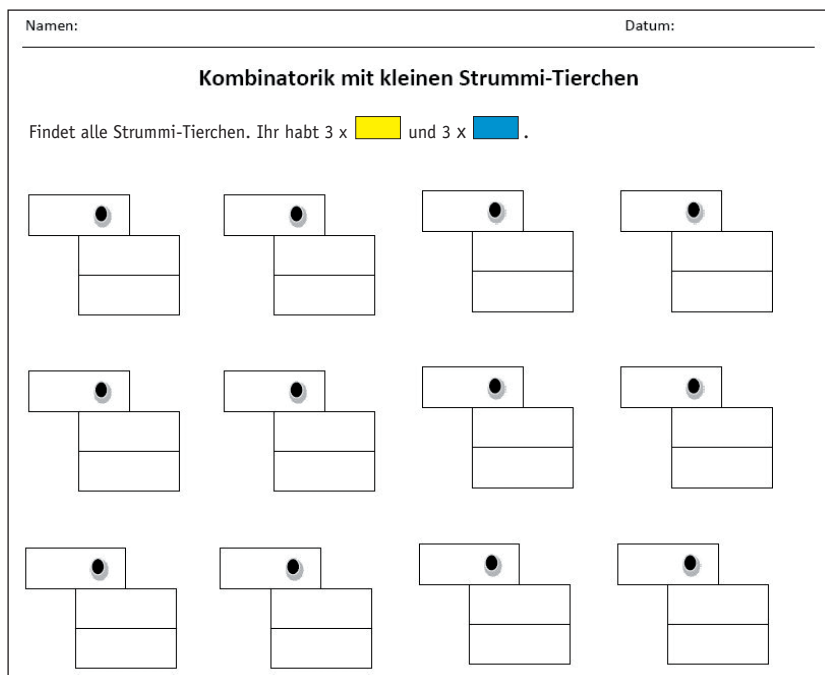


Abb. 2
Aufbau eines dreiteiligen
Strummi-Tierchens
(Kopiervorlage für die Kinder)

und über Alternativen nachzudenken. In der gemeinsamen Reflexionsphase verglichen alle Kinder ihre gefundenen Strummi-Tierchen und erklärten, wie sie vorgegangen waren:

- Eine Herangehensweise war das unsystematische Probieren, bei dem die Partner ein gefundenes Tierchen aufmalten, es wieder in drei Teile zerlegten und ein neues bauten.
- Systematischer gingen die Partner vor, die ein Tierchen bauten und dann durch ersetzen nur eines Steines ein neues fanden.
- Eine weitere Idee war, ein Strummi-Tierchen zu bauen und dann das gegenteilige Tier, bei dem alle Farben getauscht wurden.
- Am systematischsten gingen zwei Mädchen vor, die zunächst eine Farbe für den Kopf

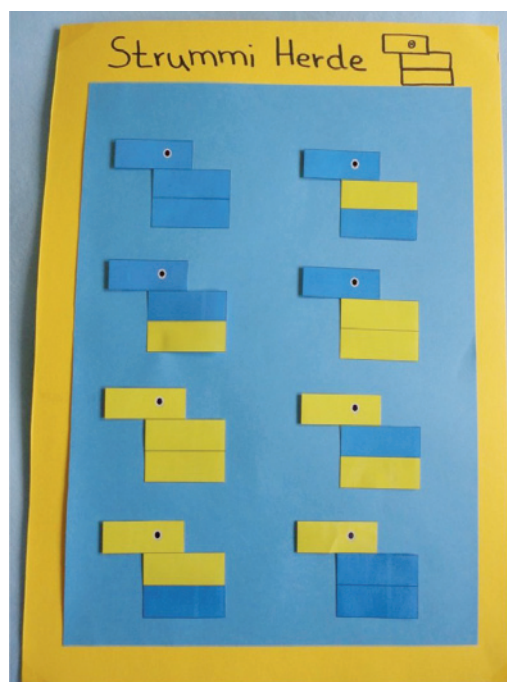


Abb. 3
Übersicht aller Strummi-Tiere
aus drei Teilen und zwei Farben,
sortiert nach der Kopffarbe

festlegten und dann die beiden unteren Steine systematisch veränderten. Nachdem sie so alle vier Lösungen gefunden hatten, tauschten sie die Kopffarbe und fanden die vier weiteren. Dies wurde auf einem Plakat festgehalten (Abb. 3).

2. Stunde: „Strummi-Tierchen wachsen“

Zu Beginn wurden im Sitzkreis mithilfe des erstellten Plakats die Lerninhalte der vorhergehenden Stunde wiederholt, dabei besonders die systematischen Vorgehensweisen thematisiert und für weitere kombinatorische Aufgabenstellungen empfohlen. Die Aufgabenstellung wurde wieder nonverbal initiiert, indem ein vierteiliges Strummi-Tierchen in die Mitte des Sitzkreises gelegt wurde. Die Kinder konnten nun schnell den Arbeitsauftrag formulieren: Finde

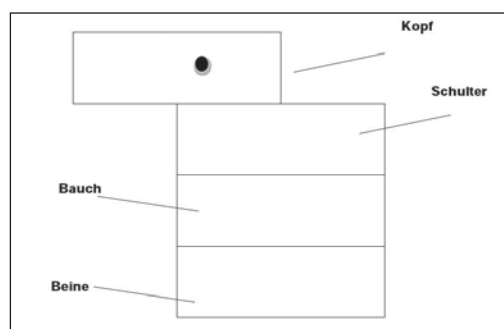


Abb. 4 Aufbau eines 4-teiligen Strummi-Tierchens
(Kopiervorlage für die Kinder)

alle vierteiligen Strummi-Tierchen und zeichne diese auf (M1, siehe S. 32 und online).

Die Zusatzaufgabe bestand wieder darin, das Vorgehen zu verbalisieren und einen Begründungsversuch zu wagen, warum alle Strummi-Tierchen gefunden worden sind. Zur besseren Beschreibung des Vorgehens wurden die Teile des Strummi-Tierchens benannt (Abb. 4).

In der Reflexionsphase wurden zuerst alle Strummi-Tierchen gesammelt und im Anschluss daran die Arbeitsweisen beschrieben. Schnell war ein Lernzuwachs zu erkennen:

- Keine Gruppe probierte unsystematisch.
- Viele Paare versuchten die Variante, jeweils den Kopf zu behalten und die Körperteile nacheinander auszutauschen.
- Manche Kinder kombinierten die „Kopfstrategie“ mit der Strategie, gegenteilige Tierchen zu bauen.
- Zwei leistungsstarke Paare entdeckten, dass sie die dreiteiligen Strummi-Tierchen der vorherigen Stunde als Ausgangspunkt nehmen können um alle vierteiligen zu finden, indem sie zuerst an alle einen blauen Stein anfügen und diesen danach durch einen gelben ersetzen.

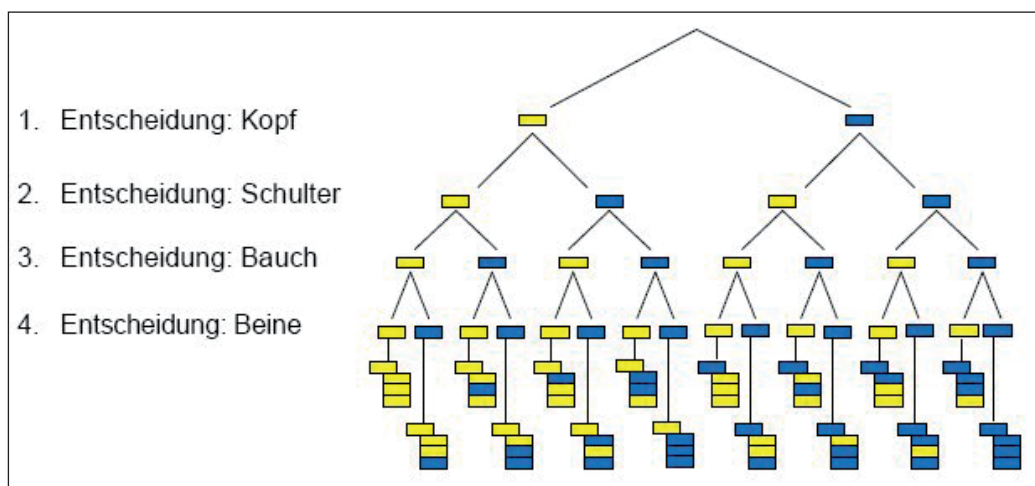


Abb. 5

Entscheidungsbaum für 4-teilige Stummi-Tierchen aus 2 Farben

Die Zusatzaufgabe, in der die Kinder begründen sollten, warum sie glaubten, alle möglichen Stummi-Tierchen gefunden zu haben, war sehr aufschlussreich, denn selbst leistungsstärkeren Paaren fiel es schwer, eine Begründung zu verbalisieren („Wir haben eben alles probiert.“). Einzig die Paare, die alle Tierchen der 1. Stunde erweitert hatten, konnten mithilfe dieser Vorgehensweise begründen, dass es alle Tierchen sein müssten. Doch auch sie ließen sich durch die Aussage, dass in der 1. Stunde vielleicht nicht alle Möglichkeiten gefunden wurden, leicht verunsichern. So war es notwendig, eine Möglichkeit mit beweisendem Charakter zu finden, was in der folgenden Stunde geschah.

3./4. Stunde: der Entscheidungsbaum

Die Suche nach einer Begründung dafür, ob die Stummi-Herde komplett ist, wurde zum Ausgangspunkt der dritten Stunde. Als ein geeignetes Ordnungsschema für Lerngruppen, die bereits Erfahrung im handelnden Lösen kombinatorischer Fragestellungen gesammelt haben, wurde der Entscheidungsbaum eingeführt. Um den Aufbau und die Struktur eines solchen Diagramms sicher zu erfassen, füllten die Kinder eine Kopiervorlage (M2, siehe S. 32 und online) eigenständig aus. Damit konnten sie sich einen Überblick über alle gefundenen Möglichkeiten verschaffen und auf ihre Vollständigkeit prüfen.

Zur weiteren Vertiefung wurde ein Fragespiel mit dem entstandenen Entscheidungsbaum (Abb. 5) gespielt, bei dem sich zunächst die Lehrerin, später ein Kind, ein Tierchen ausdachte und die anderen herausbekommen sollten, um welches es sich handelt. Dazu durften Fragen gestellt werden, die mit „ja“ oder „nein“ beantwortet werden konnten, zum Beispiel „Ist der Kopf gelb?“, „Sind die Beine blau?“. Die Kinder merkten schnell, dass sie am besten zum Ziel gelangen, wenn sie sich bei ihren Fragen auf den Entscheidungsbaum stützen und die Körperteile in folgender Reihenfolge erfragen:

Stummi- Kinder bestehen aus 2 Teilen:



Sie sind sehr bunt. Alle Teile können blau, grün, gelb oder rot sein.

Wie viele verschiedene Stummi-Kinder gibt es?

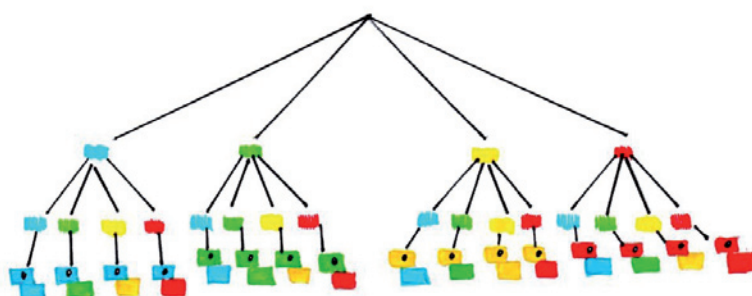


Abb. 6 Schülerlösung einer komplexen kombinatorischen Aufgabenstellung

Kopf, Schulter, Bauch, Beine. So konnten sie das Tierchen im Entscheidungsbaum verfolgen und nach vier Fragen benennen.

In der vierten Stunde wurde der Entscheidungsbaum schließlich dazu genutzt, komplexe kombinatorische Fragestellungen zu lösen. Thematisch wurden Stummi-Kinder behandelt. Die Drittklässler waren nun in der Lage, selbstständig einen Entscheidungsbaum anzufertigen und so alle Stummi-Kinder zu finden (Abb. 6).

Fazit

- ▶ Gute Aufgaben zur Kombinatorik in der Grundschule zeichnen sich dadurch aus, dass deren Inhalt die Kinder emotional anspricht.
- ▶ Gute Aufgaben sollen ihnen Gelegenheit geben, durch praktisches Tun entsprechende Erfahrungen zu sammeln und zu ordnen sowie unterschiedliche Lösungswege auf verschiedenen Repräsentationsebenen ermöglichen (vgl. Neubert 2003).
- ▶ Die dargestellte Einheit entspricht diesen Kriterien und bietet eine Sammlung guter Aufgaben zur Kombinatorik.

Literatur

- ▶ Neubert, B: Gute Aufgaben zur Kombinatorik in der Grundschule. In: Ruwisch, S.,/ Peter-Koop, A. (Hrsg.): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg 2003, 89–101
- ▶ Müller G./Wittmann E.: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Ziele, Inhalte, Prinzipien, Beispiele. Braunschweig 1977, 99–108

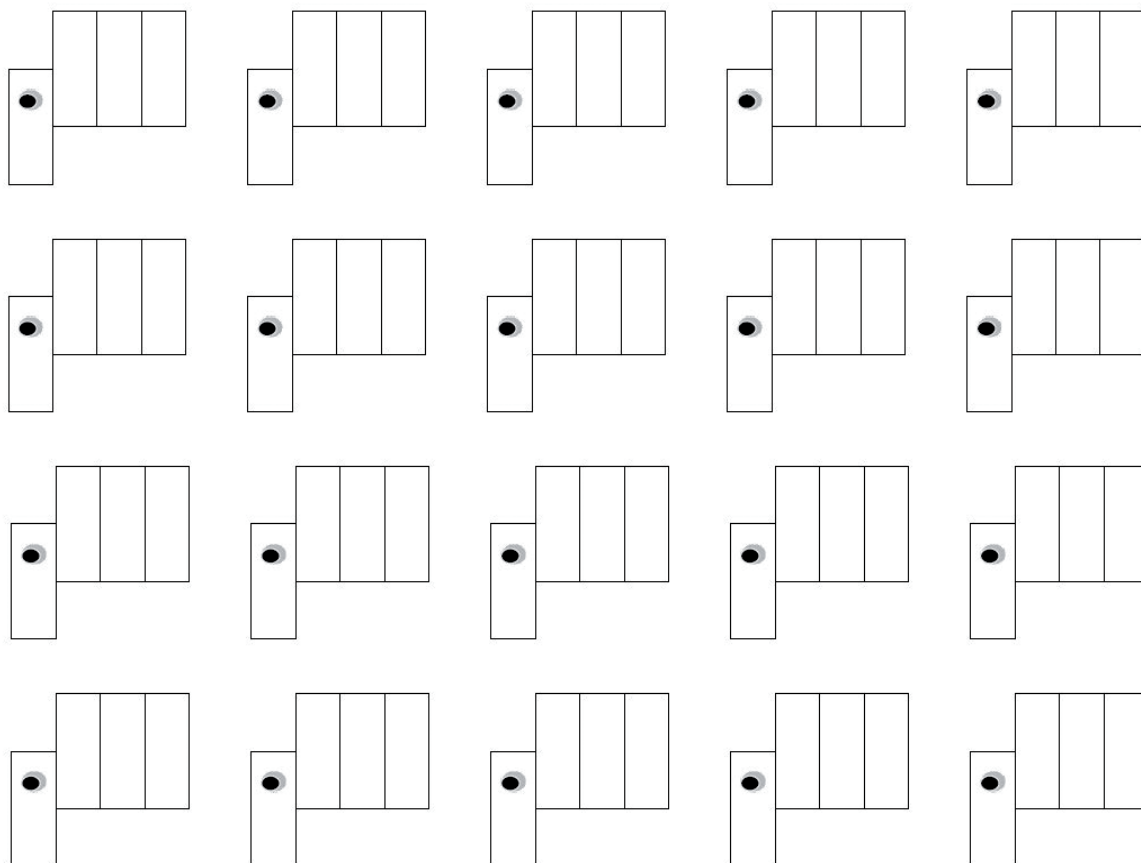
Autorin

Mareen Krämer,
Stadtschule an der
Wilhelmskirche,
Mittelstraße 30,
61231 Bad Nauheim



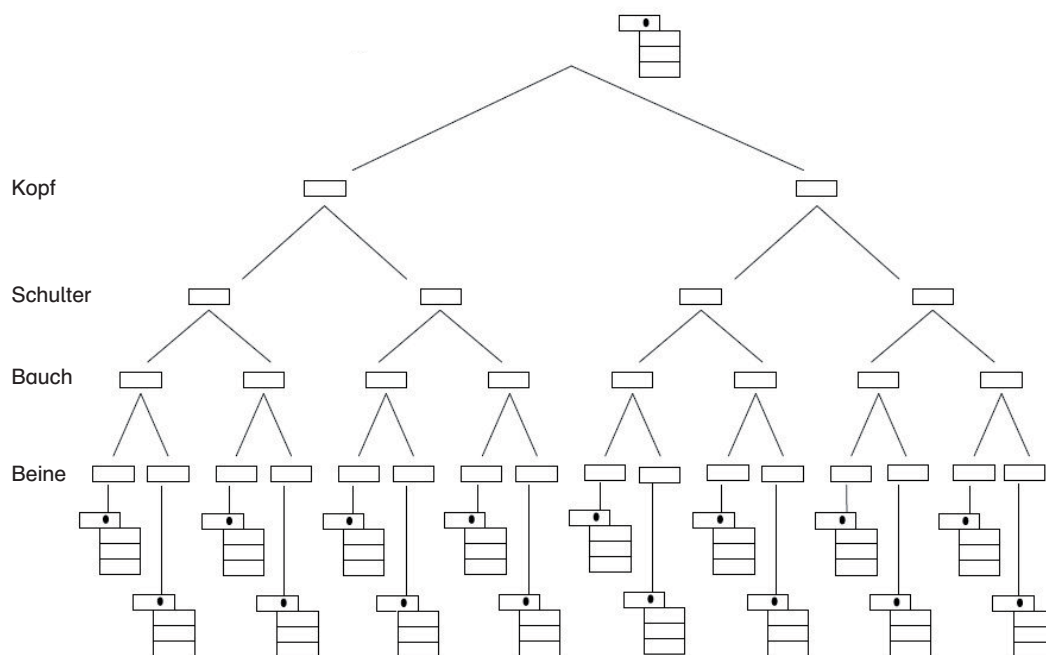
M1 Kombinatorik mit Strummi-Tierchen

Findet alle Strummi-Tierchen. Ihr habt 4 x  und 4 x .



© Mareen Krämer

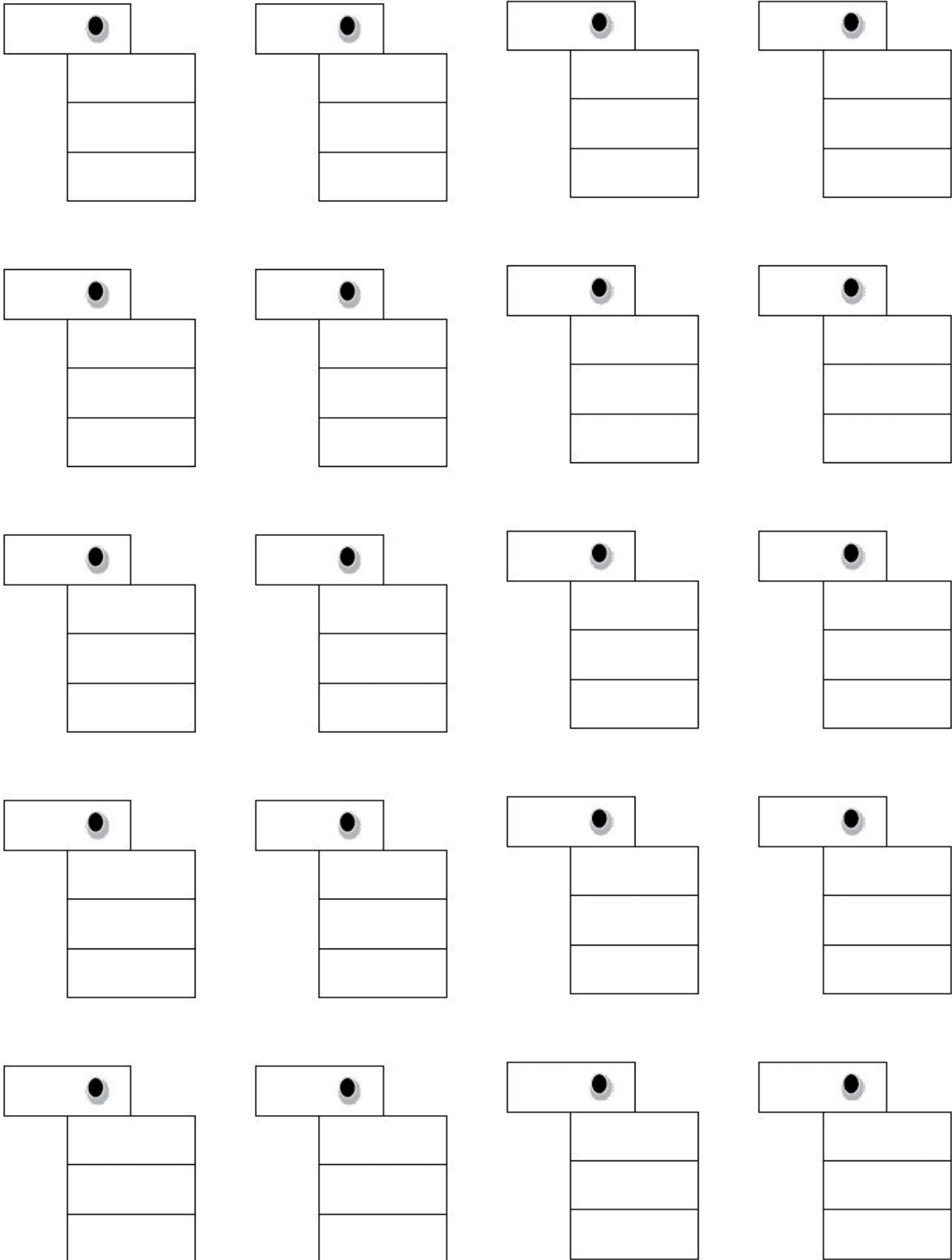
M2 Entscheidungsbaum für die Strummi-Herde (4 x gelb und 4 x blau) 😊



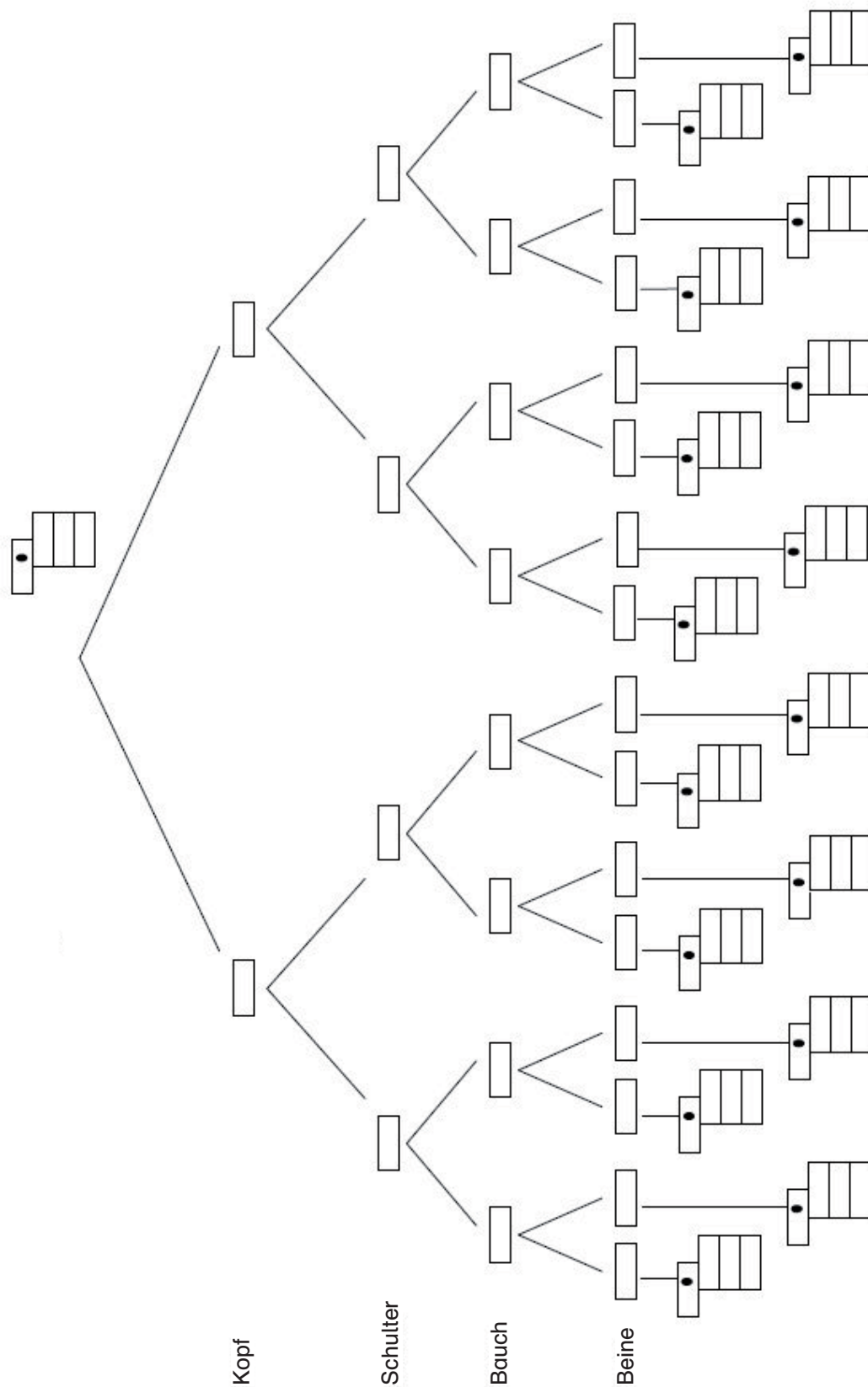
1. Welche Farbe kann der Kopf haben? Male den Entscheidungsbaum an. Überlege auch für Schulter, Bauch und Beine.
2. Male dann die Strummi-Tierchen so an, wie es der Entscheidungsbaum vorgibt.

M1 Kombinatorik mit Strummi-Tierchen 😊 😊

Findet alle Strummi-Tierchen. Ihr habt 4 x  und 4 x .



M2 Entscheidungsbaum für die Strummi-Herde (4 x gelb und 4 x blau) 😊



1. Welche Farbe kann der Kopf haben? Male den Entscheidungsbaum an.
Überlege auch für Schulter, Bauch und Beine.
2. Male dann die Strummi-Tierchen so an, wie es der Entscheidungsbaum vorgibt.