

Ein Baumdiagramm für die Kamuffel

Im erzählerischen Rahmen „Kamuffel-Familie“ lernen die Kinder das Baumdiagramm als geeignete Darstellungsform für kombinatorische Fragestellungen kennen. Durch den eher spielerischen Zugang werden Berührungsängste mit komplexen Darstellungen abgebaut.

Gudrun Häring

GEBIET: Kombinatorik, Darstellen

LERNBEREICH: Einfache kombinatorische Aufgaben lösen, geeignete Darstellungen nutzen

SCHULJAHR: 3.–5.

SOZIALFORM: Klassengespräch, Gruppen-/Einzelarbeit

ZEITBEDARF: 3–4 Unterrichtsstunden

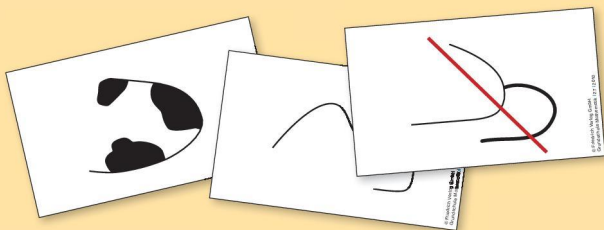
MATERIALPAKET



- ▶ 16 **Kamuffel-Fotokarten** zum spielerischen Sortieren der Kamuffel nach verschiedenen Merkmalen und zur Einführung in die Unterrichtseinheit.
- ▶ **DIN-A1-Plakat Kamuffel-Baumdiagramm** zur Einführung der Darstellungsform „Baumdiagramm“. Mit dem Baumdiagramm wird überprüft, ob alle 16 Kamuffel gefunden wurden.



- ▶ 8 **Kamuffel-Merkmalskärtchen** zur Dokumentation der gefundenen Kamuffel-Merkmale, zur Unterstützung bei der Suche nach allen Kamuffeln und für Spiele mit den Fotokarten.



- ▶ **DIN-A4-Vorlage Kamuffel-Baumdiagramm** für die Gruppenarbeit.
- ▶ **Blankovorlage Baumdiagramm** für eigene Tierfamilien. Die Blankovorlage sollte auf DIN-A3-Format kopiert werden.
- ▶ **Tabelle Meine eigene Tierfamilie** zum Eintragen aller Tiere.

In der Kombinatorik erfordert die systematische Suche nach der Anzahl aller Möglichkeiten stets auch die Suche nach einem Zählprinzip bzw. nach einer geordneten Aufstellung aller gefundenen Möglichkeiten. Im 2./3. Schuljahr stehen dabei eher einfache ordnende Darstellungsformen (sortierte Liste, Tabelle ...) im Vordergrund. Das Baumdiagramm als zwar anschauliche, aber auch recht komplexe Darstellungsform ist für Kinder in seiner Struktur nicht ohne Weiteres erfassbar. Dieser Artikel versucht deshalb einen ersten Zugang zu dieser Darstellungsform zu zeigen, indem die Kinder das Baumdiagramm in dem erzählerischen Rahmen „Kamuffel-Familie“ zunächst als Überprüfungsinstrument kennen lernen, bevor sie es im zweiten Schritt nutzen, um systematisch eigene Fantasietier-Familien zu entwerfen.

Die Unterrichtsidee ist gut geeignet, um an die Arbeit mit Strummitierchen (s. „Von Strummitierchen und Viertürmen“ auf S. 10) anzuknüpfen.

▶ Die Kamuffel-Familie

Kamuffel **1** unterscheiden sich in vier Merkmalen (Fell mit Flecken/weißes Fell, ein Höcker/zwei Höcker, Schwanz/kein Schwanz, Horn/kein Horn). Was meinen Sie, wie viele Kamuffel gehören zu dieser Familie, wenn jedes einzigartig ist, sich also in mindestens einem der vier Merkmale von jedem anderen unterscheidet?



1 Fotokarten „Kamuffel“



- ▶ Stellen Sie zuerst Vermutungen über die Anzahl an.
- ▶ Zeichnen Sie dann alle Kamuffel auf. Gehen Sie dabei möglichst geschickt und systematisch vor und stellen Sie Ihr Ergebnis übersichtlich dar.

Lassen Sie sich auf diesen kleinen Selbstversuch ein, bevor Sie weiterlesen. Denn nur wer den Lösungsprozess einer Problemstellung selbst nachvollzogen, mögliche Lösungswege selbst beschritten hat, kann die Lösungsprozesse der Kinder im Unterricht verständlich begleiten.

▶ Wie geht man im Unterricht vor?

„Und plötzlich saßen da zwei Kamuffel ...“ Eines Tages liegen zwei **Kamuffel-Fotokarten** **1** im Morgenkreis. Die Kinder äußern sich spontan: „Das da hat schwarze Flecken wie eine Kuh!“ oder „Das eine hat zwei Höcker wie ein Kamel, das andere nur einen!“ ...

Unterscheidungsmerkmale erarbeiten

Die beiden präsentierten Tierchen sind so gewählt, dass sie sich in jedem der vier Merkmale voneinander unterscheiden. Das ermöglicht es den Kindern – eventuell unterstützt durch kleine Impulse –, die vier Unterscheidungsmerkmale der Kamuffel-Familie zu erarbeiten. Zur Dokumentation positioniert die Lehrkraft die **Kamuffel-Merkmalskärtchen** paarweise an der Tafel:

- ▶ gefleckt oder weiß
- ▶ ein Höcker oder zwei Höcker
- ▶ Schwanz oder kein Schwanz
- ▶ Horn oder kein Horn

Es braucht dann kaum einen weiteren Impuls bis zur Frage „Welche anderen unterschiedlichen Kamuffel kann es in der Kamuffel-Familie noch geben?“ Die Kinder zeichnen unter Berücksichtigung der vorgegebenen Unterscheidungsmerkmale weitere mögliche Familienmitglieder. In dieser Phase kann die Lehrkraft erste Ideen der Kinder evtl. begleitend an der Tafel skizzieren.

Schließlich stellen die Kinder Vermutungen über die Anzahl möglicher Familienmitglieder an, unter der Bedingung, dass jedes Kamuffel einmalig ist, sich also von seinen Verwandten in mindestens einem Merkmal unterscheidet. Die Vermutungen über die Anzahl werden an der Tafel gesammelt, sie schwanken häufig zwischen 6 und ca. 30.

Alle Familienmitglieder finden

Zu dritt oder zu viert erhalten die Kinder weiße Notizzettel (ca. 10 x 10 cm), ein Filzbrett (ca. 50 x 60 cm – die Filzbretter erleichtern das Transportieren von Arbeitsergebnissen) und einen Plakatkarton. Der Arbeitsauftrag lautet, alle Familienmitglieder zu zeichnen. Das Zeichnen auf Notizzetteln ermöglicht auch ein zunächst nur probierendes Vorgehen, das durch nachträgliches Anordnen der Zettel zu einer systematischen Suche verfeinert wer-

BASTELANLEITUNG

Besonders motivierend ist die Unterrichtseinheit für die Kinder, wenn die Kamuffel als modellierte Figürchen vorhanden sind.

Benötigtes Material:

- ▶ ca. 500 g lufttrocknende Modelliermasse in Weiß (z. B. Eberhard Faber efaplast classic)
- ▶ 4 Mini-Wäscheklammern aus Holz
- ▶ fester Bindfaden oder dünnes Lederband für 8 Schwänze
- ▶ weiße Plakafarbe
- ▶ schwarzer wasserfester Stift (für alle Oberflächen)

Herstellung:

Beim Herstellen der Tierchen ist eine systematische Vorgehensweise anzuraten, da nur einige Tiere zwei Höcker, ein Horn usw. besitzen.

- ▶ Die Modelliermasse in 16 gleich große Teile schneiden und 16 Tierkörper formen (8 mit zwei Höckern).
- ▶ Mit einem Zahnstocher o. Ä. je einen Schlitz für das Maul ziehen und je ein Loch für das Befestigen des Schwanzes bohren.
- ▶ Die Mini-Wäscheklammern auseinanderbauen, jeweils eine Hälfte der Klammer als Horn so tief in die Modelliermasse stecken, dass sie feststeckt. (Alternativ kann auch nur das Loch vorbereitet und die Klammer später mit Heißkleber festgeklebt werden.)
- ▶ Tierkörper trocknen lassen (s. Packungsangabe der Modelliermasse).
- ▶ Weiße Plakafarbe als Grundierung auftragen und trocknen lassen.
- ▶ Schwänze mit Heißkleber in das vorbereitete Loch einkleben.
- ▶ Tierkörper mit dem Stift mit schwarzen Flecken bemalen.

Auffinden der Familienmitglieder und nennen die Anzahl der gefundenen Möglichkeiten.

Methodisch etwas mutiger, aber auch besonders interessant ist es, wenn die Gruppen die Plakate vor der Präsentation tauschen und nach einer kurzen Vorbereitungszeit die Vorgehensweise einer jeweils anderen Gruppe vorstellen. Gerade diese methodische Variante regt ein vertiefendes Gespräch über die Vorgehensweisen der einzelnen Gruppen an und lässt den Kindern Gemeinsamkeiten oder Unterschiede bezüglich gewählter Ordnungskriterien besonders deutlich werden.

Die Plakate in meiner Klasse unterschieden sich vor allem darin, ob die Kamuffel in Spalten oder Zeilen angeordnet wurden, und in dem Merkmal, das als erstes Ordnungskriterium ausgewählt wurde. Dabei begannen fast alle Gruppen mit der Unterscheidung „mit/ohne Flecken“ oder „mit 1/2 Höckern“. Ein Schüler kommentierte: „Mit dem Horn fängt keiner an. Das ist viel zu klein.“ Im Gespräch wurde aber auch herausgearbeitet, dass es ganz gleich ist, mit welchem Merkmal begonnen wird. Einige Gruppen begnügten sich damit, die Tiere nach zwei Ordnungskriterien zu sortieren und somit vier Gruppen à vier Tiere zu bilden **2**. Andere sortierten innerhalb der vier Gruppen weiter **3**.

Für das Klassengespräch sind insbesondere auch die ungeordneten oder unvollständigen Aufstellungen spannend, da gemeinsam Umordnungen vorgenommen oder die jeweils fehlenden Zeichnungen ermittelt werden können. Die Frage „Können wir wirklich sicher sein, dass es kein weiteres Kamuffel geben kann?“ werden nicht alle Kinder auf Anhieb mit Ja beantworten. Erst die Diskussion über die Ordnungskriterien lässt die Überzeugung wachsen, dass es tatsächlich 16 Familienmitglieder gibt.

den kann. Doppelte Kamuffel können im Nachhinein aussortiert werden.

Ordnungskriterien vergleichen und Anzahl der Möglichkeiten feststellen

In den letzten fünf Minuten der Arbeitsphase erhalten die Kinder den Auftrag, ihre Arbeitsergebnisse übersichtlich und sinnvoll geordnet mit wiederablösbaren Klebepads (z. B. UHU patafix) auf das Plakat zu kleben.

Die Plakate werden an die Wandtafel gehängt. In dem sich anschließenden Unterrichtsgespräch erklären die einzelnen Schülergruppen ihre Vorgehensweise beim

Das Baumdiagramm kennen lernen – jedes Kamuffel hat ein eigenes Zimmer

Den Einstieg in die Folgestunde bildet eine kurze Erzählung: Kamuffel wohnen in unterirdischen Höhlen. Dort hat jedes Kamuffel sein eigenes Zimmer. Da manche Kamuffel aber ein bisschen vergesslich sind, gibt es für sie an jeder Weggabelung Hinweisschilder, damit sie sich nicht verirren. An der ersten Weggabelung müssen die Kamuffel genau auf ihr Fellmuster achten. Alle weißen Kamuffel laufen nach links, alle gefleckten hingegen nach rechts. Sie laufen weiter, bis sie zur nächsten Weggabelung gelangen. Dort gehen die mit einem Höcker



Fotos (4): Gudrun Häring

2 Hier wurden die Kamuffel spaltenweise zunächst nach der Anzahl der Höcker und dann nach der Fellfarbe sortiert

nach links, die mit zwei Höckern nach rechts ... Diese Geschichte wird unter Einbeziehung der Schülerinnen und Schüler weiterentwickelt, bis das gesamte Baumdiagramm aufgebaut ist. Die Kinder entdecken, dass auf diese Weise tatsächlich 16 Zimmer entstehen. Für den handlungsorientierten Aufbau des Baumdiagramms können z.B. Strohhalme für die Verästelungen und die Merkmalskärtchen verwendet werden. Alternativ dazu kann aber auch mit dem DIN-A1-Plakat **Kamuffel-Baumdiagramm**  an der Tafel gearbeitet werden (**4**, S. 34).

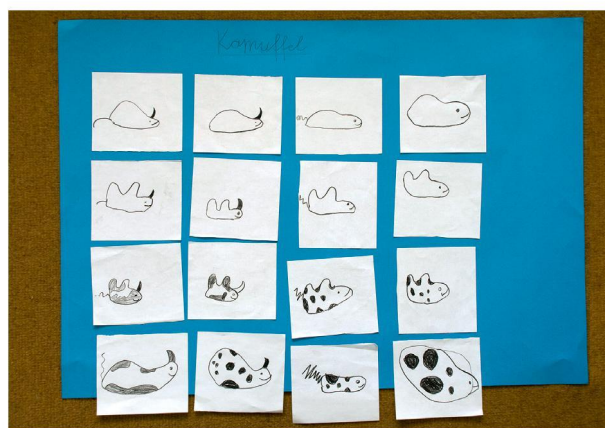
Nun wird anhand der gezeichneten Kamuffel einer Arbeitsgruppe überprüft, ob die Gruppe tatsächlich für jedes Zimmer des Baumdiagramms das passende Kamuffel gefunden hat. Beim Einordnen der Tiere in das Baumdiagramm verwendet die Lehrkraft bewusst die Begriffe „Weg“, „Entscheidungsmöglichkeiten“ und „Merkmal“. Die Begriffe werden als Formulierungshilfe für die Kinder auch an die Tafel oder auf ein Plakat geschrieben. So werden die Kinder mit der Struktur des Baumdiagramms vertraut.

Im Anschluss daran überprüfen alle Gruppen ihre Ergebnisse der vorangegangenen Stunde, geleitet von

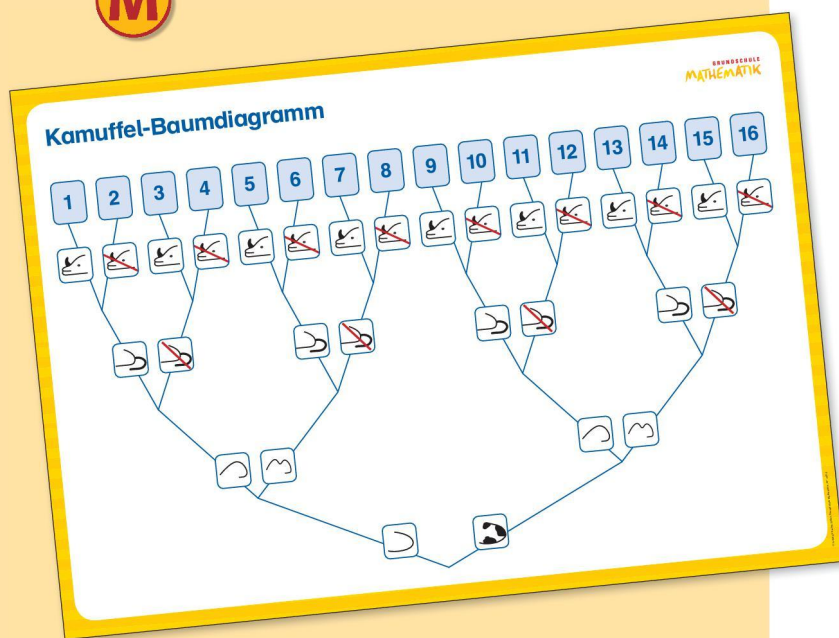
der Fragestellung: Findet heraus, ob eure Gruppe für jedes Zimmer ein Kamuffel gefunden hat! Dazu erhält jede Gruppe eine DIN-A4-Vorlage **Kamuffel-Baumdiagramm** .

Spiele mit der Kamuffel-Familie

Je nach verfügbarer Zeit können sich noch weitere Aktivitäten im Klassenverband oder in Partnerarbeit an-



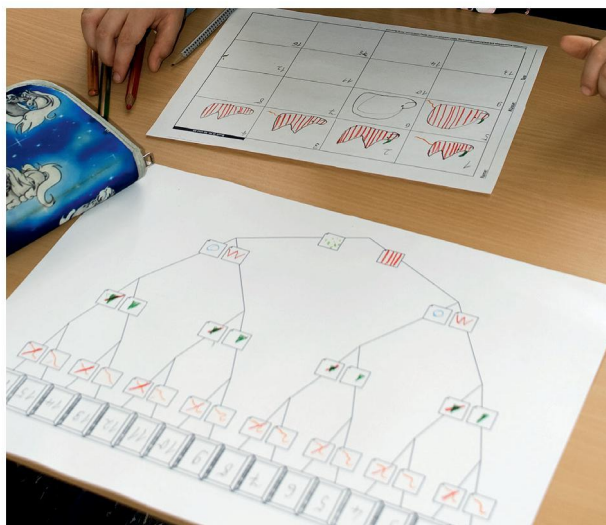
3 Hier wurden die Kamuffel in einer Art Matrix angeordnet



4 DIN-A1-Plakat „Kamuffel-Baumdiagramm“

schließen. Benötigt werden die 16 **Kamuffel-Fotokarten** , die 8 **Kamuffel-Merkmalskärtchen**  und eine **DIN-A4-Vorlage Kamuffel-Baumdiagramm**  als Spielplan. Die Spiele können auch zur Diagnose eingesetzt werden.

- ▶ Suche immer zwei Kamuffel, die sich in einem Merkmal (zwei, drei Merkmalen) unterscheiden.
- ▶ Lege möglichst viele Kamuffel so hintereinander, das jedes sich von seinem Vordermann nur in einem Merkmal unterscheidet.
- ▶ Kind A zieht ein (zwei, drei, vier) Merkmalskärtchen, Kind B sucht die dazu passenden Kamuffel.



5 Beim Zeichnen einer eigenen Tierfamilie nutzt Annika konsequent, von links beginnend das Baumdiagramm

- ▶ Kind A zeigt auf ein Zimmer im Baumdiagramm, Kind B sucht das passende Kamuffel.
- ▶ Kind A zeigt auf ein Kamuffel, Kind B sucht das richtige Zimmer.
- ▶ Alle Kamuffel sitzen in ihren Zimmern. Kind A macht die Augen zu, Kind B vertauscht zwei Kamuffel. Kind A muss den Fehler finden.

Eigene Familien erfinden

Um die Erfahrungen noch weiter zu vertiefen und das Baumdiagramm auch als Hilfe zum systematischen Auffinden von Möglichkeiten zu nutzen, kann sich noch eine weitere Stunde anschließen, in der die Kinder aufgefordert sind, eine eigene Fantasietier-Familie zu gestalten. Dafür wählen die Kinder vier Unterscheidungsmerkmale, zeichnen sie in der **Blankovorlage Baumdiagramm**  in die „Hinweisschilder“ an den „Weggabelungen“ ein und finden systematisch alle 16 Tiere, die aufgrund der Vorgaben möglich sind. Diese werden in die **Tabelle Meine eigene Tierfamilie**  eingetragen **5 6**.

Es entstehen fantasiereiche Tierfamilien, die von großem diagnostischem Wert sind: Inwieweit gelingt den Kindern die Ermittlung aller 16 Familienmitglieder? Wer trägt die Tiere systematisch in die Tabelle ein? Wie nah bleiben die Kinder an den Kamuffel-Merkmalen? Bei der Beobachtung sollte die Lehrkraft sich allerdings stets bewusst sein, dass dieser erste Umgang mit dem Baumdiagramm ein sehr anspruchsvolles Unterrichtsvorhaben darstellt.

Annikas Tierfamilie ähnelt den Kamuffeln. Die von ihr gewählten Merkmale sind: Fellfarbe (rot gestreift/grün gefleckt), Rücken (rund/gezackt), Horn (vorhanden/nicht vorhanden), Schwanz (vorhanden/nicht vorhanden). Beim Zeichnen der Familienmitglieder geht Annika sehr systematisch vor. Sie nutzt zielstrebig und durchgängig das Baumdiagramm. Von links beginnend folgt sie den einzelnen Pfaden **5**. Sehr schnell hat sie alle 16 Tiere gefunden. In ihrer sehr sorgfältigen Arbeitsweise zeigt sich ihre hohe Wertschätzung der ästhetischen Wirkung.

Ricos Merkmale weichen stärker von den Kamuffelmerkmalen ab (Schwanz mit/ohne Zacken, zwei Buckel/Drachenzacken, ein Horn/zwei Hörner, Zähne/keine Zähne). Er zeichnet zunächst unsystematisch seine Tiere **6** und ergänzt dann mit Hilfe des Baumdiagramms die noch fehlenden. Um den Überblick zu behalten, schreibt er zu allen 16 Tieren die Nummer der Tierwohnung aus

LERNEN BEGLEITEN

Beobachtungshilfen

- ▶ Wer kann die Unterscheidungsmerkmale der Kamuffel nennen?
- ▶ Wer ordnet ausgewählte Kamuffel dem jeweils richtigen Pfad im Baumdiagramm zu?
- ▶ Wer findet zu einem ausgewählten Pfad des Baumdiagramms das passende Kamuffel?
- ▶ Wer verwendet die eingeführten Begriffe (Weg, Entscheidungsmöglichkeiten, Merkmal, Baumdiagramm ...) fachgerecht?

Förderhinweise

Um beim Zeichnen verschiedener Kamuffel die vier Merkmale besser im Blick zu haben, können die Gruppen einen Satz **Kamuffel-Merkmalskärtchen** erhalten.

Für Schülerinnen und Schüler, die Schwierigkeiten haben, 16 Kamuffel übersichtlich anzuordnen, kann eine Familie mit weniger Merkmalen erfunden werden: Bei drei Merkmalen gibt es nur acht unterschiedliche Tiere. Eine weitere Möglichkeit wäre, die im Artikel „Von Strummitierchen und Vierertürmen“ auf Seite 10 vorgestellten Strummitierchen für die Arbeit mit dem Baumdiagramm zu nutzen. Die Vereinfachung der Aufgabenstellung besteht darin, dass die Reihenfolge der Merkmale bereits vorgegeben ist (1. Stein, 2. Stein, ...).

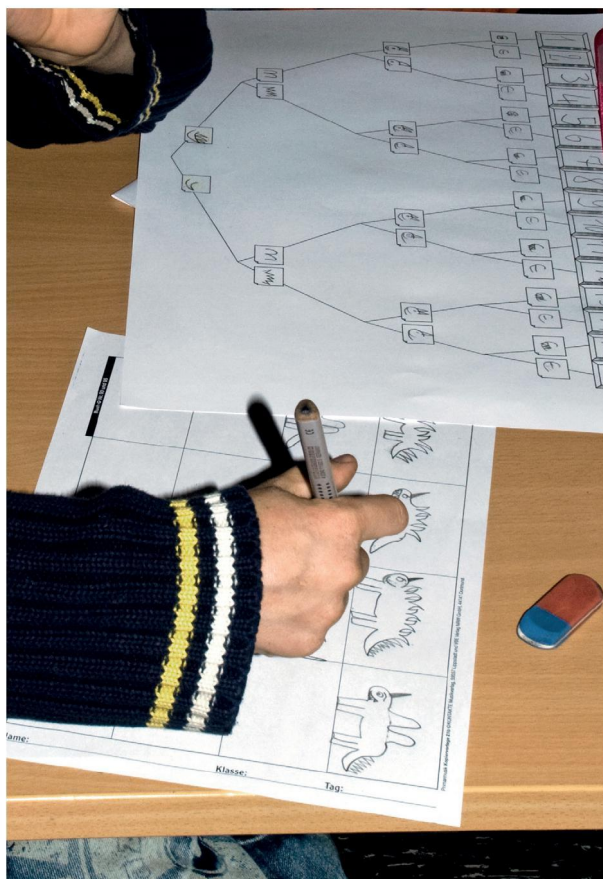
Besonders begabte Schülerinnen und Schüler können angeregt werden, eine Erweiterung des Baumdiagramms um ein weiteres Merkmal vorzunehmen und die Anzahl der Möglichkeiten direkt am Baumdiagramm zu ermitteln.

dem Baumdiagramm. In der späteren Reflexionsphase ist Rico besonders stolz darauf, dass er ohne Farben auskommt. Er erläutert den anderen Kindern, dass es ganz egal sei, von welcher Art die gewählten Merkmale seien, es sei nur wichtig, dass man vier unterschiedliche Merkmale mit je zwei Ausprägungen finde.

In einer Ausstellung werden die entstandenen Fantasetier-Familien der Schülerinnen und Schüler abschließend präsentiert. Dabei ist es für die Kinder reizvoll, zu den Tierfamilien ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler (ohne Sicht auf das Baumdiagramm) die jeweils gewählten Merkmale herauszufinden.

Schon etliche Jahre arbeite ich in meinen Klassen zur Unterstützung der logischen Schulung mit dem Lerntainer „Mathematix“ von Jürgen Reichen aus dem Verlag Otto Heinevetter. Die darin u. a. verwendeten „Kamuffel“ brachten mich auf die Idee, die urigen Tierchen auch darüber hinaus im Mathematikunterricht einzusetzen. Für die hier beschriebene Unterrichtseinheit habe ich die Kamuffel-Familie didaktisch reduziert, da die ursprünglichen Kamuffel noch zwei weitere Merkmale (Zahn, Bärtchen) besitzen.

Reichen, J.: Mathematix – Kinder lernen jede Menge. 1.–4. Schuljahr. Verlag Otto Heinevetter, Hamburg 1996. Schachtel mit transparentem Ablageblett aus Kunststoff, 32 farbigen Einlageblättern mit 1500 Aufgaben zur Grundlegung mathematischer Denkstrukturen, 49 Plättchen mit Kamuffeln, logischen Blöcken und Zahlen. € 41,-. ISBN 978-3-8747-4091-3.



6 Rico zeichnet zunächst unsystematisch seine Tiere – mit Hilfe des Baumdiagramms ergänzt er später die fehlenden