

Zählen, ohne zu zählen

Silke Ruwisch

Kombinatorische Aufgabenstellungen leisten einen enormen Beitrag zum Erreichen der prozessbezogenen Kompetenzen im Grundschulunterricht.

Die elementare Kombinatorik wird häufig die „Kunst zu zählen, ohne zu zählen“ genannt. Das aufwändige Zählen von einzelnen Möglichkeiten entfällt, indem die verschiedenen Fälle zu Gruppen zusammengefasst werden. Noch einfacher wird es, wenn man derart vertraut mit den kombinatorischen Grundmodellen ist, dass man quasi sofort die passende Formel sieht und das Ergebnisdementsprechend schnell ermitteln kann (s. „Kombinatorisches Zählen – Kombinieren, Variieren, Permutieren“ auf S.40). Dies allerdings ist nicht das Ziel des Grundschulunterrichts.

Kombinatorische Aufgabenstellungen in der Grundschule leisten einen wichtigen vorbereitenden Beitrag, indem sie die Grundschulkinder inhaltlich mit unterschiedlichen kombinatorischen Situationen vertraut machen und so einer sinnentleerten Anwendung kombinatorischer Formeln im weiteren schulischen Lernprozess vorbeugen. Darüber hinaus sind sie auch außerordentlich gut zu gebrauchen, um die prozessbezogenen Kompetenzen im Grundschulunterricht zu fördern.

► Problemorientierung

Kombinatorische Aufgabenstellungen eignen sich hervorragend, um problemorientiert zu arbeiten, weil den Kindern keine Routinen zur Bearbeitung zur Verfügung

stehen. Die Schülerinnen und Schüler werden herausgefordert, eigene Lösungsansätze zu entwickeln. Da jeweils die Vollständigkeit der gesuchten Möglichkeiten nachzuweisen ist, zwingen kombinatorische Fragestellungen geradezu, systematisch vorzugehen, um den Überblick zu behalten. Die Beiträge im vorliegenden Heft zeigen Ihnen, welche Ideen Kinder entwickeln und wie sie nach und nach systematischer vorzugehen lernen.

Welche Strukturierung entwickeln Sie, um die Frage im **KASTEN** zu beantworten? (Die Lösung finden Sie im Artikel „Kombinatorisches Zählen – Kombinieren, Variieren, Permutieren“ auf S.40.)

► Mathematisieren und Realisieren

In kombinatorischen Aufgabenstellungen wird die Ausgangssituation verbal beschrieben. Die Objekte, deren Anzahl zu bestimmen ist, müssen also erst aufgrund der Beschreibungen konstruiert werden. Die Schülerinnen und Schüler sind somit gefordert, die gegebene Situation zu mathematisieren und nach geeigneten Realisierungen und Dokumentierungen der Anzahlen zu suchen.

Je nach Kontext sind die Objekte direkt herstellbar, z. B. zeichnerisch, wenn Fahnen mit verschiedenen Farben gestaltet werden sollen. In anderen Fällen bedürfen die Objekte jedoch der Übertragung in eine abstraktere Form, wie im folgenden Beispiel: „Im Zoo kann man sich mit einem Affen, einem Papagei oder einem Zebra fotografieren lassen. Wie viele Fotos müssten die Eltern der Geschwister Anna, Bert, Clara und Dunja bezahlen, wenn jedes Kind mit jedem Tier ein Foto haben will?“ Fotos können nicht ohne Weiteres hergestellt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten für die Fotos lassen sich aber z. B. als Liste der jeweiligen Pärchen aufschreiben **1**.

► Darstellungen nutzen

Die Kinder müssen versuchen, ihre Vorgehensweisen so zu dokumentieren, dass sie in Reflexionsphasen nachvoll-

ziehbar sind – für andere, aber auch für das Kind selbst. Die Kinder sollen jedoch nicht nur eigene Darstellungen entwickeln, sondern darüber hinaus typische Darstellungen kennen und nutzen lernen. Im Wesentlichen handelt es sich im Grundschulunterricht um das Erstellen einer Liste und das Entwickeln eines Baumdiagramms.

Listen werden häufig nicht rein aufzählend, sondern bereits in „Päckchen“ aufgeschrieben, um die Systematik deutlich werden zu lassen. Bei kleinen Anzahlen führen Erwachsene wie Kinder gleichermaßen alle Elemente einzeln auf. Werden die Anzahlen größer, nutzen auch Grundschul Kinder Verkürzungen. So argumentierte etwa Aishe (4. Klasse) bei der Erweiterung der Lösung in **1** zu fünf verschiedenen Tieren: „Da kommen dann für die anderen Tiere immer dieselben Päckchen, also jetzt fünfmal die vier Kinder“, und entdeckte dadurch das Multiplikationsprinzip.

Das Baumdiagramm entwickeln die Kinder nicht unbedingt selbstständig. Doch gibt es eine Reihe von Aufgabenstellungen, mit denen diese Darstellungsform sinnvoll eingeführt und seine Handhabung vertiefend geübt werden kann (vgl. „Ein Baumdiagramm für die Kamuffel“ auf S. 30). Um den Begriff „Baumdiagramm“ für die Kinder mit Sinn zu versehen, können Baumdiagramme zunächst von unten nach oben – von den Wurzeln zu den Verzweigungen in die feinen Äste – aufgebaut werden. Eigene Baumdiagramme wird man später wegen der Schreibrichtung von oben nach unten oder von links nach rechts zeichnen. Selbstverständlich lässt sich ein Baumdiagramm auch zu der Foto-Aufgabe erstellen, wirkt dann aber recht künstlich **2**.

Kinder zeichnen gerne auch Verbindungslinien **3**. Sie sollen sie in selbstständigen Lösungsphasen durchaus auch einsetzen. Es ist wichtig, offen zu sein für die Darstellungen der Kinder und diese nach Möglichkeit weiterzuentwickeln oder gemeinsam Vor- und Nachteile abzuwägen. Doch helfen die Verbindungslinien den wenigsten Kindern, den Überblick zu behalten, so dass sie nicht als Darstellungsform für alle Kinder eingeführt werden sollten.

Dass sich kombinatorische Aufgabenstellungen zudem hervorragend eignen, um die mathematischen Kommunikations- und Argumentationsfähigkeiten der Kinder herauszufordern und weiterzuentwickeln, zeigen Ihnen die Beiträge im vorliegenden Heft.

MATHEMATIK BELEUCHTET

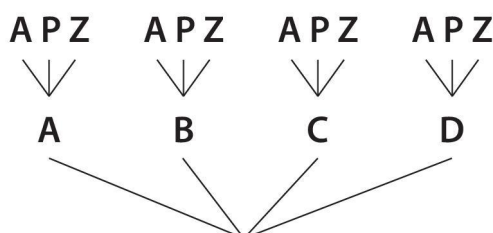
Über dem Eingang des Mathematikums soll eine Tafel installiert werden, auf der an jedem Tag das Wort „Mathematik“ von oben links nach unten rechts durch Beleuchtung der Buchstaben anders dargestellt wird. Die folgenden Schildgrößen stehen zur Diskussion:

M	A	T		M	A	T	H	E	M	A
A	T	H		A	T	H	E	M	A	T
T	H	E		T	H	E	M	A	T	I
H	E	M		H	E	M	A	T	I	K
E	M	A								
M	A	T								
A	T	I								
T	I	K								

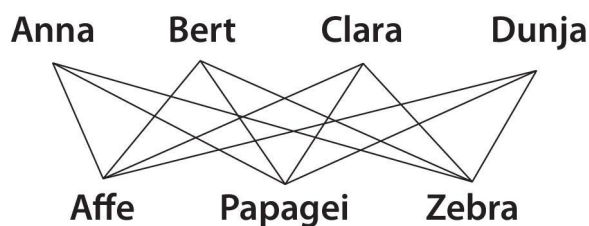
Nach wie vielen Tagen steht jeweils keine neue Variante mehr zur Verfügung?

Anna–Affe	Anna–Papagei	Anna–Zebra
Bert–Affe	Bert–Papagei	Bert–Zebra
Clara–Affe	Clara–Papagei	Clara–Zebra
Dunja–Affe	Dunja–Papagei	Dunja–Zebra

1 Eine strukturierte Liste, ...



2 ..., das Baumdiagramm oder ...



3 ... Verbindungslinien als Darstellungsmittel