

# Meilensteine bei der Kompetenz

Klaus Hasemann

**In diesem Artikel wird die Kompetenzentwicklung im Bereich „Daten und Häufigkeit“ in den Blick genommen und untersucht, welche „Meilensteine“ es gibt und welche Aufmerksamkeit sie im Unterricht erfordern. Bezug genommen wird dabei auf bekannte Entwicklungs- und Lerntheorien.**

Beginnen wir mit einem Zitat: „Wenn wir beispielsweise die Phase des ‚konkreten Denkens‘ erreichen, normalerweise im Alter von 6–10 Jahren, sind wir in der Lage, Fakten zu erlernen, immer mehr Fakten, aber eben nur Fakten. Kinder dieser Altersstufe sammeln Baseball-Karten, Käfer und Blätter von Bäumen. Sie erwerben sich ihr Verständnis der sie umgebenden Welt, indem sie deren Objekte erkennen und benennen. Aber es bedarf eines qualitativen Sprungs, [...] um jene Fakten in umfassendere abstrakte Ideen, Kategorien und Wertssysteme einordnen zu können. [...] Dem qualitativen Sprung, wie er Bildungsübergänge kennzeichnet, gehen Pendelbewegungen zwischen der aktuellen und der neuen, differenzierteren Struktur voraus.“ Dieses Zitat von Kegan (2003, S. 2) macht deutlich, wie hilfreich eine theoriegeleitete Vorgehensweise bei der Betrachtung der Kompetenzentwicklung im Bereich „Daten und Häufigkeit“ sein kann. Die formulierten Einsichten,

- ▶ dass sich das Denken der Kinder teils kontinuierlich, teils in Sprüngen entwickelt und
- ▶ dass das „Sammeln“, „Erkennen“ und „Benennen“ wichtige Aktivitäten der Kinder sind, dass es aber darüber hinaus „qualitativer Sprünge“ bedarf, damit sie die Fakten auch einordnen können,

schärfen unseren Blick für die bei den Kindern ablaufenden Prozesse.

Die Bildungsstandards fordern, dass die Kinder am Ende der Grundschulzeit folgende Kompetenzen erwor-

ben haben: „In Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen“ sowie „Aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen“. Es geht also nicht nur um das eigene Tun und um dessen Strukturierung und Ordnung, sondern auch um das „Lesen“, also um die Fähigkeit, eine solch strukturierte und geordnete Darstellung zu interpretieren.

Angesprochen ist damit, dass den Kindern im Verlaufe von vier Schuljahren gleiche oder ähnliche Gegenstände, Fragestellungen und Aktivitäten immer wieder begegnen. Doch haben, wie wir noch zeigen wollen, die Objekte und Fragen ebenso wie das Tun jeweils eine andere Bedeutung im Denken der Kinder: „Mit dem Fortschreiten auf der ‚Spirale‘ werden anfangs intuitive, ganzheitliche, undifferenzierte Vorstellungen zunehmend von formaleren, deutlicher strukturierten, analytisch durchdrungenen Kenntnissen überlagert“ (Müller & Wittmann 1984, S. 159; mit Bezug auf die „Brunersche Curriculumspirale“, vgl. Bruner 1972, vgl. auch Krauthausen & Scherer 2007, S. 139).

## ▶ Meilenstein 1: Daten sammeln

Der erste Meilenstein steht dort, wo das Sammeln von Daten aller Art von den Kindern spontan betrieben wird: Daten zum eigenen Wachstum, zu eigenen und fremden Leistungen im Sport, die Flugweiten von selbst gebastelten Papierschwalben, Ergebnisse beim Würfeln, technische Daten von Fahrzeugen oder Preise zum Vergleich „interessanter“ Waren. Auch in der Schule werden Datensammlungen angeregt. Angaben über die eigene Familie **1** eignen sich für den Einstieg, weil diese bereits von Schulanfängern leicht ermittelt werden können.

## ▶ Meilenstein 2: Daten festhalten

Die Kinder werden sehr schnell selbst bemerken, dass viele Daten „flüchtig“ sind. Sie verschwinden und sind

# entwicklung im Bereich „Daten“

**Unsere Familien**

1 Wir sind 3 Erwachsene, 2 Kinder und ein Hund.

Wir sind 2 Erwachsene, 2 Kinder und 2 Vögel.

Bella

Ron

Sprich über Bellas Familie!  
Welche Karten muss Ron für seine Familie legen?  
Welche Karten musst du für deine Familie legen?

2 Wähle zwei Kinder aus deiner Klasse aus!  
Erkunde Zahlen zu ihren Familien!

Ergänze im Heft!

| Familie von |     |     |   |
|-------------|-----|-----|---|
| Bella       | /// | /// | / |
| Ron         |     |     |   |
| mir         |     |     |   |
|             |     |     |   |
|             |     |     |   |

Male dazu ein Bild!

|  | Bellas Familie | Rons Familie | meine Familie |
|--|----------------|--------------|---------------|
|  |                |              |               |
|  |                |              |               |
|  |                |              |               |
|  |                |              |               |
|  |                |              |               |

1 Mit Angaben zur eigenen Familie kann man in das Sammeln von Daten einsteigen (aus: Rechenwege S. 130)

unwiderruflich verloren, wenn man sie nicht festhält: aufschreibt, aufzeichnet, ordnet, ablegt.

Dazu bedarf es erster Strukturierungen: Wodurch sind die Objekte, deren Anzahl oder deren Eigenschaften erfasst werden sollen, gekennzeichnet bzw. wodurch unterscheiden sie sich? Bei Verkehrszählungen muss vor der Zählung entschieden werden, welche Kategorien von Fahrzeugen gebildet werden sollen. Bei der Klassensprecherwahl muss feststehen, welche Kandidaten gewählt werden können. Bei einer Messung muss festgelegt werden, ob Messdaten gerundet werden sollen und wenn ja, wie. Diese Art von Entscheidungen zu treffen ist oft schwieriger als die Durchführung der Zählung oder Messung selbst.

Das Festhalten der Daten erfordert noch eine weitere Abstraktion, nämlich die Einsicht, dass wir uns nicht mehr für den Einzelfall interessieren, sondern für eine Gesamtheit: Wenn Kategorien gebildet wurden, interessiert uns

die absolute Häufigkeit (z. B. die Anzahl der Fahrzeuge in jeder Kategorie) oder die relative Häufigkeit (Anzahl der PKW bezogen auf die Gesamtheit der Fahrzeuge). Manchmal interessiert uns auch das Verhalten von Häufigkeiten (z. B. wenn wir zu unterschiedlichen Tageszeiten den Verkehr zählen).

## Meilenstein 3: Daten gezielt aufbereiten

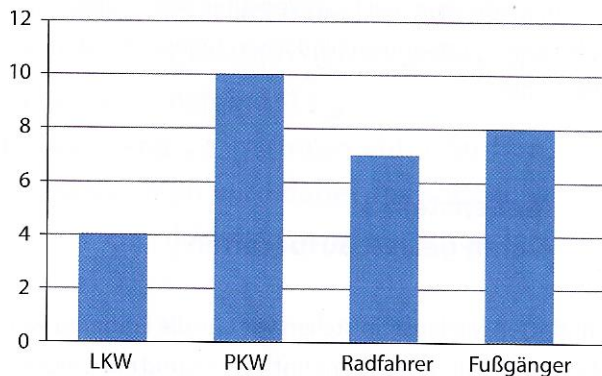
Am dritten Meilenstein stellen wir uns die Frage, zu welchem Zweck die Daten benötigt werden und mit welchen Darstellungsmitteln sich dieser am besten erreichen lässt: Sollen die Daten verglichen werden? Soll der Vergleich einfach und durch Hinsehen („mit einem Blick“) geschehen können oder sind die genauen Zahlenwerte wichtig? Mit welcher Genauigkeit brauchen wir die Daten? Im Hinblick auf die unterschiedlichen Darstellungsformen kann man fragen, ob Anteile verglichen oder ob Veränderungen im Laufe der Zeit erfasst werden sollen. Welche Abstände sind auf den Skalen sinnvoll?

Stellen wir uns vor, die Kinder hätten eine Verkehrszählung durchgeführt. Sie haben dazu vier Kategorien gebildet: LKW, PKW, Radfahrer und Fußgänger. Das Ergebnis der Verkehrszählung haben sie mit Strichlisten und Zahlen in einer Tabelle aufgeschrieben. Dabei sind bereits je fünf Striche zu einem Bündel zusammengefasst worden.

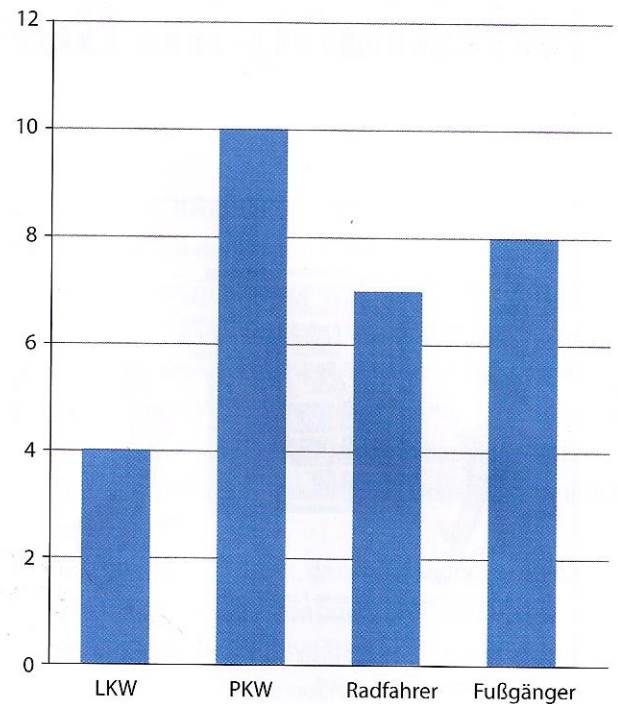
| LKW  | PKW     | Radfahrer | Fußgänger |
|------|---------|-----------|-----------|
| IIII | IIII II | IIII II   | IIII III  |
| 4    | 10      | 7         | 8         |

In vielen Fällen genügt bereits ein grober Überblick über die Bündel, um eine Aussage zu machen. Strichlisten und Tabellen eignen sich besonders dann zur Darstellung der Daten, wenn es nur um die Ermittlung von Anzahlen, also um Häufigkeiten geht.

Dagegen eignen sich Säulendiagramme besser, wenn Unterschiede zwischen den Daten in den Vordergrund



**2** Mit Säulendiagrammen lassen sich Unterschiede zwischen Daten herausarbeiten

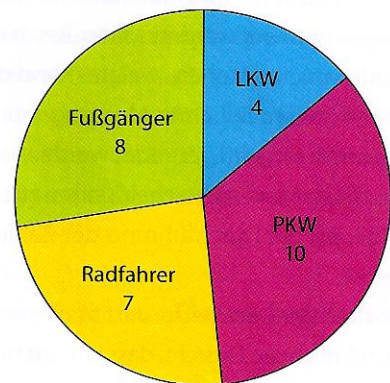


**3** Eine veränderte Skalierung lässt selbst kleine Unterschiede riesengroß erscheinen

gerückt werden sollen **2 3**. Kreisdiagramme wiederum machen Anteile sichtbar **4**.

Der Übergang vom Sammeln und Festhalten der Daten hin zum Strukturieren, Ordnen und Darstellen ist verbunden mit einem Wechsel der Sichtweise auf die Darstellungen: Während beim Sammeln und Festhalten das eigene Interesse an der Sache im Vordergrund steht, ist es beim Strukturieren, Ordnen und Darstellen das Interesse des Abnehmers, also des Lesers dieser Darstellung. Wir wollen versuchen, diesen gedanklichen Schritt mit Vygotskijs Metapher einer „Zone der nächsten Entwicklung“ (2002) etwas genauer zu kennzeichnen. Mit jedem Entwicklungsniveau eines Kindes sind demnach zwei Entwicklungszonen verbunden: eine Zone der aktuellen Leistung – die durch das gekennzeichnet ist, was das Kind selbstständig zu tun vermag – und eine Zone der nächsten Entwicklung, in der jene Leistungen liegen, zu denen es mit Hilfe der Lehrkraft imstande ist (vgl. Lompscher 1997, S. 47). Zwischen diesen Zonen gibt es kein kontinuierliches Voranschreiten, typisch sind vielmehr Pendelbewegungen zwischen beiden. Die Kinder machen selbstständig Erfahrungen in einer Zone. Das dabei erworbene Wissen und Können wird im Unterricht systematisiert und durch „offene Aufgaben“, die bereits

in die nächste Zone reichen, weiterentwickelt. Die Kinder erkennen bei diesen Aufgaben, welche Kenntnisse oder Werkzeuge ihnen zur Bearbeitung der anstehenden Fragestellungen noch fehlen (vgl. Krauthausen & Scherer 2007, S. 139f.). Bei dem hier in Rede stehenden Inhalt „Daten und Häufigkeit“ sind Aufgabenformate günstig, mit denen die Kinder animiert werden, eigene, selbst entwickelte Darstellungsformen zu nutzen oder mit Blick auf den Leser oder Betrachter der Darstellung Vor- und Nachteile verschiedener Lösungswege und Darstellungsformen zu diskutieren.



**4** Mit Kreisdiagrammen werden Anteile deutlich

## ► Meilenstein 4: Aus Diagrammen Informationen entnehmen

Ein vierter Meilenstein steht beim Standard „Aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen“. Betrachtet man diesen Standard zusammen mit dem oben genannten „Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen“, ist das „operative Prinzip“ zu erkennen (vgl. z. B. Krauthausen & Scherer 2007, S. 145 ff.). Insbesondere gilt dabei die Forderung, dass das Denken „reversibel“ und „kompositionsfähig“ sein soll.

Dass diese Fähigkeit zur Umkehrung und flexiblen Verknüpfung mehrerer Denkschritte im Zusammenhang mit Diagrammen alles andere als selbstverständlich ist, haben Beispiele aus Vergleichsarbeiten in 4. Schuljahren an Berliner Grundschulen gezeigt (Hasemann & Mirwald 2008). Bei der Erprobung einer zweiteiligen Aufgabe 5 mit 140 Hauptschülern im 6. Schuljahr erwies sich die Teilaufgabe a) zum Darstellen von Daten als harmlos. Sie wurde von 93 % der Schülerinnen und Schüler richtig gelöst. Teilaufgabe b) hingegen erwies sich als sehr schwierig. Der Anteil richtiger Lösungen betrug nur 26 %.

Dass es für Kinder alles andere als einfach ist, die Zusammenhänge zwischen verschiedenen Ebenen,

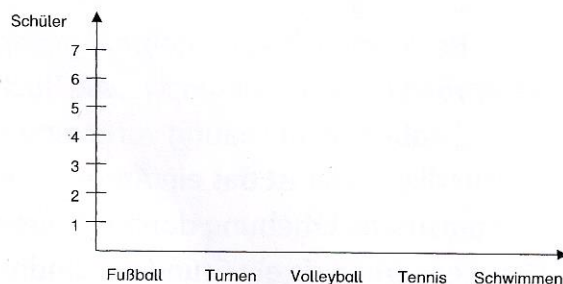
- dem konkreten Handeln mit Gegenständen,
- den bei diesen Handlungen „gemeinten“ mathematischen Begriffen und
- den dabei verwendeten mathematischen Zeichen

herzustellen, beschreibt Steinbring (2000, S. 34; vgl. auch Hasemann 2007, S. 91). Beziehen wir seine Gedanken auf die oben als Beispiel genommene Aufgabe 5, so erkennen wir, dass die Aufgabe einen mehrfachen Wechsel zwischen den Ebenen und sogar innerhalb der Ebenen erfordert: Zunächst sollen (An-)Zahlen als Strecken interpretiert und aufgezeichnet werden, dann soll die Zeichnung wiederum in eine Aussage über Strecken übersetzt werden. Es wird sowohl innerhalb der begrifflichen Ebene (Anzahl – Strecke) als auch innerhalb der Zeichenebene (Zahl – Zeichnung) gewechselt.

Ohne jeden Zweifel wäre auch das Ergebnis bei Teilaufgabe a) deutlich schlechter ausgefallen, wenn nicht bereits ein Achsenkreuz mit passender Skalierung vorgegeben gewesen wäre, wenn die Schülerinnen und Schüler also zunächst das Diagramm und seine Beschriftung selbstständig hätten anlegen müssen.

Die meisten Kinder der Klasse 6 a sind in Sportvereinen aktiv. Alle betreiben verschiedene Sportarten: 5 spielen Fußball, 4 turnen, 7 spielen Volleyball, 3 spielen Tennis und 2 schwimmen.

- a) Die Zahlen der Kinder, die eine Sportart betreiben, sollen durch Strecken dargestellt werden. Zeichne die Strecken richtig in das Diagramm ein:



- b) Vergleiche die Länge der Strecken in dem Diagramm:

Die Strecke, die die Zahl der Turner darstellt, ist ..... so lang wie die Strecke, die die Zahl der Schwimmer darstellt.

### 5 Anspruchsvolle Aufgabe zum Darstellen und Entnehmen von Daten

Diagramme sind somit einerseits Veranschaulichungen und können das Interpretieren von Daten erleichtern. Sie sind andererseits aber auch „Zeichen“ in dem von Steinbring gemeinten Sinne; sie müssen als solche gelesen und verstanden, d. h. mit Begriffen verbunden werden.

- Bruner, J. S.: Der Prozess der Erziehung, 2. Aufl. Berlin 1972.  
 Hasemann, K.: Anfangsunterricht Mathematik, 2. Aufl. Heidelberg 2007.  
 Hasemann, K.; Mirwald, E.: Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. In: Walther, G. u. a. (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin 2008. S. 141–161.  
 Kegan, R. im Interview mit Debold, E.: Erkenntnistheorie, das Bewusstsein der vierten Ordnung und die Subjekt-Objekt-Beziehung. In: What is Enlightenment Magazin, Ausgabe 8 (2003). [www.wie.org/DE/j8/kegan.asp](http://www.wie.org/DE/j8/kegan.asp)  
 Käpnick, F.: Rechenwege 1. Berlin 2004.  
 Krauthausen, G.; Scherer, P.: Einführung in die Mathematikdidaktik, 3. Aufl. Heidelberg 2007.  
 Lompscher, J.: Selbständiges Lernen anleiten. In: Friedrich Jahresheft 1997 „Lernmethoden – Lehrmethoden“, S. 46–49.  
 Müller, G.; Wittmann, E. C.: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Braunschweig 1984.  
 Steinbring, H.: Mathematische Bedeutung als eine soziale Konstruktion. In: Journal für Mathematik-Didaktik 21 (2000), S. 28–49.