

Hallo Welt!

Für einen entscheidungsfreudigen Mathematikunterricht zum Sammeln, Darstellen und Interpretieren von Daten

Kerstin Tiedemann | Axel Schulz

Das Interpretieren von Daten wird in unserem Alltag immer wichtiger. Doch erst wer weiß, wie für eine Datenerhebung überhaupt eine gute Frage gefunden wird, wie Daten gesammelt und dargestellt werden und welche Entscheidungen in all diesen Prozessen getroffen werden müssen, der kann sich ans Interpretieren wagen. Diese Entscheidungen können im Mathematikunterricht gemeinsam in den Blick genommen werden.

Daten, Daten, Daten

Die Relevanz des Themas Daten kann man sich ohne Weiteres durch einen kurzen Alltagscheck deutlich machen. Wir müssen nur überlegen: Wo und in welcher Form sind mir heute schon Daten begegnet? Welche Tabellen, Diagramme, Listen habe ich heute schon gesehen? Habe ich heute schon gezielt nach Daten gesucht? In welchem Zusammenhang war das?

Auf diese Weise stellt vermutlich jeder schnell fest: Nach Daten müssen wir in unserem Alltag nicht lange suchen. Ganz selbstverständlich recherchieren wir Preise, Termine oder Umfrageergebnisse im Internet, verschaffen uns anhand der letzten Kontoauszüge einen Überblick über unsere Finanzen und lesen am heimischen Frühstückstisch genüsslich die Zeitung. „Wir schlagen morgens unsere Zeitung auf – und ehe das letzte Blatt gewendet ist, haben wir mehr Statistiken gesehen als Goethe und Schiller, solange sie lebten.“ (Krämer 2000, S. 9) Auch wenn wir auf den Zugfahrplan, die Bundesliga-Tabelle oder die Anzeigetafel an der Tankstelle blicken, haben wir es mit Daten zu tun (Abb. 1).

Daten sind Zahlen mit Kontext (Eichler & Vogel 2013). Es sind Zahlen, die wir (nur deshalb) erheben, analysieren und betrachten, weil uns der Kontext interessiert und wir mehr über das Thema erfahren möchten. Und in unserem Alltag wimmelt es von Daten.

Das gilt aber keinesfalls nur für unseren Alltag, sondern auch für den von Grundschulkindern. Denn auch beim Ferienkalender, den Öffnungszeiten des

Bäckers um die Ecke, dem Busfahrplan oder der Punktetabelle für die Bundesjugendspiele handelt es sich um Daten.

Sowohl für uns als auch für die Kinder gilt: Wer Daten als Zahlen mit Kontext verstehen und angemessen interpretieren möchte, muss auch ihren Kontext verstehen. Wenn wir Daten im Mathematikunterricht behandeln, laden wir also immer auch die zugehörigen Kontexte ein. Bestenfalls stammen diese aus der Lebenswelt der Kinder. Spätestens dann heißt es im Mathematikunterricht: „Hallo Welt!“

Das Ziel im Blick

Was ist nun aber das Ziel, wenn es im Unterricht um Daten geht? Die Lehrpläne aller Bundesländer geben vor, dass die Kinder im Mathematikunterricht der Grundschule einen verständigen Umgang mit Daten entwickeln sollen. Sie sollen Daten sammeln, darstellen und interpretieren (vgl. KMK 2004).

In dieser Zielvorgabe sind zwei Prozesse verbunden. Es geht einerseits um die eigenständige Erhebung von Daten (inklusive ihrer Darstellung) und

Abb. 1: Das gemeinsame Sammeln, Darstellen und Interpretieren von Daten ist eine wichtige Voraussetzung für einen angemessenen Umgang mit ihnen.



andererseits um die Interpretation von fertig vorliegenden Datendarstellungen. Mit Blick auf unseren Alltagscheck mag die Interpretation von Daten zunächst wichtiger erscheinen. Wir stoßen häufig auf fertige Darstellungen und sind gefordert, sie angemessen zu deuten. Für das Leben in einer demokratischen Gesellschaft ist es wichtig, Datendarstellungen deuten und kritisch hinterfragen zu können. Denn nur dann können wir uns unsere eigene Meinung bilden und unerwünschte Manipulationsversuche als solche erkennen.

Gerade dafür ist es aber hilfreich, auch etwas über Datenerhebungen zu wissen. Denn wer schon einmal eine Datenerhebung von der Formulierung einer Frage bis zur finalen Darstellung der Daten durchgeführt hat, der hat vermutlich selbst erlebt: Jede Datenerhebung ist mit einer Reihe von Entscheidungen verbunden.

- Eine Frage finden: Man entscheidet sich für eine Fragestellung, die man interessant findet.
- Eine Erhebung planen und durchführen: Dann trifft man viele kleine Entscheidungen zur Datenerhebung. Man entscheidet sich für eine Methode der Datenerhebung und plant diese in allen Details. Meist sind während der Durchführung plötzlich weitere Entscheidungen notwendig.
- Daten auswerten: Man entscheidet sich für eine Form der Datenauswertung, die einen sicher und mit möglichst wenig Aufwand zur Antwort führt.
- Daten darstellen: Schließlich entscheidet man sich für eine Form der Datendarstellung, in der die gefundene Antwort für einen selbst, aber auch für andere besonders klar hervortritt.

Im Prozess der Datenerhebung und -darstellung lässt sich also besonders gut lernen, dass Datendarstellungen nicht neutral sind. Sie sind immer das Ergebnis einer Reihe von Entscheidungen. Auf dem Weg zur fertigen Darstellung waren andere Fragen, andere Erhebungs- und Auswertungsmethoden und andere Darstellungsformen denkbar. Doch aus irgendwelchen Gründen hat man sich gegen die Alternativen und für die vorliegende Variante entschieden. Diesen Entscheidungen auf die Spur zu kommen, ist die spannende Aufgabe im Mathematikunterricht zum Thema Daten. Hallo Welt, wir werden Daten-Detektive!

Um die Entscheidungen im Prozess der Datenerhebung für Kinder auch und gerade mit Blick auf die Interpretation von Daten erfahrbar zu machen, ist es inhaltlich sinnvoll und zeitlich ratsam, die beiden Prozesse im Unterricht zunächst eng aufeinander zu beziehen und das Interpretieren von Daten an eigenen Darstellungen aus eigenen Erhebungen zu üben.

Damit ist das Ziel klar. Wer ein Daten-Detektiv werden möchte, der sollte zunächst alle Phasen einer Datenerhebung selbst durchlaufen und dabei munter über die zu treffenden Entscheidungen diskutieren und nachdenken. Es gibt immer mehrere Möglichkeiten. Um das Treffen von Entscheidungen in allen Phasen einer Datenerhebung gezielt herauszuarbeiten, sind Stolpersteine willkommen. Denn gerade, wenn es nicht glatt läuft, ergeben sich wichtige Lerngelegenheiten für den verständigen Umgang mit Daten.

Eine Frage finden

Jede Datenerhebung beginnt bestenfalls mit einer authentischen und individuell spannenden Frage. Das kommt uns Lehrkräften sehr entgegen, denn Kinder im Grundschulalter haben viele Fragen. Die besondere Aufgabe der Lehrkraft ist dabei, ein Themenfeld zu finden, das für möglichst viele Kinder spannend ist, das für niemanden unangenehm ist (z. B. die Höhe des Taschengeldes) und in dem sich aller Voraussicht nach mathematisch gut händelbare Daten ergeben. Dafür eignen sich Lebensbereiche, die die Kinder direkt betreffen (z. B. Haustiere, Hobbys, Familie, Schulalltag, ...). Denkbar sind auch Themenfelder aus dem gemeinsamen Schulalltag oder aus dem Sachunterricht.

Ist ein passendes Themenfeld gefunden, steht schon die nächste Entscheidung an: die Auswahl einer Frage. Dabei kann es helfen, zu überlegen: Was wollen wir am Ende eigentlich wissen? Denn die konkrete Fragestellung, die einer Datenerhebung zugrunde liegt, beeinflusst, welche Daten auf welche Weise gesammelt werden sollten. So macht es einen Unterschied, welche der folgenden Fragen zum Thema „Haustiere in unserer Klasse“ gestellt wird: „Haben in unserer Klasse die Mädchen oder die Jungs

MÖGLICHE THEMENFELDER

„Das sind wir!“

- Jungen und Mädchen in unserer Klasse
- Unsere Geschwister (Anzahl, Alter, ...)
- Unsere Lieblingstiere, -farben, -schulfächer, -bücher, -sportarten, ...
- Unsere Hobbys

„Die Welt um uns herum“

- Wasserverbrauch (in der Familie, Klasse, ...)
- Wetter (Niederschlag, Temperaturen, ...)
- Wachstum (Tiere, Pflanzen, ...)
- Entfernungen (Schulweg, Städte in Deutschland, ...)
- Experimente (Papierfliegerreichweite, Würfelspiele, ...)

METHODEN DER DATENERHEBUNG

Umfrage: Die Befragten (z. B. alle Kinder der Klasse) melden sich, geben ihre Antwort mündlich, legen einen Holzklotz vor eine Antwortkarte, heften einen Klebezettel an die Tafel, füllen einen Fragebogen aus, ...

Beobachtung: Die Kinder beobachten Vorgänge für einen bestimmten Zeitraum und dokumentieren währenddessen ein vorab festgelegtes Merkmal, z. B. die Anzahl der an der Schule vorbeifahrenden Autos.

Messung (als „Beobachtung mit Hilfsmitteln“): Die Kinder messen Längen, Temperaturen, Zeitspannen, ...

Experimente: Ein kurzer Vorgang wird unter festgelegten Bedingungen mehrfach ausgeführt. Dabei können die Wiederholungen arbeitsteilig geleistet werden, z. B. kann jedes Kind einen Papierflieger werfen. Alle Ergebnisse werden beobachtet bzw. gemessen.

mehr Haustiere?“ oder „Welches Haustier kommt in unserer Klasse am häufigsten vor?“

Mit der Fragestellung wird auch festgelegt, wie komplex und anspruchsvoll das weitere Vorgehen werden kann – und somit auch, für welche Klassenstufe es geeignet ist.

Stolpersteine ergeben sich beim Finden der Fragestellung dann, wenn die Kinder sich nicht einig sind, welche Fragestellung interessant / wichtig / sinnvoll / ... ist. Dann muss gesammelt, diskutiert, verhandelt, verglichen und vielleicht auch abgestimmt werden. Wenn unterschiedliche Interessen aufeinandertreffen, mag das Unterrichtsgespräch durcheinandergehen, aber eines wird bestimmt deutlich: Das Festlegen einer Frage ist eine Entscheidung, die von individuellen Interessen abhängig ist (s. „Mögliche Themenfelder“).

Eine Erhebung planen ...

Jetzt geht es rund: Wie können wir unsere Fragestellung beantworten? In dieser Phase der Datenerhebung geht es nicht darum, möglichst schnell ein

gemeinsames Vorgehen festzulegen (das womöglich direkt das geschickteste ist), sondern es geht darum, viele verschiedene Möglichkeiten zu sammeln, zu besprechen und auf ihre Nützlichkeit zu prüfen – sowohl mit Blick auf die Fragestellung als auch mit Blick auf die Grenzen dessen, was im Unterricht gut machbar ist. Werden die Haustiere aufgerufen, und man muss sich dann melden? Wie werden die Meldungen dokumentiert? Sollen Zettel verteilt werden, auf denen jedes Kind sein(e) Haustier(e) notiert? Pro Kind ein Zettel oder pro Tier ein Zettel? Soll ein Fragebogen erstellt werden, auf dem das jeweilige Haustier angekreuzt werden soll?

In dieser Phase geht es darum, die Kinder zu ermutigen, ihre Vorschläge einzubringen und es geht darum, gemeinsam zu entscheiden: Welche Vorschläge haben wir gesammelt? Welche Vor- und Nachteile gibt es jeweils? Wie entscheiden wir? Und für welche Datenerhebung entscheiden wir uns am Ende?

Wenn der Prozess der Planung gut dokumentiert wird, können die getroffenen Entscheidungen später in der Rückschau reflektiert werden: Was wäre alles anders gewesen, wenn wir unsere Daten anders erhoben hätten? Wie hätten wir das Sammeln der Daten vielleicht besser vorbereiten können?

Um solche erkenntnisreichen Überlegungen zu ermöglichen, sind Stolpersteine auch in der Phase der Planung sehr willkommen. Daher sollten wir uns ermutigt fühlen, nicht alle Schwierigkeiten und Unwägbarkeiten des Datensammelns zu vermeiden. Denn wenn beim Datensammeln anschließend etwas schiefgeht, läuft eigentlich alles richtig: Die Kinder können selbst entdecken, dass sie manche Entscheidungen beim nächsten Mal gern anders treffen würden (s. „Methoden der Datenerhebung“).

... und durchführen

Beim Sammeln der Daten werden die Schülerinnen und Schüler sehr wahrscheinlich selbst entdecken, wie gut die Datensammlung geplant wurde. Wenn alles glatt läuft – prima! Wenn knifflige Fragen auftauchen oder etwas schiefgeht – noch viel besser!

Wie können wir sicherstellen, dass wir beim Abzählen der Meldungen niemanden übersehen oder eine Meldung doppelt gezählt haben? Was ist, wenn ich zwei Kanarienvögel habe, soll ich dann zwei oder ein Kreuz an der Tafel machen? Auf dem

So viele gefressen werden und der Lowe sich nie bedankt.

Ich kann das Buch weiterempfehlen: ☐ ja ☒ nein

Abb. 2: Ein Kreuz im Fragebogen zum Thema „Buchvorstellung“, das zu Diskussionen einlädt.

Unsere Haustiere

Haustier	
Katze	✓ ♥ ★ ♥
Schildkröte	★
Kanarienvogel	★ ♥
Hamster	★ ★
Wellensittig	✓
Hühner	✓
Meerschweinchen	
Kaninchen	
Hund	✓ ✓ ♥ ♥ ✓
Kein Haustier	♥ ♥ ✓ ★ ★ ✓

Abb. 3: Eine Datensammlung aus dem Distanzunterricht zum Thema „Unsere Haustiere“.

Fragebogen fehlt mein Tier, soll ich jetzt gar nichts ankreuzen oder es noch dazuschreiben? Was tun wir, wenn wir bei einigen Strichen an der Tafel nicht erkennen können, zu welchem Haustier sie gehören (sollen)? Und wie gehen wir vor, wenn beim Einsammeln der Fragebögen plötzlich klar wird, dass wir den Fragebogen doch ganz unterschiedlich verstanden und ausgefüllt haben? (Abb. 2)

Derartige Stolpersteine sind insbesondere bei den ersten Datenerhebungen gewöhnlich. Sie fordern heraus, die Entscheidungen aus der Planungsphase zu reflektieren. Dieser neue Blick auf diese Entscheidungen ist ein guter Grund dafür, die ersten Datensammlungen im Klassenverband vorzunehmen. Denn hier kann man noch gut gemeinsam beobachten, diskutieren und ggf. nachsteuern.

Daten auswerten und darstellen

Fast am Ziel: Die Daten sind erhoben. Jetzt erfordern mindestens zwei Fragen weitere Entscheidungen:

1. Wie können wir unsere Ausgangsfrage mit den gesammelten Daten beantworten?
2. Wie können wir unsere Daten so darstellen, dass man die Antwort auf unsere Frage gut sehen kann?

Zunächst zur ersten Frage: Bei einigen Datenerhebungen kann die Ausgangsfrage direkt nach dem Sammeln der Daten beantwortet werden. Das ist etwa dann der Fall, wenn das Ergebnis sehr offensichtlich ist, wenn der Hund z. B. mit sehr deutlichem Abstand das häufigste Haustier in unserer Klasse ist. Das kann aber auch bei weniger eindeutigen Ergebnissen der Fall sein, wenn die Daten bereits während der Erhebungsphase strukturiert und / oder ausgezählt wurden. Wenn alle Kinder der Klasse sich gemeldet haben, um in einer Umfrage zu ihren Haustieren zu antworten, wurde vermutlich gleich gezählt und dokumentiert, wie viele Kinder sich für welches

Haustier gemeldet haben. Wenn im Prozess der Datenerhebung Klebezettel gut strukturiert in einem Koordinatensystem angeordnet wurden, kann ebenfalls direkt nach der Datenerhebung abgelesen werden, welches Haustier in unserer Klasse am häufigsten vorkommt.

Bei anderen Datenerhebungen kann das Beantworten der eigenen Frage noch etwas Arbeit erfordern: Vielleicht müssen zunächst Fragebögen eingesammelt und geordnet werden, Strich- oder Namenslisten zu einer Liste zusammengefügt werden, und schließlich muss ausgezählt werden: Wie viele Striche, Namen, Kreuze, Nennungen, ... haben wir?

Diese Antwort führt zur zweiten Frage und – man ahnt es bereits – zu weiteren Entscheidungen: Wie können wir unsere Daten so darstellen, dass man die Antwort gut ablesen kann? Wer soll die Daten überhaupt ansehen und für wen muss unsere Darstellung verständlich sein?

Meist ist das Ziel einer Datenerhebung nicht, eine Frage nur irgendwie zu beantworten. Vielmehr geht es darum, sich einen genauen Überblick zu verschaffen, die eigene Frage klar und transparent zu beantworten und diese Antwort so aufzubereiten, dass sie für einen selbst, aber auch für andere gut nachvollziehbar ist. (Abb. 3)

Ist das Ziel des Darstellens geklärt, wird es konkret. Wie machen wir es nun am besten? Wollen wir einfach die Zahlen zu den Tieren schreiben? Wie können wir die Daten so „aufräumen“, dass man sich schnell orientieren kann? Wollen wir vielleicht eine geordnete Liste schreiben, z. B. das Tier mit den meisten Nennungen ganz nach oben? Wie wäre es, wenn wir ein Balkendiagramm erstellen – so wie in der Zeitung? Wie beschriften wir dann die Achsen? Welche Überschrift passt zu unserem Diagramm?

Stolpersteine ergeben sich in dieser Phase, wenn beim Auswerten kritische Fälle auftauchen und wir z. B. bei Fragebögen erst noch entscheiden müssen, wie wir mit unerwarteten Kreuzen, hinzugefügten Antwortmöglichkeiten oder Durchstreichungen umgehen. Knifflig kann auch die Einigung auf eine Darstellung sein. Denn bei der Frage, was eine günstige Darstellung ist, können Geschmäcker weit auseinandergehen und Fähigkeiten sehr unterschiedlich sein. Welche Darstellungen kennen wir überhaupt, welche davon sind für unsere Daten und unsere Fragestellung geeignet? Sieht man nun in einer Liste oder im Balkendiagramm am besten, dass in unserer Klasse die Jungs mehr Haustiere haben als die Mädchen? Wie entscheiden wir das?

Daten diskutieren

Wer Daten darstellt, ist meist auch schon dabei, sie zu diskutieren: Was steckt in den Daten? Wie muss man die fertige Darstellung deuten, um die Ausgangsfrage

zu beantworten? Wo „sieht“ man die Antwort? Könnte man die Ausgangsfrage mit Blick auf die Darstellung auch unterschiedlich beantworten? Legt die Darstellung, für die man sich entschieden hat, vielleicht eine bestimmte Antwort nahe?

Hat man den gesamten Prozess der Datenerhebung selbst erlebt, bringt man für das Interpretieren und Diskutieren von Daten einen gewichtigen Vorteil mit: Man weiß um all die Entscheidungen, die auf dem Weg zur fertigen Darstellung getroffen wurden. Das ist eine wunderbare Voraussetzung, um die eigenen Fähigkeiten als Daten-Detektiv zu trainieren: Was steckt tatsächlich in der Darstellung und was nicht?

Wie wäre es, dieses Training im Unterricht tatsächlich mit Bewegung zu verbinden? Hier zwei Vorschläge:

Variante I: „Stimmt’s oder stimmt’s nicht?“

Das ist die Variante zum Interpretieren von Daten. Die Lehrkraft stellt eine Behauptung auf, z. B. „Der Hamster kommt in unserer Klasse am häufigsten als Haustier vor.“ Alle Kinder entscheiden mit Blick auf die angefertigte Datendarstellung, ob diese Behauptung stimmt oder nicht, und zeigen ihre Entscheidung mit einer Bewegung an. Die Kinder, die meinen, dass die Behauptung richtig ist, stellen sich hin (und gucken fröhlich). Die Kinder, die meinen, dass die Behauptung falsch ist, verschränken die Arme vor ihrem Oberkörper (und gucken böse). Gibt es Meinungsverschiedenheiten, darf die Diskussion beginnen.

Neben der Schwierigkeit der Behauptungen können in dieser Variante auch die Spielregeln beliebig angepasst werden: andere Bewegungen, eine feste Bedenkzeit vor der Entscheidung, Beratungen und Entscheidungen in Zweiertteams (...).

Variante II: „Entscheiden: Ja oder nein?“

Diese Variante zeigt Grenzen des Interpretierens. Die Lehrkraft stellt eine Behauptung auf z. B. „Es macht ziemlich viel Spaß, sich um einen Hamster zu kümmern.“ Nun ist die Frage nicht länger, ob die Behauptung richtig oder falsch ist, sondern ob darüber anhand der vorliegenden Daten überhaupt entschieden werden kann. Die Kinder, die meinen, dass anhand der Daten über diese Behauptung entschieden werden kann, stellen sich hin. Die Kinder, die meinen, dass eine Entscheidung anhand der Darstellung gar nicht möglich ist, verschränken ihre Arme. Auch hier sind unzählige Variationen denkbar.

Entscheidungen und Behauptungen

In allen Phasen der Datenerhebung laden Stolpersteine dazu ein, die eigenen Entscheidungen zu reflektieren. Nach dem Interpretieren und Diskutieren der Daten kann (und sollte) dann noch einmal die Datenerhebung als Ganzes in den Blick genommen

werden: Wie war die Arbeit an unserer Frage? Was war spannend? Was hat richtig gut geklappt? Wie sind wir vorgegangen? Was war schwierig? Wie könnten wir es nächstes Mal anders machen? Was ist unklar geblieben? Welche interessanten Fragen sind neu aufgetaucht? Welche davon könnten wir mit einer neuen Datenerhebung beantworten?

Und schon sehen wir: Nach der Datenerhebung ist vor der Datenerhebung. Wenn die Kinder im Mathematikunterricht aus ihren Entdeckungen während einer Datenerhebung nachhaltig lernen sollen, sollten wir sie nicht nur zum Reflektieren, sondern auch zum erneuten Ausprobieren ermuntern. Dann nämlich können sie erleben, was passiert, wenn sie andere Fragen stellen, andere Methoden zur Erhebung nutzen oder die einmal erhobenen Daten anders darstellen – kurz: Wenn sie andere Entscheidungen treffen.

Übrigens: Durch das Sammeln, Darstellen und Interpretieren von Daten bekommt nicht nur der Mathematikunterricht etwas – nämlich spannende Kontexte aus der Welt der Kinder. Ganz nebenbei bekommt auch die Welt etwas – nämlich Kinder, die mit Daten verständig umgehen können, die kluge Fragen stellen, die Behauptungen kritisch prüfen und sich eine eigene Meinung bilden; wie wichtig für das Leben in einer demokratischen Gesellschaft.

Zu den Beiträgen in diesem Heft

In den folgenden Praxisbeiträgen werden spannende Unterrichtsvorschläge zum „Daten sammeln, darstellen und interpretieren“ vorgestellt:

Daniel Walter und **Daniel Frischemeier** thematisieren Lernchancen und Grenzen bewährter analoger und auch digitaler Medien im Umgang mit Daten.

Alexandra Scherrmann stellt vor, wie gemeinsam mit Kindern Darstellungen aus Daten entwickelt werden können, die aufgrund von konkreten und interessanten Fragestellungen entstehen.

Julia Bruns und **Solveig Jensen** geben Einblicke, wie erste Zugänge zur Erhebung und Darstellen von Daten gestaltet werden können.

Taha Ertuğrul Kuzu und **Stefan Tomaszewski** regen an, neben der Erhebung und der Darstellung das Interpretieren von Daten in den Blick zu nehmen und beschreiben dazu zwei verschiedene Unterrichtsaktivitäten.

Dr. Axel Schulz

Studienrat an der Universität Bielefeld

Prof. Dr. Kerstin Tiedemann

Professorin an der Universität Bielefeld

Literatur

Eichler, A. & Vogel, M. (2013). Leitidee Daten und Zufall – Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik. Wiesbaden: Springer Spektrum.

KMK (2004). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.

Krämer, W. (2000): So lügt man mit Statistik. München: Piper Verlag.