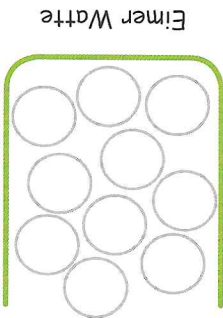


Größen und Messen: 12 Größenvorstellungen



Ich glaub, der linke
Eimer ist schwerer, weil der
ist ja viel größer.

Kommt
ja drauf an, was da
drin ist. Also Watte ist doch
viel leichter als Steine!



Beide Kinder nutzten individuelle Vorstellungen, um eine Einschätzung abzugeben und sie zu begründen. Für Julian war dabei die unterschiedliche Größe der Eimer der entscheidende Faktor (größer bedeutet schwerer), Rahel hingegen aktivierte ihre Gewichtsvorstellungen zu den Gegenständen und setzte sie in Beziehung (Watte leicht, Steine schwer).

Julian sagte explizit, dass er zu den Gewichten der Gegenstände in den Eimern keine Vorstellung hat. Eventuell hatte er noch nie Watte angefasst und konnte somit nicht einschätzen, wie „leicht“ sie war und auch nicht, ob sie in der Relation zu einem anderen Gegenstand (hier den Steinen) „leichter“ oder „schwerer“ war. Rahel wusste, dass die Größe eines Gegenstandes und sein Gewicht nicht immer im Sinne der Relation „größer bedeutet schwerer“ zusammenhängen. Dabei nutzte sie ihre Vorerfahrungen (Bälle). Auf der Basis ihrer Vorstellung des Gewichts der zu vergleichenden Gegenstände konnte sie dieses Wissen nutzen und umdeuten, um eine Relation zwischen beiden Gegenständen aufzustellen („viel Watte, trotzdem leichter als weniger Steine“).

Die Ausführungen zeigen, dass vielfältige Vorstellungen und Erfahrungen notwendig sind, um Gegenstände bezüglich ihrer

res Gewichts zu vergleichen, auch noch ohne konkrete Gewichtsansgaben. Die dafür benötigten Vorstellungen können sich dabei nur in einer aktiven Auseinandersetzung mit den jeweiligen Repräsentanten (Gegenständen) aufbauen. Aktivitäten wie dem Ordnen, dem Vergleichen, dem Schätzen, aber auch dem genauen Messen mit Messgeräten kommt dabei in jedem Größenbereich eine wichtige Bedeutung zu, um tragfähige Stützpunktvorstellungen zu entwickeln. Erst dann können diese Vorstellungen auch in mathematischen Kontexten genutzt und herangezogen werden. Auch Julian und Rahel müssen gefördert werden, um ihre Vorstellungen weiter auszubauen und Vorhandenes zu festigen, indem sie in vielfältigen Situationen Erfahrungen sammeln und reflektieren. Auf den folgenden Seiten wird die Bedeutung von Stützpunktvorstellungen für die Arbeit mit Größen im Mathematikunterricht herausgearbeitet, indem unter anderem aufgezeigt wird, wie Kinder diese Vorstellungen nutzen. Am Größenbereich „Geometrie“ wird dargestellt, wie der Aufbau von Größenvorstellungen gelingen kann und welche unterrichtspraktischen Aktivitäten sinnvoll sind. Dabei spielt die Leitidee des aktiv-entdecken und Lernens eine wichtige Rolle – darauf gehen wir deswegen am Ende des Kapitels schwerpunktmäßig ein.

Größenvorstellungen aufbauen – mehr als Messen und Ablesen

Der Erwerb von Größenvorstellungen und Größebegriffen sowie der sachadäquate Umgang damit sind eine wichtige Zielstellung der Grundschulmathematik. Den Lernenden kann so bereits früh die Bedeutung der Mathematik für das eigene Leben bewusst werden. Kinder werden schon früh im Alltag mit Größen konfrontiert, etwa in Form von Angaben der Körpermaße (1,20 m groß), des Gewichts oder Volumens von Lebensmitteln (500 g Zucker, 1 l Milch), des Preises (4,99 Euro) oder im Kontext von Zeitspannen (noch 5 Minuten spielen). Somit besitzen sie vielfältige Vorerfahrungen, die aufgegriffen und erweitert werden müssen. Kinder sollen vor allem in unterschiedlichen Sachkontexten weitere, tragfähige Vorstellungen zu zentralen Größen sammeln. Auf dieser Basis können sie dann auch mit Maßzahlen und Einheiten umgehen, sie verwenden und mit ihnen rechnen.

Zentrale Größenbereiche

Doch welche Vorstellungen von Größen sollten die Kinder aufbauen? Dafür stellt sich die Frage, was eigentlich eine „Größe“ ist. Ganz allgemein kann man definieren, dass alle Eigenschaften von Gegenständen, Vorgängen oder Zuständen, die in Zahlen angegeben werden können, Größen sind. Die Größe (zum Beispiel 100 g oder 45 min) selbst kann man nicht anfassen oder sich vorstellen. Sie ist eine Abstraktion, die wir durch das Ausmessen (wiegen; stoppen) zugehöriger Repräsentanten (eine Tafel Schokolade; eine Schulstunde) gewinnen. Benannt wird die Größe dann durch ihre Maßzahl (100; 45) und ihre Maßeinheit (g; min).

In der Grundschule sind die Größenbereiche Längen, Gewicht, Zeit, Geld und Volumen zen-

tral. Um Größenvorstellungen zu diesen Bereichen aufzubauen, reicht es aber nicht, nur die entsprechenden Repräsentanten und Einheiten kennenzulernen, sondern es müssen auch Bezeichnungen von und Relationen zwischen Repräsentanten der Größenbereiche erarbeitet werden. Die Tabelle gibt einen Überblick.

Der Begriff „Größenvorstellungen“ umfasst vielfältige Fähigkeiten und Fertigkeiten. Die folgenden Aspekte sind dafür von zentraler Bedeutung (vgl. Ruwisch 2010, S. 235):

- zu Größenangaben passende Repräsentanten kennen;
- zu alltäglichen Repräsentanten die passende Größenangabe kennen;
- dieses Stützpunktwissen beim Schätzen oder Problemlösen und im Alltag flexibel nutzen.

Größenvorstellungen müssen dafür sowohl „inhaltsreich und bildlich fassbar“, gleichzeitig aber auch „vage und unpräzise sein“ (Peter-Koop/Nührenböcker 2008, S. 94), denn nur dann können sie im Alltag flexibel genutzt werden.

Größenbereich	Einheiten	Bezeichnungen	beispielhafte Relationen
Längen	mm, cm, dm, m, km	lang, kurz, groß, klein, dick, dünn	kürzer als, größer als, die gleiche Länge wie
Geldwerte	Cent, Euro	viel, wenig, teuer, billig	teurer, günstiger, kostet genauso viel wie
Gewicht	mg, g, kg, t	schwer, leicht	schwerer, leichter, ist genauso schwer
Zeit	Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat, Jahr	lang, kurz	dauert länger, dauert kürzer, dauert nicht so lange, dauert genauso lange
Raum-inhalte	l, ml	viel, wenig, voll, leer	mehr als, weniger als



Stützpunktvorstellungen als mentale Repräsentanten

Eine besondere Bedeutung kommt somit den „mentalenen Repräsentanten“, den Stützpunktvorstellungen von Größen, zu. Sie stellen realistische, alltagsnahe Vorstellungen zu Größen dar. Als *Vergleichswerte* unterstützen sie die Kinder, sich die Größen der Maßeinheit realistisch vorzustellen und zu merken, und als *Vorstellungshilfen* dienen sie, um unbekannte Größen über Vergleiche mit ihnen zu bestimmen (vgl. Reuter/Neubert 2010).

Das Ausnutzen von Stützpunktvorstellungen meint dabei „vollständig vernünftiges Messen mit mentalen Bildern nichtnormierter Messinstrumente“ (Nürenböcker 2002, S. 45). So nutzt man zum Beispiel die Vorstellung über die Länge eines Schritts als Repräsentant für 1 m, um eine kurze Strecke abzuschätzen (durch mentale oder konkrete mehrmaliges Abgehen), oder die Vorstellung einer Tafel Schokolade als Repräsentant für 100 g, um das Gewicht eines anderen Gegenstandes einzuschätzen („wiegt so viel wie 3 Tafeln“).

Stützpunktvorstellungen zu entwickeln, bedeutet also, sich einen Fundus an Repräsentanten anzueignen, deren Größe bekannt ist. Dies erfolgt nicht durch einmaliges Messen oder durch Auswendiglernen einer vorgegebenen Aufstellung (vgl. Franke/Ruwisch 2010, S. 238). Kinder müssen selbst konkrete Handlungen durchführen oder beobachten und über diese nachdenken, um die zugehörigen Vorstellungen allmählich zu vernünftigen. Dabei entwickeln Kinder individuelle Vorstellungen zu bestimmten Größenbereichen und ziehen zum Beispiel zum Schätzen unterschiedliche Repräsentanten hinzu, die ihnen aus ihrer Umwelt bekannt sind (eine beispielhafte Auflistung finden Sie auf der folgenden Seite).



100 gr

In Schulbüchern finden sich bisweilen Grundsätze zur Behandlung von Größen oder zum Aufbau von Größenvorstellungen in Form didaktischer Stufenfolgen (vgl. etwa Radatz u. a. 1998), deren Grundgedanken von Bedeutung sind, deren strenge Einhaltung jedoch kritisch gesehen wird.

Wichtig ist es, die außerschulischen Erfahrungen aufzugreifen, um an die „gemachten Handlungserfahrungen anzuknüpfen, die Kenntnisse über Größen zu vertiefen und das Wissen der Lernenden über den Umgang mit Größen zu verfeinern“ (Radatz u. a. 1999, S. 197). Der Aufbau von Größenvorstellungen erfolgt dann, indem Größen „erfahren“ werden und mit ihnen aktiv umgegangen wird. Dabei spielen die folgenden Aktivitäten für jeden Größenbereich eine zentrale Rolle (vgl. Ruwisch 2015):

- Größen vergleichen und ordnen
- Größen messen
- Größen schätzen

Schätzsituationen kommt eine wichtige Bedeutung zu. Sie erfordern ein Zusammenspiel von Wahrnehmung, Erinnerung, Kunden, Rechnen und In-Beziehung-Setzen, denn anders als beim Raten findet hier ein gedanklicher Vergleich mit bekannten Größen statt. Eine Schätzung soll so mit nicht „zufällig“ sein, sondern sich auf diese Vorstellungen stützen.

Das Schätzen muss dabei mit dem Messen verbunden werden. Geschätzte Werte dürfen dann nur nicht durch gemessene Werte abqualifiziert werden. Im Unterricht sollten sie nicht als „richtig“ oder „falsch“, sondern als „angemessen“, „brauchbar“, „hinreichend“ oder „vernünftig“ bewertet werden (vgl. Franke/Ruwisch 2010, S. 250).

Stützpunktvorstellungen zu den Größenbereichen

Kinder können Stützpunktvorstellungen zu den Größenbereichen Länge, Gewicht, Zeit und Geld durch handlungsorientierte Aktivitäten erwerben. Solche Stützpunktvorstellungen sind

individuell und im Laufe des Lebens veränderlich. Auf dieser Seite werden beispielhafte Repräsentanten vorgestellt, es ist jedoch sinnvoll, eigene spezifische Objekte zu nutzen und auch zu Repräsentanten möglichst enge Intervalle anzugeben bzw. Ober- bzw. Untergrenzen der Größe zu kennen (Franke/Ruwisch 2010, S. 238).

Längen



Länge	Repräsentant
1 mm–3 mm	Dicke der 1-Euro-Münze
1 cm	Fingerbreite
2 cm–10 cm	Handspanne
1 m	(großer Kinder-)Schritt
2 m	Höhe einer Tür
5 m–10 m	Autolänge
100 m	Länge eines Fußballfeldes
500 m	5 Minuten spazieren gehen
1 km	2½ Runden um den Sportplatz
5 km–10 km	eine Stunde Radfahren
100 km	eine Stunde Autofahren
1000 km	von der See in die Berge

Zeit



Spanne	Repräsentant
1 sek	22, 23 zählen
5 sek–10 sek	einmal tief einatmen
1 min	eine lange Werbung im TV
3 min–5 min	ein Lied im Radio
10 min–20 min	kleine/große Pause; Kindersendung
45 min	eine Schulstunde
1 Std.	Training; Musikunterricht
5 Std.	ein Schultag
24 Std.	von Aufstehen bis Aufstehen
1 Woche	von Training zu Training (Hobby)
1 Monat	von Taschengeld zu Taschengeld
1 Jahr	von Geburtstag zu Geburtstag

Gewicht



Gewicht	Repräsentant
1 g–3 g	Weintraube; Gummibärchen
10 g–20 g	Kugelschreiber; Schokoriegel
50 g	Brötchen
100 g	Tafel Schokolade
250 g	Päckchen Butter
500 g	Packung Spaghetti; Packung Cornflakes; Nutella-Glas
1 kg	Tüte Milch; Mehl; Zucker
10 kg	Eimer Wasser; Kinderfahrrad
20 kg–40 kg	Kind
50 kg–100 kg	erwachsener Mensch
1 t	Auto

Geld



Geldwert	Repräsentant
10 Cent	Bonbon
1 €	Kugel Eis; 2 Brötchen; 1 Stift
2 €–5 €	Zeitschrift; Portion Pommes
5 €–10 €	Taschenbuch; Eintrittskarte Schwimmbad/Zoo
10 €–50 €	Hose/Pullover
50 €–100 €	Jacke
500 €	Fahrrad; Spielekonsole; Bett
1.000 €	Computer; Urlaub
2000 €–10.000 €	Motorrad
10.000 €–100.000 €	Auto
> 100.000 €	Haus





Wie nutzen Kinder Stützpunktvorstellungen?

Kinder sollen zum Schätzen und Vergleichen von Größen Stützpunktvorstellungen aktivieren. Die Größe eines Menschen stellt eine zentrale Stützpunktvorstellung für viele Kinder dar, die auch im folgenden Beispiel eine Rolle spielt:

Wie groß ist die Giraffe ungefähr?
Protokoll eines Gespräches zwischen Enis (E; 3. Klasse) und einem Interviewer (I).

E: (überlegt 20 sek) 5 m vielleicht?
I: Kannst du mir erklären, wie du darauf gekommen bist?

E: Die Giraffe ist ja größer als der Raum

hier ... der Raum ist 3 m hoch ... und

wenn die Giraffe hier reinkommen würde,

de, ist sie doch 2 m länger.

I: OK. Da steht ja ein Mann daneben.

Kann er dir auch helfen, zu sagen, wie groß die Giraffe ist?

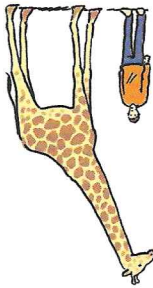
E: Hmm .. der Mensch ist 1,80 m .. (misst mit den Fingern eine Strecke auf der Zeichnung, legt diese dann an der Giraffe dreimal an und schüttelt den Kopf) ... doch nicht 5 m wie ich gesagt habe ... (zeigt) weil 1 m sind ungefähr vom Fuß bis zum Bauch und damit hab ich gemessen ... 3-mal passte das ... also dann ist die Giraffe 3,10 m.

I: Und der Hund?

E: So 50 cm vielleicht? (guckt noch mal auf das Bild) ... Ach ne

1 m ... weil der Mann ist ja vom Fuß bis zum Bauch 1 m groß ...

und so groß ist der Hund ungefähr.



Zum Bestimmen der Größe des Hundes führte Enis das In-Beziehung-Setzen bzw. das "Ausmessen" dann rein im Kopf durch, und nutzte direkt die Bezugsgröße des abgebildeten Menschen.

sodass er sein Ergebnis revidierte. als sein mentaler Vergleich mit der Raumhöhe, normierte Messprozess erschien ihm "richtiger" und das Anlegen somit 5 m ergeben). Der nicht lich würde diese 5-mal übereinander passen die Fingerspanne zu groß werden ließ (eigentlich ging er motorisch nicht ganz sauber vor, da er (3 mal 1 m + eine Nagelbreite = 10 cm). Dabei gen würde und kam so zu dem Ergebnis 3,10 m Relation zur Gesamtgröße (1,80 m) ca. 1 m betra-Er argumentierte dann, dass die Teilstrecke in und zählt das mehrmalige Anlegen (dreimal). Fingerspanne an der abgebildeten Giraffe ab Menschen nach. Diese trug er konkret mit der cke (vom Fuß bis zum Bauch) des abgebildeten nächst spannte er mit den Fingern eine Teilstrecke zuziehen sollte, ändert er sein Vorgehen. Zu- Als er den Menschen als Bezugsgröße hin-ab (3 m + 2 m).

Lung die ungefähre Größe der Giraffe von 5 m "2 m länger" ist. Daraus leitete er in der Vorstellung die ungefähre Größe der Giraffe von 5 m Raum (3 m), in dem er sich befindet, weil sie ca. ihn die Giraffe vorstellungsmäßig nicht in den ner konkreten Situation vorstellt. So passte für dividuell aktivierte Stützpunktvorstellung der Höhe des Raumes, da er sich die Giraffe in sei-Zeichnung implizierte, sondern die von ihm in-Enis nutzte zunächst nicht die durch die

ben gekommen ist (ktra.dzlm.de/087). te er begründen, wie er zu seinen Größenangaben aufgezeichnet waren. Anschließend soll-Mann angegeben. Dafür wurden ihm Abbildungen vorgelegt, in der beide Tiere neben einem des anzuzeigen. Dafür wurden ihm Abbildungen, die Größe einer Giraffe und die eines Hundes, ein Kind aus einer 3. Klasse, wurde gegeben.