

Messen verstehen

Einsichten in die Kernideen des Messens ermöglichen

Beim Messen sollen die Kinder nicht nur den angemessenen Umgang mit Messgeräten lernen – dies allein wäre ein rein oberflächlicher prozeduraler Vorgang, sondern Messverständnis erwerben. Messen umfasst dabei in allen Größenbereichen drei zentrale Kernideen: das Auswählen einer passenden Einheit, das mehrfache sachgerechte Verwenden dieser Einheit sowie deren systematisches Zerlegen in Untereinheiten.

Messen als quantitatives Vergleichen

Soll der Größenvergleich von zwei Objekten nicht nur qualitativ erfolgen, sondern deren Größe oder deren Unterschied auch quantitativ angegeben werden, ist auf das Messen als Handlung zurückzugreifen. Dabei handelt es sich um einen komplizierten Prozess (vgl. Lehrer 2003, Stephan/Clements 2003), bei dem drei Kernideen ineinandergreifen:

1. Es muss eine adäquate Einheit als Maßeinheit gefunden bzw. ausgewählt werden.
2. Diese Einheit muss sachgerecht mehrfach verwendet werden.
3. Ggf. ist die Einheit systematisch zu untergliedern (vgl. Peter-Koop/Nührenbörger 2008, S. 92, Franke/Ruwisch 2010, S. 191 ff.).

Diese drei Kernideen und ihr Ineinandergreifen sind wesentlich für das Verständnis des Messens – nicht nur mit standardisierten, sondern auch mit selbst gewählten, nicht normierten Maßeinheiten.

Auswählen einer passenden Einheit

Kinder wählen bei der Aufforderung zum Messen einer Größe i. d. R. zum Größenbereich passende Messobjekte als Einheit aus. Zumeist sind diese Objekte auch in ihrer Größenordnung passend. So schlagen Kinder für die Länge des Klassenraums Schritte oder das Tafellineal vor, Daumenbreiten werden dagegen eher spaßes halber genannt. Selbstverständlich scheint auch zu sein, dass die gewählte Einheit möglichst groß und gut handhabbar, aber in jedem Fall kleiner als die zu messende Größe ist. Diese richtige Wahl bezieht sich darüber hinaus auch auf passende Messgeräte. Schon Kindergartenkinder wählen die Personenwaage für schwere Dinge, die Küchenwaage für leichtere.

Anders als beim Messen von Längen und Gewichten können die Kinder beim Messen von Volumina und Flächeninhalten meist nur auf wenige Alltagserfahrungen zurückgreifen. So wird der Messbecher zwar als Messgerät genannt, aber häufig verlassen

sich die Kinder ganz auf den visuellen Eindruck. Wenn jüngere Kinder überhaupt schon einen persönlichen Zugang zur „Zeit“ haben, dann schlagen sie häufig passende Vorgehensweisen vor: Zählen, Stoppuhr oder Ähnliches. Längere Zeitspannen entziehen sich dagegen häufig noch einer entsprechenden Messung.

In einer zweiten Hinsicht kann von der Auswahl einer passenden Einheit dann gesprochen werden, wenn die Kinder bei normierten Einheiten die passende Größenordnung angeben können, in der ein Objekt üblicherweise gemessen wird: Das Alter und Gewicht eines Menschen wird in Jahren und Kilogramm angegeben, das eines Babys in Monaten oder Tagen und in Gramm, die Länge eines Sportplatzes in Metern, der Durchmesser einer Lakritzschnecke in Zentimetern und die Dicke einer Münze in Millimetern. Dabei spielen Konventionen und Genauigkeitsanforderungen genauso eine Rolle wie die Passfähigkeit von Einheit und Größe des Objekts. Da Kinder auch am Ende der Grundschulzeit noch nicht sicher in den Umwandlungen und

Zusammenhängen der verschiedenen Größen sind, lassen sich in dieser Hinsicht viel häufiger falsche Angaben beobachten als in der oben beschriebenen Passung.

Mehrfaches sachgerechtes Verwenden der Einheit

Länge, Fassungsvermögen und Zeit eines Repräsentanten lassen sich mittels der mehrfachen Verwendung eines Messobjekts ermitteln. So kann z. B. die Länge eines Tisches mit Hilfe eines Stiftes ermittelt werden. In der praktischen Durchführung sind mehrere Punkte gleichzeitig zu berücksichtigen: Der Stift sollte entlang einer Tischkante angelegt werden, damit tatsächlich die kürzeste Strecke zwischen den beiden Tischseiten ausgemessen wird. Außerdem muss der Stift gerade, das heißt parallel zur Tischkante, gelegt werden. Der Stift muss jeweils mit seinem einen Ende genau an dem Punkt angelegt werden, an dem das vorherige Messen endete – gut mit einem Finger zu markieren. All diese Handlungen werden üblicherweise nicht thematisiert, sondern meist bereits richtig vollzogen. Letztlich muss das Kind mitzählen, wie oft es den Stift auf den Tisch gelegt hat. Die letzte Zahl, die eine vollständige Passung des Messobjekts in das zu messende Objekt angibt, ist die gesuchte Maßzahl zur Maßeinheit „Stift“. Weniger komplex, aber ebenso durch die Berücksichtigung mehrerer Aspekte gekennzeichnet, gestaltet sich das mehrfache Umdrehen einer Eieruhr zum Ausmessen einer Zeitspanne oder das Ausmessen einer gegebenen Flüssigkeitsmenge mittels eines kleinen Glases.

Die Größe von Flächeninhalten lässt sich mit Hilfe eines einzelnen Repräsentanten als Einheit kaum ermitteln, es sei denn, die bereits gemessene Fläche würde durch Umfahren mit einem Stift markiert. Gewichte lassen

sich gar nicht mittels eines Einheitsrepräsentanten ausmessen. Die Einheit, mit der ausgemessen werden soll, muss in hinreichender Anzahl und, bezogen auf die fokussierte Eigenschaft, in gleichartiger Weise zur Verfügung stehen. So können bspw. so lange Holzwürfelchen auf die Waagschale gefüllt werden, bis die Waage im Gleichgewicht ist oder aber ein weiterer Würfel zum Umschlagen des Ausschlags führt (vgl. Beitrag Franke in diesem Heft). Bei den anderen Größenbereichen führt das Verwenden mehrerer gleichartiger Einheiten zu einer deutlichen Vereinfachung des Messprozesses. Auf diese Weise lassen sich das Auslegen und das zählende Ermitteln der Maßzahl voneinander entkoppeln und können nacheinander durchgeführt werden.

Systematische Untergliederung der Einheit

Wird das auszumessende Objekt nicht hinreichend durch die ausmessende Einheit erfasst, so muss diese untergliedert werden. Kinder verwenden insbesondere bei der Längenbestimmung eigene zur Situation und zur verwendeten Einheit passende Unterteilungen: „Das sind fünf ganze Füße und einer quer.“ Auf diese Weise zeigen sie zwar, dass sie darum ringen, die Länge genauer angeben zu wollen, ein systematischer Zusammenhang zwischen den Einheiten besteht so allerdings nicht. Erst wenn beide Einheiten in ihrem Verhältnis zueinander verwendet werden können, sprechen wir von einem integrierten Messverständnis.

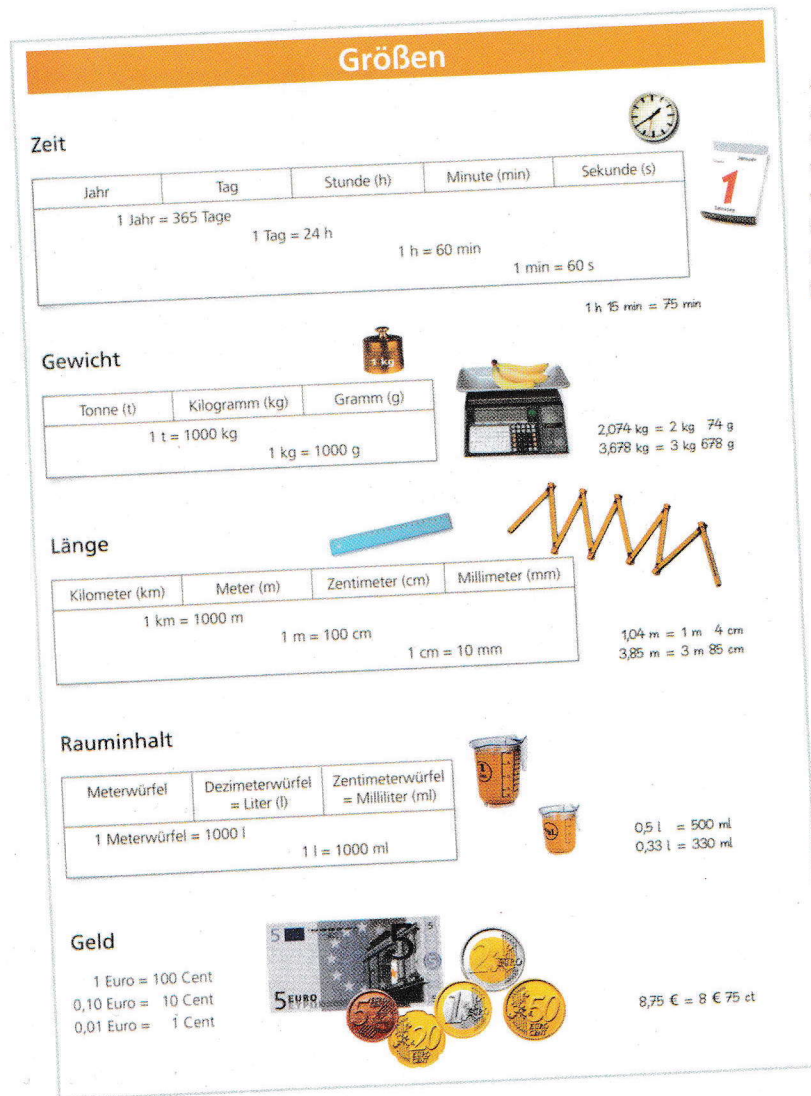
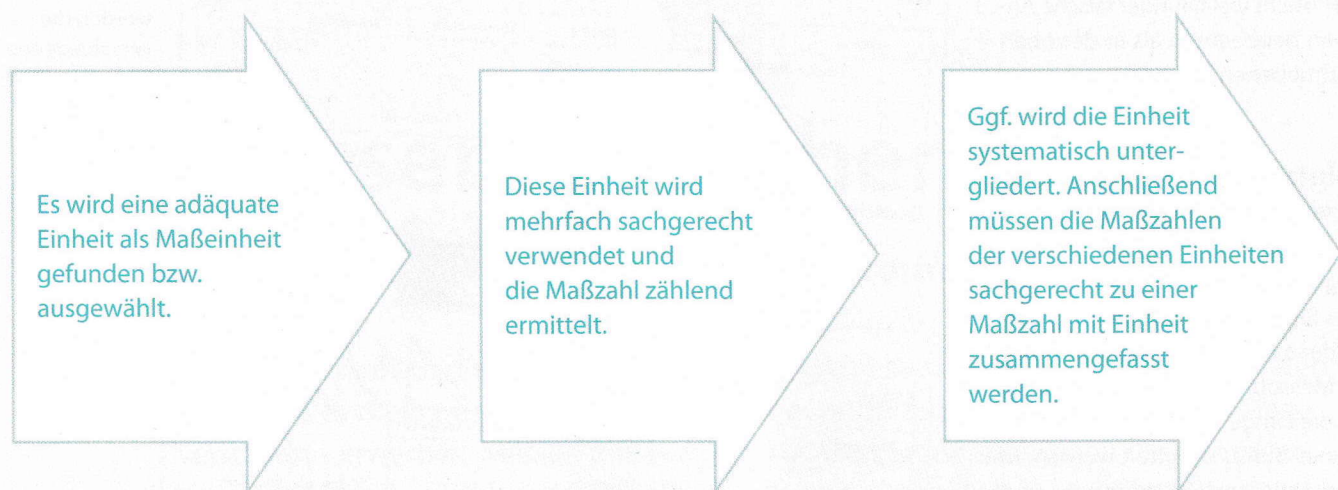


Abb. 1:
Auf Lernplakaten
wie diesem
werden die
verschiedenen
Einheiten über-
sichtlich dar-
gestellt.



Da selbst gewählte Maßeinheiten neben mehrfachen Halbierungen selten systematische Untergliederungen ermöglichen, ist es notwendig, diese Zusammenhänge mit normierten Einheiten zu thematisieren. Da – außer beim Größenbereich Zeit – alle Untergliederungen Zehnerpotenzen darstellen, ist das Umrechnen besonders einfach. Die ersten systematischen Umwandlungen werden i. d. R. bei Geld und Länge thematisiert. Bei beiden Größen ist die Umrechnungszahl 100. Während in 1 € die 100 ct nicht wiedererkannt werden können – diese ergeben auch nicht durch Bündelung 1 €, sondern eben denselben Wert –, lässt sich die Länge von 1 Meter konkret in 100 Zentimeter zerlegen. Allerdings kann es bei der ersten Thematisierung im Größenbereich Länge hilfreich sein, nicht direkt Meter und Zentimeter zueinander in Beziehung zu setzen – 100 einzelne Einheiten lassen sich ohne weitere Strukturierung kaum erkennen –, sondern zunächst eine 10er-Unterteilung des Meters vorzunehmen.

Wir haben gute Erfahrungen mit den 10er-Cuisenairestäben und dem Tafellineal gemacht, insbesondere auch bei Kindern mit Schwierig-

keiten bei Zahlvorstellungen. Da die Umrechnungszahlen auch für Kinder in der späteren Grundschulzeit noch ausgesprochen schwierig zu behalten sind, können Lernplakate hilfreich sein, die die verschiedenen Zusammenhänge übersichtlich darstellen (Abb. 1).

Zusammenhang zwischen Maßeinheit und Maßzahl

Nicht nur bei der ersten Erarbeitung, sondern auch zur Vertiefung sollte immer wieder einmal über die Zusammenhänge zwischen den Einheiten gesprochen werden. Dabei lassen sich auch größere „Abstände“ betrachten, die über die direkten Nachbarbeziehungen hinausgehen. Die Thematisierung der Zusammenhänge von Maßzahl und Maßeinheit beim Messen gehört ebenfalls zu einer derart vertiefenden Betrachtung:

- Je größer die Maßeinheit, desto kleiner die Maßzahl. Erfahrungen zu diesem antiproportionalen Zusammenhang lassen sich insbesondere durch das Vergleichen mit Körpermaßen motivieren, da die Fuß- oder Körperlängen der Kinder einer Klasse erfahrungs-

gemäß hinreichend voneinander abweichen.

- Je kleiner die Maßeinheit, desto genauer das durch die Maßzahl angegebene Messergebnis. Trotzdem ist es nicht möglich, eine Größe ganz exakt durch Messen zu bestimmen.
- Bei selbst gewählten Maßeinheiten, wie z. B. Fuß, lassen sich die Maßzahlen nur vergleichen, wenn mit „demselben“ Fuß gemessen wurde. Die Einheit „Fuß“ ist somit an den jeweiligen Repräsentanten gebunden. Im Zusammenhang mit historischen Maßen – man denke nur an die vielen verschiedenen Ellen – lässt sich so gut nachvollziehen, warum sich schließlich objektive, und das heißt standardisierte, Einheiten durchgesetzt haben.

Messgeräte und ihre Skalen

Neben der Einsicht in die drei Kernideen ist für das Messverständnis entscheidend, die Kinder den Aufbau von Skalen auf Messgeräten erkunden zu lassen, selbst derartige Skalen zu entwerfen und auch eigene Messgeräte herzustellen (vgl. auch Beitrag

Pöhl in diesem Heft, Hinze 2007, Hölzel 2008).

In diesem Zusammenhang von besonderem Interesse ist die Rolle der Null, gibt es sie doch nicht als Ergebnis einer Messung. Null benennt auf der Skala den Ausgangspunkt für das Messen und befindet sich bei den verschiedenen Messgeräten an unterschiedlichen Stellen: Beim Zollstock oder Messbecher ist es der Rand (ohne Bezeichnung!), beim Lineal und vielen Waagen ist noch ein Abstand davor, beim Geodreieck liegt die Null sogar in der Mitte und die Skala setzt sich von dort nach rechts und links fort.

Im Zusammenhang der Thematisierung von Skalen und Nullpunkten müssen Kinder auch erfahren, dass das Anlegen der Null als Startpunkt lediglich eine Vereinfachung bedeutet, dass diese jedoch nicht unabdingbar notwendig ist. So kann sogar mit einem „kaputten Lineal“ oder einem schon halb gefüllten Messbecher noch die Länge bzw. das Volumen von Objekten bestimmt werden (vgl. den Beitrag Roos in diesem Heft). Durch das Herausarbeiten der Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen diesen Messvorgängen und den „normalen“ kann einem unverständenen Gebrauch des Messgeräts vorgebeugt werden.

Genauigkeit als Thema beim Messen

Ob überhaupt Untergliederungen vorgenommen werden, ist von der notwendigen Genauigkeit abhängig. Die Frage nach der gewünschten Genauigkeit ist neben sozialen Normen – wie z.B. die Angabe der Körpergröße in Zentimetergenauigkeit – auch vom situativen Kontext abhängig. Für die Entfernung zwischen zwei Orten reicht oft die Kilometer-Genauigkeit aus, bei der Planung einer Wanderung benötigt man jedoch ggf. genauere Angaben.

Immer wieder ist situationsabhängig auch zu entscheiden, ob überhaupt aufwendig gemessen werden muss oder ob ein geschätzter Wert ausreicht.

Eine Größe kann niemals exakt bestimmt werden, sondern nur mit einer annehmbaren Genauigkeit. Schon Grundschulkindern sollte bewusst gemacht werden, dass zwar ein Messgerät so präzise wie möglich verwendet werden sollte, dass aber dennoch nur eine hinreichende Genauigkeit zu erzielen ist.

Normierte oder nicht normierte Einheiten?

Wie bei vielen didaktischen Fragen lässt sich darauf keine eindeutige Antwort geben. Sicherlich ist es nicht notwendig, durch das Messen mit selbst gewählten Einheiten die „Einführung“ normierter Einheiten zu motivieren. In fast allen Größenbereichen sind diese den Kindern bereits bekannt – und dieses Wissen möchten sie auch zeigen.

Ein langes Verharren bei selbst gewählten Einheiten kann zudem einem zählenden Verständnis Vorschub leisten, zumal eine systematische Untergliederung nur selten möglich ist. Andererseits wird die Idee des mehrfachen Anlegens, des „Ausmessens“ mit Hilfe einer Einheit beim Messen mit selbst gewählten Einheiten häufig deutlicher, als wenn lediglich ein Messgerät genutzt und eine Zahl abgelesen wird.

Doch auch normierte Einheiten lassen sich so nutzen, dass die Kernideen des Messens deutlich werden. Statt in Büroklammern oder beliebigen Holzwürfeln das Gewicht von Objekten zu bestimmen, lassen sich auch normierte 1 g-Würfelchen oder 100 g-Gewichtssteine verwenden. Das 1 m lange Tafellineal kann gut für das metergenaue Ausmessen längerer Strecken verwendet werden usw.

Zusammenhang von Zahl- und Größenverständnis

Werden direkte Vergleichserfahrungen mit Zahlenwerten verknüpft, können Kinder ihr Wissen bzgl. des Zahlbaues nutzen, um auch die verschiedenen Messergebnisse zu ordnen und so das neue Wissen über Größen noch einmal auf einer anderen Ebene, der Zahlenebene, einordnen. Durch die Verknüpfung findet auch in der anderen Richtung eine Vertiefung statt. Beim Messen verschiedener Größen erweitern Schülerinnen und Schüler auch ihr Zahlenwissen – Zahlen erhalten als Maßzahlen noch einmal andere Veranschaulichungen. So ist z.B. das Wissen über Längen geeignet und z.T. sogar notwendig, um Relationen am Rechenstrich oder Zahlenstrahl zu durchdringen (vgl. Ruwisch 2015).

Literatur

- Clement, D. H.; Sarama, J.: Early Childhood Mathematics Learning. In: Lester, F. K. (Ed.): Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. NCTM, Charlotte 2007, S. 461–555.
- Franke, M.; Ruwisch, S.: Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. 2. völlig überarbeitete Neuauflage. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2010.
- Hinze, G.: Selbst gebaute Zeitmesser. In: Grundschule Mathematik 13/2007, S. 10–13.
- Hölzel, B.: Gewichte – wichtig von Anfang an. In: Grundschule Mathematik 17/2008, S. 6–9.
- Lehrer, R.: Developing understanding of measurement. In: Kilpatrick, J.; Martin, W.; Schifter, D.: A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics. Reston: NCTM 2003, S. 179–192.
- Peter-Koop, A.; Nührenbörger, M.: Größen und Messen. In: Walther, G.; van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D.; Köller, O. (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Cornelsen Scriptor, Berlin 2008, S. 89–117.
- Ruwisch, S.: Keine Zahl steht für sich allein. Von direkten zu relationalen Zahlvorstellungen. In: Grundschule Mathematik 44/2015, S. 40–43.
- Stephan, M.; Clements, D. H.: Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In: Clements, D. H.; Bright, O. (Hrsg.): Learning and Teaching measurement. Reston: NCTM 2003, S. 3–16.