

Verschiedene Wissensebenen berücksichtigen, reichhaltige Vergleichs- und Mess-Erfahrungen ermöglichen

Das Größenverständnis folgt keiner festen Stufenfolge

Silke Ruwisch Die klassische Stufenfolge zur Erarbeitung von Größen bietet Lehrkräften zwar vermeintlich Sicherheit, führt allerdings nicht zu einem adäquaten Größenverständnis. Wichtiger ist das Anknüpfen am individuellen Wissen und der Aufbau und Ausbau reichhaltiger, vernetzter Vorstellungen. Der Beitrag zeigt konkrete Möglichkeiten auf und verdeutlicht beispielhaft, welche Erfahrungen eher einfach sind und welche mit Herausforderungen für die Kinder verbunden sind.

Foto: © stock.adobe.comNew Africa



Autorin

Silke Ruwisch

Professorin für Mathematik und
ihre Didaktik an der Leuphana
Universität Lüneburg

Größen im Alltag – verschiedene Wissensarten

Größen stellen einen wesentlichen Bereich alltäglicher Mathematikerfahrungen von Grundschulkindern dar. Viele Kinder kommen mit entsprechenden Vorerfahrungen aus Alltag und Kindergarten in die Schule. Insbesondere das konkrete Vergleichen, aber auch die Handhabung einzelner Messgeräte gehören oft bereits zum Erfahrungswissen von Vorschulkindern (vgl. Bönig u.a. 2017, S. 41–45; Benz, Peter-Koop & Grüßing 2015, S. 227–266; Peter-Koop & Grüßing 2007). Allerdings kann weder angenommen werden, alle Kinder verfügten über diese Vorerfahrungen, noch, dass diese Erfahrungen bewusst gemacht wurden (vgl. Nührenbörger 2018).

Beim Umgang mit Größen spielen in Alltag und Unterricht drei Wissens Ebenen eine Rolle, die miteinander verwoben sind, aber auch einzeln thematisiert und angeregt werden sollten.

Experimentell erfahrbares Wissen

Augenscheinlich sind beobachtbare Handlungsprozesse bei anderen. Dieses experimentell erfahrbare Wissen lässt sich gut durch Nachahmung erwerben. Dazu gehört z. B. das »gerade« Aufklappen des Gliedermaßstabs, das Antippen der Waage und das Warten, bis die Null erscheint, aber auch, so lange Sand in eine Tüte zu geben, bis die Waage im Gleichgewicht ist. Eigentlich auch experimentell erfahrbare, jedoch im Alltag kaum zu beobachten, ist das möglichst lückenlose Ansetzen beim mehrfachen Verwenden einer Messeinheit bei Längen, Flächeninhalten oder Volumina.

Auf Konventionen beruhendes Wissen

Eine zweite Wissens Ebene beinhaltet sozial konstruierte Konventionen. So ist z. B. das Ziffernblatt einer Uhr nicht physikalisch zu beobachten, sondern von Menschen so vereinbart worden. Die Uhrzeit könnte auch ganz anders dargestellt sein (Abb. 1).

Neben dem Aufbau konkreter Messgeräte sind von besonderer Bedeutung die experimentell ebenfalls nicht erfahrbaren Standardeinheiten sowie deren Unterteilungen. Umrechnungszahlen beruhen somit allein auf Konventionen und müssen deshalb geklärt und gelernt werden.

Logisch erschließbares Wissen

Eine dritte Wissens Ebene ist weder experimentell noch sozial vermittelbar. Sie umfasst die logisch-mathematischen Verknüpfungen,

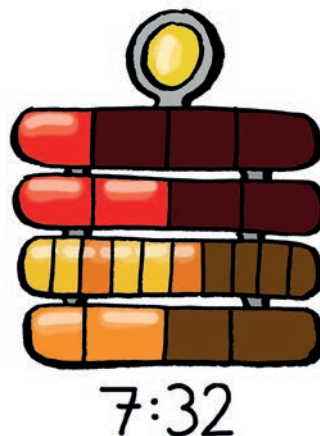


Abb. 1: Berlin-Uhr

die jedes Kind selbstständig konstruieren muss. Dass z. B. mit Größen operiert werden kann, lässt sich nicht einfach beobachten. Während zwei Zeitspannen addiert werden können, ist dies bei Zeitpunkten nicht möglich – jedenfalls nicht sinnvoll. Eine Gewichtsangabe lässt sich vervielfachen, zwei Gewichte sich jedoch nicht multiplizieren. Flächen und Volumina sind dagegen auf diese Weise multiplikativ aus Längen konstruierbar. Auch bei Relationsbeziehungen müssen physikalisch erfahrbare von rein logischen unterschieden werden: Beim direkten Vergleich kann aufgrund der visuellen Wahrnehmung entschieden werden, welcher Gegenstand länger ist. Auch bei den anderen Größen beruhen direkte Vergleiche häufig auf Unterschieden in der Wahrnehmung: der Gegenstand in der rechten Hand ist schwerer als der in der linken, in den Krug passt mehr Wasser als in den Becher etc. Die Größer- bzw. Kleinerrelation in den verschiedenen Größenbereichen lässt sich somit teilweise aus der konkreten Erfahrung ableiten. Soll jedoch aufgrund weniger Vergleiche auf eine Gesamtreihung geschlossen werden, so handelt es sich um rein gedanklich-logische Prozesse. Aufgrund der Transitivität der Kleinerrelation kann aus zwei Wippsituationen manchmal bereits auf die Reihung von drei Kindern nach ihrem Gewicht geschlossen werden, ohne dass auch das letzte Paar noch auf die Wippe steigen muss. Während experimentell erfahrbare Wissen durch Nachahmen bereits früh zugänglich ist, stellen die anderen Wissensarten für viele Kinder im Verlauf der Grundschulzeit noch Herausforderungen dar (Ruwisch 2015a).

Die didaktische Stufenfolge kritisch betrachtet

Unabhängig davon, wie viele Stufen die jeweiligen Autorinnen und Autoren angeben, kaum

ein Unterrichtskonzept wird derart stringent umgesetzt wie die Erarbeitung zumindest der ersten Größe eines Größenbereichs nach einer dieser Stufenfolgen: Direktes Vergleichen und indirektes Vergleichen mit Hilfe selbst gewählter Einheiten ist dem indirekten Vergleichen mit standardisierten Einheiten vorangestellt. Dieses ist wesentlich durch entsprechende Messhandlungen geprägt, bevor durch Vergrößern und Verfeinern die weiteren Einheiten eines Größenbereichs gewonnen werden. Das Rechnen mit den Größen und ihre Anwendung in Sachsituationen runden den Abstraktionsprozess ab (vgl. z.B. Franke & Ruwisch 2010, S. 184–204; Krauthausen, 2018, S. 150–158; Schipper, Ebeling & Dröge, 2015, S. 201–203). Bereits in der vorgenannten Literatur wird betont, wie wenig sinnvoll eine starre unterrichtliche Abfolge dieser Stufen ist, wird sie doch weder dem Gegenstandsbereich gerecht, noch dem kindlichen Wissen und Lernen. Als wesentlich erweisen sich folgende Kritikpunkte (vgl. auch Nührenbörger 2018):

- 1) Das Vorwissen über die jeweiligen Größen ist nicht nur zwischen den Kindern ausgesprochen heterogen, sondern bezieht sich bei jedem einzelnen Kind auch auf verschiedene Aspekte des gesamten Größenverständnisses.
- 2) Wissen ist und wird nicht linear nach einer festen Stufung aufgebaut und erworben, sondern ist eher netzartig strukturiert und verfeinert und verbindet sich immer mehr.
- 3) Die Vorstellung vom Lernen als einem Nachfolgen eines vorgefertigten Lernweges entspricht weder einem modernen konstruktiven Lernverständnis noch dem Ziel des Kompetenzaufbaus nach den Bildungsstandards.

Letztlich ist keiner der in den Stufen angesprochenen Aspekte unwichtig oder überflüssig. Lehrkräfte sollten somit die Aspekte gut kennen, um allen Kindern reichhaltige Erfahrungen zum Messen, Vergleichen, Ordnen, Vorstellen, Umrechnen, Schätzen usw. zu ermöglichen.

Modell zum Aufbau des Größenverständnisses

Während Stützpunkte als Wissens Elemente das Produkt von Vorstellungen darstellen, sind die verschiedenen Prozesse, die mit diesen Stützpunkten konkret oder gedanklich vollzogen werden, wesentlich für die Alltagstauglichkeit und Anwendbarkeit dieser Vorstellungen. Der grundlegende Prozess für den Einsatz

von Stützpunkten in Handlungssituationen ist das Vergleichen, durch welches verschiedene Beziehungen fokussiert und thematisiert werden können. Vergleiche können einerseits danach unterschieden werden, ob sie qualitativer oder quantitativer Art sind. Andererseits lassen sich konkrete und mentale Vorgehensweisen unterscheiden, sodass grob die vier Bereiche aus Abb. 2 entstehen.

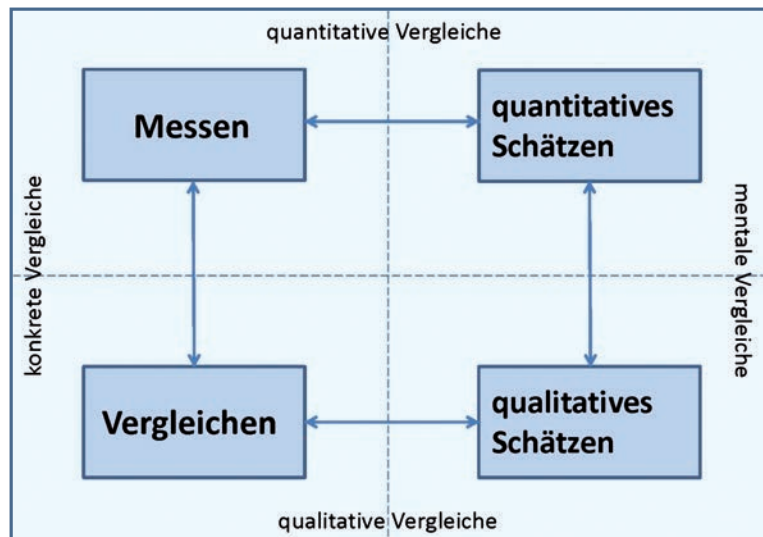


Abb. 2: Modell zum Aufbau des Größenverständnisses (aus Ruwisch, 2014, S. 41)

Konkretes Vergleichen von Repräsentanten

Vergleichen, Sortieren, Ordnen – drei Handlungen, die bereits im Kindergarten wichtig, für den Mathematikunterricht in der Grundschule aber grundlegend sind.

Sprachlich begleitet werden Größenvergleiche vor allem durch Adjektive und deren Steigerungsformen: Wie groß bist du? Wie dick ist das Buch? Wie tief der Fluss? – Für keine andere Größe haben wir derart viele Bezeichnungen im Alltag wie für Längen. Längen im Zentimeter- und Meterbereich sind visuell leicht zu erfassen und gut direkt vergleichbar. Deshalb benutzen wir neben *lang* und *Länge* weitere Adjektive und Substantive, die die konkreten Längen verschiedener Objekte näher spezifizieren. Diese Vielfalt erleichtert die alltägliche Kommunikation – in der Grundschule sind die vielen Adjektive mit ihren Steigerungen aber auch Lernstoff.

Die qualitativen Beschreibungen für die anderen Größen sind weniger umfangreich und auch abstrakter. Während das Gewicht noch mit den erfahrungsbasierten Adjektiven *schwer* und *leicht* bezeichnet wird, werden für Zeitspannen die Längenbezeichnungen *lang* und *kurz* verwendet. Bei Flächeninhalten und

Volumina nutzen wir lediglich die ganz allgemeinen Adjektive *groß* und *klein* sowie *viel* und *wenig*, die auf jede Größe bezogen sein könnten.

Auch wenn es für kaum ein Grundschulkind eine Herausforderung darstellt, einige Stifte der Länge nach zu ordnen – vergewissern Sie sich, dass es wirklich alle Kinder in Ihrer Eingangsklasse können –, kann dies nicht dahingehend verallgemeinert werden, dass konkrete Vergleiche per se einfach seien, noch nicht einmal bei Längen. Oder können Sie spontan sagen, welcher der beiden »Wege« in Abb. 3 der längere ist?

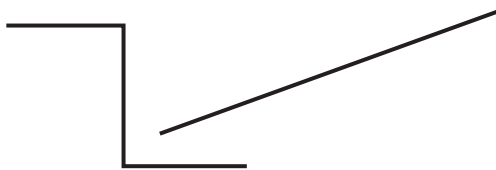


Abb. 3: Welcher Weg ist länger?

Die Unterstützung der Lehrkraft bei schwierigen Vergleichssituationen sollte nicht darin bestehen, die Kinder zu genauerem Hinschauen aufzufordern, sondern mit ihnen zu erarbeiten, wie sie derartige Situationen so umstrukturieren können, dass ein einfacher visueller Vergleich entsteht. So könnte etwa der linke Weg in Abb. 3 an den Ecken auseinander geschnitten und zu einer dreigeteilten Strecke neben den rechten Weg gelegt werden. Derart schwierige Vergleichssituationen eignen sich ebenfalls, um indirektes Vergleichen sinnvoll zu thematisieren: Wir legen einen Bindfaden erst auf den einen, dann auf den anderen Weg. Vielleicht schlagen die Kinder ja auch vor, die Teilstrecken zu messen und die Werte zu addieren. Und schon sind sie mitten in der Diskussion um sinnvolle Vorgehensweisen des Längenvergleichs.

Konkretes Messen von Repräsentanten

Das Messen mit standardisierten Einheiten ist das Herzstück beim Aufbau des Größenverständnisses. Durch die Verknüpfung der direkten Vergleichserfahrungen mit dem Zahlenwissen können Kinder ihr Wissen bzgl. des Zahlenaufbaus nutzen, um die verschiedenen Messergebnisse noch einmal auf einer anderen Ebene, der Zahlenebene, einzuordnen. Gleichzeitig vertiefen die Schülerinnen und Schüler durch das Messen verschiedener Größen auch ihr Zahlenwissen – Zahlen erhalten als Maßzahlen noch einmal eine andere Veranschaulichung.

Unabhängig vom Größenbereich folgt das Messen drei grundlegenden Kernideen, die in einem komplexen Prozess ineinandergreifen:

- »1. Es muss eine adäquate Einheit als Maßeinheit gefunden bzw. ausgewählt werden.
2. Diese Einheit muss sachgerecht mehrfach verwendet werden.
3. Ggf. ist die Einheit systematisch zu untergliedern« (Ruwisch 2015b, S. 32).

Dies lässt sich besonders gut mit Längen veranschaulichen und von Kindern handelnd erfahren. Soll die Länge des Schultisches in dieser Art ausgemessen werden, kann z. B. der orange Cuisenairestab genutzt werden. Um dessen Länge mit der Länge des Tisches multiplikativ ins Verhältnis setzen zu können, wird nun der Stab sachgerecht an der Tischkante entlang mehrfach angelegt und mitgezählt, wie oft er verwendet wurde. Kommen am Ende Stab und Tischkante nicht hinreichend genau zur Deckung, könnte die restliche Länge mit einem roten Zweier- oder weißen Einerstäben ermittelt werden. Der orange Cuisenairestab wird so systematisch in fünf Zweier- oder zehn Einerstäbe »zerlegt«. Das Messergebnis wird entweder durch eine gemischte Schreibweise angegeben (5 orange und 3 rote Stäbe) oder – wenn der systematische Zusammenhang zwischen den verwendeten Einheiten bekannt ist – in einer Maßzahl: 56 cm.

Sollen diese Kernideen in den anderen Größenbereichen umgesetzt werden, sind z. T. Abwandlungen, z. T. weitere Hilfsmittel notwendig: Das mehrfache Verwenden des Einheitsmaßes ist z. B. beim Ausmessen von Flächeninhalten kaum übersichtlich handhabbar, bei Gewicht und Rauminhalt unmöglich: Hier wird eine hinreichende Anzahl gleicher Einheitsmaße notwendig (s. Tabelle 1).

Die Verdichtung dieser konkreten Handlungen in Messgeräten und deren Skalen zeigt die große Alltagsbedeutung insbesondere der Längen für die anderen Größen: Viele analoge Waagen »übersetzen« das Gewicht eines Objektes in eine Länge. In zylindrischen Messbechern werden Volumina und Gewichte als Füllhöhen angezeigt und Zeitspannen auf Uhren als Anteile vom Umfang – Bogenlängen – dargestellt. Grundsätzlich ist zwischen dem Skalenwert und der Größenausprägung zu unterscheiden: die »5« auf dem Lineal ist etwas anderes als eine Länge von fünf Zentimetern. Selbstverständlich lässt sich die Länge nämlich auch bestimmen, indem z. B. die »2« als Startpunkt gewählt wird. Die Länge ist »5 cm«, obwohl die »7« das Ende des Objektes markiert.

Die Darstellung als Füllhöhe ist auch Messbechern eigen. Mit diesen wird das Volumen kontinuierlicher Mengen bestimmt. Insofern handelt es sich um die Volumenvorstellung des Fassungsvermögens. Zwar entwickelt sich das Verständnis des Fassungsvermögens früher und scheint einfacher zu verstehen zu sein als das Verständnis des Rauminhalts (vgl. Clements, Sarama & Van Dine 2017), allerdings ist dieses häufig mit einer Fehlvorstellung verbunden, die doch als Hilfe gedacht ist: In Messbechern wird die Dreidimensionalität des Volumens auf eine Dimension reduziert und eben allein aufgrund der Füllhöhe argumentiert, so dass Fassungsvermögen fehlerhaft als »Länge in ml« aufgefasst werden kann.

Mentales Vergleichen von Repräsentanten

Werden Vergleichen und Messen mental durchgeführt, handelt es sich um Schätzen. Von qualitativem Schätzen soll dann gesprochen werden, wenn zwei Repräsentanten wie beim konkreten Vergleichen vorwiegend qualitativ verglichen werden: »leichter als das Mathebuch«, »länger als ein Daumen«, »größer als eine Tischtennisplatte«. Heben die Kinder zum Beispiel auf dem Schulhof einen dicken Ast hoch und vergleichen, ob dieser sich leichter oder schwerer anfühlt als der

Schulranzen, vergleichen sie in Gedanken mit einem Stützpunkt. Dabei können Zahlen verwendet werden – »Der Ast wiegt klar weniger als 3 kg« –, sie müssen aber nicht zum Einsatz kommen: »Der Ranzen ist schwerer als der Ast«.

Wird ein Objekt dagegen mental mittels eines anderen ausgemessen, liegt quantitatives Schätzen vor: »Der Tisch ist ungefähr so lang wie acht Filzstifte. Die sind nicht ganz 20 cm lang, also ist der Tisch ca. 1,50 m lang.« Die beiden Beispiele verdeutlichen, dass weder die Genauigkeit des Schätzwertes noch die Verwendung von (Maß-)Zahlen quantitatives von qualitativem Schätzen unterscheidet. Grundlegend ist eher der gedankliche Prozess: direktes Vergleichen im Kopf oder gedankliches Messen.

Jenseits des Vergleichens – Vergrößern, Verfeinern, Umrechnen

Selbstverständlich sollen die Schülerinnen und Schüler vielfältige Erfahrungen auch zu den verschiedenen Größen eines Größenbereichs machen. Es müssen also die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Einheiten eigens thematisiert werden. Bei der Größe Zeit sind diese besonders schwierig, da die Zusammenhänge weder einer durchgehenden Systematik unterliegen (Eine Woche hat sieben Tage, ein

	Auswählen einer passenden Maßeinheit (möglichst schon dezimal unterteilbar)	Multiplikatives Vergleichen der Einheit mit dem Objekt	Systematisches Zerlegen und sachgerechte Bildung einer Maßzahl
Länge	Tafellineal, Meterband, orangefarbener Cuisenairestab, Einerwürfelchen	Mehrfaches sachgerechtes Anlegen der Maßeinheit – Mitzählen	Halbieren oder anderes gleichmäßiges Zerlegen der Maßeinheit
Gewicht	1-g-Würfelchen, 10-g- 100-g- und 1-kg-Gewichtstücke, alle in ausreichender Anzahl (mind. 10)	Die Waagschale mit gleichschweren Einheiten füllen, bis das Gleichgewicht ungefähr erreicht ist – Zählen der Einheiten	Mit leichteren Einheiten bis zum Gleichgewicht auffüllen
Zeit	Gleichmäßiger Prozess: tropfendes Wasser, Sanduhren, Metronom, Pendel	Beide Prozesse gleichzeitig starten und die Anzahl der gleichmäßigen Aktionen mitzählen	Ohne standardisiertes Messgerät kaum systematisch zu zerlegen
Fassungsvermögen	Gefäße	Aus dem auszumessenden Objekt so oft mit dem Messgefäß Wasser/Sand schöpfen, bis es leer ist – Mitzählen	Regelmäßige Markierungen / Skalierungen an dem Messgefäß (Füllhöhe in Zylindern oder Quadern)
Flächeninhalt	Legeplättchen, Meterquadrate, Raster (Kästchenpapier)	Mehrfaches sachgerechtes Auslegen der Maßeinheit – Mitzählen	Halbieren, Vierteln oder anderes gleichmäßiges Zerlegen (10 x 10) der Maßeinheit
Rauminhalt	Würfel verschiedener Kantenlängen in hinreichender Anzahl	Ausfüllen mit hinreichender Anzahl gleichgroßer Würfel – Zählen der Würfel	Ggf. mit kleineren Würfeln (Achtel, Tausendstel) auffüllen

Tab. 1: Die Kernideen des Messens in den verschiedenen Größenbereichen (aus: Ruwisch 2019, S. 33)

Monat aber keine feste Anzahl an Wochen, das Jahr jedoch zwölf Monate und 365 – manchmal 366 – Tage), noch die Umrechnungen dezimal aufgebaut sind (erst bei der Unterteilung der Sekunde werden Zehntel, Hundertstel und Tausendstel gebildet).

Die Zehnerpotenzen als Umrechnungszahlen

Alle anderen Größen werden einheitlich dezimal untergliedert. So lernen die Schülerinnen und Schüler für die Längen während ihrer Grundschulzeit mindestens vier Einheiten (Meter, Zentimeter, Kilometer, Millimeter) und deren Umrechnung in die Nachbareinheit kennen. Von der Basiseinheit 1 m ausgehend können Zehntel, Hundertstel und Tausendstel gebildet werden: Dezimeter, Zentimeter und Millimeter. Ebenso lassen sich die entsprechenden Vielfachen bilden: Dekameter, Hektometer und Kilometer als das Zehnfache, das Hundertfache und das Tausendfache eines Meters. Auch wenn Ihnen dies als eine einfache Systematik erscheinen mag, haben Sie sicher gestutzt bei Dekameter und Hektometer und vielleicht auch überlegt, ob in Ihrem Curriculum eigentlich der Dezimeter thematisiert wird.

In der Regel werden im Grundschulunterricht in den ersten beiden Schuljahren die Längeneinheiten Meter und Zentimeter thematisiert. Über die einfache Regel »1 m = 100 cm« hinaus können die Zusammenhänge aber erst mit der Erweiterung des Zahlenraumes im dritten Schuljahr greifbar werden: Erst wenn auch mehrere Meter in Zentimeter umgerechnet werden oder Maße in gemischter Schreibweise in Zentimeter bzw. Kommaschreibweise angegeben werden sollen, werden Einzelbetrachtungen systematisiert. Neben den verschiedenen Schreibweisen des Zusammenhangs zwischen Meter und Zentimeter sollen die Kinder in der dritten Klasse aber auch noch Kilometer und Millimeter und deren Zusammenhang zu den Nachbareinheiten Meter und Zentimeter – natürlich ebenfalls in den verschiedenen Schreibweisen – einbeziehen. Als wäre dies nicht schon genug, ist für jede dieser Beziehungen auch noch eine andere Umrechnungszahl zu behalten: 1 km = 1000 m; 1 m = 100 cm; 1 cm = 10 mm.

Wird dagegen bereits im Anfangsunterricht der Dezimeter mit in die Messhandlungen einbezogen, sind das grundlegende Messverständnis und der systematische Zusammen-

hang zwischen den standardisierten Einheiten für Grundschulkinder deutlich besser zu erfassen.

- Quasi-simultaner Überblick: In einem Meter können keine einhundert Zentimeter »gesehen« werden; allerdings ist der Unterschied von neun, zehn und elf 10-cm-Stäben deutlich zu erkennen.
- Bekannter Zahlenraum: Die Maßzahlen liegen zumeist im bekannten Zahlenraum bis 20.
- Systematischer Zusammenhang zwischen Ober- und Untereinheiten: 1 m = 10 dm; 1 dm = 10 cm; 1 m also 10 mal 10 cm: 1 m = 100 cm
- Gleichzeitig können die Abkürzungen und Einheitenvorsätze sprachlich auch als Hilfen thematisiert und erlernt werden.

Deka- und Hektometer wären zwar auch sprachliche Hilfen und komplettieren die strikte dezimale Struktur, doch sind sie im Alltag völlig ungebräuchlich. Die Vorsilben finden sich lediglich noch bei Dekade, Hektolitern und Hektar.

Wenn Sie mit einem so geschärften Blick Ihre Umrechnungsübersichten durchsehen, werden Sie schnell bemerken, dass es in den anderen Größen noch viel schwieriger ist, die ja von den Längen abgeleitete Systematik zu erfassen:

1000 als Umrechnungszahl bei Gewicht und Fassungsvermögen und dann in der frühen Sekundarstufe I die Quadrate und Kubikzahlen der jeweiligen Längen bei Flächen- und Rauminhalten.

Gerade weil es sich bei diesen Umrechnungszahlen zwar um mit einer Systematik versehene Zusammenhänge handelt, diese aber dennoch lediglich auf Konventionen berufen, sollten wir es den Kindern so einfach wie möglich machen, sich die Systematik auch als Merkhilfe nutzbar machen zu können. Selbst wenn dadurch Dezimeter, Dekameter und Hektometer in Ihrer Klasse Einzug halten. ■

Literatur

- Benz, C., Peter-Koop, A., Grüßing, M.: Frühe mathematische Bildung. Springer. Berlin/ Heidelberg 2015
- Bönig, D., Hering, J., London, M., Nührenbörger, M., Thöne, B.: Erzähl mal Mathe! Mathematiklernen im Kindergartenalltag und am Schulanfang. Klett/Kallmeyer. Seelze/ Stuttgart 2017
- Clements, D. H., Sarama, J. & Van Dine, D. W. (2017). Volume. In J. E. Barrett, D. H. Clements, J. Sarama (Hrsg.): Children's measurement: A longitudinal study of children's knowledge and learning of length, area, and volume (S. 151–158). Reston (VA): NCTM
- Franke, M. & Ruwisch, S. (2010): Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. Spektrum. Heidelberg 2010
- Krauthausen, G.: Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule. Springer Spektrum. Berlin 2018
- Nührenbörger, M.: »Ich bin größer als du«. Vielschichtiges Messen von Längen. In: Die Grundschulzeitschrift 312/2018, Friedrich/Kallmeyer. Seelze 16–21
- Peter-Koop, A., Grüßing, M.: Mit Kindern Mathematik erleben. Friedrich/Kallmeyer. Seelze 2007
- Ruwisch, S.: Reichhaltiges Schätzen. Schätzaufgaben und Schätzstrategien systematisiert. In: Grundschule Mathematik 42, S. 40–43. Friedrich/Kallmeyer. Seelze 2014
- Ruwisch, S. (2015a): »Das macht die Waage doch von ganz allein«. Integration verschiedener Wissensebenen für ein umfassendes Messverständnis. In: Grundschule Mathematik 47, S. 2–3. Friedrich/Kallmeyer. Seelze 2015
- Ruwisch, S. (2015a): Messen verstehen. Einsichten in die Kernideen des Messens ermöglichen. In: Grundschule Mathematik 47, S. 32–35. Friedrich/Kallmeyer. Seelze 2015
- Ruwisch, S. (2019b): Größen bauen auf Längen. Auch das Gewichts- und Zeitverständnis nutzt Längen zur Veranschaulichung abstrakterer Größenvorstellungen. In: Grundschule Mathematik 61, S. 32–35. Friedrich/Kallmeyer. Seelze 2019
- Schipper, W., Ebeling, A., Dröge, R.: Handbuch für den Mathematikunterricht. 2. Schuljahr. Schroedel Verlag. Braunschweig 2015