

Irrtümer und Fehlvorstellungen zu Längen

VON ANDREA PETER-KOOP

Bei der Einführung und Behandlung des Größenbereichs „Länge“ lassen sich immer wieder wohlgemeinte aber leider problematische Unterrichtsansätze beobachten. Die drei häufigsten und folgenreichsten Irrtümer sollen hier klargestellt und den drei häufigsten Fehlvorstellungen von Schülerinnen und Schülern gegenübergestellt werden.

IRRTÜMER BEI DER UNTERRICHTSGESTALTUNG

Irrtum 1

Der Lehrgang zur Einführung des Größenbereichs „Länge“ sollte historisch-genetisch angelegt sein. Nur so können die Schülerinnen und Schüler den Wert standardisierter Einheiten durch vorangegangene intensive Messerfahrungen mit willkürlich gewählten Einheiten selbst entdecken. Das „Messen“ mit willkürlich gewählten Einheiten wie Handspannen, Fuß- oder Stiftlängen ist dabei eine wichtige Grundlage und sollte im Unterricht ausführlich vor der Einführung standardisierter Messwerkzeuge wie Maßband und Lineal thematisiert werden.

Klarstellung

Während man bis ins 19. Jahrhundert hinein keine standardisierten Einheiten und Messwerkzeuge kannte, begegnen sie Kindern heute bereits lange vor der Schule, z. B. in Form von Messlatten zur Bestimmung der eigenen Körpergröße beim Arzt oder im Kinderzimmer. Untersuchungen zum Längenverständnis von Kindern zeigen, dass Vor- und Grundschulkinder bereits erfolgreich mit einem Lineal arbeiten können, bevor sie in der Lage sind, sich Strategien für den Einsatz nicht-konventioneller Messwerkzeuge wie Holzstäbe oder Stifte

zu überlegen. Erst-, Zweit- und Drittklässler ziehen sogar häufig den Einsatz eines konventionellen Messinstruments selbst dann vor, wenn sie seinen korrekten Gebrauch noch nicht vollständig verstanden haben. Für die Gestaltung des Unterrichts heißt das, dass standardisierte Messwerkzeuge von Beginn an ohne das vorherige häufig langwierige „Messen“ mit nicht-konventionellen Einheiten im Unterricht thematisiert werden sollten. Die Kinder können z. B. aufgefordert werden, ihnen aus dem häuslichen Umfeld oder der Kita bekannte Instrumente zur Längenmessung, wie z. B. Lineale verschiedener Längen, Maßbänder, Zollstöcke mitzubringen und diese in Bezug auf ihren Gebrauch und ihre Charakteristika vorzustellen. So erfahren sie im Unterricht, dass ihre Vorkenntnisse und auch ihr Interesse an standardisierten Instrumenten ernst genommen werden. Ein Unterricht, in dem lange so getan wird, als gäbe es noch keine standardisierten Einheiten und Werkzeuge, ist hingegen nicht nur wenig kindgemäß und authentisch, sondern kann den Auf- und Ausbau von Messsinn sogar nachhaltig behindern.

Irrtum 2

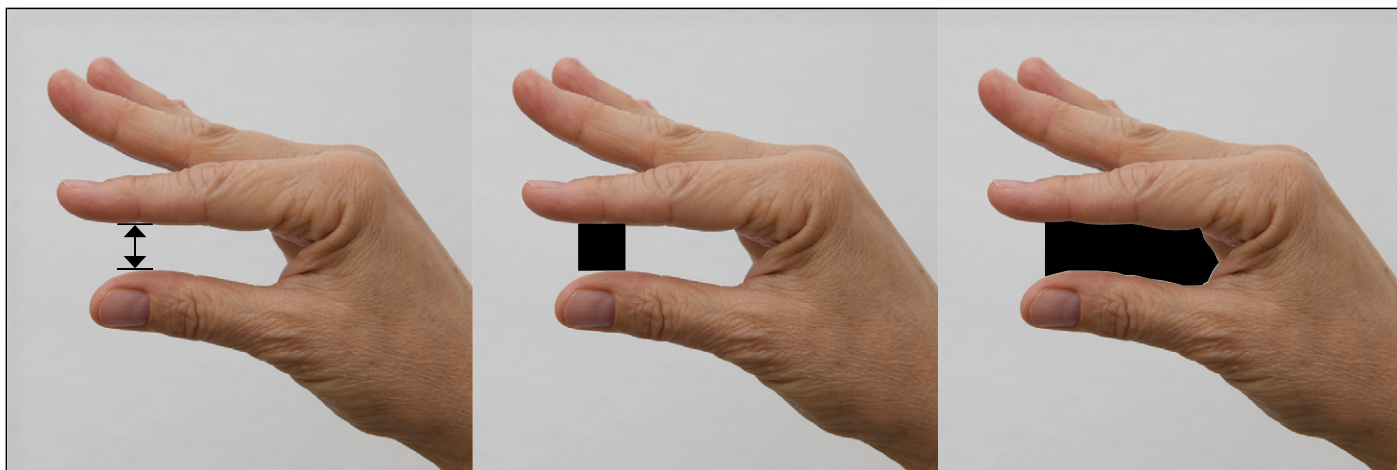
Die Einsicht in den Aufbau einer Skalierung entwickelt sich beim Messen von Längen quasi von

selbst, solange Schülerinnen und Schüler im Unterricht vielfältige Messerfahrungen machen können.

Klarstellung

Das Messen mit Linealen basiert auf dem korrekten Umgang mit der Messskala und dem Ablesen der Maßzahl. Auch wenn Kinder bereits über umfangreiche Vorerfahrungen verfügen, ist ihnen nicht unbedingt bewusst, wie Start- und Endpunkt eines Messprozesses in Beziehung zueinander stehen: Welche Bedeutung hat die Zahl „0“ auf der Skala? Wie lang ist eine Strecke, die bei „3“ auf einem Lineal ansetzt und bei „7“ endet? Viele Kinder werden hier als Antwort entweder die letzte Zahl – ggf. in Verbindung mit der Einheit – nennen („7“) oder die Anzahl der Striche abzählen und so auf „5“ kommen.

Der in der Schule geforderte Umgang mit einem Lineal setzt nicht unbedingt auch ein Verständnis der Beziehungen zwischen linearen Einheiten, dem Messprozess und der Messskala voraus. Der Prozess des Abtragens, Zählens und Zerlegens einer Einheit ist hier allerdings nicht mehr konkret zu erleben, sondern wird visuell durch das Anlegen und Ablesen einer Messskala ersetzt. Lineal, Maßband und Zollstock bedienen sich, ebenso wie andere konventionelle Messinstrumente, einer linearen Messskala. Die festgelegte Verteilung der



Auch die Darstellung eines Zentimeters mit den Fingern kann von den Kindern als Fläche interpretiert werden und zu einer Fehlvorstellung führen.

Striche und Zahlen veranschaulicht visuell die drei Kernideen des Messens: (1) Die Bedeutung der Zahlen, (2) das Vervielfältigen der konstanten Basiseinheit und die Zerlegung in gleiche Teile sowie (3) die Beziehung zwischen der Zahlenfolge und den räumlichen Abschnitten. Diese strukturell bedeutsamen Informationen sind aber nicht selbsterklärend. Vielmehr werden sie zu Trägern von Bedeutungen, wenn Kinder ihre Aufmerksamkeit darauf fokussieren und dazu ihr Wissen um den Messprozess konstruktiv aufgreifen, indem sie selbst eine Skalierung herstellen.

Irrtum 3

Schülerinnen und Schüler durchdringen den Größenbereich „Längen“ am besten durch intensives Üben und Bearbeiten von Umwandlungsaufgaben.

Klarstellung

Vorstellungen zu Größen allgemein und speziell zu Längen haben ihren Ursprung in konkreten Handlungserfahrungen, die zu individuellen Vorstellungsbildern ausgebaut werden. Diese Bilder sind die eigentlichen geistigen Träger der Bedeutungen, die ein Kind zu einer Länge, einer Maßeinheit oder einer Messoperation entwickelt. Die Vorstellungen müssen dabei inhaltsreich und bildlich fassbar sowie zugleich auch vage und unpräzise sein, um flexibel in Beziehung zu anderen Vorstellungen sowie zu realen Gegebenheiten gesetzt werden zu können. Der Aufbau realistischer Vorstellungen von Län-

gen, sog. Stützpunktvorstellungen, ist ein zentrales Unterrichtsziel, sodass in Messsituationen entweder die passenden Messinstrumente bzw. Maßeinheiten gewählt oder in Abwesenheit von Messwerkzeugen geeignete Schätzungen vorgenommen werden können.

Heinrich Winter (1992, S. 19) weist allerdings darauf hin, dass sich realistische Größenvorstellungen nicht von selbst entwickeln „und auch nicht über viele formale Sortenumwandlungen“. Die Entwicklung von Stützpunktvorstellungen verlangt vielmehr ein Zusammenspiel von konkreten Messprozessen und verinnerlichten Messerfahrungen. Wesentlich ist hierbei die bewusste Auseinandersetzung mit den jeweiligen konkreten Aktivitäten, die im Unterricht erörtert, diskutiert und reflektiert werden sollten.

HÄUFIGE FEHLVORSTELLUNGEN VON KINDERN

Fehlvorstellung 1

Durch das Fehlen einer Skalierung bei willkürlich gewählten Messwerkzeugen wie z. B. Stift- oder Schrittlängen wird die rein arithmetische Deutung des Messens als Zählen befördert. Das Messen mit willkürlichen Einheiten wird als Zählen von Objekten gedeutet.

Abhilfe bzw. Prävention

Ein Unterricht, in dem von Anfang an standardisierte Messinstrumente parallel zu willkürlichen Einheiten eingesetzt und analysiert werden,

hilft dieser Fehlvorstellung vorzubeugen. So sollte thematisiert werden, wie Lineale und Maßbänder korrekt verwendet werden, wo der Anfangs- und Endpunkt der Messung ist und wie die Maßzahl abgelesen werden kann. Bei willkürlichen Messwerkzeugen wie z. B. anhand der eigenen Füße hergestellten „Papierfüßen“ ist nicht so leicht zu erkennen, wie sie angelegt werden müssen und wo der Anfangs- und Endpunkt liegt. Selbst diesbezüglich eindeutiger willkürliche Messwerkzeuge wie Holzstäbe oder Stifte haben keine Skalierung. Entweder müssen sie mehrfach hintereinander angelegt werden und dann bleibt meist ein nicht weiter quantifizierbarer Rest, oder es werden mehrere Stifte hintereinandergelegt. Beides impliziert jedoch, dass hier Objekte gezählt werden. Werden durch den gezielten Vergleich von willkürlichen und standardisierten Einheiten jedoch früh die Grenzen und Schwierigkeiten der Messung mit willkürlichen Einheiten erkannt und die Kernideen des Messens (siehe S. 6–8) herausgearbeitet, wird Schülerinnen und Schülern am ehesten deutlich, worin der Unterschied zwischen dem Zählen von Objekten und dem Zählen von definierten Abständen beim Messen besteht.

Fehlvorstellung 2

Durch das „Messen“ mit willkürlichen Maßeinheiten wie Körpermaßen wird der Zusammenhang zwischen Einheiten und Unter-einheiten (z. B. m und cm) nicht erkannt, sie stehen in der Vorstel-

lung vielmehr bezugslos nebeneinander.

Abhilfe bzw. Prävention

Die intensive Thematisierung des Aufbaus einer Skalierung ist der sicherste Weg um dieser Fehlvorstellung präventiv zu begegnen. Das Zerlegen eines zu messenden Objekts in eine Anzahl gleich großer Abschnitte, die als kleinere Einheiten gesehen werden, bzw. das Verständnis der Beziehungen zwischen Einheiten ist für Kinder oft schwierig und wird durch zu langes Handeln mit willkürlichen Einheiten in keiner Weise unterstützt. Besser ist es, die Kinder selbst Meterstäbe oder Lineale herstellen zu lassen, denn dabei ergeben sich ganz automatisch die zentralen Fragen nach Anfangs- und Endpunkt sowie der Unterteilung in Einheiten und Untereinheiten.

Fehlvorstellung 3

Durch das „Messen“ mit flächigen Objekten wie Heften oder Papier-

füßen wird die Fokussierung auf die Linearität der Längenmessung erschwert und Schülerinnen und Schüler haben später Schwierigkeiten bei der Unterscheidung von Längen und Flächen.

Abhilfe bzw. Prävention

Unterrichtliche Messerfahrungen beim Abtragen von flächigen Objekten wie Heften oder Papierfüßen führen bei vielen Schülerinnen und Schülern zu flächigen Vorstellungen von Längeneinheiten, denn ihnen ist häufig nicht klar, auf welche Länge ein flächiges Messwerkzeug abstrahiert werden muss. Marcus Nührenbörger (2005, S. 20) verweist zudem darauf, dass selbst die häufig gebräuchliche Darstellung eines Zentimeters als Abstand zwischen Daumen und Zeigefinger fälschlicherweise als Fläche interpretiert werden kann (siehe Abb. 1).

Ein Unterricht, in dem die Lehrkraft beim Einsatz von willkürlichen Einheiten zum einen darauf

achtet, dass Objekte gewählt werden, die Assoziationen zur Linearität befördern (z. B. dünne Stifte oder Streichhölzer) und zum anderen bei von Schülerinnen und Schülern selbst gewählten Einheiten thematisiert, welches Merkmal hier als Grundlage für die Messung dient (z. B. die Heftlänge) trägt wesentlich dazu bei, Einsicht in die Linearität der Längenmessung zu vermitteln. ●

DIE AUTORIN

Dr. Andrea Peter-Koop ist Professorin am Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.
Sie moderierte dieses Heft.

LITERATUR

Nührenbörger, Marcus: Das Vorwissen von Kindern zum Umgang mit Längen.
In: Grundschule Mathematik, Heft 5/2005, S. 18–21

Winter, Heinrich: Sachrechnen in der Grundschule. Frankfurt 1992