

Karin Anders

„Das vierte Bild ist wie das erste“

Spiegeln und Drehen an vier Geobrettern

Die Kinder betrachten Spiegelungen und Drehungen, bei denen sich die Achse beziehungsweise der Drehpunkt außerhalb der Figur befindet. Symmetrische und unsymmetrische Figuren verhalten sich dabei unterschiedlich.

Für die Lernaufgabe „Spiegelungen und Drehungen an vier Geobrettern“ stehen transparente 5x5-Geobretter zur Verfügung. Deren Größe erlaubt kreative und unterschiedlich komplexe Ausgangsfiguren. Da sie transparent sind, wird kein Spiegel zur Kontrolle benötigt. Haben die Kinder ein Spiegelbild auf einem zweiten Geobrett gespannt, wenden sie das Geobrett mit der Ausgangsfigur und legen beide Bretter aufeinander. So können sie visuell überprüfen, ob

das durchscheinende Spiegelbild und das Original übereinstimmen. Fehlversuche können leicht und spurlos korrigiert werden.

Eine optische Unterstützung beim Dokumentieren der Spiegelbilder bietet ein gleich großes Punkteraster mit den Koordinaten A bis E an der Rechtsachse und 1 bis 5 an der Hochachse. Von dieser Vorlage fällt ein Transfer in ein verkleinertes Punkteraster nicht schwer.

Spannregeln und Notationsform vereinbaren

Für die Kinder sind Geobretter per se motivierend. Deshalb erhält die Klasse im Warming-Up ausreichend Gelegenheit, Muster und Formen frei zu spannen. Erwartungsgemäß entstehen gegenständliche wie geometrische Grundformen, die genutzt werden, um die relevanten Spannregeln und weitere Vereinbarungen abzuleiten (Infokasten 1). Da eine einheitliche Notation bzw. Sprache wesentlich ist, werden die Ecken mit Großbuchstaben gegen den Uhrzeigersinn und die Lage der Ecken auf dem Geobrett durch Koordinaten beschrieben (z. B. Ecke B liegt bei D2).

In der Form eines Figurendiktats wird die Sprechweise kurz geübt. Das *Vieleck* ist möglicherweise nicht allen Kindern bekannt. Zur Erklärung wählt die Lehrkraft z. B. das Trapez aus und lässt von einem Kind mit wenigen Griffen ein beliebiges Vier-, Fünf-, Sechs- oder Siebeneck, also ein Vieleck, erzeugen. Alle bisher wichtigen Mathewörter notiert die Lehrkraft im Wortspeicher (Infokasten 2).

Abschließend zeichnen die Kinder ein besonders kompliziertes Vieleck in ein Punkteraster und legen eine Wörterliste mit ihren individuellen Erklärungen an. (M 27)

Mehrfaches Spiegeln oder Drehen

Die nächste Stunde beginnt im Halbkreis vor der Tafel. In der Mitte liegt ein mit einem unregelmäßigen Sechseck bespanntes Geobrett, an dem die Spannregeln und die Mathewörter wiederholt werden. Unter Nennung der Koordinaten zeichnet ein Kind die Figur in ein 5x5-Punkteraster (M 28). Kontrolliert wird mit dem transparenten Geobrett. Jetzt bekommen die Ecken ihre Buchstaben.

INFO: SPANNREGELN UND WEITERE VEREINBARUNGEN

Spannregeln

- Wir verwenden nur einen Gummiring pro Figur.
- Die Gummiringe werden um die Stifte geleitet, nicht gewickelt.
- Wir spannen nur geschlossene Figuren.
- Es soll keine Überkreuzungen von Linien geben.

Weitere Vereinbarungen

- Die Ecken sind die Stifte, um die das Gummi geleitet wird.
- Stifte, die auf einer Linie liegen, sind keine Ecken.
- Ecken werden nur einfach umspannt.
- Die Ecken werden mit Blockbuchstaben in alphabetischer Reihenfolge und gegen den Uhrzeigersinn benannt.

INFO: WORTSPEICHER

Begriffe, die du kennen solltest, wenn du mit dem Geobrett arbeitest:

- das 5x5-Geobrett
- das Vieleck
- die Ecke
- die Koordinaten
- die Rechtsachse – die Hochachse
- spannen
- skizzieren
- vergleichen

Als Hinführung zum Problem der Stunde holt die Lehrkraft die Erfahrungen der Kinder mit der Achsen Spiegelung ein. Es fallen Stichwörter wie *Spiegelachse*, *Spiegelbild*, *deckungsgleich* und *seitenverkehrt*, welche erklärt, veranschaulicht und in den Wortspeicher aufgenommen werden. Die Lehrkraft kennzeichnet eine Kante des Geobretts als Spiegelachse, indem sie einen roten Faden anlegt, schiebt ein zweites Geobrett lückenlos an diese Kante und fordert die Kinder auf, an der roten Achse zu spiegeln. Obwohl ein echter Spiegel bereitliegt, lösen die Kinder die Aufgabe kopfgeometrisch und diktieren einem Helferkind die Koordinaten des Spiegelbilds. Die Lehrkraft zeichnet die neue Figur in ein anderes 5x5-Punkteraster. Ein weiteres Kind führt die zweite Spiegelung an der rechten Geobrettkante auf ein drittes Geobrett aus und überträgt die Koordinaten auf ein drittes 5x5-Punkteraster. Es entsteht eine Reihe von gespiegelten Figuren, sodass von „Mehrfachspiegelungen“ gesprochen werden kann.

Während die Lerngruppe die Achsensymmetrie bereits kennengelernt hat, sind ihnen Drehungen noch unbekannt. Deshalb markiert die Lehrkraft die rechte untere Ecke des Geobretts mit einem Klebepunkt; das ist der Drehpunkt. Die Kinder denken zu zweit oder zu dritt in einer kurzen Murmelphase über den Begriff „Mehrfachdrehungen“ nach. Die

Lehrkraft greift die Vorstellungen der Kinder auf, lässt sie demonstrieren und hebt die für die weitere Arbeit wesentliche Vierteldrehung nach rechts um den markierten Eckpunkt heraus. Ein Kind spannt die dadurch entstandene Figur auf einem zweiten Geobrett nach. Die nächste Vierteldrehung wird vollzogen und das Abbild auf einem dritten Geobrett gespannt. Die Begriffe *Mehrfachspiegelung*, *Mehrfachdrehung*, *Abbild* werden in den Wortspeicher aufgenommen, und die Problemstellung der Stunde wird herausgearbeitet: Wie verhalten sich die Figuren, wenn sie mehrfach gespiegelt oder gedreht werden?

Erst allein, dann gemeinsam

Die Lehrkraft visualisiert und erläutert die folgende *Ich-du-wir-Methode* mithilfe von Piktogrammen.

In der **Ich-Phase** bekommen die Lernenden ein Geobrett, zwei bis drei 5x5-Punkteraster (M 28) und das Arbeitsblatt M 29. Jedes Kind spannt ein Fünf-, Sechs- oder Siebeneck, zeichnet es in das erste Punkteraster auf dem Arbeitsblatt ein und spiegelt bzw. dreht es insgesamt sechsmal. Jedes Abbild wird gezeichnet.

Ein Klangzeichen leitet die **Du-Phase** ein, in der sich die Tischnachbar:innen über ihre Erfahrungen austauschen:

- Welche Figuren sehen stark verändert, welche weniger verändert aus?
- Gibt es Figuren, die sich gar nicht verändern?
- Wovon hängt der Grad der Veränderung ab?

Nia und Emma stellen fest: „Nach zweimal Spiegeln ist die Figur immer gleich. Die Buchstaben gehen bei der Figur daneben immer andersherum.“

Jakob hat ein unregelmäßiges Sechseck gespiegelt und gedreht. Er fokussiert die Lage seiner Figur und findet, dass seine Figur beim

KLASSENSTUFE

3–4

ZEITBEDARF

4–6 Unterrichtsstunden

INHALTSBEZOGENE KOMPETENZEN

- einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen
- ebene Figuren im Gitternetz abbilden (verkleinern und vergrößern)
- Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen, symmetrische Muster fortsetzen und selbst entwickeln

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN

- mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden
- Entdeckungen mündlich beschreiben, darstellen und nachvollziehen
- Zusammenhänge erkennen und nachvollziehen

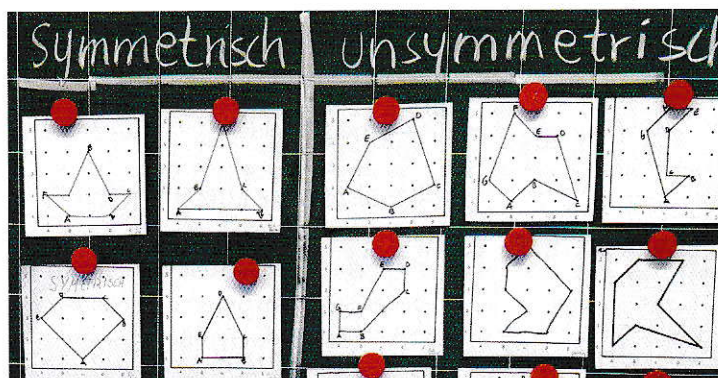


MATERIAL ZUM DOWNLOAD

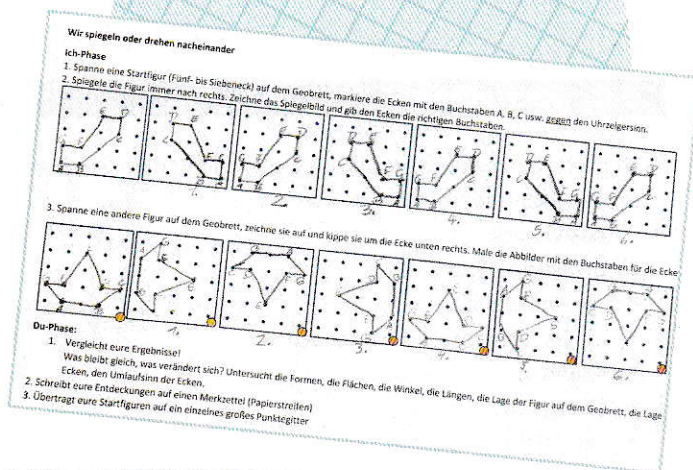
- M 1: 5x5-Punkteraster (blanko)
- M 27: 5x5-Punkteraster / Wortspeicher
- M 28: 5x5-Punkteraster für das transparente Geobrett
- M 29: Wir spiegeln und drehen nacheinander
- M 30: Spiegeln und Drehen an vier Geobrettern
- M 31: Vier 5x5-Punkteraster

Zusätzlich benötigtes Material

transparente 5x5-Geobretter, Gummiringe



1 | Welche Figuren verändern sich beim Spiegeln und Drehen stark oder weniger stark?



2 | Nias und Emils Ergebnisse

Drehen immer anders aussehen und beim Spiegeln nur jedes zweite Mal.

Josefine meint, ihre Figur sähe immer gleich aus. Sie hat mit einem drehsymmetrischen Achteck experimentiert.

Jarne erkennt, dass die Spiegelbilder von symmetrischen Figuren gleich aussehen und drückt sich so aus: „Die Figuren, die durch die Mitte spiegelbar sind, sind immer dieselben.“

Für die **Wir-Phase** überträgt jede Gruppe ihre Startfiguren in das 5x5-Punkteraster (M 28) und bringt diese mit in den Kinostiz. In dieser Lerngruppe schließt sich die Auswertung nahtlos an. Je nach verbleibender Zeit kann sie auch in die fol-

gende Stunde verlagert werden. Die Wir-Phase ist durch eine zweiseitige Tabelle vorstrukturiert: In der linken Spalte steht „Die Figuren verändern sich wenig“, in der rechten „Die Figuren verändern sich stark“. Mit der Aufforderung, sich im Murmelgespräch in der Partnergruppe zu beraten, welcher Spalte die Kinder ihre Figuren zuordnen würden, wird die Reflexion eingeleitet. (Abb. 1)

Sukzessive heften die Paare ihre Startfiguren kommentarlos an. Durch die Sortierung identifizieren die Kinder in der linken Spalte die symmetrischen und rechts die unsymmetrischen Figuren. Nia hat zu den Spiegelungen eine individuelle Entdeckung gemacht: „Das zweite, vierte oder sechste Spiegelbild ist immer wie die erste Figur.“ Sie belegt ihre Aussage anhand ihrer persönlichen Aufzeichnungen.

Die Besonderheiten bei den Drehungen bringt Emil auf den Punkt: „Alle Figuren liegen anders. Das vierte Bild ist wie das erste.“ (Abb. 2)

Spiegelungen und Drehungen an vier Geobrettern

Im folgenden Lernabschnitt sollen die Lernenden vier Spiegelungen an orthogonalen Achsen und die Drehungen um den Schnittpunkt dieser Spiegelachsen untersuchen.

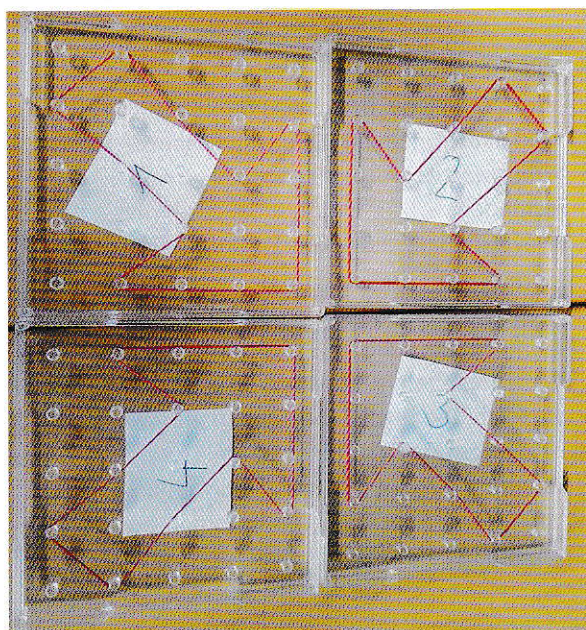
In der Mitte des Halbkreises liegen vier Geobretter, wovon eines

mit einem Siebeneck, dem *Pfeil*, bespannt ist. Ein roter Faden an der rechten Kante regt zu einer Spiegelung an. Bei der Ausführung aktivieren die Kinder ihr Vorwissen und wenden die Mathewörter an. Die Lehrkraft schiebt nun alle vier Geobretter in einer Ecke zusammen, legt einen weiteren roten Faden waagerecht und nummeriert die Bretter von 1 bis 4. Sie benennt die Spiegelachsen als s_1 und s_2 und den Schnittpunkt der Achsen als M wie Mittelpunkt. Die folgenden Spiegelungen werden nur angedeutet, d. h. die Kinder klappen das Geobrett 2 auf das Geobrett 3, ohne das Spiegelbild zu spannen oder zu zeichnen. Abb. 3 zeigt bereits alle gespannten Spiegelfiguren.

Die Vierteldrehung um den Mittelpunkt nach rechts demonstriert die Lehrkraft mit der Ausgangsfigur *Dampfer* (Abb. 4). Auch hier deutet sie die weiteren Drehungen nur an, d. h. die Bretter werden gedreht, aber die Abbilder nicht skizziert.

Nach dem Probehandeln formuliert die Lehrkraft die Problemstellung der Stunde: Welche Besonderheiten lassen sich beim Spiegeln und Drehen an vier Geobrettern beobachten? Sie erläutert den Ablauf der folgenden Aktivität anhand des visualisierten Arbeitsauftrags und Ablaufplans für die Mathekonzert (M 30). In der ersten Phase sollen die Kinder zu viert arbeiten, ihre Geobretter in der Mitte des Gruppentischs zusammenschie-

3 | Der Pfeil – gespiegelt und gedreht



ben und das Motiv *Pfeil* an den Spiegelachsen s1 bzw. s2 viermal spiegeln. Ein Kind spannt die Ausgangsfigur, reihum spannen die anderen Kinder ein Spiegelbild.

In der zweiten Runde startet ein anderes Kind mit dem *Dampfer*, und in der dritten und vierten Runde sind die Startfiguren frei wählbar. Jedes Mal sollen die Start- und Spiegelbilder skizziert werden (M 31). Zügig arbeitende Gruppen erhalten den Auftrag, den Dampfer um den Mittelpunkt M zu drehen. Das Klangzeichen ruft zur Mathekonferenz auf, in der das Vorgehen reflektiert und die Entdeckungen und Beobachtungen auf einem Lernplakat dargestellt werden sollen.

Während die Lerngruppe selbstständig arbeitet, steht die Lehrkraft beratend zur Seite und verfolgt die Arbeits- und Kommunikationsprozesse gezielt, um ertragreiche Diskussionsinhalte und Beiträge für die Reflexionsphase zu gewinnen. Eine solche ergiebige Situation ereignet sich in Ellas Gruppe. Ella schlägt vor, die Startfigur *Pfeil* viermal herzustellen und die Geobretter einfach „anders“ in die Mitte zu schieben. Diese clevere Idee überzeugt ihr Team sofort. Sie spannt die Startfigur viermal und überträgt jedes Spiegelbild auf das Punkteraster. Der Trick funktioniert. Die Lehrkraft interveniert nicht, sondern wartet ab, bis sich das Team mit dem *Dampfer* beschäftigt.

Die Kinder nutzen hier denselben Trick, spannen die Ausgangsfigur viermal und schieben ihre Bretter in der Mitte zusammen. Doch das erste Abbild will auch nach mehreren Versuchen nicht gelingen. Eher zufällig erweist sich hier das transparente Geobrett einmal mehr als Lösungshilfe. Auf die Rückseite gewendet führt es schließlich zum Ziel und zur verlangten Figur. Das gelingt auch beim vierten Abbild. Die Lehrkraft ermutigt die Gruppe, zu ergründen, bei welchen Figuren Ellas Trick gelingt und bei welchen nicht. Ihre Beobachtungen sollen sie genauer auf dem Lern-

plakat darstellen. Am Ende wählt die Gruppe zwei symmetrische und eine unsymmetrische Startfigur aus, um ihre Entdeckung zu schildern. (Abb. 5)

Die Plakate aller Gruppen werden im Klassenraum verteilt, sodass sich jedes Kind im Museumsgang einen Eindruck verschaffen kann.

In der gemeinsamen Schlussphase berichtet Ellas Gruppe von ihrem Trick und dass er nur bei symmetrischen Figuren funktioniert. Dabei sei es egal, wo die Spiegelachse verläuft (von oben nach unten, von rechts nach links oder schräg).

Darüber hinaus haben einige Gruppen entdeckt, dass die Reihenfolge der Buchstaben beim Spiegeln mal mit, mal gegen den Uhrzeigersinn wechselt und beim Drehen gleichbleibt.

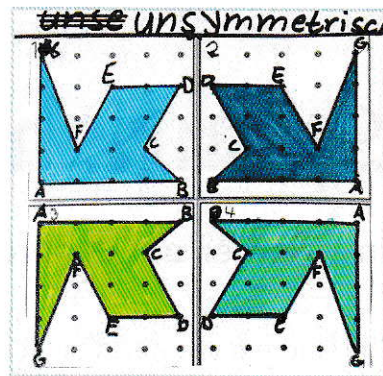
Emils Gruppe hat die Zusatzaufgabe geschafft und zeigt, wie die Startfigur über zwei Vierteldrehungen nach rechts um M in das Spiegelbild auf Geobrett 3 überführt werden kann und es durch eine weitere Doppeldrehung wieder in das Startbild übergeht. „Es ist wie letztes Mal: Das vierte Bild ist wie das erste.“

Ausblick

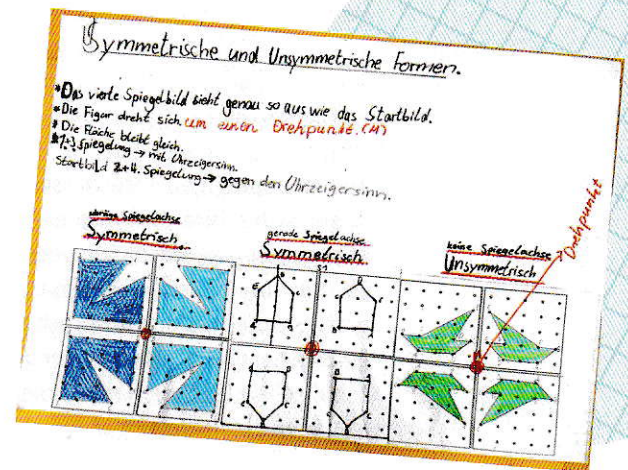
Erweiterte Untersuchungen lassen sich anstellen, wenn die Geobretter nicht nebeneinander oder im Quadrat, sondern L-förmig oder Z-förmig angelegt werden.

Anspruchsvoller in der Kopfgeometrie werden Spiegelungen und Drehungen von Startfiguren, wenn sie über zwei Geobretter gespannt sind. Auch hier gilt es zu erforschen, wie sich die jeweiligen Ausgangsfiguren bei mehrfachen Spiegelungen an parallelen oder senkrechten Achsen oder bei Drehungen verhalten.

Herzlichen Dank an Annette Bimczok und ihre Klasse 4 der Aegidii-Ludgeri-Schule in Münster, die diese Reihe erproben.



4 | Skizzen der Ausgangsfigur Dampfer und Lösung der Drehungen um M von Ellas Gruppe



5 | Ellas Gruppe unterscheidet zwischen symmetrischen und unsymmetrischen Ausgangsfiguren.

LERNEN BEGLEITEN – INKLUSIV DENKEN

Beobachtungshinweise

- Inwieweit hält das Kind die Spannregeln ein?
- Wie komplex und kreativ sind die Startfiguren?
- Kann das Kind die Spiegelbilder kopfgeometrisch oder durch Wenden eines Geobretts erzeugen?
- Kann es die Abbildungen treffend (fachsprachlich) beschreiben und zeichnerisch richtig darstellen?
- Kann das Kind die Entdeckungen nachvollziehbar in Worte fassen?
- Kann es am Umlaufsinn eine Spiegelung von einer Drehung oder Verschiebung unterscheiden?

Förderhinweise

Kleinere Geobretter im 3x3- oder 4x4-Format oder vorgegebene einfache Ausgangsfiguren (beliebige Vierecke) entlasten Kinder, die im Umgang mit den Geobrettern und Spiegelungen weniger erfahren sind.

Kinder mit einem geschulten räumlichen Vorstellungsvermögen werden herausgefordert, indem sie die Abbildungen kopfgeometrisch, also nur zeichnerisch, erzeugen und komplexe Ausgangsfiguren wählen.