

Was ist eigentlich Kopfgeometrie?

Hans-Günter Senftleben

Die Geometrie hat in den vergangenen Jahren im Mathematikunterricht an Bedeutung gewonnen. Damit einher geht die Forderung, kopfgeometrische Fragestellungen einzubeziehen. Ziel ist die Förderung des räumlichen Denkens. Doch was ist Kopfgeometrie und wie setzt man sie ein?

Es gibt eine Reihe von kopfgeometrischen Aufgaben, die Lehrkräfte schon lange im Unterricht behandeln, ohne diese bewusst als kopfgeometrische Aktivitäten zu planen.

Dazu einige Beispiele:

- ▶ „Welche Dinge bei dir zu Hause oder in deiner Umwelt haben die Form eines Würfels?“
Das Kind vergleicht im Kopf sein inneres Bild von einem Würfel mit verschiedenen Gegenständen.
- ▶ „Welche Gegenstände aus deiner Umwelt sind achsensymmetrisch?“
Das Kind denkt an verschiedene Objekte aus Natur und Technik oder an Gegenstände, die ihm vielleicht auf seinem Schulweg begegnen, und überlegt, ob eine Symmetrie vorliegen könnte.
- ▶ „Du siehst Anordnungen mit jeweils sechs Quadraten. Welche davon bilden ein Würfelnetz?“
Das Kind versucht, die Figuren in Gedanken zu einem Würfel zu falten.

Viele Aufgaben im Geometrieunterricht liegen außerdem im Grenzbereich Handlungsgeometrie – Kopfgeometrie.

▶ Was sind kopfgeometrische Aufgaben?

Kopfgeometrische Aufgaben zeichnen sich dadurch aus, dass die Aktivitäten beim Aufgabenlösen vorrangig im

Kopf erfolgen. Anschauliche Hilfsmittel und Material werden beim Lösen zunächst nicht zugelassen. Allein durch die Begriffe, durch Zuhören, durch Sprechen bzw. Erklären „leben“ kopfgeometrische Aufgaben. Wesentliche Voraussetzung für das erfolgreiche Bearbeiten kopfgeometrischer Aufgabenstellungen sind ausreichende Handlungserfahrungen mit ähnlichen Aufgabeninhalten.

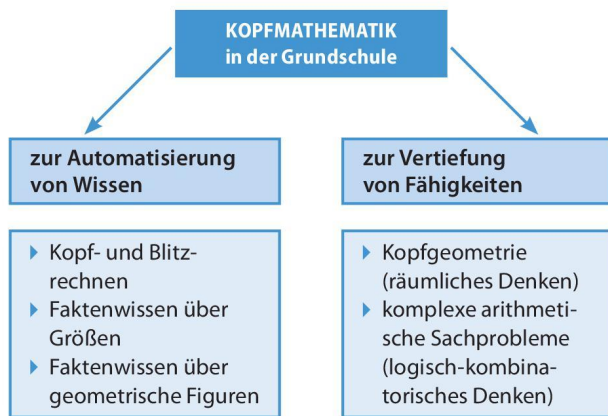
▶ Die Verwendung von Hilfsmitteln

Eine schrittweise Befähigung der Kinder zum Verbalisieren erfordert, den Aufgabenbegriff zur Kopfgeometrie „aufzuweichen“ und neben der Sprache zusätzliche Hilfsmittel zu nutzen. Hinzu kommt folgende Tatsache: Viele kopfgeometrische Aufgaben sind so komplex, dass sie allein durch Worte nicht (oder nur sehr aufwändig) übermittelt bzw. Lösungen nicht immer im Detail beschrieben werden können.

Das Arbeiten mit kopfgeometrischen Aufgaben lässt sich in vier Arbeitsphasen gliedern: die Aufgabenstellung, die Aufgabenbearbeitung, die Ergebnisübermittlung und die Ergebniskontrolle (s. auch Beitrag „Kein Geometrieunterricht ohne Kopfgeometrie“ auf S.40). Als Hilfen können u. a. bei der Aufgabenstellung Abbildungen und Modelle verwendet oder Umrisse, Formen sowie Raumlagen mit den Händen angedeutet werden. Auch bei der Ergebnisübermittlung kann die Beschreibung mit Worten beispielsweise durch Zeichnen oder durch Nachbauen unterstützt werden. Nur das gedankliche Vorstellen und Operieren während der Aufgabenbearbeitung ist die typische kopfgeometrische Aktivität und bleibt in jedem Fall unverändert.

▶ Kopfgeometrie – Kopfrechnen – Kopfmathematik

Die Verbesserung der Fähigkeiten im räumlichen Denken und im exakten Beschreiben der inneren Lösungsbilder ist ein wichtiges Ergebnis beim Arbeiten mit kopfgeo-



1 Formen der Kopfmathematik

metrischen Aufgaben. Dabei handelt es sich um einen langwierigen, komplexen Verstehensprozess. Somit wird auch klar, dass keine direkte Analogie zum Kopfrechnen besteht.

Kopfrechnen dient der Automatisierung zur schnellen Bestimmung von Rechenergebnissen oder zum sicheren Umwandeln von Größenangaben. In der Kopfgeometrie steht nicht das Produkt, sondern der Prozess im Mittelpunkt des Arbeitens. Ein (einfaches) Ergebnisabfragen wie beim Kopfrechnen ist hier undenkbar. Behutsam, kontinuierlich und zielgerichtet muss an der Verbesserung kopfgeometrischer Fähigkeiten gearbeitet werden. Wenn im Rahmen einer täglichen 5-Minuten-Übung im Kopfrechnen vielleicht 10 bis 20 Aufgaben gestellt werden, kann eine kopfgeometrische 5-Minuten-Übung meist nur ein Problem anpacken.

Natürlich soll im Geometrieunterricht auch geometrisches Fachwissen automatisiert werden. Dazu eignen sich spezielle Übungen, in denen z. B. in der Grundschule das Wissen über die Anzahl der Ecken, Kanten, Flächen eines Quaders abgefragt wird – eine mögliche Form der Kopfmathematik, die als Grundlage der eigentlichen Kopfgeometrie eingeordnet werden kann **1**.

▶ Wann sollte Kopfgeometrie stattfinden?

Der didaktische Ort für kopfgeometrische Aufgaben im Unterricht ist nicht auf eine bestimmte Unterrichtsphase festgelegt. Kopfgeometrie sollte ein durchgängiges Unterrichtsprinzip sein und deshalb zum Alltag des

Mathematikunterrichts gehören. Möglich sind tägliche 5-Minuten-Übungen (Durchdenken eines geometrischen Problems, Vorstellen einer speziellen Figur, Verändern bekannter Figuren durch Zerlegen, Zusammensetzen, Bewegen). Sinnvoll sind auch meditative Übungen, die sich gerade nach einem aufregenden Unterrichtsgeschehen anbieten: Lehne dich zurück, schließe deine Augen und konzentriere dich auf deine rechte Hand ..., hebe langsam deine rechte Hand und berühre damit dein linkes Ohr ... Oder: Ertaste den Gegenstand, der vor dir auf der Bank steht ... Am Ende einer geometrischen Unterrichtseinheit kann eine kopfgeometrische Übung zur Zusammenfassung oder Systematisierung dienen (Erinnern an die besprochenen Figuren und gedankliches Suchen nach deren gemeinsamen/unterschiedlichen Eigenschaften ...).

Das Lösen kopfgeometrischer Probleme kann aber natürlich auch im Mittelpunkt einer kompletten Unterrichtsstunde stehen bzw. im Unterrichtsverlauf wechseln sich kopfgeometrische und handlungsgeometrische Aktivitäten ab.

Der Einsatz kopfgeometrischer Aufgaben ist nicht nur etwas für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler, wenngleich die verbalen Anforderungen teilweise recht hoch sind. Der Schwierigkeitsgrad ist variabel und kann verändert werden, denn der Entwicklungsstand für räumliches Denken ist bei Kindern sehr differenziert. Häufig haben gerade schwache Rechner immer wieder Erfolgserlebnisse bei geometrischen – auch kopfgeometrischen – Aufgabenstellungen, wenn zunächst das Hauptaugenmerk auf der Freude am Denken und auf dem Verbalisieren der eigenen Gedanken liegt. Im zweiten Schritt muss dann an den Verbalisierungsfähigkeiten ebenso gearbeitet werden wie an dem Ausbau des räumlichen Denkens selbst. Zur Förderung sind vielfältige geometrische Grunderfahrungen anzuregen. Das sind einerseits Handlungserfahrungen, wie Experimentieren mit Material, taktile Erfahrungen (Tasten, „Begreifen“), aber insbesondere auch einfache kopfgeometrische Aktivitäten, die ein exaktes Wahrnehmen, Betrachten, Erkennen von Perspektiven sowie Fähigkeiten im Beschreiben, Erklären und Verwenden von Fachsprache fördern.

Ein Geometrieunterricht, in dem derartige Übungen einbezogen werden, ermöglicht eine größere Vielfalt bei der Bildung geometrischer Begriffe und verspricht den größten Unterrichtserfolg.