

Der Beitrag beschreibt grundsätzliche Aspekte zum Arbeiten mit kopfgeometrischen Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Geklärt werden der Begriff räumliches Denken sowie die wichtigsten Ziele und Inhaltsbereiche der Kopfgeometrie.

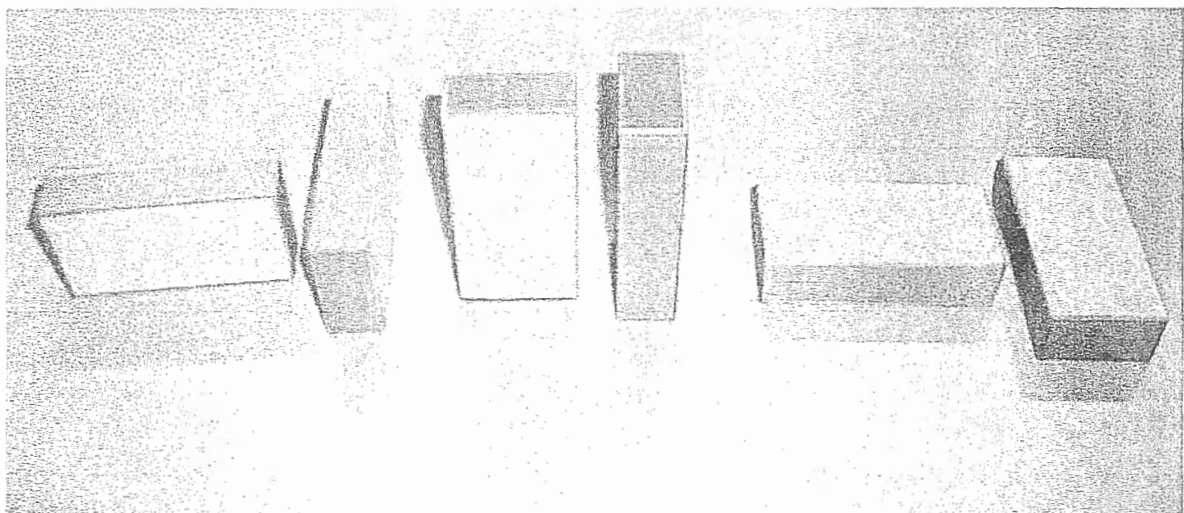


Einige grundlegende Gedanken zum Einsatz kopfgeometrischer Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule

Kopfgeometrie

Die Kopfgeometrie ist eigentlich gar nicht so etwas Neues im Geometrieunterricht. So findet man z. B. in einem fast 100 Jahre alten Geometrielehrbuch »Lebensvolle Raumlehre« von *Kempinsky* schon die Forderung an den Geometrieunterricht: »... den Geist zum denkenden Sehen (und) zum räumlichen Denken zu führen« (1). In dem aktuellen »Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen« von *Radatz/Rickmeyer* wird postuliert »Kopfgeometrie als ein tragendes Unterrichtsprinzip« zu sehen (2). Geometrie in der Grundschule wird natürlich immer von einem handlungsorientierten, materialgeleiteten Unterricht getragen werden. Damit dieser Unterricht aber nicht zu einem reinen Aktivismus abgleitet, ist es wichtig, kopfgeometrische Übungen, Unterrichtsphasen oder sogar speziell darauf ausgerichtete Unterrichtseinheiten zu planen und umzusetzen (vgl. auch (3)).

Stell dir vor ...



© Hans-Günter Senfleben

... ein quaderförmiger Stein wird in eine Mauer eingefügt.
Wie viele Möglichkeiten (Raumlagen) gibt es dafür?

Hauptziel der Kopfgeometrie: Entwicklung des räumlichen Denkens

Die Kopfgeometrie hat immer das Ziel der Entwicklung und Verbesserung des räumlichen Denkens. Räumliches Denken erfordert Kompetenzen zum Vorstellenskönnen und geistigen Operieren mit geometrischen Formen und Figuren. Räumliches Denken schließt den umgangssprachlich häufig benutzten Begriff Raumvorstellung als eine Teilqualifikation ein und macht es zu einem wesentlichen Bestandteil des räumlichen Denkens. Für das Lösen kopfgeometrischer Aufgaben bedeutet das neben dem »Vorstellenskönnen« insbesondere auch die Fähigkeit, Vorstellungsbilder sowie das Ergebnis des geistigen Operierens verständlich wiederzugeben zu können. Integriert in die Kopfgeometrie wird aber immer das Handeln mit geometrischen Formen sein – als wichtige Grundlage und Lernvoraussetzung und nach kopfgeometrischen Aufgaben als Ergebniskontrolle. In der Kopfgeometrie steht weniger das Erwerben von Fertigkeiten, dafür mehr das Verstehen im Mittelpunkt.

Es geht also im Gegensatz zum Kopfrechnen weniger um eine Automatisierung von Grundwissen, sondern mehr um eine Ausbildung komplexer Fähigkeiten im räumlichen Denken.

Kompetenzbereiche des räumlichen Denkens

Das räumliche Denken gliedert sich in fünf Bestandteile, die eng mit einander in Beziehung stehen (Abb.1).

Die Basiskompetenzen, die zuerst aufgebaut werden können, sind Orientierungsvermögen und Wahrnehmungsvermögen:

Bereits ab Klassenstufe 1 wird das Orientierungsvermögen geschult. Ausgangspunkt ist die Forderung, Kenntnisse über Raum-Lage-Beziehungen am eigenen Körper und dann im ganzen Bewegungsraum aufzubauen und sich in der Umwelt bewusst orientieren zu lernen.

Das Wahrnehmungsvermögen beinhaltet das bewusste Wahrnehmen und Entdecken von geometrischen Formen und Figuren in der Lebenswelt der Kinder.

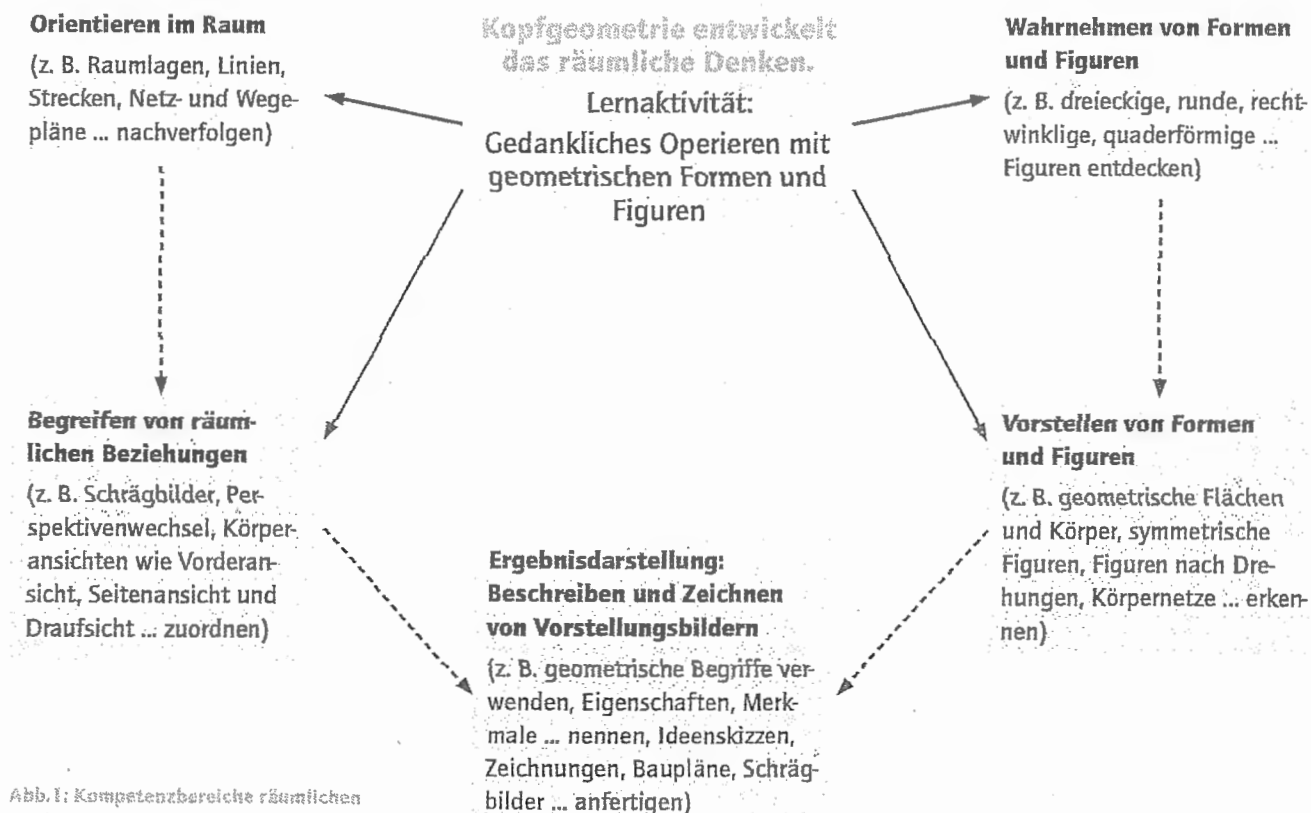


Abb. 1: Kompetenzbereiche räumlichen Denkens



Aufbauend auf diese beiden Basiskomponenten erfordert das räumliche Denken die Entwicklung des Erfassungsvermögens *räumlicher Beziehungen und Ordnungen*. Gemeint sind hier z. B. Kompetenzen, um dreidimensionale Objekte aus unterschiedlichen Perspektiven zu erkennen oder um Körperansichten verschiedenen Standorten zuzuordnen.

Ein wesentlicher Bestandteil ist das Vorstellungsvermögen. Wir können unterscheiden in Vorstellungsvermögen von feststehenden geometrischen Objekten. Hier geht es z. B. um das Erkennen von geometrischen Mustern und Strukturen, gedankliche Vorstellen typischer Formen und Figuren und deren Merkmale oder um das Zerlegen von Figuren in Teilfiguren. Als zweiten, meist noch anspruchsvolleren Bestandteil gibt es das Vorstellungsvermögen von bewegten geometrischen Objekten. Dabei geht es z. B. um das Erkennen von Körpernetzen durch gedankliches Nachvollziehen von Faltschritten, das Vorstellen von Körpern und deren Raumlagen nach einer Bewegung oder speziellen Abbildung oder z. B. nach einer Rotation, das gedankliche Zusammenfügen bzw. Einpassen mehrerer Körperformen.

Eine oft unterschätzte und meist zu wenig geförderte Kompetenz ist das Darstellungsvermögen. Hierzu gehören das verbale Darstellen bzw. das Beschreiben geometrischer Figuren und Eigenschaften sowie das zeichnerische Darstellen eines kopfgeometrisch erzeugten Vorstellungsbildes zu einer bestimmten Figur.

Unterrichtsziele beim Arbeiten mit kopfgeometrischen Aufgaben

Übungen zur Kopfgeometrie beinhalten immer vielfältige allgemeine Lernziele:

- ✱ Verbesserung des Konzentrationsvermögens: Die Aufgaben erfordern eine spezielle Lernatmosphäre, die ein mentales Operieren im Kopf möglich macht.
- ✱ Schulung von Sprache und fachlichem Ausdrucksvermögen: Verbalisieren bedeutet hier das Erklären und Verständlichmachen des eigenen gedanklichen Konstrukts.
- ✱ Entwicklung von Fantasie und Kreativität: Bei dem geistigen Formen und Verändern von Figuren ist oft auch Einfallsreichtum und Schöpferkraft gefragt.
- ✱ Befähigung zu einem bewussten Sehen und Wahrnehmen der Umwelt: Ein geziel-

tes Entdecken von geometrischen Formen und Figuren in der unmittelbaren Umgebung oder auf Bildern hilft, die Umwelt mit einer »geometrischen Brille« zu sehen. Natürlich werden vor allem lehrplangebundene *fachliche Lernziele* umgesetzt.

- ✱ Festigung zu behandelnder geometrischer Grundbegriffe durch die Vertiefung zugehöriger Bedeutungsvorstellungen: Das Begriffswissen wird aktiv angewendet. In allen Übungsphasen müssen Fachbegriffe von den Kindern sicher verwendet werden.
- ✱ Verbesserung der Fähigkeiten im Zeichnen und Skizzieren von geometrischen Figuren: Mental erzeugte Vorstellungsbilder werden als Lösung einer kopfgeometrischen Aufgabe angefertigt.
- ✱ Schrittweise Entwicklung eines geometrischen Gedächtnisses: Aus der Vorstellung können so z. B. Bilder über Flächen- und Körperformen immer besser abgerufen werden. Es werden aber auch einprägsame Beispiele über Eigenschaften von Figuren gespeichert wie z. B. Symmetrie, Parallelität oder Rechtwinkligkeit.

Inhaltsbereiche beim Arbeiten mit kopfgeometrischen Aufgaben

Prinzipiell können zu allen Inhaltsbereichen des Geometrieunterrichts kopfgeometrische Übungen durchgeführt werden.

Raumlagebeziehungen und Orientierungsbegriffe

- ✱ Arbeiten mit Vorstellungsbildern zu rechts, links, oben; erst am eigenen Körper und in der Umgebung,
- ✱ Wege im Raum aus dem Gedächtnis beschreiben, Wegstrecken wieder erkennen,
- ✱ mit geraden und gekrümmten Linien und Strecken operieren.

Idee zum Orientierungsvermögen: Meditatives Arbeiten im Sitzkreis: Alle Kinder schließen die Augen, legen ihre rechte Hand auf das rechte Knie usw.

Flächenformen

- ✱ Vorstellungsbilder zu zweidimensionalen Formen an verschiedenen Umweltobjekten und in Erinnerung an das Arbeiten mit Lernmitteln (z. B. mit Geobrett, Legespiele, Falten) generieren,
- ✱ Flächenformen gedanklich zerlegen, zusammensetzen bzw. neu erzeugen,



Autor

Dr. Hans-Günter Senftleben

Universität Regensburg

Didaktik der Mathematik

93040 Regensburg

Stell dir vor ...

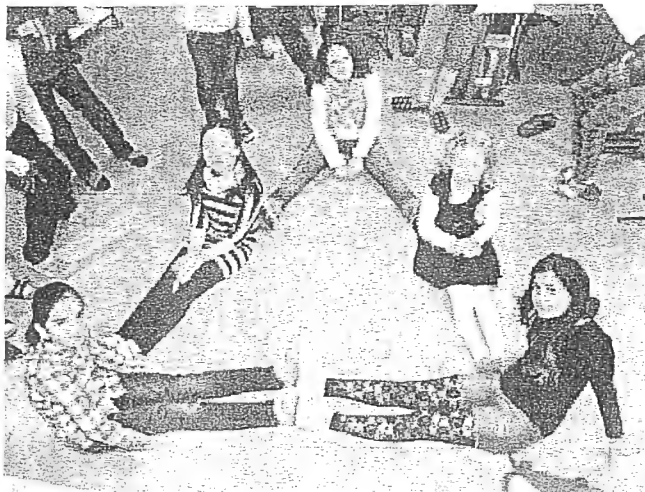


Abb. 2

© Carmen Evermann

... auf dem Boden liegt ein großes, gleichseitiges Dreieck.
Wie kann diese Form durch Kinder sichtbar gemacht werden?

- ✱ Muster (Parkette, Ornamente) erkennen, gedanklich fortsetzen und erklären.
- ✱ Mit dem Körper bestimmte Formen nachbilden (Abb. 2 und 3).

Idee zum Vorstellungsvermögen

Macht ein Dreieck bzw. einen Kreis auf dem Boden sichtbar.

Körperformen

- ✱ Vorstellungsbilder zu dreidimensionalen Formen erzeugen auch bei komplexen Gegenständen und in Erinnerung an den Unterricht (z. B. Geowand, Körpermodelle, Bauen mit Würfeln),
- ✱ Körperformen gedanklich zerschneiden, aneinanderfügen, neue Formen erfinden,
- ✱ ausgewählte Körperansichten z. B. eine Draufsicht beschreiben oder sich in eine bestimmte Perspektive hineinversetzen,

- ✱ Überlegungen zum Vorhandensein bestimmter Flächenformen an Körpern,
- ✱ Erkennen, welche Merkmale ein Körpernetz hat, Eigenschaften an Netzen sehen (gegenüberliegende Flächen, zusammengehörende Kanten).

Idee zum Erkennen von Beziehungen: Stell dir drei Öffnungen vor: Quadrat, Kreis, Dreieck. Welche Öffnungen könnten einen Zylinder, einen Kegel usw. verschließen?

Symmetrie

- ✱ Achsen-, Dreh- und Schubsymmetrie erkennen und beschreiben, in der Umwelt auffinden, Abweichungen oder Fehler sehen.

Idee zum Wahrnehmungsvermögen: Welche Gegenstände auf deinem Arbeitsplatz sind achsensymmetrisch?

Bilder, Zeichnungen, Wegepläne

- ✱ Vorstellungsbilder als Skizze darstellen,
- ✱ Baupläne, anfertigen, erklären, nachbauen sowie gedanklich verändern können.

Idee zum Darstellungsvermögen: Zeichne aus der Vorstellung einen Netzplan für die Buslinie.

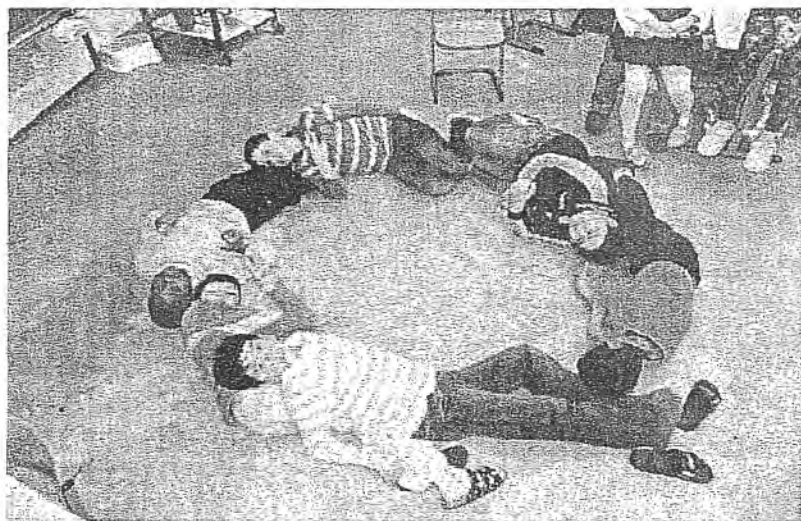
Größenvorstellungen

- ✱ Vorstellungsbilder aufbauen, insbesondere zu Längen sowie Flächen- und Volumenvorstellungen anbahnen.

Idee zur Längenvorstellung: Bildet eine Menschenkette mit einer Länge von 10 m.

Die folgenden Beiträge greifen nun einige dieser Inhaltsbereiche auf und beschreiben konkrete Unterrichts Anregungen. ✱

Abb. 3



© Carmen Evermann