

Michael Franke

Welche Aufgabe passt in welches Haus?

Strategieübungen zur Reflexion unterschiedlicher Rechenwege

Viele Rechenwege führen zu einem Ergebnis, doch sind sie aufgabenspezifisch unterschiedlich effektiv. Während einige Kinder flexibel geschickt einen Rechenweg auswählen, greifen andere wiederholt auf einen einzigen zurück. In der täglichen Unterrichtspraxis bleibt jedoch leider häufig unersichtlich, wie das einzelne Kind rechnet.

Mit den vorgestellten Übungen soll nicht nur für die Lehrkraft der Lernstand des einzelnen Kindes beleuchtet, sondern vor allem eine Einsicht des Kindes in die Rechenvorteile der einzelnen Strategien erfolgen. Letztlich sollen die Kinder die Aufgaben begründet einer Strategie (einem Haus) zuordnen können, d. h. die Vorzüge der einzelnen Rechenwege verinnerlicht haben. Im Fokus stehen dabei die Rechenwege der halb-

schriftlichen Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100, wobei im Folgenden die Vorgehensweise anhand der Addition genauer beschrieben werden soll.

Eine Sammlung möglicher Rechenstrategien

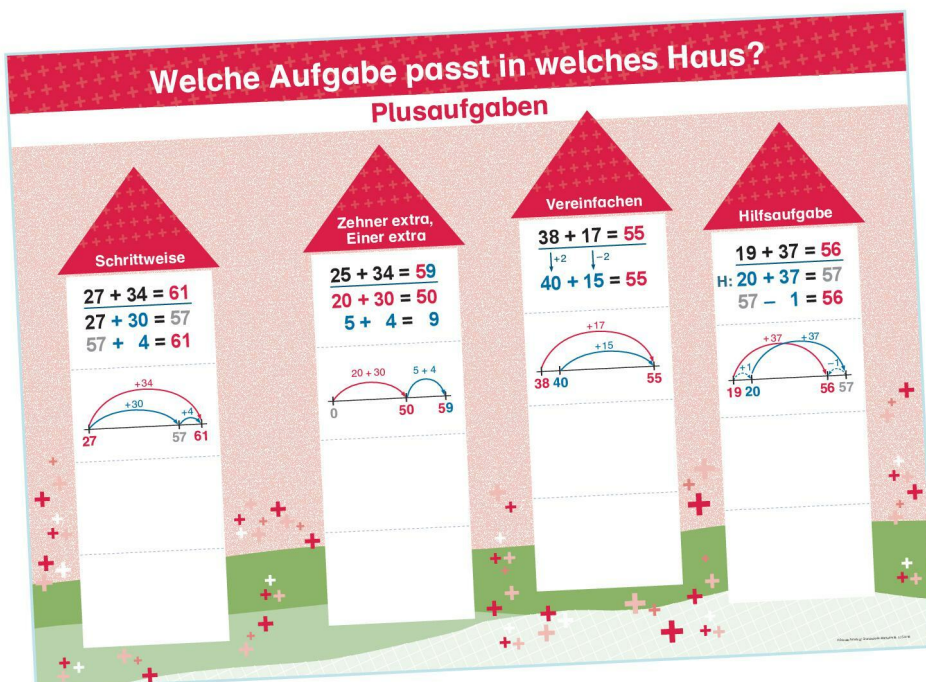
Um dem unterschiedlichen Lernstand hinsichtlich des vorhandenen

Strategierepertoires entgegenzuwirken, werden zu Beginn der Unterrichtseinheit zunächst die einzelnen Rechenwege für Additionsaufgaben (im Zahlenraum bis 100) im Unterrichtsgespräch wiederholt. Dabei entsteht an der Tafel eine Übersicht der einzelnen Rechenwege zur halbschriftlichen Addition (Abb. 1). Parallel einigen sich die Kinder auf Namen für die Strategien.

Nicht alle Kinder erinnern sich gleichermaßen an die vier eingeführten Rechenstrategien für die Addition. Insbesondere bei den beiden Rechenstrategien „Vereinfachen“ und „Hilfsaufgabe“ gibt es Verständnisschwierigkeiten. Beispielsweise meldet sich Laura und beschreibt das Vereinfachen: „Bei der Aufgabe $38 + 27$ nehme ich 2 von der 27 weg, weil ich dann 40 kriege. Dann rechne ich $40 + 25$ und das ist einfach.“ „Das verstehe ich nicht, du kannst doch nicht andere Zahlen nehmen“, erwidert Dario.

Ähnlich unbekannt ist die Strategie der Hilfsaufgabe. „Ich mache aus der 38 eine 40 und aus der 27 eine 30 und danach nehme ich einfach 5 wieder weg“, erklärt Fabian. Wieder äußern einige unglaubliches Staunen.

Abb. 1:
Alternativ
kann auch das
„Plusaufgaben-
Plakat“ aufge-
hängt werden.



KURZ GESAGT Aufgabenhäuser

An dieser Stelle werden im Unterrichtsgespräch zwei Dinge deutlich. Zum einen ist das Verändern einer Aufgabe keine Option oder es fehlt die Übersicht dahingehend, mit den Zahlen zu operieren. Zum anderen zeigt sich in Darios Verständnisfrage die Notwendigkeit der Notation des Rechenwegs.

Im Anschluss folgt eine kurze Arbeitsphase. Mit $49 + 24$, $33 + 45$ und $45 + 46$ rechnen die Kinder drei Aufgaben auf jeweils vier Wegen. Die Aufgaben wurden dabei so gewählt werden, dass sie erste Einsichten in die Vorzüge der Strategien „Vereinfachen“ und „Hilfsaufgabe“ ermöglichen.

Haben die Kinder eine Aufgabe vierfach gelöst, kreuzen sie den in ihren Augen effektivsten Rechenweg an. Obwohl die beiden erstgenannten Strategien den Kindern aus dem Unterricht geläufiger sind, notieren sie auch diese. So ist in der folgenden Zwischenreflexion im Plenum eine bessere Diskussionsgrundlage für die Vorzüge der Rechenwege gegeben. Außerdem wird durch diese Übung die Notation der einzelnen Rechenwege weiter trainiert.

Die erste Strategiekonferenz

Bereits bei der Notation der einzelnen Wege beschreiben die Kinder die einzelnen Rechenschritte. In der Frage nach dem vermeintlich besten Weg diskutieren die Kinder und werden dabei nicht unterbrochen. Sie äußern zunächst nur, an welchem Rechenweg sie ihr Kreuz gemacht haben. Die Summe der beiden gemischten Zehnerzahlen 33 und 45 (ohne Zehnerübergang) würden die meisten Kinder mit der Strategie „Zehner extra, Einer extra“ lösen, die übrigen mit „Schritt für Schritt“. „Da rechne ich $30 + 40$ und $3 + 5$. Das geht schnell“, sagt Mia.

Die Aufgabe $49 + 24$ (mit Zehnerübergang) hingegen würden viele Kinder durch Vereinfachen oder eine

Hilfsaufgabe lösen. Nachdem Sarah mit „Zehner extra, Einer extra“ ihre bevorzugte Strategie benennt, erwidert Hannah mit Verweis auf das Vereinfachen: „Das dauert doch viel zu lange! Hier musst du einfach einen von 24 wegnehmen und zur 49 dazu packen und dann $50 + 23 = 73$ rechnen. Da muss ich nicht so viel nachdenken wie bei $40 + 20$ und $9 + 4$ und dann noch $60 + 13$.“

„Oder du rechnest $50 + 24 = 74$ und ziehst dann eins wieder ab, weil du eins zu viel gerechnet hast“, ergänzt Fabian die Hilfsaufgabe als favorisierten Weg.

An dieser Stelle und mit dieser Einsicht thematisiert die Lehrkraft erstmals, dass es nicht die eine richtige Antwort gibt, sondern häufig mindestens zwei Wege gibt, die sich in gleicher Weise eignen. Es ist für viele Kinder vor allem im Mathematikunterricht schwierig zu akzeptieren, dass es parallel mehrere „richtige“ Lösungswege gibt.

Alles andere als Einigkeit herrscht bei der Wahl eines Rechenwegs für $45 + 46$. „Hier geht alles gleich oder einfach. Ich habe Vereinfachen angekreuzt und 5 von der 46 weggenommen, zur 45 hinzugefügt und dann $50 + 41$ gerechnet“, erklärt Olivia. „Ich würde das anders machen“, antwortet Paul, „weil die beiden Zahlen doch fast gleich sind. Das ist doch wie verdoppeln. Dann rechne ich $45 + 45 = 90$ und dann $90 + 1 = 91$.“ Olivia schaut die Lehrkraft an und fragt etwas zögerlich: „Das ist dann eine Hilfsaufgabe, oder? Wenn ich mit anderen Zahlen rechne und dann wieder plus oder minus rechne [hiermit meint sie den Einer, der zur Verdopplung zunächst subtrahiert wird und anschließend wieder addiert wird], hilft mir das doch.“

Wenn die Kinder nicht selbst im Gespräch beschreiben, welche Aufgaben das Vereinfachen und/oder die Hilfsaufgabe nahelegen, so werden sie von der Lehrkraft aufgefordert, sich die Summanden/den Aufgaben-

typ genauer anzusehen. Durch diesen Impuls der Lehrkraft melden sich viele Kinder, unter anderem Maja: „Wenn da eine Zahl nah am Zehner ist wie bei der 49, dann ist Vereinfachen oder die Hilfsaufgabe gut. Wenn ich Zehner plus Zehner und Einer plus Einer schnell rechnen kann und nicht über zehn komme, dann nicht.“ „Aber auch wenn das fast die gleiche Zahl ist und wir verdoppeln können oder bei zum Beispiel $45 + 17$. Da kann ich ja auch $45 + 15$ rechnen und dann plus 2“, ergänzt Mia.

Die Kinder gewinnen Einsicht in die Vorzüge der einzelnen, ihnen bisher auch weniger vertrauten Rechenwege. Darüber hinaus nennen sie eigene Aufgaben als zugehörige Beispiele.

KLASSENSTUFE

2–3

ZEITBEDARF

6–8 Unterrichtsstunden

KOMPETENZEN INHALTSBEZOGEN

- verschiedene Rechenwege kennen und nutzen
- Additions- und Subtraktionsaufgaben bis 100 geschickt halbschriftlich lösen

KOMPETENZEN PROZESSBEZOGEN

- eine Darstellung in eine andere übertragen
- Rechenwege beschreiben und reflektieren

MATERIALPAKET



Material

- zwei Poster mit Aufgabenhäusern zu den Rechenstrategien der Addition und der Subtraktion
- Aufgabenkärtchen zum Zuordnen zu den Aufgabenhäusern



Material auf der CD-ROM

- Arbeitsblatt „Hilfsaufgabe“
- Arbeitsblatt „Plushäuser und Aufgaben“
- Arbeitsblatt „Minushäuser und Aufgaben“
- Blankovorlage für Arbeitskarten

Name: _____ Datum: _____

Die Hilfsaufgabe

Nina hat die Plusaufgabe $49 + 26$ von ihrer Lehrerin bekommen.

Sie rechnet: $49 + 26 = 75$
 $50 + 26 = 76$
 $76 - 1 = 75$

Erkläre, wie Nina gerechnet hat:

Welche Aufgaben sollte Nina so wie die Aufgabe oben rechnen?
 Erkläre, warum.

a) $33 + 29$
 b) $14 + 47$
 c) $55 + 33$
 d) $55 + 38$
 e) $27 + 64$

Abb. 2: Arbeitsblatt zur Strategie „Hilfsaufgabe“

Um die Strategie „Hilfsaufgabe“ als Rechenweg zu verwenden, müssen Zahlen so verändert werden, dass sich die neue Aufgabe einfacher rechnen lässt. Die entstandene Differenz muss im Anschluss wieder ausgeglichen werden. Dies erfordert ein komplexes Erfassen der Aufgabe und folgt dabei keinem immer wiederkehrenden Schema. Entsprechend sollen

sich die Kinder, ehe sie die Hilfsaufgabe später als eine von vier möglichen Strategien zur Lösung einer Aufgabe wählen, in einer kurzen Arbeitsphase intensiv mit ihr auseinandersetzen. Sie erläutern zunächst den Rechenweg einer vorgerechneten Aufgabe schriftlich (KV3). Anschließend wählen sie aus verschiedenen Aufgaben diejenigen aus, welche sie mit einer Hilfsaufgabe lösen würden und erläutern ihre Auswahl (Abb. 2). Wiederum folgt im Anschluss eine Zwischenreflexion, die deutlich aufzeigt, inwieweit die Kinder diesen Rechenweg begreifen können.

Welche Aufgabe passt zu welcher Strategie?

Mit der Frage „Welche Aufgabe passt in welches Haus?“ starten die Kinder in die nächste Arbeitsphase. Sie erhalten neben einer Häuserreihe der vier Strategien eine Sammlung an Aufgabenkarten zum ausschneiden (KV4). Jeder findet zunächst eine eigene Zuordnung, ehe die Kinder ihr Ergebnis mit dem eines Partners/einer Partne-

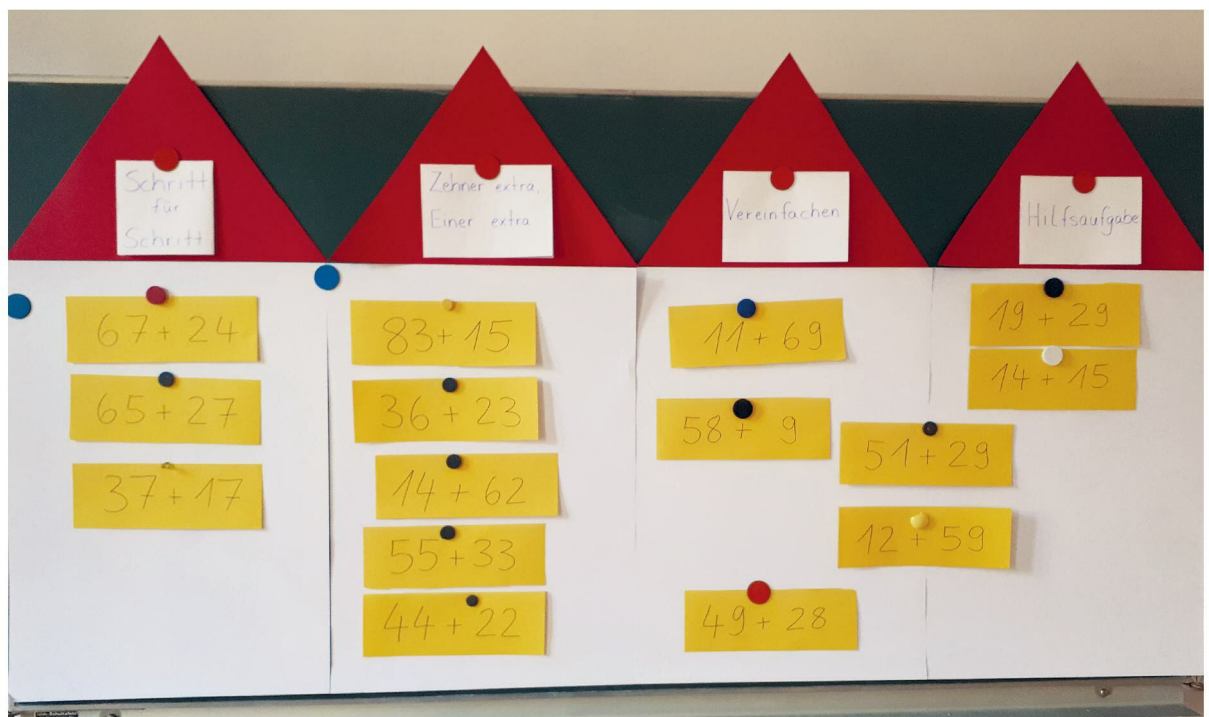
rin vergleichen. Dabei reflektieren sie vor allem die Zuordnung jener Karten, für welche sie unterschiedliche Strategien wählen würden.

Patrick und Mia diskutieren über den passenden Rechenweg für die Aufgabe $14 + 15$. „Das rechne ich ganz leicht mit Zehner extra, Einer extra“, erklärt Patrick, woraufhin Mia entgegnet: „Aber du kannst doch auch mit einer Hilfsaufgabe einfach das Doppelte von 15 rechnen und dann einen wegnehmen.“ Sie akzeptieren den Rechenweg des Anderen, halten jedoch trotzdem an ihrem favorisierten Weg fest. Die Kinder verbalisieren ihre Gedanken und geben sich Mühe dabei, ihren Partner mit ihrer Begründung zu überzeugen.

Diese Bemühungen intensivieren die Kinder noch im Plenum. An der Tafel werden dazu die vier Häuser sichtbar (Plakat, Abb. 3).

Das Haus der Strategie „Zehner extra, Einer extra“ ist schnell gefüllt und die Kinder sind sich in ihren Begründungen einig. So stellt Malia heraus: „Die Aufgaben sind so am leichtesten, wenn du nicht über den Zehner rechnen musst.“

Abb. 3: Die Kinder verdeutlichen auch die Zugehörigkeit einer Aufgabe zu unterschiedlichen Häusern.





Anders ist es bei der Entscheidung zwischen dem Vereinfachen und der Hilfsaufgabe. Als Sina die Aufgabenkarte $51 + 29$ im erstgenannten Haus befestigt, melden sich mehrere Kinder. Ihrer Erläuterung „Ich nehme den Einer von 51 und tu ihn zur 29. Dann rechne ich $50 + 30$ “ entgegnet Linus: „Das ist aber doch eine Hilfsaufgabe. Ich rechne $50 + 30$ und muss nichts mehr anders machen. Bei 51 nehme ich einen weg und bei 29 packe ich einen dazu.“

Die Kinder melden sich nicht mehr. Linus Erklärung überzeugt, aber Sinas ebenso. Sina schiebt die Aufgabenkarte in die Mitte beider Häuser und fragt: „Geht das?“ Die Klasse findet die Idee gut. Es wird noch einmal deutlich, dass es nicht „den“ passenden Rechenweg geben muss, sondern auch mehrere möglich sind. Jedes Kind wählt letztlich den Weg, den es favorisiert. Die Strategie „Schritt für Schritt“ ist allen Kindern bekannt, wird aber kaum als passende Strategie benannt. „Der Rechenweg ist bei Aufgaben mit minus besser“, fasst Fabian zusammen.

Der bewusste Umgang mit der Wahl des Rechenwegs und die entsprechende Verbalisierung zeigen, dass Vorzüge erkannt werden und die Kinder flexibler in der Auswahl sind. Vor allem diejenigen, die zuvor nur mit der Strategie „Zehner extra, Einer extra“ rechneten, benennen die Vorteile der anderen Strategien als „positiv“ und „Rechentricks“. Als Zu-

satz für die stärkeren Kinder oder als Erweiterung der beschriebenen Unterrichtsidee können die Kinder auf einer Blankovorlage eigene Aufgaben notieren und sie den Häusern zuordnen oder sie einem Partner für die Zuordnung geben (KV6).

Gleiche Vorgehensweise mit Subtraktionsaufgaben

Die Strategien der halbschriftlichen Subtraktion umfassen jene der Addition, werden jedoch durch das Ergänzen erweitert (Abb. 4). Die Kinder erhalten wieder Arbeitsblätter und ordnen Subtraktionsaufgaben den passenden Häusern zu (KV5).

Wenn die Rechenwege der Subtraktion direkt auf jene der Addition folgen, sind die Strategien präsent, doch ist dies nicht dringend erforderlich. Eine größere Zeitersparnis in einem der vorgestellten Schritte ist nicht zu erwarten, da das gleichsinnige Verändern (Vereinfachen) und das Ausnutzen operativer Beziehungen (Hilfsaufgabe) den Kindern im Rahmen der Subtraktion schwerer fällt und ausführlich besprochen werden muss.

Ausblick und Einsatzmöglichkeiten

Die Einblicke in das Denken bzw. die Rechenwege der Kinder erfolgen im Rahmen der vorgestellten Idee pri-

mär mündlich. Die Lehrkraft kann jedoch auch mit wenig Aufwand von den Kindern kurze schriftliche Begründungen der vorgenommenen Zuordnungen einfordern.

Die Strategie-Häuser können im Klassenraum hängen und für Freiarbeitsphasen, Tages- oder Wochenaufgaben genutzt werden. Für eine bleibende bzw. wachsende Flexibilität bei der Auswahl eines Rechenwegs ist es von Bedeutung, die Kinder wiederholt aufzufordern, zwischen den Strategien zu wählen.

Abb. 4:
Die Kinder ordnen die Subtraktionsaufgaben der passenden Strategie zu.

LERNEN BEGLEITEN – INKLUSIV DENKEN

Beobachtungshinweise

- Verfügt das Kind bereits zu Beginn über verschiedene Rechenstrategien?
- Kann das Kind die Hilfsaufgabe verständlich erklären?
- Ist das Kind in der Lage, die Auswahl einer Rechenstrategie bzw. die Zuordnung zu einem Haus zu begründen?

Förderhinweise

Hat das Kind Schwierigkeiten, Aufgaben den Strategien „Vereinfachen“ und „Hilfsaufgabe“ zuzuordnen, hat es vermutlich die Möglichkeiten des gleichsinnigen Veränderns („Vereinfachen“) oder das Ausnutzen operativer Beziehungen („Hilfsaufgabe“) nicht erkannt bzw. kann sie nicht umsetzen. Zur Unterstützung kann die Übersicht der Strategien mit Beispielaufgaben als Orientierungshilfe über einen langen Zeitraum hängen bleiben. Eine weitere Hilfe wäre die Notation der beiden Rechenwege auf der Rückseite der Aufgabenkärtchen. Die Kinder müssten nur noch einschätzen, ob einer der beiden Rechenwege sich anbietet oder zu umständlich ist.