

$$\begin{array}{r} 785 \\ - 362 \\ \hline 423 \end{array}$$

Handreichungen – Baustein N7 B

Ich kann schriftlich subtrahieren und das Rechenverfahren erklären

N7 B Schriftlich subtrahieren und das Rechenverfahren erklären – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Die Thematisierung der schriftlichen Subtraktion wird meist an die unterrichtliche Behandlung der schriftlichen Addition (Baustein N7 A) angeschlossen. Beide Algorithmen basieren auf dem stellenweisen Rechnen mit Ziffern, die Notationsform und Durchführung weisen erhebliche Ähnlichkeiten auf.

Wie die schriftliche Addition kann auch der schriftliche Subtraktionsalgorithmus vom halbschriftlichen Rechnen abgeleitet werden:

$$683 - 251 = 432$$

$$3 - 1 = 2$$

$$80 - 50 = 30$$

$$600 - 200 = 400$$

Halbschriftlich stellenweise

H	Z	E
6	8	3
- 2	5	1
4	3	2

Schriftlich

Die mathematische Grundlage stellen das Kommutativ- und das Assoziativgesetz dar. Minuend und Subtrahend werden stellenweise zerlegt und subtrahiert.

$$683 - 251 = (600 + 80 + 3) - (200 + 50 + 1) = (3 - 1) + (80 - 50) + (600 - 200)$$

Auf dem Distributivgesetz basiert das spaltenweise Subtrahieren beim schriftlichen Rechenverfahren. Die Stellenwerte werden durch die Positionen der Ziffern in der Zahl ausgedrückt.

$$(3 - 1) + (80 - 50) + (600 - 200) =$$

$$(3 - 1) + (8 - 5) \cdot 10 + (6 - 2) \cdot 100$$

Im Gegensatz zum Additionsalgorithmus, bei dem die additive Verknüpfung der Ziffern und die Übertragstechnik eindeutig sind, gibt es bei der schriftlichen Subtraktion verschiedene Möglichkeiten, wie

- die Differenz der Ziffern ermittelt und
- der Übertrag behandelt werden kann.

Ermittlung der Differenz (Abziehen und Ergänzen)

Die Differenz der Ziffern kann durch Abziehen (Minussprechweise) oder durch Ergänzen (Plussprechweise) bestimmt werden. Die beiden Grundvorstellungen der Subtraktion sind den Lernenden aus den Bausteinen N3 und N5 bekannt. Wie das folgende Beispiel verdeutlicht, leitet sich die Sprechweise hiervon ab:

<i>Abziehen (Minussprechweise)</i>	<i>Schreibweise</i>		
„5 (Einer) minus 4 (Einer) gleich 1 (Einer). Ich schreibe 1.“	H	Z	E
	9	3	5
	- 3	6	4
<i>Ergänzen (Plussprechweise)</i>			
„4 (Einer) plus 1 (Einer) gleich 5 (Einer). Ich schreibe 1.“	5	7	1

Differenzbestimmung durch Abziehen und Ergänzen

Behandlung des Übertrags (Entbündeln und Erweitern)

Ist die Ziffer im Minuenden kleiner als die entsprechende Ziffer im Subtrahenden, erfolgt ein Übertrag. Hierfür gibt es im Allgemeinen drei Techniken:

- das Entbündeln,
- das Erweitern und
- das Auffüllen.

Die Auswahl der Technik ist der Lehrperson bei Einführung des schriftlichen Subtraktionsverfahrens in der Grundschule überlassen. Da die meisten Schulbücher das *Entbündeln* oder das *Erweitern* behandeln, greift der Baustein diese beiden Verfahren zur Auswahl auf, um somit an die Vorkenntnisse der Lernenden aus dem Unterricht anzuknüpfen.

Notations- und Sprechweise beim Entbündeln

Ist die Ziffer im Minuenden kleiner als die entsprechende Ziffer im Subtrahenden, wird im Minuenden eine Einheit der nächst höheren Stelle entbündelt. Somit wird der Minuend lediglich umgeformt, seine Wertigkeit (im Beispiel die Zahl 935) bleibt unverändert. Den Lernenden ist das Entbündeln aus Baustein N1 B bekannt bzw. sollte ggf. vorher wiederholt werden.

Minussprechweise

„... 3 (Zehner) minus 6 (Zehner) geht nicht. Ich entbündele einen Hunderter, das sind 10 Zehner. Damit bleibt der Minuend / die obere Zahl insgesamt unverändert. 13 (Zehner) minus 6 (Zehner) gleich 7 (Zehner). 8 (Hunderter) minus 3 (Hunderter) gleich 5 (Hunderter).“

Plussprechweise

„... 6 (Zehner) bis 3 (Zehner) geht nicht. Ich entbündele einen Hunderter und mache daraus 10 Zehner. Damit bleibt der Minuend / die obere Zahl insgesamt unverändert. 6 (Zehner) plus 7 (Zehner) gleich 13 (Zehner). 3 (Hunderter) plus 5 (Hunderter) gleich 8 (Hunderter).“

Entbündelungsverfahren

Schreibweise

H	Z	E
8 ¹⁰	3	5
- 3	6	4
5	7	1

Notations- und Sprechweise beim Erweitern

Der Erweiterungstechnik liegt das Gesetz der Konstanz der Differenz zugrunde. Der Minuend wird um 10 erweitert, während der Subtrahend in der nächsthöheren Stelle um 1 erweitert wird. Da Minuend und Subtrahend somit um den *gleichen* Wert erweitert werden, bleibt die Differenz der beiden Zahlen unverändert.

<i>Minussprechweise</i> „... 3 (Zehner) minus 6 (Zehner) geht nicht. Ich erweitere den Minuenden / die obere Zahl mit 10 (Zehnern) und den Subtrahenden / die untere Zahl mit 1 (Hunderter). Damit bleibt die Differenz insgesamt unverändert. 13 (Zehner) minus 6 (Zehner) gleich 7 (Zehner). 9 (Hunderter) minus 4 (Hunderter) gleich 5 (Hunderter).“	
<i>Plusprechweise</i> „... 6 (Zehner) bis 3 (Zehner) geht nicht. Ich erweitere den Minuenden / die obere Zahl mit 10 (Zehnern) und den Subtrahenden / die untere Zahl mit 1 (Hunderter). Damit bleibt die Differenz insgesamt unverändert. 6 (Zehner) plus 7 (Zehner) gleich 13 (Zehner). 4 (Hunderter) plus 5 (Hunderter) gleich 9 (Hunderter).“	

Schreibweise

H	Z	E
9	¹⁰ 3	5
- 3	6	4
¹ 5	7	1

Erweiterungsverfahren

Veranschaulichung und Material

Die schriftliche Subtraktion lässt sich in Analogie zur schriftlichen Addition (vgl. Handreichung zum Baustein N7 A) mit Würfelmaterial veranschaulichen. Das Ergebnis wird bei der Subtraktion allerdings abweichend mit zusätzlichem Würfelmaterial in eine dritte Zeile gelegt.

Beim *Entbündeln* lässt sich das Verständnis der Übertragstechnik dadurch erarbeiten bzw. festigen, dass handelnd am Material nachvollzogen wird, wie aus einer Zehnerstange zehn Einerwürfel bzw. aus einer Hunderterplatte zehn Zehnerstangen werden (vgl. auch Baustein N1 B). Die Konstanz der Anzahl der Würfel im Minuenden kann von den Schülerinnen und Schülern am Material überprüft werden.

Die Veranschaulichung der Übertragstechnik des *Erweiterns* besteht in dem Dazulegen von zehn Einerwürfeln im Minuenden und einer Zehnerstange im Subtrahenden bzw. von zehn Zehnerstangen und einer Hunderterplatte. Die Lernenden können dabei die Gleichwertigkeit der jeweils hinzugelegten Würfel überprüfen. Dass die Differenz bei der gleichsinnigen Veränderung unverändert bleibt, kann beispielsweise durch eine innermathematische Erklärung (vgl. Baustein N3, Konstanz der Differenz bei Entdeckerpäck-

chen) verdeutlicht werden. Die verstehensbasierte Erarbeitung des Erweiterns fällt im Allgemeinen jedoch oft schwerer als die des Entbündelns.

Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus vier Fördereinheiten:

- 1 Subtraktion ohne Übertrag
- 2 Subtraktion mit Übertrag
- 3 Subtraktion mit der Null
- 4 Subtraktion mit unterschiedlicher Stellenzahl

In **Fördereinheit 1** wird das schriftliche Subtraktionsverfahren, ausgehend vom stellenweisen halbschriftlichen Rechnen, verstehensorientiert erarbeitet. Die Aufgaben zum Rechnen mit Ziffernkarten (Aufgaben 1.4, 2.5 und 3.3) bieten in dieser und in den folgenden Fördereinheiten (in Fortführung der Ziffernkartenaufgaben in Baustein N7 A) Übungsmöglichkeiten zur schriftlichen Subtraktion (vgl. Wittmann / Müller 2012, S. 94).

In **Fördereinheit 2** steht die Erarbeitung der Übertragstechnik im Mittelpunkt. Aus der Standortbestimmung (Aufgabe 2 d) wird die Information entnommen, mit welcher Übertragstechnik die Schülerinnen und Schüler vertraut sind, um die Lerngruppen ggf. dahingehend aufzuteilen und in der Förderung an die jeweiligen Vorerfahrungen anzuknüpfen. Das Ziel sollte es sein, dass jeder Lernende eine Übertragstechnik beherrscht. Da das *Auffüllen* im Fördermaterial nicht abgedeckt ist, sei hierfür auf das *Zahlenbuch 3* (vgl. Wittmann / Müller 2012, S. 92 - 93) verwiesen.

Im Gespräch sollen die Lernenden ihren Rechenweg Schritt für Schritt erklären und ggf. mit Würfelmaterial nachlegen, um den Vorgang des Übertrags zu veranschaulichen und ein inhaltliches Verständnis zu sichern. Die Frage „Warum darfst du die Zahlen so verändern?“ steht dabei im Mittelpunkt.

In den **Fördereinheiten 3 und 4** werden weitere Basiskonzepte beim schriftlichen Subtrahieren zum Umgang mit der Ziffer Null und mit unterschiedlicher Stellenzahl erarbeitet.

Weiterführende Literatur

- KIRA (o. J.): Schriftliche Subtraktion.
<http://www.kira.tu-dortmund.de/064>
- PIK AS (o. J.): Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. <http://www.pikas.tu-dortmund.de/053>
- Radatz, H. / Schipper, W. / Dröge, R. / Ebeling, A. (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Schroedel: Hannover, 119 - 129.
- Wittmann, E. Ch. / Müller, G. N. (2012): Das Zahlenbuch 3. Stuttgart: Klett.