

Didaktischer Kommentar

Die Einsicht in die Teile-Ganzes-Beziehung ist eine notwendige Voraussetzung, um sich vom zählenden Rechnen zu lösen und operative Rechenstrategien zu entwickeln.

Beim Zerlegen von Mengen entstehen kleinere Teilmengen. Aus diesen Teilmengen kann wieder das Ganze hergestellt werden (= Verständnis Teile-Ganzes-Beziehung).

Dabei sind zwei Einsichten von Bedeutung: Die Gesamtmenge verändert sich dabei nicht, und es gibt zahlreiche Möglichkeiten, eine Menge in Teilmengen zu zerlegen.

Damit Schülerinnen und Schüler diese Einsicht entwickeln können, ist eine Vorstellung von Zahlen als Mengen (kardinal) unabdingbar. Dafür sollten sie durch vielfältige Handlungen die unterschiedlichen Zerlegungen einer Menge entdecken. Eine umfassende Grundvorstellung sollten die Schülerinnen und Schüler vor allem durch das ständige Übersetzen zwischen den verschiedenen Darstellungsebenen (E-I-S) erlangen. Dabei spielt die sprachliche Begleitung der Handlung und das Nutzen von Fachbegriffen eine entscheidende Rolle. Deshalb sollten Sie darauf achten, immer von „Zerlegung“ bzw. „zerlegen“ und nicht von „aufteilen“ oder „verteilen“ (Begriffe der Grundvorstellung der Division) zu sprechen.

Um die Teile-Ganzes-Beziehung für das weitere Lernen nutzen zu können, brauchen die Schülerinnen und Schüler auf der einen Seite eine gute Grundvorstellung des Konzeptes und auf der anderen Seite die Automatisierung aller Zahlzerlegungen im ZR bis 10.

Wendeplättchen, Hände und Steckwürfel eignen sich besonders zum Grundvorstellungsaufbau.

In der Klassenaufgabe und im Interview wird jeweils die Grundvorstellung überprüft. Die Automatisierung der Zerlegungen wird im Meilenstein 2 in den Fokus der Überprüfung genommen.

Anforderungstabelle

Die Schülerin/Der Schüler ...	Klassenaufgabe	Interview	Meilenstein	Übungsformate
stellt Zerlegungen mit Material her.	1	1		E1, E2
findet materialgestützt alle Zerlegungen einer Zahl.	1	1		E1, E2
erarbeitet Zerlegungen systematisch.	1	1	2	E1
erkennt eine mit Material dargestellte Zerlegung.		2		E3
ordnet Teile und ihr Ganzes einander zu.	2			E4
erkennt bildlich dargestellte Zerlegungen.	3		1	
stellt Zerlegungen bildlich dar.	3		1	E3
bestimmt den fehlenden Anteil bei teilweise verdeckter Mengendarstellung.	4			E2
bestimmt den fehlenden Anteil bei teilweise verdeckter Menge.		3		E2
ergänzt eine symbolisch dargestellte Zerlegung.		4		
notiert eine Zerlegung in „Hütchen“-Schreibweise.	3, 4	4	1	E2
beschreibt die Zerlegung mit Hilfe von Fachbegriffen (z. B.: <i>zerlege in ... und ...</i>)		2, 3, 4		E2
stellt eine symbolisch dargestellte Zerlegung mit Material entsprechend der Grundvorstellung dar.		1, 4		
findet alle Zerlegungen einer Zahl.			2	
hat die Zerlegungen der Zahlenfreunde automatisiert.			3	E4
verfügt über eine Grundvorstellung der Teile-Ganzes-Beziehung.			1	E4

①

5	
0	5
5	0
1	4
4	1
2	3
3	2

beliebige Reihenfolge

②

③

④

individuelle Lösung

14

Durchführungshinweise

- ① Die Schülerinnen und Schüler sollen alle Zerlegungen der 5 finden und notieren. Dafür benötigt jede einzelne Schülerin/jeder einzelne Schüler das Material, das sie/er aus dem Unterricht kennt (Wendeplättchen/Steckwürfel) und zerlegt damit die Menge. Falls das Zerlegen von Wendeplättchen mit dem Stift vertraut ist, kann die abgebildete Plättchenreihe genutzt werden.

Schreibe alle Zerlegungen, die du zur 5 findest, in das Haus.

- ② Der Punktestreifen wurde in zwei Teile zerschnitten. Welche Teile passen zu diesem Punktestreifen? Kreuze an. Es sind mehrere Lösungen möglich.
- ③ Schreibe die an den Händen gezeigten Zerlegungen auf. Finde eine weitere Zerlegung. Zeichne den Stift ein und schreibe die Zerlegung auf.
- ④ Immer 10 Finger. Wie viele sind unter dem Tuch versteckt? Schreibe die Zerlegungen auf.

Wortspeicher

zerlegen
die Zerlegung
die Zerlegungen

Ich zerlege die 10 in 7 und 3.
10 wird in 7 und 3 zerlegt.



das Ganze



der Teil/die Teile

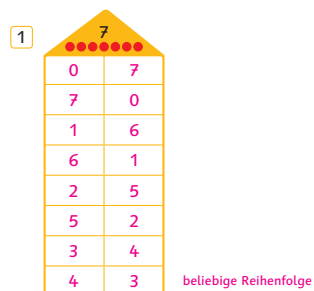


das Zahlenhaus

7	
7	0
0	7
6	1
1	6
5	2
2	5
4	3
3	4

7 er-Freunde
4 und 3 sind 7 er-Freunde.





Durchführungshinweise

- 1 Die Lehrkraft legt Plättchen o. Ä. auf den Tisch.
Suche alle Zerlegungen der 7 und schreibe sie ins Zahlenhaus.

Anforderung: Die Schülerin / Der Schüler ...	Übungsformat
stellt Zerlegungen mit Material her.	E1, E2
findet materialgestützt alle Zerlegungen einer Zahl.	E1, E2
erarbeitet Zerlegungen systematisch.	E1

- 2 Die Schülerin/Der Schüler legt 8 Finger auf den Tisch. Die Lehrkraft legt zwischen den zweiten und dritten Finger einen Stift.
Ergänze den Satz: Ich zerlege die 8 in ____ und ____.

Die Lehrkraft stellt anschließend mit Hilfe des Stiftes weitere Zerlegungen her.

Mögliche Beobachtungen:

- Muss die Schülerin/der Schüler die Finger einzeln nachzählen oder kann sie/er die Teilmengen simultan/quasi-simultan erfassen?

Anforderung: Die Schülerin / Der Schüler ...	Übungsformat
erkennt eine mit Material dargestellte Zerlegung.	E3
beschreibt die Zerlegung mit Hilfe von Fachbegriffen.	E2

- 3 Die Lehrkraft legt 7 Wendeplättchen/Steckwürfel auf den Tisch. Sie deckt 4 Plättchen/Steckwürfel mit einem Tuch/Blatt ab. Die Schülerin/Der Schüler nennt die Zerlegung, z. B. 7 ist in die Teile 3 und 4 zerlegt.

Die Lehrkraft stellt weitere Zerlegungen der 7 durch Abdecken her.

Mögliche Beobachtungen:

- Muss die Schülerin/der Schüler die Plättchen/Steckwürfel einzeln nachzählen oder kann sie/er die Teilmengen simultan/quasi-simultan erfassen?

Anforderung: Die Schülerin / Der Schüler ...	Übungsformat
bestimmt den fehlenden Anteil bei teilweise verdeckter Menge.	E2
beschreibt die Zerlegung mit Hilfe von Fachbegriffen.	E2

- 4 Was musst du hier unten eintragen?

Erkläre mir bitte mit Wendeplättchen/Steckwürfeln/Händen, wie du auf diese Zahl gekommen bist.

Anforderung: Die Schülerin / Der Schüler ...	Übungsformat
ergänzt eine symbolisch dargestellte Zerlegung.	
notiert eine Zerlegung in „Hütchen“-Schreibweise.	E2
beschreibt die Zerlegung mit Hilfe von Fachbegriffen.	E2
stellt eine symbolisch dargestellte Zerlegung mit Material entsprechend der Grundvorstellung dar.	

Didaktischer Kommentar

Der Aufbau eines sicheren Operationsverständnisses beginnt in der Eingangsphase und beinhaltet drei Kernelemente:

- tragfähige Grundvorstellung zur Operation
- Darstellungswechsel auf den verschiedenen Anschauungsebenen
- Erkennen und Nutzen von Beziehungen und Strukturen (Aufbau von Rechenstrategien → Meilenstein 4, S. 37 ff.).

Ein tragfähiges Operationsverständnis wird über die gesamte Grundschulzeit aufgebaut und ist nach der Einführung der Operation und des zugehörigen Rechenzeichens nicht abgeschlossen. Grundlegend für diesen Aufbau ist eine kardinale Zahlvorstellung. Dafür sind vielfältige Materialhandlungen von besonderer Bedeutung, denn nur so können Bilder im Kopf erzeugt und Fehlvorstellungen verhindert werden.

Grundvorstellungen zu Rechenoperationen werden durch zahlreiche Wechsel zwischen den verschiedenen Repräsentationsebenen (enaktiv – ikonisch – symbolisch) aufgebaut. Dabei ist die sprachliche Begleitung der Handlung von großer Bedeutung, um nachhaltig innere Bilder bei den Lernenden zu verankern.

Bei der Addition müssen die Schülerinnen und Schüler zwei Grundvorstellungen (GV) kennenlernen:

- **Hinzufügen** als einen dynamischen Vorgang (Es wird zu einer Ausgangsmenge eine weitere Menge hinzugefügt.) und
- **Vereinigen/Zusammenfassen** als einen statischen Vorgang (Zwei Mengen werden zusammengelegt.)

Auch nach Einführung der Addition müssen immer wieder Wechsel zwischen den Ebenen initiiert werden. Bei der Auswahl von Bildern und Rechengeschichten ist dabei zu beachten, dass beide Grundvorstellungen (Hinzufügen und Vereinigen) in gleichem Maße aktiviert werden.

Anforderungstabelle

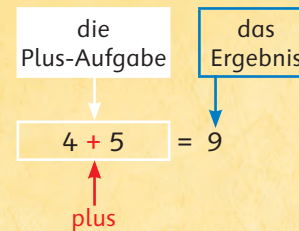
Die Schülerin / Der Schüler ...	Klassen- aufgabe	Interview	Meilen- stein	Übungs- formate
stellt zu einer Situation mit der GV des Hinzufügens eine passende Gleichung auf.	1	1, 2	4	F2
stellt zu einer Situation mit der GV des Zusammenfassens eine passende Gleichung auf.	2	3	4	F1, F2
überträgt eine Darstellung mit Wendepflichtchen in eine symbolische Aufgabenstellung.	2			F1
stellt eine Aufgabe am Zehnerfeld dar.	3	5	5	F4
löst Additionsaufgaben.	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4, 5	4, 5	F1–F4
stellt eine Aufgabe mit einem Bild dar.	4			F3
stellt eine Rechengeschichte mit Wendepflichtchen dar und überträgt diese in einen passenden Term.		4		F2
verwendet eingeführte Begriffe (dazu, zusammen).		1, 2, 3, 4, 5		F2, F3



Durchführungshinweise

- 1 Schreibe eine passende Aufgabe zum Bild. Schreibe auch das Ergebnis auf.
- 2 Schreibe zu beiden Bildern eine passende Aufgabe und rechne diese aus.
- 3 Male die Felder im Zehnerfeld passend zu den Aufgaben an und rechne die Aufgaben aus.
- 4 Male ein passendes Bild zu der Aufgabe $2 + 6$. Wie heißt dein Ergebnis?

Wortspeicher



2 Grundvorstellungen der Addition:



Zuerst waren es 3, dann kamen 2 dazu. Nun sind es 5.

zusammen / insgesamt





$$3 + 4 = 7$$

individuelle Lösung

$$5 + 2 = 7$$

$$1 + 5 = 6$$



$$2 + 3 = 5$$

$$4 + 2 = 6$$

oder $2 + 4 = 6$

$$3 + 5 = 8$$

$$2 + 7 = 9$$

$$5 + 4 = 9$$



Durchführungshinweise

- 1 Lassen Sie die Bildsituation mit einem Bus und Spielfiguren nachstellen und beschreiben.

Bitte schreibe die passende Aufgabe auf.

Danach kann eine weitere Situation nachgestellt werden. Passen Sie dabei die Zahlen den Kompetenzen der Schülerin/des Schülers an.

Anforderung: Die Schülerin/Der Schüler ...	Übungsformat
stellt zu einer Situation mit der GV des Hinzufügens eine passende Gleichung auf.	F2

löst Additionsaufgaben.	F1–F4
verwendet eingeführte Begriffe (<i>dazu, zusammen</i>).	F2, F3

- 2 Zeigen Sie die Aufgabe $5 + 2$ mit Wendeplättchen.
Ich zeige dir mit Wendeplättchen eine Aufgabe. Schreibe die passende Aufgabe auf.
Erkläre mir, warum du diese Aufgabe aufgeschrieben hast.

Zeigen Sie dann die Aufgabe $1 + 5$.

Anforderung: Die Schülerin/Der Schüler ...	Übungsformat
stellt zu einer Situation mit der GV des Hinzufügens eine passende Gleichung auf.	F1, F2
löst Additionsaufgaben.	F1–F4
verwendet eingeführte Begriffe (<i>dazu, zusammen</i>).	F2, F3

- 3 Schreibe eine passende Aufgabe zum Bild. Wie viele Papierschiffe haben die Kinder zusammen gefaltet?

Anforderung: Die Schülerin/Der Schüler ...	Übungsformat
stellt zu einer Situation mit der GV des Zusammenfassens eine passende Gleichung auf.	F1
löst Additionsaufgaben.	F1–F4
verwendet eingeführte Begriffe (<i>dazu, zusammen</i>).	F2, F3

- 4 Ich erzähle dir gleich zwei Rechengeschichten. Bitte lege die Aufgabe mit Wendeplättchen und schreibe die passende Aufgabe auf.

Miriam hat 3 Aufkleber gesammelt. Zu ihrem Geburtstag bekommt sie noch 5 geschenkt. Wie viele Aufkleber hat Miriam jetzt?

Oskar und Paula basteln Sterne. Oskar hat 2 Sterne gebastelt und Paula schon 7. Wie viele Sterne haben sie schon?

Anforderung: Die Schülerin/Der Schüler ...	Übungsformat
stellt eine Rechengeschichte mit Wendeplättchen dar und überträgt diese in eine passenden Gleichung.	F2
löst Additionsaufgaben.	F1–F4
verwendet eingeführte Begriffe (<i>dazu, zusammen</i>).	F2, F3



5 Male das Zehnerfeld passend zur Aufgabe an.

Anforderung: Die Schülerin / Der Schüler ...	Übungsformat
stellt eine Aufgabe am Zehnerfeld dar.	F4
löst Additionsaufgaben.	F1–F4
verwendet eingeführte Begriffe (<i>dazu, zusammen</i>).	F2, F3

Didaktischer Kommentar

Schülerinnen und Schüler zeigen vor allem bei der Subtraktion Schwierigkeiten. Dafür gibt es vielfältige Gründe. Zum einen ist den Schülerinnen und Schülern das Rückwärtszählen nicht so geläufig wie das Vorwärtszählen. Zum anderen sind ihnen zwei der drei Grundvorstellungen der Subtraktion weniger vertraut.

Bei der Subtraktion unterscheidet man drei verschiedene **Grundvorstellungen** (GV): Das **Abziehen**, das **Ergänzen** und den (Differenz ermittelnden) **Vergleich**.

Während mit den Grundvorstellungen des Abziehens und Ergänzens ein dynamischer Prozess verbunden wird, werden beim Vergleich statisch zwei Mengen miteinander verglichen.

Die Grundvorstellung des **Abziehens** (dynamisch) kann zu Schwierigkeiten führen, wenn Schülerinnen und Schüler versuchen eine Analogie zur Addition herzustellen. Bei der Subtraktion denken sie dann in drei Mengen. Dabei entstehen meistens solche Fehlbilder im Kopf:



Hier wird deutlich, dass manchen Schülerinnen und Schülern nicht klar ist, dass die Menge, die weggenommen wird, eine Teilmenge der Ausgangsmenge ist und dass das, was übrigbleibt, das Ergebnis darstellt (= Differenz).

Die Grundvorstellung des **Ergänzens** ist vor allem für den Aufbau von Rechenstrategien von besonderer Bedeutung und muss beim Grundvorstellungsaufbau der Subtraktion bedacht werden.

Beim Ergänzen wird eine Menge so lange mit weiteren Elementen ergänzt, bis die Zielmenge erreicht wird. Häufig werden solche Aufgaben mit Plusaufgaben in der Form $5 + \underline{\quad} = 9$ dargestellt. Das hinzugefügte Element bildet dabei das Ergebnis.

Beim **Vergleichen** (statisch) wird der Unterschied zwischen zwei Mengen bestimmt. Dabei werden die Mengen nicht verändert. Der Unterschied zwischen den Mengen entspricht dem Ergebnis.

Auch diese Grundvorstellung muss schon in der Eingangsphase aufgebaut werden, damit sich im weiteren Lernen Rechenstrategien entwickeln können, für die auf innere Bilder zurückgegriffen werden kann.

Wie auch bei der Addition sollten die verschiedenen Grundvorstellungen durch zahlreiche Materialhandlungen und Repräsentationswechsel aufgebaut werden.

Anforderungstabelle

Die Schülerin/Der Schüler ...	Klassen-aufgabe	Interview	Meilenstein	Übungsformate
stellt zu einer Situation mit der GV des Abziehens eine passende Gleichung auf.	1	1	6	G1
stellt zu einer Situation mit der GV des Ergänzens eine passende Gleichung auf.	2	1	6	G1
stellt zu einer Situation mit der GV des Vergleichens eine passende Gleichung auf.	3	3	6	G1, G3
malt oder findet ein passendes Bild zu einer Gleichung.	4	4, 5		G2, G5
stellt zu einer ikonischen Darstellung eine passende Gleichung auf.	5	2		
überträgt eine Gleichung in eine ikonische Darstellung/Darstellung am Rechenrahmen.	6	4	7	G4, G6
löst Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10.	1–6	1–5	6, 7	G1–G6
erzählt eine Rechengeschichte zur Aufgabe.		5		G2



$$7 - 4 = 3$$



$$10 - 4 = 6$$



$$5 - 2 = 3$$



$$7 - 2 = 5$$



$$8 - 3 = 5$$



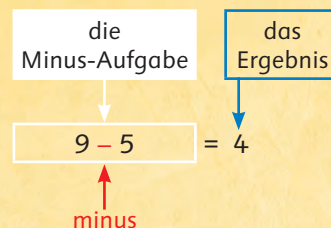
$$6 - 3 = 3$$

Durchführungshinweise

- 1 Schreibe eine passende Aufgabe zu dem Bild. Schreibe auch das Ergebnis auf.
- 2 Schreibe eine Aufgabe zu dem Bild und rechne diese aus.
- 3 Wie viele Äpfel hat Lisa weniger als Paul?
Kannst du zu dieser Frage auch eine Aufgabe aufschreiben?
- 4 Male ein passendes Bild zu der Aufgabe $7 - 2$. Was ist dein Ergebnis?

- 5 Schreibe eine passende Aufgabe mit Ergebnis zu dem Bild mit dem Zehnerstreifen.
- 6 Male die Felder des Zehnerstreifens passend zur Aufgabe aus.

Wortspeicher



3 Grundvorstellungen der Subtraktion:

1. wegnehmen



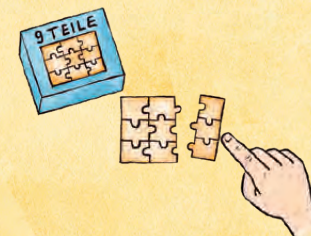
Ich habe 7 Plättchen und nehme 3 weg.
Es bleiben 4 Plättchen übrig.

$$7 - 3 = 4$$

2. ergänzen

Es fehlen noch 3 Puzzleteile.
Ich ergänze 3 Teile.

$$6 + 3 = 9 \text{ oder } 9 - 6 = 3$$



3. vergleichen



Lisa hat 2 Plättchen mehr als Paul.

Paul hat 2 Plättchen weniger als Lisa.

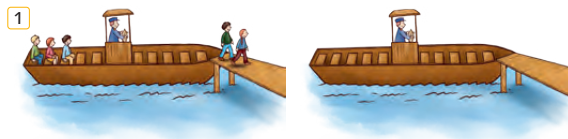
$$3 + 2 = 5 \text{ oder } 5 - 3 = 2$$



Interview



AH S. 19



$$4 + 6 = 10$$

oder

$$10 - 4 = 6$$



$$6 - 4 = 2$$

Paul hat 2 Äpfel weniger als Lisa.

$$7 - 4 = 3$$

5 individuelles Bild

individuelle Aufgabe

19

Durchführungshinweise

- 1 Lassen Sie die erste Bildsituation mit einem Schiff und Spielfiguren nachstellen und beschreiben. Danach kann eine beliebige weitere Situation skizziert und gespielt werden.

Anforderung: Die Schülerin/ Der Schüler ...	Übungsformat
stellt zu einer Situation mit der GV des Abziehens eine passende Gleichung auf.	G1
stellt zu einer Situation mit der GV des Ergänzens eine passende Gleichung auf.	G1
löst Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10.	G1–G6

- 2 Lassen Sie die Schülerin/ den Schüler die Plättchen auf dem Zehnerfeld nachlegen.

Wie viele Plättchen fehlen jetzt noch, um das Zehnerfeld voll zu machen?
Schreibe die Aufgabe und rechne aus.

Anforderung: Die Schülerin/ Der Schüler ...	Übungsformat
stellt zu einer ikonischen Darstellung eine passende Gleichung auf.	G3
löst Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10.	G1–G6

- 3 Lassen Sie die Situation mit Plättchen nachlegen und beschreiben.
Kannst du einen Satz bilden mit „hat mehr Äpfel als“?

Wie viele Äpfel hat Paul weniger als Lisa?
Schreibe die Aufgabe und rechne aus.

Anforderung: Die Schülerin/ Der Schüler ...	Übungsformat
stellt zu einer Situation mit der GV des Vergleichens eine passende Gleichung auf.	G1, G3
löst Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10.	G1–G6

- 4 Kannst du mir die Aufgabe $7 - 4$ am Rechenrahmen zeigen?
Was ist dein Ergebnis?

Anforderung: Die Schülerin/ Der Schüler ...	Übungsformat
überträgt eine Gleichung in eine ikonische Darstellung/ Darstellung am Rechenrahmen.	G4, G6
löst Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10.	G1–G6

- 5 Notieren Sie eine beliebige Minusaufgabe auf den Aufgabenstrich, abhängig von den Kompetenzen der Schülerin/ des Schülers.
Kannst du mir hierzu eine Geschichte erzählen und eine Skizze zeichnen?

Anforderung: Die Schülerin/ Der Schüler ...	Übungsformat
malt oder findet ein passendes Bild zu einer Gleichung.	G2, G5
löst Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10.	G1–G6
erzählt eine Rechengeschichte zur Aufgabe.	G2

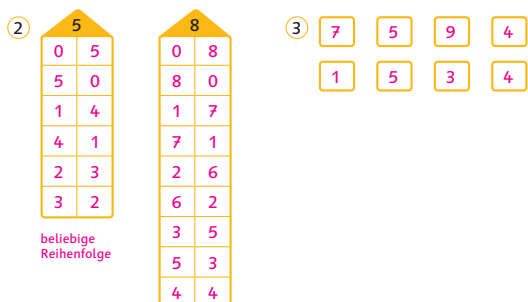
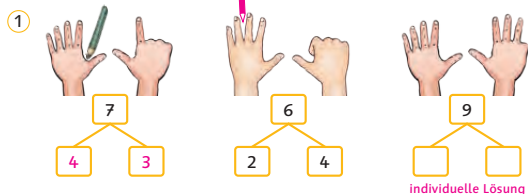


Meilenstein E, F und G



Meilenstein E, F und G

AH S.20



20

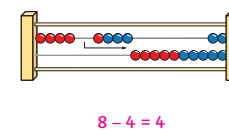
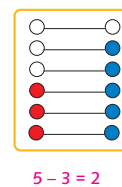
Durchführungshinweise

- 1 Schreibe die an den Händen dargestellte Zerlegung auf. Zeichne den Stift so ein, dass er zur Zerlegung passt. Finde selbst eine Zerlegung der 9.
- 2 Schreibe alle Zerlegungen der 5 ins Zahlenhaus. Schreibe nun alle Zerlegungen der 8 ins Zahlenhaus.
- 3 Ich nenne dir jetzt sehr schnell Zahlen (ca. 3 Sek.). Schreibe die passenden Zehner-Freunde auf: 3, 5, 1, 6.

29



AH S.21



21

Und nun geht es mit verschiedenen Zahlenfreunden weiter:
6er-Freund zu 5, 7er-Freund zu 2, 9er-Freund zu 6, 8er-Freund zu 4.

- 4 Schreibe zu jedem Bild eine passende Aufgabe auf den Strich und rechne aus.
- 5 Male die Felder im Zehnerfeld passend zur Aufgabe an.
- 6 Schreibe zu jedem Bild eine passende Aufgabe auf den Strich und rechne aus.
- 7 Male die Felder im Zehnerfeld passend zur Aufgabe an.