

Das Teil-Ganzes-Schema

Zum Stolperstein operatives Verständnis

VON PETER JANSEN

Zum Lösen von Textaufgaben müssen Kinder über grundlegende mathematische Prinzipien verfügen. Sie müssen z. B. wissen, dass sich Zahlen in andere zerlegen lassen und sich Zusammenhänge nicht nur zeitlich abfolgend, sondern auch statisch darstellen.

Plus bedeutet für Maike „hinzurechnen“. Bei $7 + 2$ sind es „zuerst“ 7, „dann“ kommen 2 dazu und „am Ende“ sind es 9. Entsprechend bedeutet $10 - 4$, dass es „zuerst“ 10 sind, „dann“ kommen 4 weg, „am Ende“ sind es 6. Maike hat das Schema „zuerst – dann – am Ende“ jahrelang geübt. Am Ende der zweiten Klasse begegnet ihr die Aufgabe „In der Gruppe sind 8 Kinder: 5 Jungen und ... Mädchen.“ Maike sucht nach dem Anfang der Geschichte und entscheidet sich für die erstgenannte Zahl 8. Sie weiß, dass als Nächstes die 5 verarbeitet werden muss. Aufgrund des Wortes „und“ vermutet sie, dass die 5 addiert werden muss. Ihre Lösung: $8 + 5 = 13$.

MATHEMATISCHE PRINZIPIEN

Für das Lösen von Textaufgaben ist die Verfügbarkeit bestimmter mathematischer Prinzipien wesentlich (vgl. Stern 1998).

Das Prinzip der additiven Zusammensetzung von Zahlen

Kinder müssen wissen, dass sich Zahlen in andere Zahlen – z. B. 8 in 5 und 3 – zerlegen lassen. Das setzt voraus, dass sie sich die Zahl als eine Menge vorstellen. Wer die 8 nur als Position, als Zählzahl oder als Hausnummer begreift, würde die 8 vielleicht in einen oberen und einen unteren Kreis zerlegen, aber nicht in 5 und 3.

Das Kommutativgesetz

Häufig stellen sich mathematische Zusammenhänge statisch dar. In der Textaufgabe bewegen sich die Jungen und Mädchen nicht, niemand kommt hinzu; trotzdem lässt sich

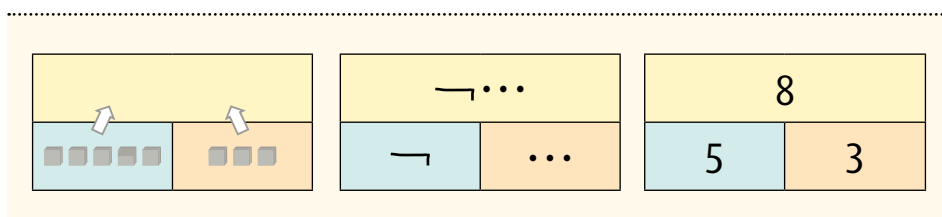


Abb. 1: Übungen an der Rechentafel: Füge beide Teile zu einem Ganzen zusammen. Zeichne Teile und Ganzes. Trage die Zahlen so ein, dass oben das Ganze steht und unten die Teile – zuerst enaktiv mit Systemblöcken, dann ikonisch (in Geheimschrift), zum Schluss symbolisch mit Zahlen.

eine Plusaufgabe bilden. Bei $8 = 5 + ?$ gibt es kein „zuerst“, „dann“ oder „am Ende“. Deshalb ist auch der auf einen „Endzustand“ verweisende Begriff „Ergebnis“ fraglich. Ist damit die Lösung 3 oder die Summe 8 gemeint?

Die Textaufgabe erfordert, dass Kinder die Addition nicht nur dynamisch als „Hinzutun“ verstehen, sondern auch statisch als ein gedankliches Zusammenfügen von Teilmengen. Sie müssen die 8 als ein Ganzes auffassen, die 5 und die 3 als Teile. Wer das kann, lässt sich von der Reihenfolge der Zahlen im Text nicht mehr verwirren.

Das Prinzip der inversen Beziehung zwischen Addition und Subtraktion

So wie Zusammenfügen der übergeordnete Aspekt der Addition ist, ist das Zerlegen der übergeordnete Aspekt der Subtraktion. Zerlegen lässt sich das Ganze, also steht das Minuszeichen immer hinter dem Ganzen. $? - 3 = 5$ bedeutet, dass ein Ganzes in die Teile 3 und 5 zerlegt wurde. So gesehen kann ich die beiden Teile 3 und 5 auch wieder zusammenfügen, um herauszufinden, wie groß das Ganze ist. Ich kann also die Umkehraufgabe nutzen.

Die genannten drei mathematischen Prinzipien bezeichnet man als Teil-Ganzes-Schema (vgl. Resnick 1989). Es ist beim Lösen von Textaufgaben unentbehrlich. Übungen lassen sich am besten an der Rechentafel nach der Spielregel „Oben liegt das Ganze, unten die Teile“ durchführen. I

DER AUTOR

Dr. Peter Jansen
ist Fachleiter für Mathematik am
Studienseminar in Bocholt.

LITERATUR

- Jansen, P.:** Matinko – Mathematik individualisiert und kompetenzorientiert. Coesfeld 2010
Resnick, L. B.: Developing Mathematical Knowledge. In: American Psychologist, Heft 44/1989, S. 162–169
Stern, E.: Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich 1998

UNTERRICHTSMATERIAL

Übungen zum Teil-Ganzes-Schema (vgl. Jansen 2010) finden Sie im Materialteil auf S. XVI–XIX.