

Cordula Büchting

Wenn Zahlen nicht begreifbar werden

Fördermaßnahmen für die Zahlvorstellung von Drittklässlern

Was kann man in Klasse 3 machen, wenn bis dahin keine Zahlvorstellungen entwickelt wurden? Auch wenn die Gründe für die fehlende Zahlvorstellung ganz unterschiedlich sein mögen, gibt es doch Maßnahmen, die allen Kindern zugutekommen. An drei Fallbeispielen wird ein möglicher Förderlehrgang beschrieben.

Zeitbedarf

Je nach Lernvoraussetzungen und Organisationsform sehr unterschiedlich, z. B.:

- Förderkurs: ca. ein Schulhalbjahr mit 1–2 Unterrichtsstunden pro Woche
- „Crash“-Kurs: 10 Unterrichtsstunden in zwei Wochen
- unterrichtsimmanent im Gemeinsamen Mathematikunterricht

Kompetenzen inhaltlich

Den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen.
Zahlen bis 1000 bzw. 10 000 auf verschiedene Weise darstellen.
Sich im Zahlenraum bis 1000 bzw. 10 000 orientieren.

Kompetenzen prozessbezogen

Kommunizieren. Argumentieren. Darstellen.

Zusätzliches Material

1 Satz Zehnersystemblöcke (Dienes-Material) aus Holz pro Kind (oder Goldenes Perlenmaterial nach Montessori).

In meiner Unterrichtspraxis hat sich das dritte Schuljahr als der Zeitraum herauskristallisiert, in dem Probleme mit der Zahlvorstellung zu Tage treten: Bei vielen Kindern funktioniert „ihr System“ noch im Zahlenraum bis 100, ist dann aber nicht mehr erweiterbar. Im dritten Schuljahr verzweifeln die Kinder nahezu an den großen Zahlen, den Stellenwerten sowie der Sprech- und Schreibweise von Zahlen.

Dieser Artikel soll eine Möglichkeit der Förderung beschreiben, die Kindern mit unterschiedlichen, aber nicht ausreichenden Vorstellungen von Zahlen die Möglichkeit gibt, an das Gelernte anzuknüpfen und neu motiviert tragfähige Vorstellungen zu entwickeln. Es wird aber auch deutlich werden, dass dieser Prozess weder selbstverständlich noch einfach ist.

Verschiedene Lernbiographien

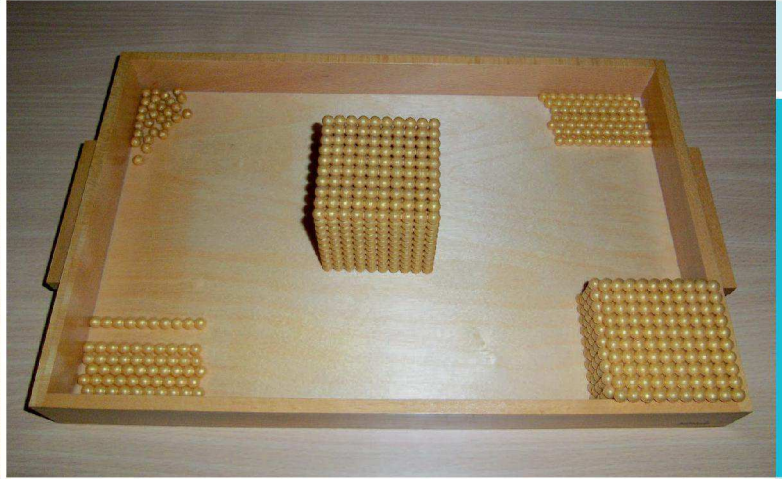
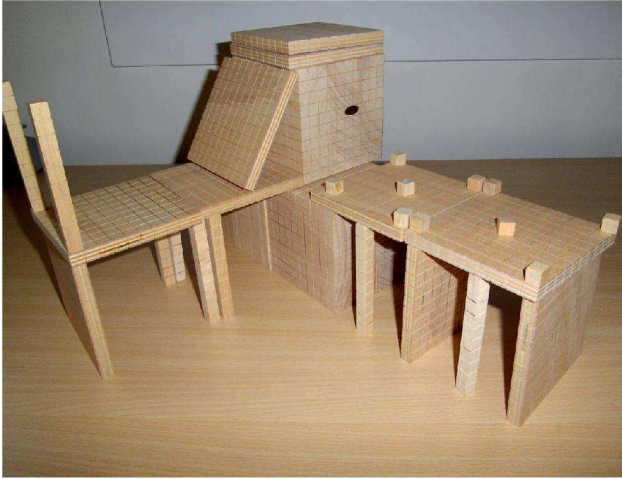
Zunächst sollen die Beispiele dreier Kinder zeigen, wie unterschiedlich auch die Lernvoraussetzungen von Kindern mit ungenügend ausgebildeten Zahlvorstellungen sind:

Sandra erlebte bereits im ersten Schuljahr einen Klassenlehrerwechsel, verblieb drei Jahre in der Schuleingangsphase (was erneut einen Lehrerwechsel bedeutete) und wechselte Mitte des dritten Schuljahrs wegen Schulangst mit psychosomatischen Symptomen die Schule. Nun wird sie von der vierten Lehrerin unterrichtet, erhält Nachhilfe und übt außerdem viel mit ihrer Mutter. Somit war und ist Sandra verschiedenen Lehrwerken, Hilfsmitteln und Begriffen ausgesetzt. Sie schafft es nicht, Zusammenhänge zu erkennen und ihre Eindrücke zu verknüpfen. Stellt man sich die tragfähige Zahlvorstellung als Netz vor, besteht ihre Zahlvorstellung aus einem großen

Materialpaket



- 2 **Zahlenkarten** mit den Zahlen 1, 2, 3, ..., 9; 10, 20, 30, ..., 90; 100, 200, 300, ..., 900; 1000, 2000, 3000, ..., 9000 zum stellenweisen Legen von Zahlen und anschließenden Zusammenschieben. In zwei Varianten – zum Ausdrucken auf grünem, rotem und blauem Karton oder zum Ausdrucken in Farbe auf weißem Karton.



1 Bauen, legen, ordnen – die Kinder machen sich zunächst mit dem Material vertraut.

Durcheinander von verwirrten, verwickelten Strängen, die sie nicht entwirren kann.

Benjamin wird seit dem ersten Schuljahr im Gemeinsamen Unterricht im Förderschwerpunkt Lernen gefördert. Seine Lernfortschritte sind gering, im dritten Schuljahr rechnet er noch im Zahlenraum bis 20, meist abzählend, mit wenig Motivation. Mathematische Inhalte kann er nur sehr schwer verinnerlichen. Für Benjamins Zahlvorstellungsnetz gibt es bisher nur wenige Stränge, die nicht miteinander verknüpft sind.

Faruk verbrachte drei Jahre in der Schuleingangsphase. Neue Themen im Mathematikunterricht muss er sich mit viel Üben schwer erarbeiten, Erlerntes vergisst er schnell wieder. In Klasse 3 verliert er mit der Zahlbereichserweiterung völlig den Boden unter den Füßen. Sein Zahlvorstellungsnetz weist durchaus Verknüpfungen auf, die aber stets zu reißen drohen, weil sie zu locker sind, oder bereits gerissen sind. Das Netz hat viele Löcher.

Das Fördermaterial

Die Förderung dieser sehr unterschiedlichen Kinder setzt immer gleich an: Sie bekommen Material an die Hand, an dem sie sich „festhalten“ können und das sie stützt. Ob es sich dabei um das Goldene Perlenmaterial nach Montessori oder das Dienes-Material in einer der verschiedenen Ausführungen handelt, spielt keine Rolle. Wichtig ist die Möglichkeit des handelnden und flexiblen Umgangs mit dem Material sowie die Visualisierung der Zehnerbündelung als wesentlichem Prinzip des dezimalen Stellenwertsystems. Das heißt, in der Zehnerstange müssen die zehn Einer, aus denen sie gebündelt wird, noch erkennbar sein. Analoges gilt für die Hunderterplatte und

den Tausenderwürfel. Material ohne diese Strukturierung ist für Kinder mit ungenügenden Zahlvorstellungen bereits zu abstrakt. Solange die Zusammenhänge nicht gesichert sind, sollten sie Hunderterplatten aus Zehnerstangen und sogar Einerwürfeln nachbauen dürfen. Sie vollziehen so zum einen den Aufbau des Dezimalsystems mit ihren eigenen Händen nach und erleben zum anderen später die Bündelung als Arbeitserleichterung, denn besonders bei dem Perlenmaterial ist es sehr schwierig, aus zehn Perlen eine Zehnerstange zu legen. Ergänzt wird das haptische Material durch **2 Zahlenkarten**.

Je nach Lernbiographie reagieren die Kinder sehr unterschiedlich auf das Material. Sandra lehnt es zunächst ab, da es für sie die Veröffentlichung ihres Versagens bedeutet. Sie hat bereits zu viele unterschiedliche Hilfen erlebt und glaubt nicht mehr an deren Nutzen. Zunächst benutzt sie das Material nur in der geschützten Situation der Kleingruppe, nicht für ihre Arbeit in der Klasse. Benjamin reagiert dagegen ungläubig mit leuchtenden Augen („Bis 10000?? O-ha!!“), traut sich den Umgang mit dem Material aber nicht zu, da er ja erst bis 20 rechnet. Er beobachtet am Anfang nur die anderen Kinder, lässt sich aber schnell von deren Tun anstecken und macht dann doch mit. Faruk hingegen greift gleich zu. Beide Hände voller Zehnerstangen und Hunderterplatten sonnt er sich in der Vorstellung, seine Mitschüler nun zu überholen, da diese im dritten Schuljahr ja „nur“ bis 1000 rechnen.

Hauptsächlich genießen aber alle den handelnden Umgang (Abb. 1): Ob sie bauen, argumentieren, Fragen stellen, warten, ... – immer haben die Kinder ein ganzes Bündel Stangen in ihrer Hand, sortieren das Material fein säuberlich, stapeln es oder lassen es durch die Finger gleiten. Dabei zeigt sich, dass ein Teil der Kinder (vorzugsweise Mädchen) wegen der Ästhetik das Perlenmaterial

bevorzugt, der andere Teil mag das Dienes-Material lieber, weil man es stapeln und damit bauen kann.

Die eigentliche Einführung des Materials

Im ersten Abschnitt der Förderung wird an das Vorwissen der Kinder angeknüpft. Die Kinder werden aufgefordert, das Material zu beschreiben und zu benennen, was sie sehen. Der Begriff „Einer“ ist stets bekannt, oft auch „der Zehner“. Die Zahlbilder und Zahlvorstellungen dazu sind noch aus Klasse 1 präsent. Mit dem Hunderter können nur wenige etwas anfangen, der Tausender muss fast immer erarbeitet werden. Je nach Lernvoraussetzungen der Kinder werden die **2 Zahlenkarten** bereits jetzt einbezogen oder erst in späteren Stunden dazugenommen.

Benjamin verweigert zunächst die Mitarbeit: „Das ist zu schwer! Ich kann das nicht!“ Als ihm der Einerwürfel präsentiert wird: „Was meinst du, was ist das?“, muss er aber grinsen und gibt natürlich die richtige Antwort. Auch verschiedene Anzahlen von Einerwürfeln kann er korrekt bestimmen, zum Teil muss er sie allerdings erst ordnen oder abzählen. Anschließend bekommt er die Zehnerstangen nach demselben Schema vorgelegt und kann auch diese benennen und Anzahlen ermitteln. Bei der Hunderterplatte weiß er zunächst keine Antwort. Nachdem ihm aber der Einerwürfel, die Zehnerstange und die Hunderterplatte nebeneinander präsentiert werden, kann er sich den Begriff herleiten: „Einer, Zehner, ...?“ Das Zahlwort ist ihm also bekannt, er verbindet aber nichts damit. Da dieser Bereich für ihn neu ist, werden die Hunderterplatten jetzt einzeln dazugelegt, und Benjamin zählt mit: „Hundert, zweihundert, dreihundert, ... Neunhundert!“ Von Zahl zu Zahl wird seine Begeisterung größer, er ist fasziniert, was er doch alles weiß. Bei Faruk und Sandra ist diese Phase hingegen viel kürzer, da ihnen die Einerwürfel, Zehnerstangen und Hunderterplatten bekannt sind.

Alle drei haben jedoch großen Respekt vor dem Tausenderwürfel: Er fasziniert sie ungemein und wird gedreht, genau untersucht, in der Hand gewogen und bestaunt. Es ist ihnen klar, dass es hier um „sehr viel“ geht. Benjamin mutmaßt: „Eine Million oder Milliarde.“ Faruk: „Tausend????“ Und Sandra gibt nach Abzählen der Flächen des Würfels „sechshundert“ an. Die richtige Antwort können sich die Kinder selbst erarbeiten, wenn sie angeleitet werden, den Tausenderwürfel aus Hunderterplatten nachzubauen. Sehr schnell wird somit klar, dass „sechshundert“ nicht richtig sein kann, denn der 600er-Turm ist deutlich kleiner als der Tausenderwürfel.

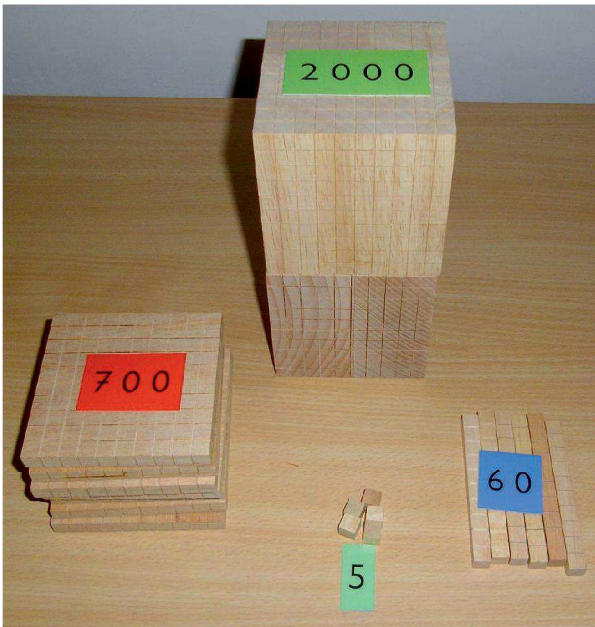
Oft wird in dieser Phase der große Bruch in der Zahlbegriffsentwicklung der Kinder deutlich. Benjamin beispielsweise benötigt für die Abfolge der Hunderterzahlen bis 1000 („..., 700, 800, 900, 1000“) sehr viel Zeit und viele Wiederholungen. Sandra verharrt lange bei ihrer Vorstellung, dass der Tausenderwürfel die 600 darstellt. Stets aufs Neue baut sie den Tausenderwürfel mit Hunderterplatten nach. Nach einiger Zeit genügt allein der Hinweis „Nimm dir doch die Hunderterplatten und prüfe nach“, dass sie ihren Irrtum bemerkt und korrigieren kann.

Das Bündelungsprinzip verstehen

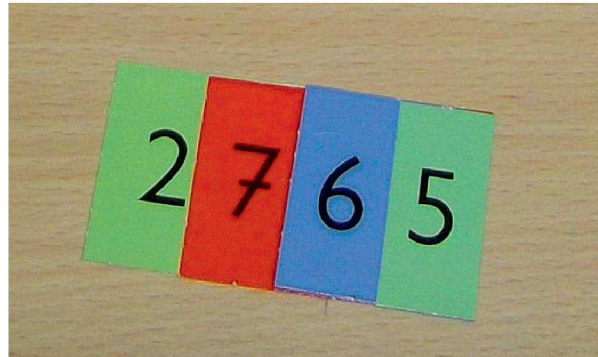
So mühsam und langwierig vor allem die Erarbeitung des Tausenders ist – die Erweiterung auf höhere Zahlenräume ist anschließend nie ein Problem: Die wichtigste Erkenntnis aller Kinder ist in dieser Phase die Zehnerstruktur des Zahlenraums: „Das sind ja immer 10!“ Die Kinder sind zunächst ungläubig („Bis zehn ist ja einfach!“), dann aber mehr und mehr erleichtert, denn ihnen wird klar, dass sich die überschaubare Zehnerstruktur verlässlich wiederholt. Und wie um sich selbst dies zu beweisen, fordern sie Aufgaben aus dem noch höheren Zahlenraum, zählen in Schritten und versuchen sich vorzustellen, wie der Zehntausender aussehen müsste.

Die Zuordnung der Zahlenkarten

Zu Beginn des nächsten Förderabschnitts erhalten die Kinder eine ungeordnete Menge von Einer- und Tausenderwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten (jeweils nicht mehr als neun einer Sorte). Die Materialien werden noch einmal benannt. Dann sollen die Kinder die Zahl bestimmen. Viele zählen beim ersten Mal einfach ab, ohne die Sorten zu unterscheiden. Schnell merken die Kinder aber, dass sie so nicht weiterkommen, und beginnen, das Material zu sortieren und gruppenweise auszuzählen. In dieser Phase sind sie auf behutsame Hilfen angewiesen, um ihr Vorwissen nutzen zu können und um vor allem nicht wieder frustriert aufzugeben! Spätestens jetzt werden die **2 Zahlenkarten** eingeführt (Abb. 2). Die Zuordnung von Zehnerzahlen zu Zehnerstangen, Hunderterzahlen zu Hunderterplatten ist aber noch nicht selbstverständlich. Benjamin ordnet beispielsweise fünf Zehnerstangen die Zahl 5 zu. Es gilt, wieder einen Schritt zurückzugehen, z. B. fünf Einer neben fünf Zehnerstangen zu legen, den Unterschied verbalisieren



2 Dem sortierten Material werden die Zahlenkarten zugeordnet.



3 Die Zahl entsteht durch Aufeinanderlegen der Zahlenkarten. Die Ziffernwerte sind bei Bedarf noch vorhanden.

zu lassen usw. Dieser Verinnerlichungsprozess zieht sich meist hin – teilweise über Wochen. Die Geduld hat sich bislang aber bei jedem Kind gelohnt.

Die Zahl entsteht

Wenn den Kindern die Zuordnung der **2 Zahlenkarten** zu dem Material gelingt, ist der Schritt der Zusammenführung der Einer-, Zehner-, Hunderter- und Tausenderzahl sehr klein: Wie beim Turmbau beginnt man mit dem größten Teil und legt jeweils das nächstkleinere oben auf. Also muss die „längste“ Zahl unten liegen und die „kürzeste“ oben, das ist für die Kinder selbstverständlich, denn ansonsten ist eine der Zahlen nicht zu sehen. Jetzt muss nur noch eine „Schieberichtung“ festgelegt werden, denn die Karten müssen rechtsbündig aufeinanderliegen (Abb. 3). Auch das gelingt den Kindern entweder allein oder durch Abgucken und Nachmachen. Bei den Kindern stellt sich zunächst Ungläubigkeit, dann Erleichterung ein: Welche Ziffer an welcher Stelle steht, ist ihnen bislang ein Rätsel geblieben, nun ist es kein Problem mehr!

Das Eintauschen von Zehnerpaketen

Im nächsten Förderschritt werden die Anzahlen der zu ordnenden Materialien verändert. Die Ratlosigkeit ist groß, wenn 16 Einer, 3 Zehnerstangen und 4 Hunderter gezählt werden. Die Kinder werden dann ermutigt, ihr Gelerntes konsequent anzuwenden: Sie legen also mit den **2 Zahlenkarten** die 16 (aus zwei Karten zusammengesetzt), die 30 und die 400. Beim Zusammenlegen der Zahlenkarten tritt der nächste Konflikt auf, denn entweder wird die 10 oder die 30 verdeckt. Nun führt der Weg

zurück und die Lösung wird handelnd mit Hilfe des Materials ermittelt. Die Kinder benötigen aber Unterstützung: Zehn Einer sind 10, aber dass sie für zehn Einer eine Zehnerstange eintauschen können, ist für sie neu. Durch das Eintauschen werden nun andere Zahlenkarten benötigt, die 6, die 40 und die 400. Damit lässt sich problemlos eine Zahl legen, so dass die Kinder das Tauschen sehr schnell als Lösungsmöglichkeit annehmen und nutzen.

Anschließend entwickelt sich diese Übung oft zum Lieblingsformat der Kinder. Sie fordern immer größere Berge von Material und diskutieren selbstverständlich über Anzahlen, schätzen und vergleichen Anzahlen („Das ist gemein! Du hast mehr Tausender!“), stellen Gemeinsamkeiten heraus („Ich habe auch vier Zehner!“) und genießen es, das offensichtliche Chaos immer schneller in Ordnung verwandeln zu können.

Aussicht

Sandra nimmt mittlerweile ohne Unterstützung am Klassenunterricht teil. Inzwischen ist sie bereit, das Material auch im Klassenverband zu benutzen. Sie braucht es oft nur als Einstieg, um sich ihre Zahlvorstellungen wieder vor Augen zu führen und Mut für die Aufgaben zu fassen. Es reicht meist, dass sie das Material zu sortieren beginnt. Dann ertönt ein „Ach ja!“ und sie kann ohne Material weiterarbeiten. Noch einige Zeit später genügt schon der mündliche Hinweis: „Stell dir vor, du hast Zehnerstangen und Hunderterplatten.“ Benjamin benutzt das Material beim schrittweisen Rechnen noch ständig. Seine Zahlvorstellung ist an diese Strukturierungshilfe gebunden. Faruk greift bei jedem neuen Thema auf das Material zurück. Mit seiner Hilfe gelingt es ihm, Verknüpfungen zwischen bekannten und neuen Inhalten herzustellen.