



1 Erste Schritte:
Zahlwortreihe
aufsagen, jedem
Ding ein Zahl-
wort zuordnen.

Christiane Benz

„Auf was man zählen kann“

Wichtige Lernvoraussetzungen von Schulanfängern

Was sollten Kinder mitbringen, um tragfähige Zahlvorstellungen aufbauen und Rechenstrategien erwerben zu können? Wie können Lehrkräfte erkennen, ob Kinder über die notwendigen Basiskompetenzen verfügen? Und wie können die Kompetenzen gegebenenfalls noch gefördert werden?

Kinder sind Entdecker. Bereits vor Schuleintritt haben sie eine Reihe von mathematischen Entdeckungen gemacht. Viele Untersuchungen haben dies nachgewiesen. Neben der Erkenntnis, dass Kinder zum Teil zahlreiche mathematische Kompetenzen in die Schule mitbringen, ist jedoch ein weiteres Hauptergebnis dieser Untersuchungen, dass dies nicht auf jedes Kind zutrifft. Deswegen werden die Studienergebnisse häufig mit den Schlagwörtern Kompetenz und Heterogenität beschrieben (Schipper 1998). Lehrkräfte erstaunt das natürlich nicht, denn sie können dies in den ersten Schulwochen selbst beobachten. Die aktuelle bildungspolitische Situation im Elementarbereich

verstärkt die Heterogenität der Lernvoraussetzungen noch. Bildungspolitische Vorgaben sind oft sehr ungenau bezüglich mathematischer Förderung. Dies ist einer der Gründe, warum einige Kinder in der Kindertagesstätte bereits umfangreich mathematisch gefördert werden, andere wiederum fast gar nicht.

Im Folgenden werden auf Grundlage von Schulanfangsuntersuchungen ausgewählte Basiskompetenzen benannt, die notwendig für den Aufbau tragfähiger Zahlvorstellungen und für den Erwerb von Rechenstrategien sind (vgl. Gasteiger 2013a). Für Lehrkräfte ist notwendig, zu erkennen, ob Kinder über diese Kompetenzen ver-

fügen und wie diese gefördert werden können. Zu den einzelnen Kompetenzen werden deshalb Hinweise zur Beobachtung und zur Förderung gegeben.

Zählen – Abzählen

Fast alle Schulanfänger können verbal zählen: Über 95 % der Kinder können bis „zehn“ zählen (Schmidt 1982; Benz 2011) und über 70 % der Kinder sogar bis „zwanzig“ (Hasemann 2003). Doch auch wenn Kinder die Zahlwortreihe aufsagen können, bedeutet dies noch nicht, dass sie Gegenstände abzählen können. Hierzu müssen sie auch jedem Gegenstand genau ein Zahlwort zuordnen (Eins-zu-eins-Zuordnung) und dann noch wissen, dass das zuletzt genannte Wort in der Zahlenreihe sich auf die gesamte Menge bezieht. Beim Abzählen von Gegenständen wird also die ordinale Zahlvorstellung mit der kardinalen Vorstellung verknüpft. Das zuletzt genannte Zahlwort der Zahlwortreihe steht für die gesamte Menge (Kardinalzahlprinzip). Viele Kinder haben bereits vor der Schule gelernt, Mengen abzuzählen: In Untersuchungen konnten beispielsweise über 85 % der Kinder Mengen bis 9 abzählen (Selter 1995; Rinkens 2004).

Können Kinder beim Schuleintritt Mengen nicht abzählen, könnte das daran liegen, dass die Kinder in einer anderen Muttersprache zählen gelernt haben und die deutsche Zahlwortreihe noch nicht kennen oder dass mit ihnen wenig gezählt wurde. Die Zahlwortreihe kann man nicht selbst entdecken oder frei erfinden.

Folgende Beobachtungs- und Fördersituationen zum Abzählen bieten sich im Schulalltag an:

- Morgens wird festgestellt, ob alle Kinder anwesend sind und ob heute mehr Jungen oder Mädchen da sind.
- Materialien, die ausgeteilt werden müssen, werden vorher abgezählt.
- Das Schulhaus und das Klassenzimmer werden von den Kindern erkundet – wie viele Treppen, Stühle, Tische gibt es?
- Ebenso können im Matheregal verschiedene Gesellschaftsspiele zur Verfügung gestellt werden, bei denen gewürfelt und gezählt werden muss (vgl. Gasteiger 2013b).

In diesen Situationen haben Kinder die Möglichkeit, Anzahlen abzuzählen, gleichzeitig kann die Lehrkraft beobachten, ob Kinder noch Schwierigkeiten haben und kann dementsprechend unterstützend eingreifen und mit ihnen gemeinsam zählen. Haben Kinder Probleme

mit der Eins-zu-eins-Zuordnung, kann es helfen, dass sie jedes Objekt, das sie zählen, berühren. Gezählte und noch nicht gezählte Objekte können auch räumlich unterschieden werden, indem gezählte Dinge weggeschoben werden.

Auch wenn ein Kind Mengen abzählen und das richtige Ergebnis nennen kann, könnte es trotzdem einer einseitigen ordinalen Zahlvorstellung verhaftet bleiben. Wenn Kindern beim Zählvorgang nicht bewusst wird, dass sich das letztgenannte Zahlwort auf die gesamte Menge bezieht, können sie durch Anwenden der Regel „Das letzte Wort ist das Ergebnis“ zwar das Ergebnis bestimmen, ihre Zahlvorstellung bleibt aber weiterhin ordinal geprägt. In ihrer Vorstellung steht eine Zahl für den Endpunkt in der Zahlwortreihe beim Zählen. Diese einseitige Vorstellung kann dazu führen, dass Kinder später beim Rechnen nur Zählstrategien anwenden und keine Rechenstrategien entwickeln, denn für die Ausbildung von Rechenstrategien sind auch kardinale Zahlvorstellungen nötig.

Verschiedene Modelle zur Zahlbegriffsentwicklung und Studien zur Vorhersagbarkeit von Rechenstörungen weisen darauf hin, dass Zählen und das zählende Bestimmen von Anzahlen wichtige Kompetenzen sind, aber sie allein nicht ausreichen für die Entwicklung von Rechenstrategien. Neben der ordinalen Zahlvorstellung müssen Kinder auch kardinale Zahlvorstellungen entwickeln (Abb. 2).



2 Wichtige Erkenntnis: „Drei“ bezeichnet nicht nur den dritten Finger, sondern alle gestreckten Finger zusammen.

Sehen – nichtzählende Anzahlbestimmungen

Nichtzählende Anzahlbestimmungen tragen dazu bei, dass Kinder kardinale Zahlvorstellungen entwickeln. Nichtzählende Anzahlbestimmungen sind durch Simultanerfassung und Quasi-Simultanerfassung möglich. Kinder und Erwachsene können Mengen bis zu vier oder fünf Elementen auf einen Blick simultan erkennen. Auch Kinder vor Schuleintritt zeigen beachtliche Fähigkeiten bei der Simultanerfassung: Wurde Kindern kurze Zeit ein Punktbild gezeigt, konnten über 90 % der Kinder drei und vier Punkte simultan wahrnehmen (Clarke u. a. 2008; Benz 2011).

Um Mengen mit größeren Anzahlen nichtzählend bestimmen zu können, müssen die Anzahlen strukturiert dargestellt werden oder der Betrachter muss eine Struktur hineindeuten. Dabei wird die Anzahl (real oder nur vor dem geistigen Auge) in kleinere Mengen zerlegt bzw. einzelne Objekte werden zu kleinen Einheiten zusammengesetzt. Diese kleinen Einheiten kann man simultan erfassen und dann die Anzahlen zusammenfügen. Werden bei größeren Anzahlen Strukturen erkannt oder gebildet und somit die Anzahl in kleinere Mengen zerlegt bzw. einzelne Objekte zu Einheiten zusammengesetzt, kann man von strukturierter Anzahlwahrnehmung sprechen. Können die Kinder nach der strukturierten Wahrnehmung die Menge sofort bestimmen, wird dies als Quasi-Simultanerfassung bezeichnet.

Will man Simultan- und Quasi-Simultanerfassung beobachten und fördern, muss der Prozess der Anzahlbestimmung im Vordergrund stehen und nicht allein das korrekte Ergebnis:

- Bei der Herstellung eines Memory- oder Domino-spiels mit der Regel „Gleiche Anzahlen ergeben ein Paar“ kann man über geschickte Darstellungen sprechen, bei denen man leicht – ohne zählen zu müssen – erkennen kann, wie viele Gegenstände abgebildet sind. Beim Spielen kann man beobachten, wie Kinder die Anzahlen bestimmen, und nichtzählende Anzahlbestimmungen anregen.
- Fragen wie „Kannst du auch, ohne zu zählen, sagen, wie viele es sind?“ oder „Kann man das so legen, dass man leicht erkennen kann, wie viele es sind?“ lenken den Blick der Kinder auch bei anderen Gelegenheiten auf nichtzählende Prozesse und fördern diese.
- Bei manchen Spielen trägt „Sehen“ als schneller Prozess der Anzahlbestimmung zu einem flüssigeren

Spielverlauf bei (z. B. Dominos mit Anzahlbildern) oder verschafft dem Spieler sogar einen Vorteil (Halli-Galli). Das sollte mit den Kindern auch thematisiert werden.

Die strukturelle Anzahlwahrnehmung findet auf der visuellen Ebene statt, etwas Ganzes wird visuell in Teile zerlegt. Es finden also noch keine abstrakten Zahlzerlegungen statt. Allerdings kann sich aus der Zerlegung konkreter (z. B. mit Plättchen gelegter) Mengen und der Verknüpfung mit der Gesamtmenge langsam das Wissen über einzelne Zahlzerlegungen entwickeln; das Kind lernt beispielsweise, dass drei Plättchen und zwei Plättchen immer fünf Plättchen ergeben. Darüber hinaus kann sich ein Verständnis von Zahlen als Zusammensetzungen aus anderen Zahlen entwickeln (Teil-Ganzes-Verständnis); das Kind kann sehen, dass die fünf Plättchen aus zwei und drei, aber auch aus vier und einem Plättchen zusammengesetzt sind.

Teil-Ganzes-Verständnis von Zahlen

Obwohl das visuelle Teil-Ganzes-Verständnis und das Teil-Ganzes-Verständnis von Zahlen auf verschiedenen Abstraktionsebenen liegen, konnte ein Zusammenhang zwischen Fähigkeiten zur Struktur- und Mustererkennung und späteren Leistungen im Mathematikunterricht in verschiedenen Studien nachgewiesen werden (Lücken 2012; van Nes 2009, Gaidoschik 2010). Das Teil-Ganzes-Verständnis sowohl auf visueller als auch auf abstrakter Ebene spielt eine tragende Rolle bei der Zahlvorstellung von Zahlen als Anzahlen. Dornheim (2008) konnte in ihrer Studie zur Vorhersage von Rechenleistung feststellen, dass neben flexiblen Zählkompetenzen (wie Vorwärtzzählen, Abzählen, Abzählen ohne Zeigen und Rückwärtzzählen) das schnelle Erfassen strukturierter Anzahlen und komplexe Leistungen zum Teil-Ganzes-Konzept die größte Vorhersagekraft von Rechenleistung haben. Dass 10 das Doppelte von 5 ist oder aus 8 und 2 bzw. aus 3 und 7 besteht, können Kinder nur entdecken, wenn sie Mengen nicht nur zählend bestimmen und damit ihre gesamte Aufmerksamkeit nicht nur auf den Zählprozess gerichtet ist. Es ist ein großer Unterschied, ob ein Kind bei der Zahl 10 nur an die Endstation des Zählvorgangs denkt oder weiß, dass diese Zahl für eine Menge von Gegenständen steht und dass die Zahl 10 aus anderen Zahlen zusammengesetzt werden kann.

Es ist sinnvoll, zunächst ein Teil-Ganzes-Verständnis bzw. die Zahlzerlegung bestimmter einzelner Zahlen zu



3 Strukturen erkennen, Mengen in kleinere Mengen zerlegen: „3 Eier und 2 Eier“ oder „4 Eier und 1 Ei“.

erarbeiten und den Kindern nicht ständig wechselnde Gesamtanzahlen vorzugeben. Hält man an einer Anzahl fest, kann auch den Kindern deutlich werden, dass es nun um die verschiedenen Zerlegungen dieser einen Zahl geht. Durch Handlungen mit Plättchen, Schüttelboxen oder Steckwürfeln und die Übersetzung in Zahlen können alle Zahlzerlegungen einer Zahl erarbeitet werden.

Folgende Fragen dienen sowohl zur Beobachtung als auch zur Förderung:

- Welche verschiedenen Zerlegungen hast du gefunden? Hast du welche doppelt?
- Hast du alle Zerlegungen? Warum bist du dir sicher?
- Kannst du schon vor dem Werfen oder Schütteln sagen, was du für ein Ergebnis bekommen könntest?

Ausblick – Operationsverständnis

Im Rahmen dieses Artikels wurden die Lernvoraussetzungen von Schulanfängern bezüglich Anzahlen und Zahlen kurz beleuchtet. Bei der Bestimmung von Anzahlen mit strukturierter Mengenwahrnehmung kann auch schon ein Operationsverständnis der Addition und Subtraktion erkennbar werden (Benz 2014). Folgende Argumentationen stammen von Fünfjährigen, denen fünf Eier in einer Schachtel gezeigt wurden (Abb. 3): „Das sind

fünf, denn wenn es noch eins mehr wären, wären es ja sonst sechs.“ Das Kind hat sich wahrscheinlich an einer vorgestellten Würfelsechs orientiert. Ein anderes Kind zeigte jeweils auf übereinanderliegende Eier und erklärte: „Das sind fünf, weil zwei und zwei sind vier und noch eins mehr sind fünf“.

Hier zeigt sich das große Potential, wenn Mengen nicht nur gezählt, sondern auch strukturiert „gesehen“ werden.

- Benz, Ch.: Den Blick schärfen. In: Lüken, M.; Peter-Koop, A. (Hrsg.): Mathematischer Anfangsunterricht. Befunde und Konzepte für die Praxis. Mildenberger, Offenburg 2011. S. 7–21.
- Benz, Ch.: Identifying Quantities – Children's Constructions to Compose Collections from Parts or Decompose Collections into Parts. In: Kortenkamp, U. u.a. (Hrsg.): Early Mathematics Learning. Selected Papers of the POEM 2012 Conference. Springer, New York 2014. S. 189–203.
- Clarke, B.; Clarke, D.; Grüßing, M.; Peter-Koop, A.: Mathematische Kompetenzen von Vorschulkindern: Ergebnisse eines Ländervergleichs zwischen Australien und Deutschland. In: Journal für Mathematikdidaktik 29 (2008), Heft 3/4, S. 259–286.
- Dornheim, D.: Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche. Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten. Logos, Berlin 2008.
- Gaidoschik, M.: Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. Peter Lang, Frankfurt/Main 2010.
- Gasteiger, H.: Womit man rechnen muss. Mathematische Kompetenzen zu Schulbeginn erkennen und weiterentwickeln. In: Fördermagazin Grundschule 4/2013a, S. 8–12.
- Gasteiger, H.: Förderung elementarer mathematischer Kompetenzen durch Würfelspiele – Ergebnisse einer Interventionsstudie. In: Greefrath, G.; Käpnick, F.; Stein, M. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. S. 336–339. WTM, Münster 2013b. Online im Internet: <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/bzmu2013/Einzelvortraege/BzMU13-Gasteiger.pdf> (zuletzt aufgerufen am 25.2.2015).
- Hasemann, K.: Anfangsunterricht Mathematik. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2003.
- Lüken, M.: Muster und Strukturen im mathematischen Anfangsunterricht. Grundlegung und empirische Forschung zum Struktursinn von Schulanfängern. Waxmann, Münster 2012.
- van Nes, F.: Young Children's Spatial Structuring Ability and Emerging Number Sense. Freudenthal Institut, Utrecht 2009. Online im Internet: <http://dspace.library.uu.nl/handle/1874/35039> (zuletzt aufgerufen am 25.2.2015).
- Rinkens, H.-D.: Arithmetische Fähigkeiten am Schulanfang. Online im Internet: <http://www.rinkens-hd.de/index.php/Projekte> (erstellt am 28.5.2004, zuletzt aufgerufen am 25.2.2015).
- Schipper, W.: Schulanfänger verfügen über hohe mathematische Kompetenzen. Eine Auseinandersetzung mit einem Mythos. In: Peter-Koop, A. (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. Mildenberger, Offenburg 1998. S. 119–140.
- Schmidt, R.: Zahlenkenntnisse von Schulanfängern. Ergebnisse einer zu Beginn des Schuljahres 1981/82 durchgeführten Untersuchung. Hessisches Institut für Bildungsplanung und Schulentwicklung, Wiesbaden 1982.
- Selter, Ch.: Zur Fiktivität der „Stunde Null“ im arithmetischen Anfangsunterricht. In: Mathematische Unterrichtspraxis 16 (1995), Heft 2, S. 11–19.