

Henning Sievert | Ann-Katrin van den Ham | Aiso Heinze

Mit guten Schulbüchern zum flexiblen Rechnen?

Lerngelegenheiten in Schulbüchern und ihr Bezug zum Lernerfolg

Schulbücher gehören zu den meistgenutzten Medien im Mathematikunterricht. Doch was macht ein gutes Schulbuch aus? Lernen Kinder mit verschiedenen Mathematikbüchern unterschiedlich viel? Und kann man „gute“ und „schlechte“ Bücher erkennen? In der IPN-Schulbuchstudie wurde diesen Fragen nachgegangen. Im Beitrag werden Ergebnisse u. a. zum Bereich des flexiblen Rechnens vorgestellt.

Für die meisten Grundschullehrkräfte stellt das Schulbuch die Grundlage für den Mathematikunterricht dar. Es strukturiert die Inhalte, dient als Basis für die Unterrichtsplanung und stellt Aufgaben für die Lernenden bereit. In der TIMSS-Studie von 2011 gaben 86 % der Grundschullehrkräfte in Deutschland an, das Mathematikbuch als Basis für ihren Unterricht zu nutzen.

Doch trotz intensiver Nutzung ist die Frage, was ein „gutes“ Schulbuch ausmacht, weitgehend ungeklärt. Unstrittig ist, dass gute Schulbücher die Lehrplaninhalte widerspiegeln und inhaltlich fehlerfrei sind. In diesem Beitrag möchten wir die Rolle des Schulbuchs als Instrument zum Lehren und Lernen von Mathematik betrachten und damit die Qualität von Schulbüchern am Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler messen.

Die IPN-Schulbuchstudie

Basis der Untersuchung waren Längsschnittdaten von knapp 1700 Kindern aus Schleswig-Holstein vom

Schuleintritt bis zum Ende von Klasse 3. In den mehr als 80 Schulklassen wurden vier verschiedene Schulbuchreihen verwendet. Zunächst hat sich gezeigt, dass sich Kinder in der Entwicklung ihrer Arithmetikleistung stark unterscheiden, je nachdem, welches der vier Schulbücher

sie genutzt haben (van den Ham & Heinze 2018).

Da es auch andere Einflussfaktoren für die Entwicklung der Kinder gibt, wurde eine Reihe von individuellen und unterrichtlichen Voraussetzungen bei der Analyse beachtet, um einen fairen Vergleich zu ermög-

Abb. 1:
Xxxxxxx

gern weiteres Foto

Abb.-Nr.-Verweise müssen dann
angepasst werden

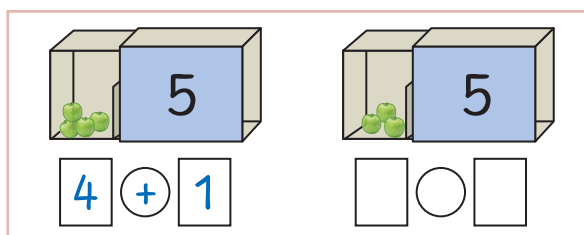


Abb. 1: Darstellung der Zerlegung einer Zahl mit fehlender Teilmenge

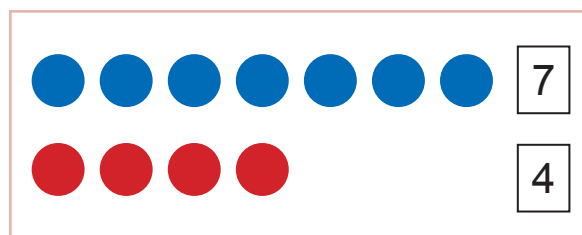


Abb. 2: Statische Darstellung mit Eins-zu-Eins-Zuordnung, um Differenzmengen zugänglich zu machen

lichen. Dazu gehören zum Beispiel Schuleingangsvoraussetzungen (sprachliche Fähigkeiten, Intelligenz, numerische Kenntnisse), Leistungsstärke der Klassen oder ob fachfremd unterrichtet wurde.

Die ermittelten Unterschiede in den Arithmetikleistungen zwischen den Schulbuchgruppen waren groß und vergleichbar mit dem durchschnittlichen Lernzuwachs eines halben Schuljahres.

Diese erste Studie zeigte zwar, dass es zwischen den Schulbüchern Unterschiede gemessen am Lernerfolg gibt, aber nicht, warum es diese gibt. Um uns der Frage nach dem „Warum“ zu nähern, haben wir für drei Themenbereiche die Qualität der Lerngelegenheiten in den Schulbüchern bewertet und konnten Zusammenhänge zwischen der themenspezifischen Schulbuchqualität und dem Lernerfolg der Kinder bei diesem Thema nachweisen. Mit anderen Worten: Lernende, die nach einem Schulbuch mit höherer Qualität in einem Themenbereich unterrichtet wurden, zeigen in diesem Bereich auch bessere Leistungen.

Die drei untersuchten Bereiche sind Quantitative Vergleiche und Operative Beziehungen jeweils in Klasse 1 sowie das Flexible Rechnen in Klasse 3. Diese sowie die entsprechenden Kriterien der Schulbuchqualität werden im Folgenden vorgestellt.

Quantitative Vergleiche – „Wie viele Kekse hat Mila mehr als Paul?“

Aufgaben zum quantitativen Vergleich von Mengen gehören zu den

vier grundlegenden Situationen der Addition und Subtraktion (Schipper 2009). Das sind Aufgaben wie z. B.: „Paul hat 4 Kekse, Mila hat 7 Kekse, wie viele Kekse hat Mila mehr als Paul?“

Für den Aufbau eines tragfähigen Operationsverständnisses sollen die Kinder lernen, verschiedene additive und subtraktive Situationen mathematisch zu modellieren. Im Vergleich zu Situationen zum Verändern (Hinzukommen/Wegnehmen), Vereinigen oder Ergänzen bereiten Aufgaben zum quantitativen Vergleich die größten Schwierigkeiten. Neben dem statischen Charakter, der im Gegensatz zum dynamischen Wegnehmen keine Handlung vorgibt, wird dafür auch die Schwierigkeit angeführt, die Subtraktion als Unterschied zu verstehen. Auch bergen Vergleichsaufgaben sprachliche Schwierigkeiten wie die Äquivalenz der Aussagen „A hat 2 mehr als B“ und „B hat 2 weniger als A“.

Obwohl ein variationsreicher Aufbau des Operationsverständnisses in Lehrplänen gefordert wird, enthalten Schulbücher kaum Lerngelegenheiten zum quantitativen Vergleich. Dennoch unterscheiden sich die Leistungen der Kinder in unserer Stichprobe je nach Schulbuch auch bei Aufgaben zu quantitativen Vergleichen. Eine vertiefte Analyse zeigte, dass die folgenden Lerngelegenheiten in Schulbüchern dafür bedeutsam waren (Sievert, van den Ham & Heinze 2020)

Zahlzerlegungen mit fehlender Teilmenge

Lerngelegenheiten, die die Zerlegung einer Zahl mit einer fehlenden

Teilmenge darstellen (Abb. 1), sollten sowohl handelnde (enaktive) Arbeitsaufträge beinhalten als auch bildliche (ikonische) und symbolische Repräsentationen. Die drei Ebenen sollten miteinander verknüpft sein, das heißt innerhalb einer Lerngelegenheit ineinander überführt werden. Außerdem sollten die Lernenden dabei aufgefordert werden, über ihre Lösungsansätze zu sprechen. Diese fünf Kriterien (E-I-S-Ebenen, deren Verknüpfung, sprachlicher Austausch) sollten an mehreren Stellen im Schulbuch aufgegriffen werden, also sowohl im erklärenden Teil als auch auf Seiten zum Üben sowie beim späteren Wiederholen.

Zusammenhang von Addition und Subtraktion

Wie bei den Zahlzerlegungen sollte auch der Zusammenhang der beiden Operationen anhand der drei E-I-S-Ebenen dargestellt, diese miteinander verknüpft und die Schülerinnen und Schüler zum sprachlichen Austausch angeregt werden. Auch hier ist eine Verteilung der Kriterien über das Schulbuch in Form von Erklär-, Übungs- und Wiederholungsteil sinnvoll.

Subtraktion als Unterschied

Die Vorstellung der Subtraktion als Unterschied sollte explizit behandelt werden und die häufig nur dynamischen Subtraktionssituationen ergänzen. Sinnvoll sind statische Darstellungen, die eine Eins-zu-Eins-Zuordnung ermöglichen, und so die Differenzmenge zugänglich machen

(Abb. 2). Auch hier sollten zudem enaktive (z. B. das Spiel „Hamstern“, Verboom 2010) und symbolische Darstellungen enthalten sowie miteinander verknüpft sein und Anregungen zum sprachlichen Austausch gegeben werden. Wie in den vorherigen Kategorien sollte sich dies über das Schulbuch verteilen.

Lehrkräfteband: Das Handbuch für Lehrkräfte sollte Impulse zum quantitativen Vergleich beinhalten. Diese sollten für alle Lernenden gedacht sein und nicht nur leistungsstarke Kinder adressieren.

Lerngelegenheiten zum quantitativen Vergleich

Obwohl die Schulbücher unserer Untersuchung keine direkten Lerngelegenheiten zum quantitativen Vergleich enthalten, deuten die Schülerleistungen in unserer Studie darauf hin, dass die Behandlung in Klasse 1 möglich ist. Wir gehen davon aus, dass solche Lerngelegenheiten in Schulbüchern förderlich für den Lernerfolg der Kinder sind.

Operative Beziehungen

Ziel des ersten Schuljahres ist es, dass sich die Kinder vom zählenden Rechnen lösen, zugunsten von strategischen Werkzeugen bzw. dem Auswendigwissen des kleinen Einspluseins und Einsminuseins. Dieser Prozess ist langfristig und basiert darauf, die zugrunde liegenden Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen zu erkennen und nutzen zu können.

Kern dieser Beziehungen sind die operativen Grundaufgaben, zu denen die Tauschaufgabe (z. B. $3 + 4 = 4 + 3$), Umkehraufgaben (z. B. $3 + 4 = 7 \rightarrow 7 - 4 = 3$) sowie Nachbaraufgaben (z. B. $3 + 4 = 7 \rightarrow 3 + 5 = 8$) gehören (Schipper 2009). In unserer Studie zeigten sich am Ende von Klasse 1 deutliche Unterschiede beim Nutzen dieser Strategien, je nach welchem Schulbuch die Kinder unterrichtet

INFO

Modell der Strategiekompetenz

1. Strategierepertoire: Kenntnis verschiedener Strategien
2. Strategieverteilung: Kenntnis, welche Strategien für welche Aufgabentypen geeignet sind
3. Strategieanwendung: Fähigkeit, jede bekannte Strategie schnell und sicher anzuwenden
4. Strategieflexibilität: Fähigkeit, die bekannten Strategien beim Lösen mehrerer Aufgaben flexibel anzuwenden

(vgl. Lemaire & Siegler 1995)

wurden (Sievert, van den Ham & Heinze 2021). Die dafür relevanten Kriterien der Schulbuchqualität im Bereich „Operative Beziehungen“ basieren auf dem Modell der Strategiekompetenz (vgl. Infokasten).

Die folgende Konkretisierung dieser vier Kategorien für Schulbücher in Klasse 1 zeigte einen Zusammenhang zur Nutzung operativer Grundaufgaben durch die Kinder.

Strategierepertoire: Die Darstellung der Strategien in unterschiedlichen Repräsentationen ist auch hier wichtig: Die drei Strategien sollten

ikonisch sowohl anhand von didaktischem Material als auch in realitätsnahen Kontexten dargestellt sein. Die Einführung der Namen misst ihnen Bedeutung bei, zudem sollte die Ausführung sprachlich beschrieben sein. Schließlich sollte die Darstellung anhand von Arbeitsmitteln erfolgen, die im Klassenraum vorhanden sind.

Strategieverteilung: Die mehrfache Darstellung der Strategien im Schulbuch hebt deren Bedeutung hervor. Die operativen Grundaufgaben als Kern der operativen Beziehungen sollten daher nicht nur einmal erläu-

Abb. 4:
XXXXXXX

gern weiteres Foto

Abb.-Nr.-Verweise müssen dann angepasst werden

	Quantitative Vergleiche	Operative Beziehungen	Flexibles Rechnen
Denken und Rechnen (2011)	4.7	2.2	5.9
Einstern (2010)	2.9	6.4	2.8
Flex und Flo (2007)	4.9	5.6	4.1
Welt der Zahl (2011)	7.5	5.9	7.2

Abb. 3: Ergebnisse der themenspezifischen Schulbuchqualität von in Schleswig-Holstein verwendeten Ausgaben (transformierte Skala von 0, geringe Qualität, bis 10, hohe Qualität). Ergebnisse sind nicht auf Neuauflagen übertragbar.

tert werden. Dabei lassen sich die Repräsentationsformen variieren.

Strategieanwendung: Für die operativen Grundaufgaben sollten verschiedene Übungsformate für die schnelle und sichere Anwendung enthalten sein.

Strategieflexibilität: Für die flexible Anwendung verschiedener Strategien ist das Vergleichen dieser von Bedeutung, was zudem die Möglichkeit verschiedener Lösungswege verdeutlicht. Ebenfalls förderlich sind strukturierte Darstellungen der Aufgaben, wie in 1+1- bzw. 1–1-Tafeln, die vielseitige Verbindungen zwischen den Aufgaben veranschaulichen. Zudem sollten Diskussionen über die Eignung der Strategien in konkreten Situationen angeregt werden.

Flexibles Rechnen im Zahlenraum bis 1000

In Klasse 3 haben wir die flexible und geschickte Strategienutzung bei der Addition und Subtraktion bis 1000 untersucht (Siefert, van den Ham, Niedermeyer & Heinze 2019). Auch hier zeigten die Schulklassen je nach verwendetem Schulbuch deutliche Unterschiede im Lernerfolg. Da die flexible Nutzung von Rechenstrategien bereits in Klasse 2 behandelt wird, haben wir Schulbücher der 2. und 3. Klasse untersucht.

Aus dem Modell der Strategiekompetenz (vgl. Infokasten) wurden vier Kategorien der Schulbuchqualität abgeleitet, die sich als relevant für

den Lernerfolg der Kinder beim flexiblen Rechnen herausgestellt haben.

Strategierepertoire: Es sollten mehrere Strategien im Schulbuch dargestellt werden. Das bedeutet nicht, dass jedes Kind jede Strategie kennen soll. Ein größeres Angebot an Strategien ermöglicht aber eine Auswahl an Rechenwegen und kann individuellen Stärken besser gerecht werden. Die Strategien sollten als eigene Lerninhalte eingeführt werden (also nicht nur als „Rechentrick“ am Seitenrand) und in unterschiedlichen Repräsentationsformen dargestellt sein (z. B. in Gleichungsform und am Zahlenstrahl).

Strategieverteilung: Beim geschickten Rechnen sind einige Strategien nützlicher als andere. Dem sollte die Häufigkeit der Strategien im Schulbuch entsprechen. Insbesondere sollten Strategien nicht nur ein einziges Mal dargestellt werden. Lernende nutzen Strategien flexibler, wenn sie frühzeitig unterschiedliche Lösungswege für eine Aufgabe kennenlernen. Schulbücher sollten entsprechend nicht nur eine „Hauptstrategie“ betonen und andere Strategien nur als „Rechentricks“ bezeichnen.

Strategieanwendung: Durch zunehmende Erfahrung steigen Schnelligkeit und Sicherheit bei der Ausführung der einzelnen Strategien. Dazu müssen entsprechend Übungsaufgaben vorhanden sein.

Strategieflexibilität: Insbesondere das Vergleichen von Strategien schärft den Blick für Vor- und Nachteile der einzelnen Strategien. Lerngelegenheiten, die den Vergleich von Strategien fordern, sind besonders förderlich für eine flexible Strategienutzung der Lernenden (vgl. Beitrag Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner in dieser Ausgabe).

Fazit

In unserer Studie ist es gelungen, Schulbuchqualität themenspezifisch so zu bestimmen, dass sie einen Zusammenhang mit dem Lernerfolg der Kinder aufweist. Interessant ist, dass die Schulbücher je nach Themengebiet unterschiedliche Stärken und Schwächen zeigen (Abb. 3). Anhand der hier dargestellten Kriterien lässt sich keine globale Bewertung der Schulbuchqualität definieren. Für die drei untersuchten Themenbereiche zeigen sie jedoch praxisnahe Kriterien, die sowohl im täglichen Unterricht als auch bei der Auswahl eines Schulbuchs Anwendung finden können.

Literatur

- Lemaire, P. & Siegler, R. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124, S. 83–97.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.
- Siefert, H., van den Ham, A.-K., Niedermeyer, I. & Heinze, A. (2019). Effects of mathematics textbooks on the development of primary school children's adaptive expertise in arithmetic. *Learning and Individual Differences* 74, 101716, S. 1–13.
- Siefert, H., van den Ham, A.-K. & Heinze, A. (2021). Are first graders' arithmetic skills related to the quality of mathematics textbooks? A study on students' use of arithmetic principles. *Learning and Instruction*, 71, 101401, S. 1–14.
- Siefert, H., van den Ham, A.-K., & Heinze, A. (2020). What role does the textbook play when first graders solve quantitative comparisons? A longitudinal study. Manuscript.
- van den Ham, A.-K. & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59, S. 133–140.
- Verboom, L. (2010). „Ich habe drei Plättchen mehr als du“. *Grundschule Mathematik*, 25, S. 6–7.