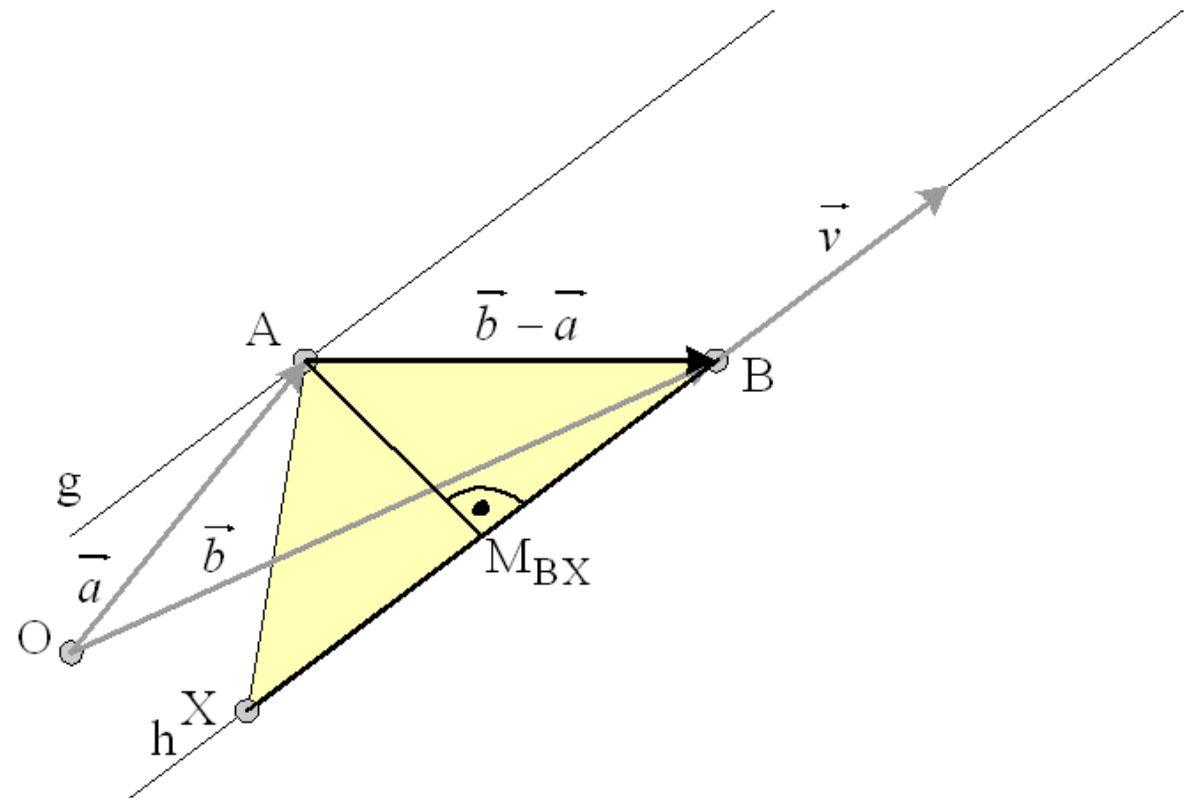


Abstand paralleler Geraden g und h

Vorschlag 1

Höhe im gleichschenkligen Dreieck

Die Punkte A, B und X bilden ein gleichschenkliges Dreieck. Dabei soll der Punkt X auf der Geraden h liegen und den gleichen Abstand zu A haben wie B. Die Strecke $\overline{BX}$ ist die Basis dieses Dreiecks. Bezüglich der Basis stimmen die Seitenhalbierende und die Höhe überein. Der Streckenmittelpunkt M_{BX} ist der Höhenfußpunkt. Die Länge der Seitenhalbierenden ist die Höhe im Dreieck AXB und zugleich der Abstand der beiden parallelen Geraden.

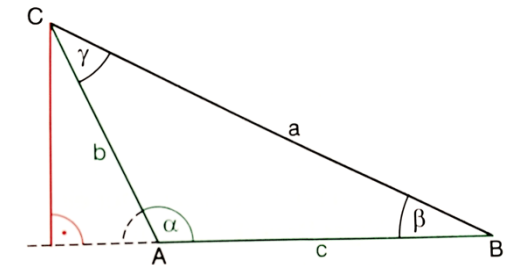
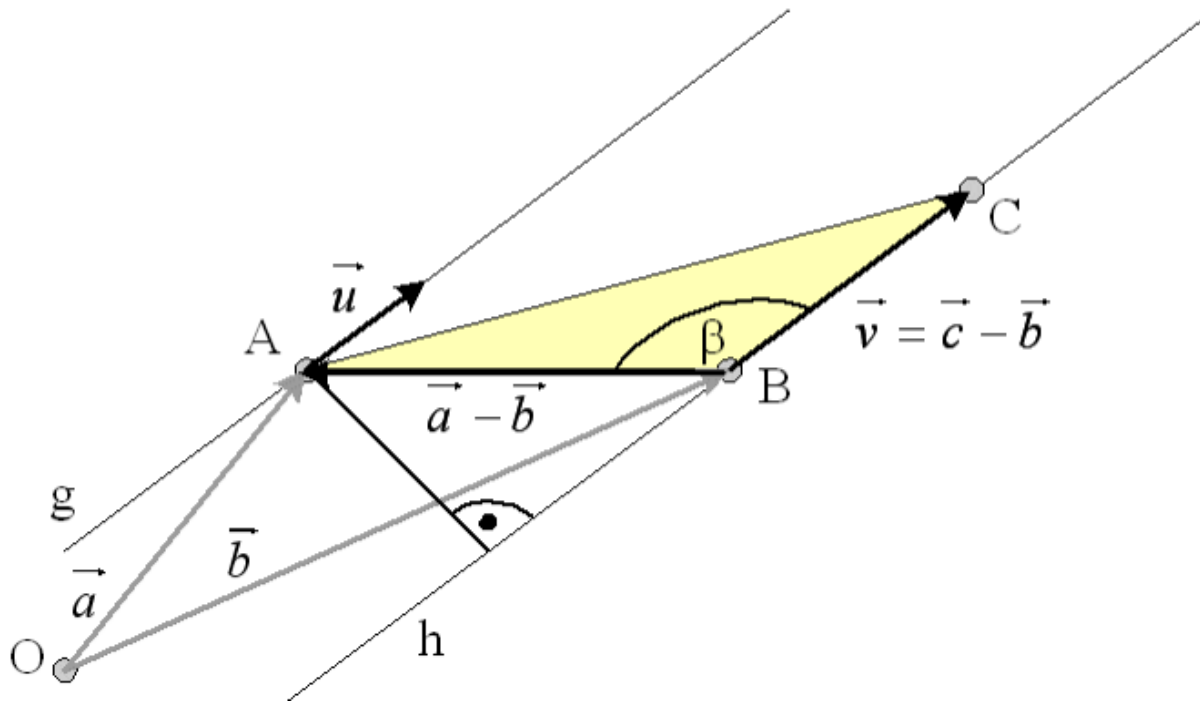


Abstand paralleler Geraden g und h

Vorschlag 2

Ermitteln der Höhe aus dem Flächeninhalt

Das Dreieck ABC hat einen Flächeninhalt, der sich nach dem Flächensinussatz bestimmen lässt ohne die Höhe zu kennen. Da sich die Länge einer Grundseite berechnen lässt, kann man die Länge der zugehörigen Höhe aus dem Flächeninhalt bestimmen.



$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot b \cdot \sin(\alpha)$$

Abstand paralleler Geraden g und h

Vorschlag 3

eine zu g orthogonale Gerade schneidet h

Man bestimmt einen allgemeinen Normalenvektor $\vec{n}$, der orthogonal zu $\vec{u}$, dem Richtungsvektor der Geraden g ist. Man legt eine Gerade mit diesem Normalenvektor als Richtungsvektor durch den Punkt A und sucht den Schnittpunkt mit der Geraden h .

Da der Normalenvektor unendlich viele Richtungen besitzen kann, die dennoch orthogonal zu g sind – er rotiert um die Gerade g herum – treten bei diesem Ansatz fünf unbekannte Größen auf: Die drei Koordinaten oder Komponenten von $\vec{n}$ sowie die Parameter k und s , die in der jeweiligen Geradengleichung zum Schnittpunkt führen.

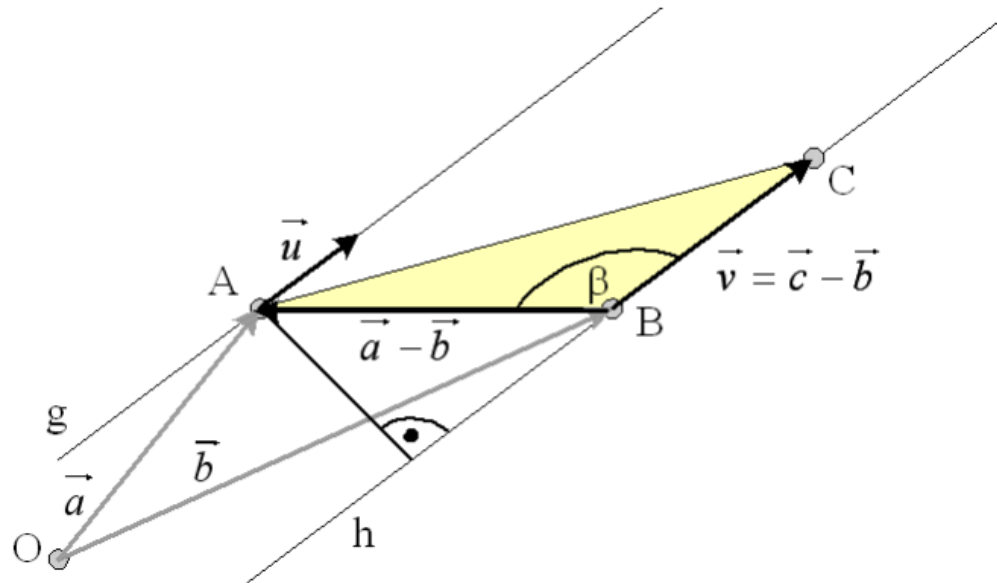
Abstand paralleler Geraden g und h

Vorschlag 4

Normalenvektor zum Normalenvektor der Ebene durch A, B und C

Man sucht einen Normalenvektor $\vec{m}$ zu der Ebene durch A, B und C. $\vec{m}$ ist orthogonal zu $\vec{u}$ und zu $\vec{b} - \vec{a}$. Man sucht zu diesem Normalenvektor $\vec{m}$ einen Normalenvektor $\vec{n}$, der in der Ebene durch A, B und C liegt. $\vec{n}$ ist orthogonal zu $\vec{u}$ und zu $\vec{m}$.

Man stellt in Parameterform der Term $\vec{a} + k \cdot \vec{n}$ einer Geraden mit Aufpunkt A und Richtungsvektor $\vec{n}$ auf und sucht den Schnittpunkt mit der Geraden h.



Abstand paralleler Geraden g und h

Vorschlag 5

Extremwertaufgabe: Der Punkt mit dem kleinsten Abstand

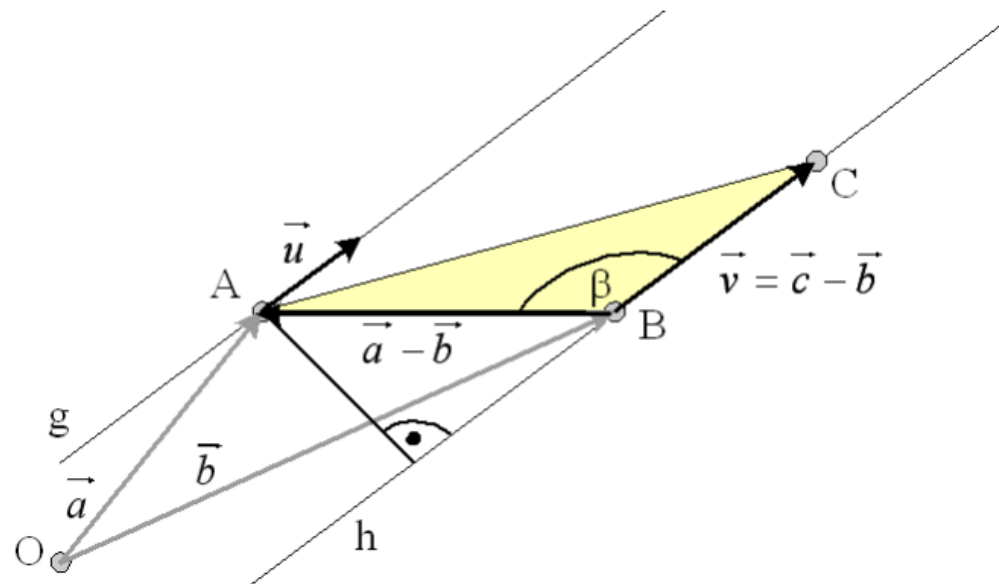
Man hält den Punkt A auf der Geraden g fest und lässt einen Punkt X auf der Geraden h durch Verändern des Parameters s entlang gleiten. Man sucht diejenige Lage von X mit dem kleinsten Abstand der beiden Punkte A und X ; dies ist der Abstand der beiden Geraden. Der Term für den Abstand $|\overrightarrow{AX}|$ ist von dem Parameter s der Geradengleichung abhängig. Man bildet die Ableitung nach s und setzt sie gleich 0. Bei einer Nullstelle der Ableitung liegt eine mögliche Extremstelle vor (notwendige Bedingung). Wenn außerdem die zweite Ableitung an dieser Stelle positiv ist, liegt mit Sicherheit ein Minimum vor. Von der Sachlage her kann es nur eine Nullstelle der Ableitung geben, diese kann nur ein Minimum bedeuten.

Abstand paralleler Geraden g und h

Vorschlag 6

operatives Verfahren

Man zerlegt den Vektor $\vec{b} - \vec{a}$ in zwei Komponenten, die zueinander orthogonal sind. Ein Anteil zeigt in Richtung von $\vec{u}$, ein Anteil zeigt orthogonal zu $\vec{u}$. Durch Gleichsetzen $\vec{b} - \vec{a} = k \cdot \vec{u} + r \cdot \vec{n}$ ermittelt man k und r . Eine äquivalente Gleichung lautet $k \cdot \vec{u} + r \cdot \vec{n} - (\vec{b} - \vec{a}) = \vec{0}$.



Abstand paralleler Geraden g und h

Vorschlag 7

Kreuzprodukt

Man bestimmt den Flächeninhalt des von den Vektoren $\vec{a}-\vec{b}$ und $\vec{v}$ aufgespannten Parallelogramms mit der Grundseite BC .

Der gesuchte Abstand ergibt sich als Höhe des Parallelogramms aus der Division des Flächeninhalts durch die Länge der Grundseite BC .

