

DARUM GEHT'S

Beim Erforschen von Zaubertricks wird das Erkennen und Beschreiben von Mustern thematisiert. Die Muster werden dabei zunächst mit Worten in der Rolle von Platzhaltern ausgedrückt. Hieraus wird ein verständnisorientierter Variablenbegriff entwickelt.

INHALTSBEZOGENE KOMPETENZEN

- mit natürlichen Zahlen rechnen
- Zusammenhänge erkennen und beschreiben und diese in sprachlicher Form darstellen

PROZESSBEZOGENE KOMPETENZEN

- das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren
- mathematische Argumentationen entwickeln
- Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren

WELCHE ROLLE SPIELT DIE VARIABLE?

	E	K	G
A	x		
U			
V			



Material

- Arbeitsblatt Zauberquadrat

Arbeitsblatt für die Gruppenarbeit

Das Zauberquadrat

1. Gemeinsam

Anweisungen:

1. Kreise eine der Zahlen des Zauberquadrats ein.
2. Streiche alle Zahlen durch, die in derselben Zeile stehen wie deine eingekreiste Zahl.
3. Streiche auch alle Zahlen in derselben Spalte durch.
4. Kreise eine von den nicht durchgestrichenen Zahlen ein.
5. Streiche wieder alle Zahlen in derselben Zeile und Spalte der eingekreisten Zahl.
6. Kreise noch einmal eine noch nicht gestrichene Zahl ein.
7. Streiche noch einmal alle Zahlen in derselben Zeile und Spalte deiner eingekreisten Zahl.
8. Kreise die letzte noch freie Zahl ein.
9. Addiere alle Zahlen, die eingekreist sind.

Der Zauberer kennt die Summe, ohne dass er die eingekreisten Zahlen gesehen hat. **Sucht die Zauberformel!**

2. Gruppenarbeit

Bearbeitet euer Zauberquadrat in der Gruppe auf die gleiche Weise wie oben.

Gruppe 1:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

Gruppe 2:

12	3	4	5
6	7	8	9
10	11	13	15
14	15	16	17

Gruppe 3:

2	4	5	6
7	8	9	10
11	12	13	14
15	16	17	18

Gruppe 4:

4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19

Gruppe 5:

10	11	12	13
14	15	16	17
18	19	20	21
22	23	24	25

Gruppe 6:

10	11	12	13
14	15	16	17
18	19	20	21
22	23	24	25

Gruppe 7:

9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24

Gruppe 8:

10	11	12	13
14	15	16	17
18	19	20	21
22	23	24	25

Gruppe 9:

10	11	12	13
14	15	16	17
18	19	20	21
22	23	24	25

Zauberhafte Variablen

Vorstellungen der Variable als Unbestimmte entwickeln

Ulrich Brauner und Alexandra Tondorf

Klasse 5b einer Ruhrgebiets Gesamtschule – 27 Lernende, drei davon mit diagnostiziertem Förderbedarf „Lernen“. Mathe ist nicht das Lieblingsfach dieser Kinder und die letzte Stunde an einem Donnerstag steigert die Motivation nicht. Doch die Stunde wird bald zur Lieblingsstunde der Schüler:innen: Wir zaubern mit Mathe! Dabei erhalten die Kinder einen ersten Zugang zum Konzept der Variable als unbestimmte Zahl.

Hier wird anhand einiger Unterrichtssituationen und einfacher Beispiele von Zaubertricks vorgestellt, wie sich Schüler:innen auf den Weg zur Variablen als Unbestimmte machen können.

pen schreiben die Schüler:innen die Punkte Etage für Etage auf und addieren sie dann alle gemeinsam. Ich helfe ihnen, ihre Ideen zu systematisieren: „Schreibt doch mal die Summe für die einzelnen Etagen getrennt auf.“ In anderen Gruppen fällt sofort auf, dass die Punktezahl auf jeder Etage immer 14 beträgt. David erkennt, dass eigentlich nur die Zahl oben bei den Türmen immer anders ist. Seine Idee wird gemeinsam an der Tafel ausdifferenziert und festgehalten.

Für schwächere Lernende wird an dieser Stelle noch einmal eine wichtige Grundvorstellung thematisiert: Es sind auf jeder Etage immer 14 Punkte. Für drei Würfel sind es al-

Der Würfelturmtrick

Die Stunde beginnt mit der Einteilung in Gruppen und einem Arbeitsauftrag: „Baut in eurer Gruppe einen Turm aus drei Spielwürfeln, ohne dass die Zauberin den Turm sehen kann. Addiert alle Zahlen, die ihr auf allen sichtbaren Flächen des Würfels erkennen könnt.“

An den verschiedenen Gruppentischen entstehen überall andere Türme. Ich laufe durch die Klasse und beweise, dass ich zaubern kann, indem ich, nach einem kurzen Blick auf den Würfelturm (Abb. 1), sofort die richtige Summe nenne.

Während der Gruppenarbeit sollen die Lernenden erkennen, dass die Punktesumme aus jeweils zwei Paaren gegenüberliegender Seiten jedes Würfels 14 ist. Grund dafür ist, dass sich die Punkte auf gegenüberliegenden Seiten eines Würfels immer zu sieben addieren. Dazu kommt beim obersten Würfel noch die Zahl auf der Spitze des Turms. Viele Gruppen machen diese Entdeckung selbstständig, anderen helfen kleine Impulse: In einigen Grup-



1 | Würfelturm aus drei Würfeln

© Ulrich Brauner

so drei 14er: das sind $3 \cdot 14$ Punkte. Diese Zusammenhänge halte ich tabellarisch an der Tafel fest (Abb. 2a).

Auf diese Weise entdecken die Zauberlehrlinge ihre erste Zauberformel:

→ „3 mal 14 plus oben“

Damit wird eine erste Wortvariable („oben“) für eine veränderliche Zahl eingeführt.

Dass eine solche Formelsprache von allen Lernenden inhaltlich verstanden wird, stelle ich im anschließenden Unterrichtsgespräch sicher: Als Impuls stelle ich einen Turm aus drei Schaumstoffwürfeln in die Mitte der Klasse und zeige auf das Wort „oben“ in der Zauberformel an der Tafel. Mona: „Oben ist da drei.“ Ich drehe den obersten Würfel. „Jetzt ist oben fünf“, meint Sevdje. Batu ergänzt: „Oben ist immer die Zahl, die oben ist. Oben kann verschiedene Zahlen sein.“ Diese letzte Aussage bestätige ich: „Oben kann für jede beliebige Zahl stehen. Es ist egal welche.“

Diese Diskussion, insbesondere da sie durch das konkrete, anschauliche Material gestützt wird, trägt in einem ersten Schritt zum Aufbau einer Vorstellung der Variable als Unbestimmte bei.

Zur Festigung des Tricks wird dieser nun noch einmal in den Gruppen ausprobiert: Eine Person am Tisch baut einen Würfelturm, eine andere fragt nach oben und nennt dann die Summe aller sichtbaren Würfelpunkte. Zur Vertiefung frage ich in einigen Gruppen auch „andersherum“: „Welche Zahl ist oben, wenn die Summe 46 beträgt?“ oder: „Baut einen Turm, bei dem die Summe 50 ist!“ Auf diese Weise wird die Zauberformel operativ durchgearbeitet.

Nun erweitere ich den gefundenen Zusammenhang und stelle einen Würfelturm aus fünf Würfeln in die Mitte der Klasse. Oben liegt die fünf. „47!“, ruft Max spontan und ergänzt: „Na

oben ist fünf und dann noch 42. Also zusammen 47!“ David verbessert: „75“, und Zini erklärt: „Da sind doch jetzt 5 Etagen. Also 5 mal 14 plus 5!“

Die Diskussion der Kinder nehme ich zum Anlass für ein Unterrichtsgespräch, das ich mit Nachfragen moderiere: „Was hat sich verändert?“ „Warum klappt der Trick „3 mal 14 + oben“ jetzt nicht mehr, so wie ihn David genutzt hat?“ „Wie kann die Zauberformel verändert werden, damit sie wieder funktioniert?“

Zini wiederholt ihre Erklärung und ich ergänze die Tabelle an der Tafel (Abb. 2b): Noch immer sind auf jeder Etage immer 14 Punkte. Aber die Anzahl der Etagen hat sich verändert. Die Zauberformel lautet jetzt:

→ „5 mal 14 plus oben“

Im Sinne des operativen Prinzips variieren wir den Trick nun noch einige Male: „Wie lautet die Zauberformel für 6-, 7-, 8-stöckige Türme? Wie lautet sie für einen Turm mit 100 Stockwerken? Und mit 1000? Nach ein paar Beispielen wird klar: In der Zauberformel ist die erste Zahl die Etagenanzahl, die einfach von der Turmhöhe abhängt. So erhalten wir die endgültige Zauberformel:

→ „Etagenanzahl mal 14 plus oben“

Damit ist die zweite Wortvariable erarbeitet. Die Hausaufgabe ist bei allen Zauberstunden gleich: „Zaubert zu Hause! Stellt den Trick euren Eltern, Großeltern oder Geschwistern vor.“

In der folgenden Zauberstunde berichten die Kinder von ihren Erfahrungen beim Zaubern zu Hause. Anschließend greife ich die Zauberformel noch einmal auf: Wieder steht ein Würfelturm aus drei Schaumstoffwürfeln in der Mitte. Drei Reflexionsfragen (siehe **Kasten**) leiten die Kinder an, den Trick zunächst zu beschreiben, dann zu begründen und zuletzt zu reflektieren. Die dadurch

Es gibt 3 Etagen.	3
Auf jeder Etage ist die Summe der sichtbaren Seitenzahlen immer 14.	immer 14
Dazu kommt die Zahl oben.	+ oben

2a | Tafelbild für den Würfelturm aus 3 Würfeln

Es gibt 5 Etagen.	5
Auf jeder Etage ist die Summe der sichtbaren Seitenzahlen immer 14.	immer 14
Dazu kommt die Zahl oben.	+ oben

2b | Erweitertes Tafelbild für den Würfelturm aus 5 Würfeln

erzielten Zusammenfassungen helfen auch für die Besprechung weiterer Zaubertricks.

Die dritte Reflexionsfrage ist hier zentral, um den Nutzen einer Variablen als Unbestimmte zu begreifen: „Wenn ich einfach ‚Etagenanzahl‘ und ‚oben‘ schreibe, dann klappt der Trick immer – ganz egal wie viele Etagen mein Turm hat und egal welche Zahl oben liegt. Der Trick klappt dann für jede beliebige Anzahl an Etagen und für alle möglichen Zahlen ‚oben‘.“

Beim späteren Elternabend trauen sich zwei der Kinder mit dem Förderbedarf Lernen, den Trick mit einem Turm aus zwei Würfeln zu präsentieren. Die Zuschauenden staunen! Zini fordert ein Elternteil auf, beliebig viele Würfel zu einem Turm zu formen und die sichtbaren Würfelpunkte zu addieren, während sie sich zur Tafel dreht. Als sie anschließend kurz hinsieht und die korrekte Summe sofort nennt, erhält sie großen Applaus. David erklärt im Anschluss die Zauberformel für den Trick.

Reflexionsfragen zum Würfelturmtrick

1. Beschreibe: Wie funktioniert der Trick?
2. Begründe: Warum funktioniert der Trick? Warum kommt man auf diese Weise immer auf die richtige Anzahl der Punkte?
3. Überlege: Warum ist eine solche Formel praktisch?

Das Zauberquadrat

In einer nächsten Zauberstunde bringe ich einen weiteren Zaubertrick mit. Ich fordere die Klasse auf, mir eine Zahl zu nennen: 7. Diese trage ich oben links in ein 4×4 -Quadrat an der

7	8	9	10
11	12	13	14
15	16	17	18
19	20	21	22

3 | Das Zauberquadrat

4a | Zusammenfassung der Ergebnisse der Zauberquadrate

links oben	Summe der vier eingekreisten Zahlen
0	30
1	34
2	38
3	42
4	46
5	50

4b | Batus Erklärung

links oben	Summe der vier eingekreisten Zahlen
0	$30 = 30 + 0$
1	$34 = 30 + 4$
2	$38 = 30 + 8$
3	$42 = 30 + 12$
4	$46 = 30 + 16$
5	$50 = 30 + 20$

Tafel ein. Anschließend fülle ich die anderen Felder nacheinander mit aufsteigenden Zahlen (Abb. 3). Nebenbei notiere ich die Zahl 58 auf der Rückseite der Tafel.

Ein Kind kommt nach vorne und kreist eine der Zahlen im Zauberquadrat ein. Dann streicht es auf meine Anweisung hin alle Zahlen, die in der gleichen Zeile wie die eingekreiste Zahl stehen. Ebenso werden alle Zahlen gestrichen, die in der gleichen Spalte der gewählten Zahl stehen. Ein weiteres Kind kommt und wählt eine der noch nicht gestrichenen Zahlen und verfährt genauso: Streichen aller Zahlen in derselben Zeile und Spalte. Dem nun folgenden Kind bleiben nicht mehr viele Möglichkeiten. Es wählt eine weitere Zahl aus und streicht die in derselben Zeile und Spalte stehenden Zahlen durch, sodass nun nur noch eine Zahl übrig bleibt, die auch eingekreist wird. Jetzt fordere ich die Klasse auf, die vier eingekreisten Zahlen zu addieren: 58.

Das Staunen ist groß, als ich die Tafel umdrehe und die von mir zu Anfang notierte Zahl mit der Summe der Schüler:innen übereinstimmt.

Zu zweit untersuchen die Lernenden nun verschiedene solcher Zauberquadrate auf einem Arbeitsblatt (KV07), die sich jeweils durch die Zahl in der Ecke oben links unterscheiden. In jeder Gruppe werden verschiedene Quadrate untersucht.

Die Schüler:innen stellen schnell fest, dass sich bei Quadraten mit gleicher Zahl ‚links oben‘ immer die gleiche Summe ergibt, egal welche Zahlen eingekreist werden. Ebenso schnell ist klar, dass sich die Summen bei Quadraten mit unterschiedlicher Zahl links oben aber unterscheiden.

Ich gehe von Tisch zu Tisch. Ein Blick auf die Zahl in der linken oberen Ecke (links oben) genügt, um die Summe der vier eingekreisten

Zahlen des entsprechenden Quadrats nennen zu können.

Gemeinsam werden auch hier die Ergebnisse gesammelt und Lösungen systematisch geordnet, um sie dann nach einem Muster zu untersuchen: „Quadrate mit gleicher Zahl links oben haben immer die gleiche Summe. Aber zu welcher Zahl links oben gehört welche Summe?“

Einige Kinder haben ihre Ergebnisse schon in der Gruppenarbeit geordnet und Entdeckungen gemacht. Aufgabe der Lehrkraft ist es an dieser Stelle, die verschiedenen Ideen und Entdeckungen ins Plenum zu holen und für alle nachvollziehbar zu machen: „Warum ist es praktisch, die Ergebnisse zu ordnen? Was ist da der Vorteil?“ Eine Tabelle an der Tafel hilft, die Zusammenhänge zu erkennen (Abb. 4).

„Das wird immer vier mehr!“, sagt Batu. Einige Kinder verstehen das nicht. Daher geht Batu an die Tafel und zeigt, was er gesehen hat. Ich unterstütze die Aussage, indem ich die Ziffern 4 und 8 in 34 bzw. 38 rot einfärbe. Solche sogenannten „Forschermittel“, z.B. farbliche Markierungen oder Pfeile, können Lernenden wie Batu helfen, ihre Entdeckungen zu kommunizieren und für andere sichtbar zu machen. Sie helfen aber auch dabei, Zusammenhänge zu erkennen, weil der Fokus auf wichtige Aspekte gelenkt wird. „Aber hier steht doch jetzt 2. Das passt doch nicht“, behauptet Zini. Jetzt sieht Alanna: „Da steht ja eigentlich 12!“ Einige Kinder verstehen das nicht. „Guck mal: Da steht doch $30 + 4$ “, zeigt Batu. „Und da $30 + 8$. Und 42 ist doch $30 + 12$!“ Ich reiche Batu die Kreide: „Schreib das mal genauso auf“ (Abb. 4b).

Jetzt erkennt Max: „Das ist ja einfach nur die 4er-Reihe.“ An dieser Stelle haben die Lernenden eine wichtige Entdeckung gemacht: Von Schritt zu Schritt kommt immer ein 4er dazu. Der vertikale Zusammenhang solcher

Aufgaben (also das Muster von oben nach unten) ist für Lernende oft leichter zu entdecken. Zentral ist, dass die Entdeckung nicht an dieser Stelle stoppt, sondern zum Ausgangspunkt wird, auch horizontale Zusammenhänge zu entdecken (hier: die Zahl links oben gibt an, wie oft die 4 malgenommen wird).

Auf dem Weg zu dieser Entdeckung helfe ich mit der Frage „Welche Summe ergibt sich in diesem Zauberquadrat?“ und zeige ein leeres Feld, in dem in der linken oberen Ecke eine „6“ steht. „Schreibt eure Zahl auf ein Blatt und haltet das Blatt hoch.“

Diese „Erfolgskontrolle“ zeigt auf einen Blick, dass mehr als die Hälfte der Kinder den Zusammenhang bereits verstanden hat. Während einige Schüler:innen hier bereits den horizontalen Zusammenhang („Oben links steht eine 6, also muss $6 \cdot 4$ addiert werden“), hilft es anderen, operativ weiter zu denken und den vertikalen Zusammenhang zu nutzen („6 kommt nach 5, also noch mal 4 mehr“).

Im anschließenden Gespräch nähern sich die Kinder der Zauberformel und damit dem allgemeinen Zusammenhang. Daniel erklärt sein Ergebnis: „Ich rechne einfach weiter bis 6 mal 4 und dann noch 30 dazu.“ Nicole: „Also das ist ja immer 30 plus eine Zahl aus der 4er-Reihe. Und hier ist das die 24, weil ja 6 mal 4 gleich 24 ist.“ Die Diskussion hilft Sevdije, ihren Fehler zu erkennen: Sie hat die „30“ vergessen und nur „24“ notiert.

Damit ist die Zauberformel für viele in der Klasse klar geworden. In einem nächsten Schritt muss sie nun jedoch noch formuliert werden.

Diesen Auftrag gebe ich in die Kleingruppen. Dort wird über Formulierungen nachgedacht und gestritten. Dass der Schritt vom entdeckten vertikalen Muster hin zum horizontalen Muster und damit zum allgemeinen Zusammenhang keinesfalls trivial ist, zeigt

Mona mit ihrer Schwierigkeit: „ $30 + 4$ -Reihe reicht nicht. Welche Zahl aus der 4er-Reihe dran ist, weiß ich nicht!“ Im Gespräch untereinander können die Lernenden sich gegenseitig unterstützen. Auf diese Weise werden gleichzeitig das Argumentieren und Kommunizieren als prozessbezogene Kompetenzen geschult. „Guck doch mal: Hier bei 1 ist es 4 und bei 2 ist es 8“, meint Max und zeigt auf die Tabelle. „Das ist immer die Zahl aus der 4er-Reihe, die vorne steht!“, fällt Sevdije auf. „Wenn da jetzt vorne 9 steht, dann ist das 4 mal 9“, behauptet jetzt Mona. Nach intensiven Diskussionen in den Gruppen wird die Zauberformel schließlich formuliert:

→ $30 + 4 \cdot \text{links oben}$.

Jetzt folgt, wie schon im Würfelturmtrick, der Dreischritt der Reflexion: Beschreiben, wie der Trick funktioniert, begründen, warum der Trick klappt, und reflektieren, warum eine solche Formel praktisch ist.

Die dritte Reflexionsfrage verdeutlicht wiederum den Nutzen der Variable als Unbestimmte: „Es ist egal, welche Zahl links oben steht, man kann immer $30 + 4$ mal *links oben* rechnen – das funktioniert für jede beliebige Zahl.“

Auch diese Zauberformel wird nun in den Gruppen erprobt und überprüft, damit er zu Hause oder auf einem Elternabend vorgeführt werden kann.

Wie geht's weiter?

Die Arbeit mit dem Trick zum Zauberquadrat bietet eine natürliche Differenzierung. Sie eröffnet den Lernenden in Klasse 5 Lernchancen auf unterschiedlichen Niveaus. Während viele Lernende den Trick untersuchen und formulieren, üben andere die Addition, vertiefen die additive Zerlegung ($42 = 30 + 12$) oder wiederholen die Multiplikation mit vier. Besonders lernstarke Kinder haben dagegen die Möglichkeit, den Trick zu vertiefen, indem sie begründen, warum die Summe der eingekreisten Zahlen unabhängig von der Wahl der Zahlen ist.

Mit der gesamten Klasse kann diese Fragestellung in einer höheren Klassenstufe (je nach Leistungsstand der Gruppe z. B. in Klasse 8) thematisiert und die Zauberquadrate da-

mit wieder aufgegriffen werden. Grundlegend ist dabei, zu erkennen, dass sich die Zahlen in zwei aufeinanderfolgenden Spalten um 1 und in aufeinanderfolgenden Zeilen um einen 4er unterscheiden. In den nächsten Zauberstunden werden der Münztrick (KV08) und der Hunderterzahltrick (KV09) bearbeitet und damit weitere Zauberformeln erarbeitet.

Was bringt's?

Nach all diesen Beispielen erfolgt jetzt in der Klasse eine zusammenfassende Reflexion über die Zauberformeln und die darin verwendeten „sprechenden Variablen“: Was haben all die Worte gemeinsam? Wozu dienen sie? Wir halten fest:

- Alle Worte (*oben, Etagenzahl, links oben ...*) stehen für Zahlen.
- Dabei sind die Zahlen nicht festgelegt. Man kann (beliebige) Zahlen für die Worte einsetzen.
- Die Worte werden dazu verwendet, unbestimmte, veränderliche Situationen zu beschreiben.

Auf diese Weise können die Zauberzahlen für unterschiedliche Gegebenheiten berechnet werden.

In Klasse 5 ist dieser Stand ausreichend. Ein Übergang zu den üblichen Variablenbezeichnungen „n“ oder „x“ wird nicht angestrebt, sollte sogar vorerst vermieden werden. Im Fokus steht das Konzept, nicht der Umgang mit Formelsprache.

Wird dieses Konzept nicht entwickelt, entstehen typische „Probleme mit dem „x““. „Das sagt man in Mathe so“, ist eine häufige Antwort bei Nachfragen zur Bedeutung der Variable. Weiterhin begreifen viele Lernende die Variable ausschließlich als unbekannte Zahl: „Die Aufgabe ist es herauszufinden, für welche Zahl x steht.“ Um im späteren Algebraunterricht zu bestehen, um Terme als allgemeine Ausdrücke zu begreifen und damit handeln zu können, wird jedoch auch die Vorstellung der Variable als Unbestimmte benötigt: „x“, das steht für jede x-beliebige Zahl, mit der Zusammenhänge allgemein ausgedrückt werden können. Diese Vorstellung zu erwerben ist für viele Lernende eine Herausforderung. Verharren sie in der Vorstellung der Variable als Unbekannte, können Lerninhal-

te im späteren Algebraunterricht nicht hinreichend verstanden werden. Um Terme als Beschreibungsmittel für allgemeine Situationen zu verstehen, für Termumformungen oder lineare und nicht lineare Funktionen – für all das ist das Variablenkonzept wichtige Verstehensgrundlage.

Mit Zaubertrickaufgaben und anderen Aufgaben zum Entdecken von Mustern und Zusammenhängen, von denen einige hier vorgestellt wurden, kann die Vorstellung der Unbestimmten schon vor der Einführung der formalen Algebra angebahnt und unterstützt werden. In abgewandelter Form können sie im Unterricht der Klassen 5 und 6, aber auch in späteren Klassenstufen immer wieder eingesetzt werden. Auch nach der Einführung der Variable als Symbol besteht durch diese Aufgaben die Möglichkeit, das inhaltliche Verständnis immer wieder zu aktivieren und auf diese Weise zu verhindern, dass die Variable zu einem bedeutungslosen Zeichen wird. Das Entdecken von Mustern und allgemeinen mathematischen Zusammenhängen wird dabei gefördert, genauso wie die prozessbezogene Kompetenz des Argumentierens.

Mehr Anregungen und Informationsmaterial zu Zaubertrickaufgaben finden Sie unter sima.dzlm.de und im MUED-Mathekoffer Zaubern – Spielen – Knobeln.

D Differenzierung auf den Punkt gebracht

Aspekte der Heterogenität:

- Vorwissen, Vorerfahrungen

Methode:

Schüler:innen arbeiten in Tischgruppen.

Praxistipp:

Alle vorgestellten Zaubertricks lassen sich sowohl für Kinder mit Förderbedarf als auch für begabte Lernende variieren. Z. B. haben die Förderkinder nur zwei Würfel zum Turm gestapelt und begabte Schüler:innen haben eigene Würfel entworfen, bei denen die Summe gegenüberliegender Seiten z. B. 6,3 betrug.