

# Zertifikatskurs Mathematik

## Modul 3.2: Rechenmethoden – halbschriftliches und schriftliches Rechnen

Lajla Hummel (lajla.hummel@iqsh.de)

14.04.2026 14:00 bis 17:00 Uhr



Multiplikation

## Ziele der Veranstaltung 3.2

- Sie erfassen **halbschriftliches** und **schriftliches Rechnen** unter der Maßgabe der **Verstehensorientierung** am Beispiel der **Multiplikation**.
- Sie veranschaulichen **Zusammenhänge** zwischen **halbschriftlicher Rechenstrategien** und **schriftlicher Verfahren** bei der Multiplikation.



Rechenmethoden - Multiplikation

## Ablauf der Veranstaltung 3.2

1. Rückblick und vertiefende Aufgaben
2. Multiplikation – ganzheitliche Erarbeitung
3. Halbschriftliche Multiplikation
4. Schriftliche Multiplikation



Rechenmethoden - Multiplikation

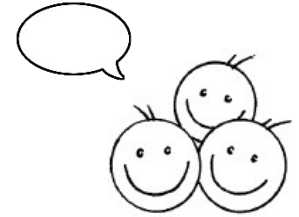
## Ablauf der Veranstaltung 3.2

1. **Rückblick und vertiefende Aufgaben**
2. Multiplikation – ganzheitliche Erarbeitung
3. Halbschriftliche Multiplikation
4. Schriftliche Multiplikation

# 1. Vertiefende Aufgaben

## Modul 2

# Vertiefende Aufgaben



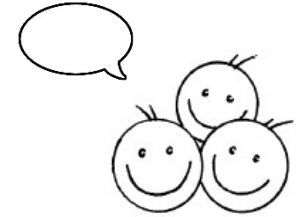
1. Haben Sie Fragen zu den Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion oder zur Eigenaktivität? [Addition](#) und [Subtraktion](#)

2. Tauschen Sie sich über Ihre Ergebnisse zum Interview aus.

Sammeln Sie Kompetenzen, einen Förderschwerpunkt, das Anschauungsmaterial und die sprachliche Begleitung zum 4 Phasen Modell in den geteilten Notizen

Modul 3: Rechenmethoden: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen			
	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 3
M3.2 14.04.2026	Anna Lena Martin	Josephine Donner	Nina Sabine Specht
	Nele Eichhorst	Pia Sophie Wetjen	Maximilian Kokot
	Lea Madeline Bollesen	Manuel Friedrich Holtmeier	Johanna Marie Möller
	Rhianna Bretschneider	Inga-Sophie Jacobsen	Jana Precht

# Vertiefende Aufgaben



- a) Welche **Kompetenzen** besitzt die Schülerin bereits und welchen **Förderschwerpunkt** sehen Sie? Erläutern und belegen (mit Bezügen zum Interview) Sie Ihre Einschätzung.
- b) Mit welchem **Anschauungsmaterial** würden Sie mit der Schülerin arbeiten? Wählen Sie ein Anschauungsmaterial aus. Nennen Sie zwei **fachdidaktische Gründe**, warum Sie sich für dieses Material entschieden haben.
- c) Beschreiben Sie die **Phasen des Vier-Phasen-Modells** mit dem ausgewählten Anschauungsmaterial zum ausgewählten Förderbereich. Notieren Sie dabei auch die **genaue Beschreibung** der **Materialhandlung** und der **sprachlichen Begleitung**.

L. stellt S. verschiedene Aufgaben zum Verdoppeln.

L: Was ist das Doppelte von 2?

S: 4.

L: Das ging ja schnell. Wie wusstest du das so schnell? Kannst du mir das erklären?

S: Weil  $2+2$  gleich 4 ist. Das weiß ich.

L: Ah ok. Danke. Was ist das Doppelte von 5?

S: 10. Das weiß ich auch, weil schau hier an der Hand sind 5 und an der Anderen auch 5, also zusammen 10. *(Zeigt erst die eine Hand und dann die Andere. Am Ende Beide zusammen.)*

L: Was ist das Doppelte von 8?

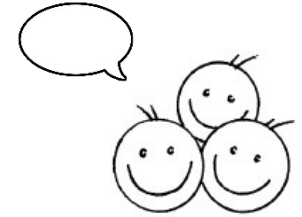
S: ... 18. *(Zeigt mit ihren Händen 8, indem sie alle Finger gleichzeitig ausstreckt. Betrachtet einige Sekunden ihre Hände. „18“)*

L: Wie hast du das gerechnet?

S: Weil ich habe hier 8 *(Zeigt 8 Finger, indem sie alle 8 Finger auf einmal ausklappt.)* und ich habe mir überlegt, dass du auch deine Finger zeigst. Und dann sind das 18.

Rechenmethoden, halbschriftliches und schriftliches Rechnen

# Auftrag zur Hospitationsstunde



## 1. Verfahren zur schriftlichen Subtraktion

Fragen Sie in Ihrer Schule nach, welches Verfahren zur schriftlichen Subtraktion wird genutzt? Nutzt die Schule das Verfahren einheitlich?

## 2. Spiel zum Kopfrechnen

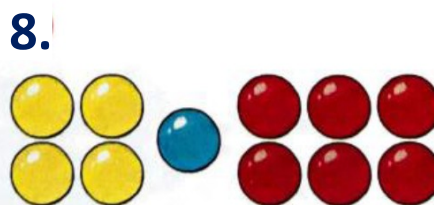
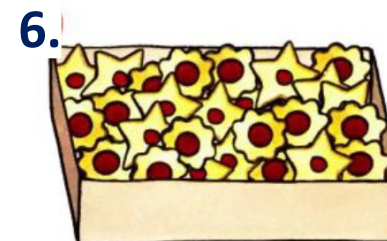
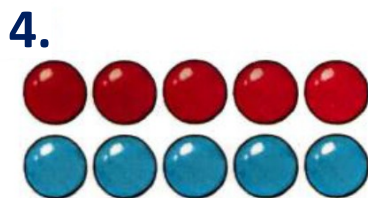
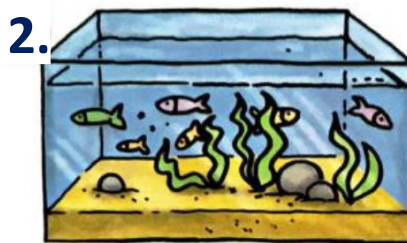
Beobachten Sie ein Kopfrechenspiel oder fragen Sie bei Ihren FachkollegInnen nach, welches Spiel sie im Unterricht einsetzen.



# Warm Up



1 Min.





# Multiplikation

## Ganzheitlich statt Reihe für Reihe

- um Zusammenhänge besser zu verstehen
- um Grundvorstellungen abzusichern
- um das Automatisieren zu erleichtern

(Gaidoschik 2015)

Multiplikation

# Kernaufgaben und Aufgabenbeziehungen

**Grundidee:** Nutzen von operativen Beziehungen zwischen den Einmaleinsaufgaben

1. Erarbeitung der **Kernaufgaben** ( $1 \cdot x$ ,  $2 \cdot x$ ,  $5 \cdot x$ ,  $10 \cdot x$ ) als Grundlage für die Lösung weiterer Aufgaben
2. Nutzung von **Aufgabenbeziehungen** und **operativen Strategien**

# Multiplikation

## Einführung von $1 \cdot 1$ -Reihen mittels Kernaufgaben

Einmaleinstafel Aufgabenbeziehungen nutzen – Ein multiplikatives Netzwerk aufbauen

1 · 1	1 · 2	1 · 3	1 · 4	1 · 5	1 · 6	1 · 7	1 · 8	1 · 9	1 · 10
2 · 1	2 · 2	2 · 3	2 · 4	2 · 5	2 · 6	2 · 7	2 · 8	2 · 9	2 · 10
3 · 1	3 · 2	3 · 3		3 · 5					3 · 10
4 · 1	4 · 2		4 · 4	4 · 5					4 · 10
5 · 1	5 · 2	5 · 3	5 · 4	5 · 5	5 · 6	5 · 7	5 · 8	5 · 9	5 · 10
6 · 1	6 · 2			6 · 5	6 · 6				6 · 10
7 · 1	7 · 2			7 · 5		7 · 7			7 · 10
8 · 1	8 · 2			8 · 5			8 · 8		8 · 10
9 · 1	9 · 2			9 · 5				9 · 9	9 · 10
10 · 1	10 · 2	10 · 3	10 · 4	10 · 5	10 · 6	10 · 7	10 · 8	10 · 9	10 · 10

### Denkmoment

Überlegen Sie: Welche Strategien sind nutzbar, um aus den Kernaufgaben die anderen Aufgaben abzuleiten?

Multiplikation

# Beziehungen zwischen Aufgaben und Operationen nutzen

Tauschaufgabe

Verdoppeln

Halbieren

1 weiter

1 weniger

# Multiplikation

## Beziehungen zwischen Aufgaben und Operationen nutzen

Tauschaufgabe

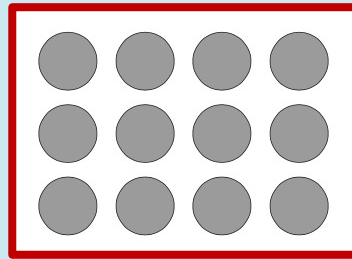
Verdoppeln

Halbieren

1 weiter

1 weniger

Ich sehe  $4 \cdot 3$ . Was siehst du?



Ich sehe  $3 \cdot 4$ .

Ich weiß, dass  $3 \cdot 4$  das gleiche ist wie  $4 \cdot 3$ .

# Multiplikation

## Beziehungen zwischen Aufgaben und Operationen nutzen

Tauschaufgabe

Verdoppeln

Halbieren

1 weiter

1 weniger



$$6 + 6 = 2 \cdot 6 = 12$$

Das kennen die Kinder bereits aus Klasse 1.

Auch hier hilft die obere Aufgabe bei der unteren! Aber wie? Versuche, das zu erklären!

$$2 \cdot 6 = 12$$

$$4 \cdot 6 = ?$$

Hilfe: \_\_\_\_\_

# Multiplikation

## Beziehungen zwischen Aufgaben und Operationen nutzen

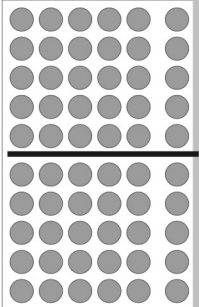
Tauschaufgabe

Verdoppeln

Halbieren

1 weiter

1 weniger



Hier sind  $10 \cdot 6$  Punkte aufgedeckt.  
Ich habe sie mit einem dicken Strich in  
zwei Hälften geteilt.

Jede Hälfte sind  $\_\_\_ \cdot 6$

Kannst du das jetzt ausrechnen?

$$10 \cdot 6 = \_\_\_\_$$

$$5 \cdot 6 = \_\_\_\_$$

3. Lara weiß nicht, wie viel  $5 \cdot 8$  ist. Aber sie hat eine schlaue Idee:  
Zuerst rechnet sie  $10 \cdot 8$ . Das weiß sie auswendig:  $10 \cdot 8 = \_\_\_\_$   
Wie rechnet sie weiter, damit sie auf  $5 \cdot 8$  kommt. Schreibe auf!

---

---

# Multiplikation

## Beziehungen zwischen Aufgaben und Operationen nutzen

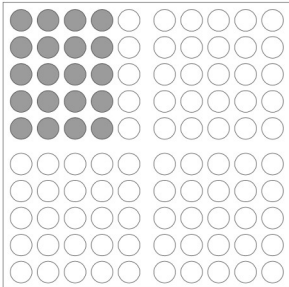
Tauschaufgabe

Verdoppeln

Halbieren

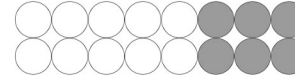
1 weiter

1 weniger



1. Hier sind  $5 \cdot 4$  Punkte grau gefärbt.  
Mach daraus  $6 \cdot 4$  Punkte!  
Was musst du tun?

---



Das sind  $2 \cdot 8$  Punkte.

Mache daraus  $3 \cdot 8$  Punkte!

Beschreibe:

Wie kannst du  $3 \cdot 8$  ausrechnen, wenn du  $2 \cdot 8$  schon weißt?

---

---

# Multiplikation

## Beziehungen zwischen Aufgaben und Operationen nutzen

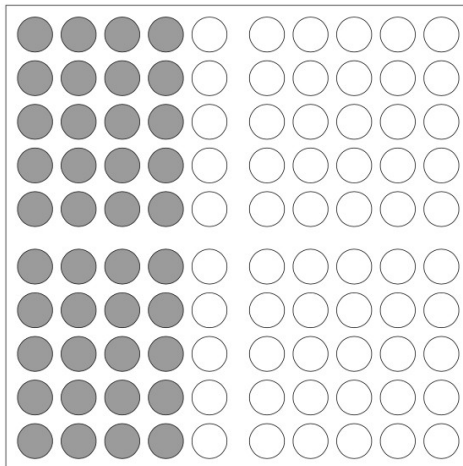
Tauschaufgabe

Verdoppeln

Halbieren

1 weiter

1 weniger



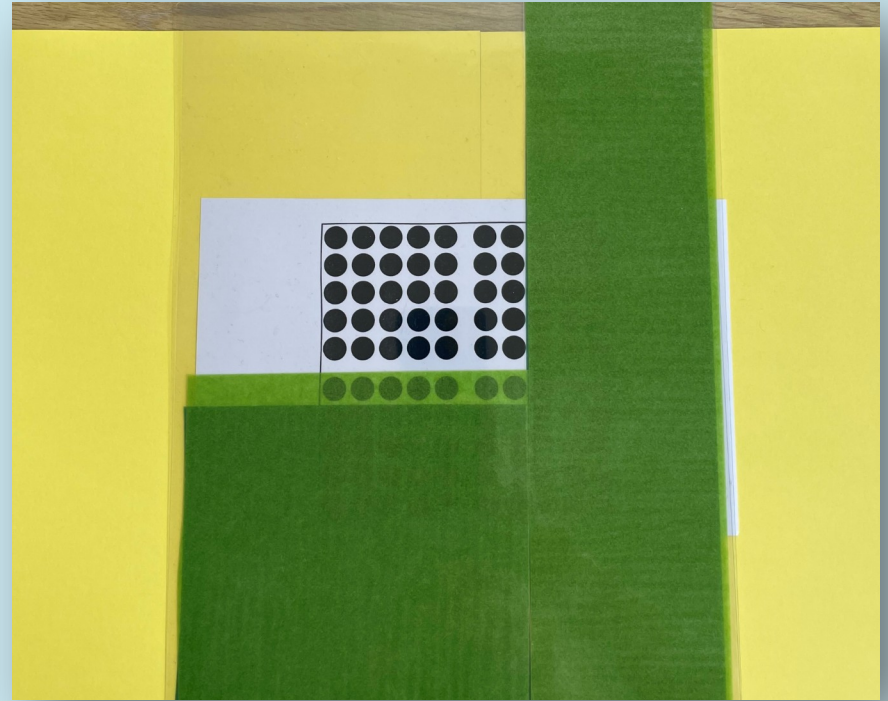
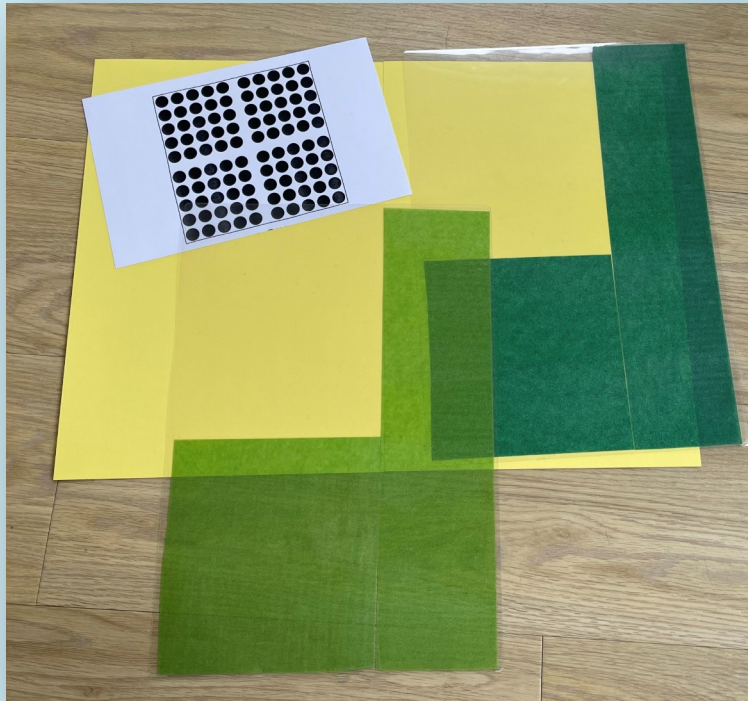
1. Hier sind  $10 \cdot 4$  Punkte grau gefärbt.  
Mach daraus  $9 \cdot 4$  Punkte!  
Streiche die Punkte durch,  
die weggehören!  
Wie viele Punkte musst du dafür  
durchstreichen?

\_\_\_\_\_

Multiplikation

# Beziehungen zwischen Aufgaben und Operationen nutzen – Material für die Kinderhand

## Hunderterpunktefeld und Abdeckwinkel





3 Min.

# Aufgabe:

## • Ableiten aus den Kernaufgaben

Überlegen Sie: Welche Strategien sind nutzbar, um aus den Kernaufgaben ( $1 \cdot$ ,  $2 \cdot$ ,  $5 \cdot$ ,  $10 \cdot$ ) die anderen Aufgaben abzuleiten?

Ganz konkret: Wie kommen Sie von den Kernaufgaben

$1 \cdot 7$ ,  $2 \cdot 7$ ,  $5 \cdot 7$ ,  $10 \cdot 7$

auf diese Aufgaben:

$3 \cdot 7$ ,  $4 \cdot 7$ ,  $6 \cdot 7$ ,  $8 \cdot 7$  und  $9 \cdot 7$

## Multiplikation

# Grundsätze der ganzheitlichen Erarbeitung

- konsequente Nutzung des Tauschgesetzes
- Kernaufgaben! Nicht nur auswendig, sondern „als leicht empfunden“, weil sie **mathematische Zusammenhänge** berücksichtigen
- vom Ableiten zum Automatisieren
- ganzheitliches Üben: gezieltes Automatisieren einzelner Strategien
- das Einmaleins lernen und trainieren, wie es später benötigt wird

Lernumgebung

# „Multiplikatives Netzwerk aufbauen“

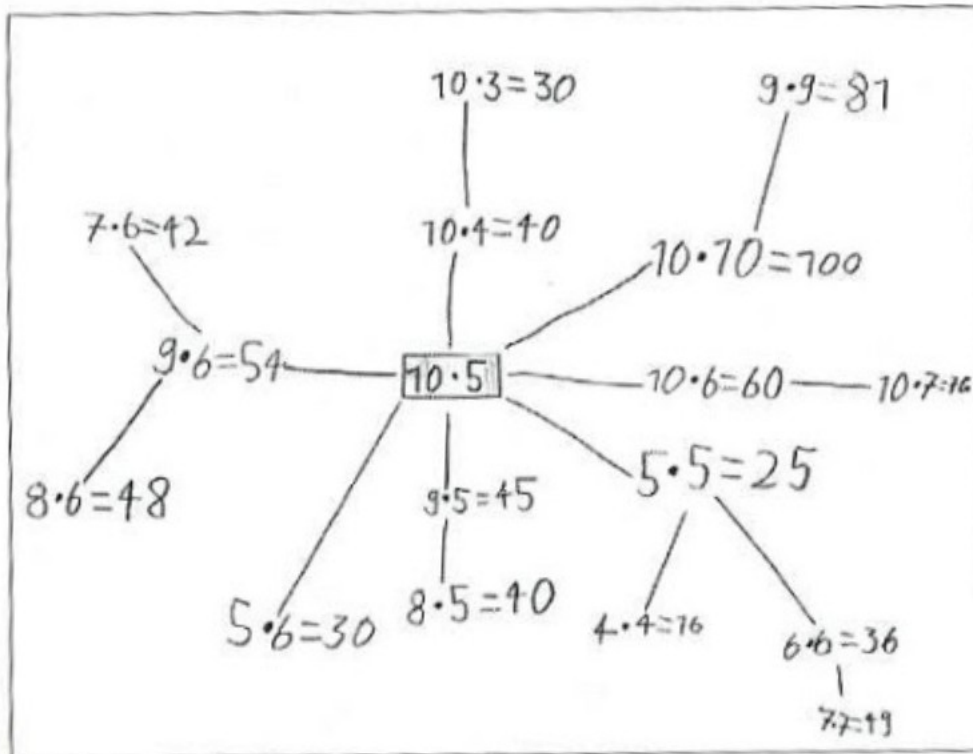


Abb. 94: Flurinas Verwandtschaften

(Keller & Noelle 2007, S. 195)

# „Multiplikatives Netzwerk aufbauen“

## Beispiel 2

Bitte erkläre mir  
die Rechnung  $7 \cdot 8$ .

Lieber Jan  
Bitte erkläre mir die  
Rechnung  $7 \cdot 8$ .  
Ich weiss ja was  $8 \cdot 8$   
gibt. Dann weiss ich auch was  
 $7 \cdot 8$  gibt. Dann muss ich ja nur 8  
wegnehmen von 64.  
Das gibt 56

Darstellungsformen zur Multiplikation

# Darstellungen am Punktefeld

Verena weiß:

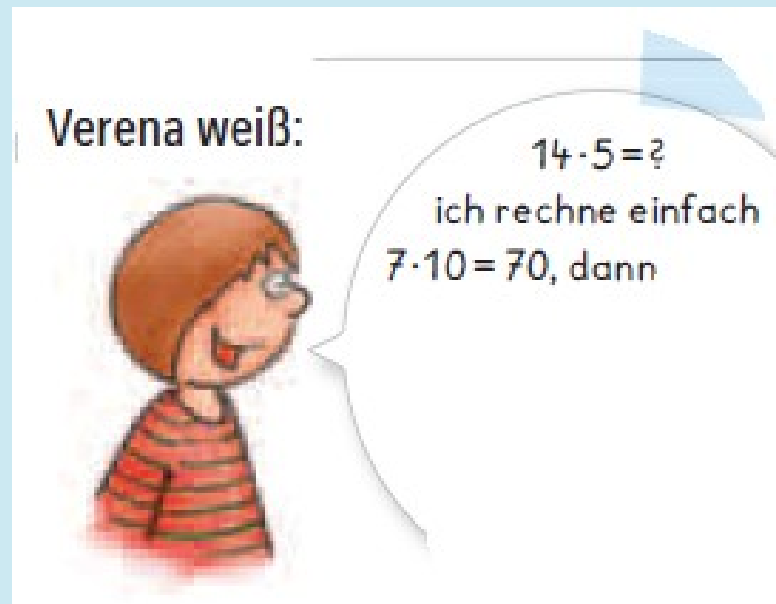
$15 \cdot 7$  kann ich zerlegen  
in  $10 \cdot 7 + 5 \cdot 7$ .  
Ich rechne  $70 + 35$ .



5 Darstellung von  $15 \cdot 7$  am 400-Punktefeld

Darstellungsformen zur Multiplikation

# Halbschriftliches Multiplizieren



Alle Beispiele aus: Halbschriftliches Rechnen. Für alle Grundrechenarten. Mathematik differenziert 1-2018, S. 30-39

Kernaufgaben und Aufgabenbeziehungen

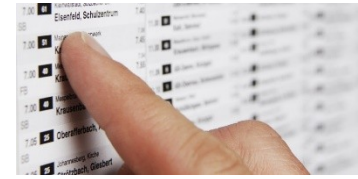
# Voraussetzungen und Konsequenzen

- im 2. Schuljahr sollte der Schwerpunkt im Anlegen und Festigen dieser Voraussetzungen liegen
  - tragfähige Grundvorstellungen bei Kindern aufbauen
  - erst die Multiplikation – dann die Division!  
Entkoppelung!
- erst dann: Automatisieren

Kernaufgaben und Aufgabenbeziehungen

# Konsequenzen für den Unterricht

1. Strategien sind relevant für das Verstehen von Multiplikation
2. den Erwerb von Strategien bildhaft und sprachlich stützen
3. Strategie-Vorrat erarbeiten
4. Vor- und Nachteile von Strategien in bestimmten Reihen thematisieren



Rechenmethoden - Multiplikation

## Ablauf der Veranstaltung 3.2

1. Rückblick und vertiefende Aufgaben
2. Multiplikation – ganzheitliche Erarbeitung
3. **Halbschriftliche Multiplikation**
4. Schriftliche Multiplikation

# Aktivierung



Wie rechnen Sie?

$$19 \cdot 3$$

$$21 \cdot 5$$

$$6 \cdot 43$$

$$5 \cdot 48$$



# Halbschriftliches Multiplizieren

1. Schrittweises Rechnen
2. Stellenweises Rechnen
3. Hilfsaufgabe

Halbschriftliches Multiplizieren

# 1. Schrittweises Rechnen

$$\begin{array}{l} 16 \cdot 15 = 240 \\ \hline 16 \cdot 10 = 160 \\ 16 \cdot 5 = 80 \end{array}$$

1. Der erste Faktor bleibt gleich.
2. Der zweite Faktor wird in die Stellenwerte zerlegt und schrittweise multipliziert.
3. Die Teilprodukte werden addiert.

Halbschriftliches Multiplizieren

## 2. Stellenweises Rechnen

$$\begin{array}{l} 16 \cdot 15 = 100 + 50 + 60 + 30 = 240 \\ \hline 10 \cdot 10 = 100 \\ 10 \cdot 5 = 50 \\ 6 \cdot 10 = 60 \\ 6 \cdot 5 = 30 \end{array}$$

1. Beide Faktor werden in die Stellenwerte zerlegt und die Teilaufgaben multipliziert.
2. Die Teilprodukte werden addiert.

Halbschriftliches Multiplizieren

### 3. Hilfsaufgabe

$$\underline{16 \cdot 29 = 464}$$

$$16 \cdot 30 = 480$$

$$16 \cdot 1 = 16$$

Halbschriftliches Multiplizieren

## 2. Stellenweises Rechnen – häufige Fehler

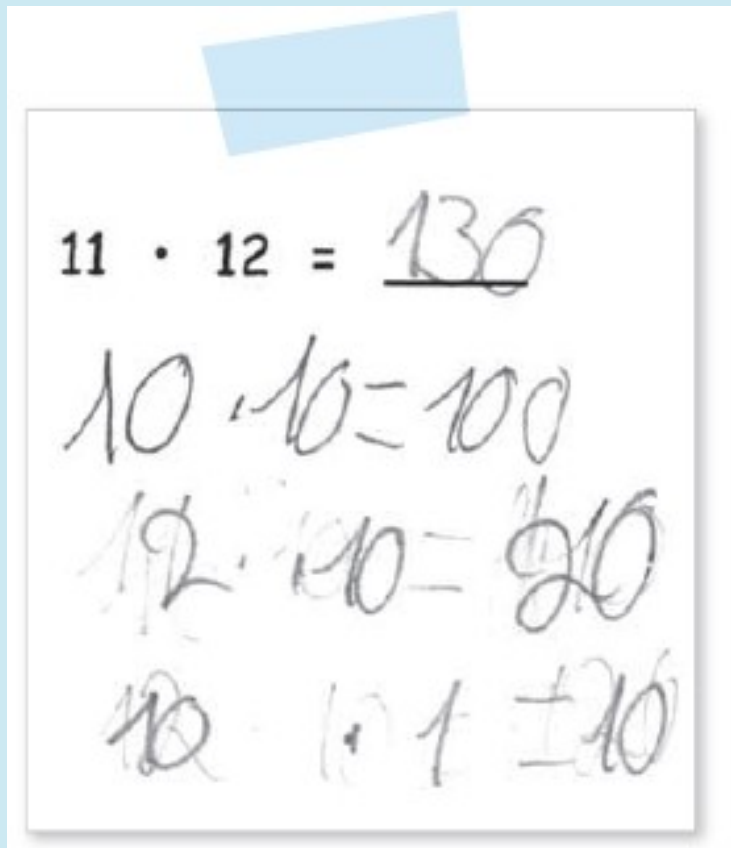
A photograph of a piece of paper with handwritten calculations. The top line shows  $16 \cdot 15 = 130$  with a horizontal line underneath. Below the line, the calculation is broken down into  $10 \cdot 10 = 100$  and  $6 \cdot 5 = 30$ . This illustrates a common error where the student incorrectly adds the two partial products (100 + 30) instead of multiplying the full numbers (16 \* 15).

Es wird die Strategie „stellenweise extra“ aus der Addition übertragen und dabei Teilprodukte nicht beachtet.

## Halbschriftliches Multiplizieren

# Beispiele

Alina



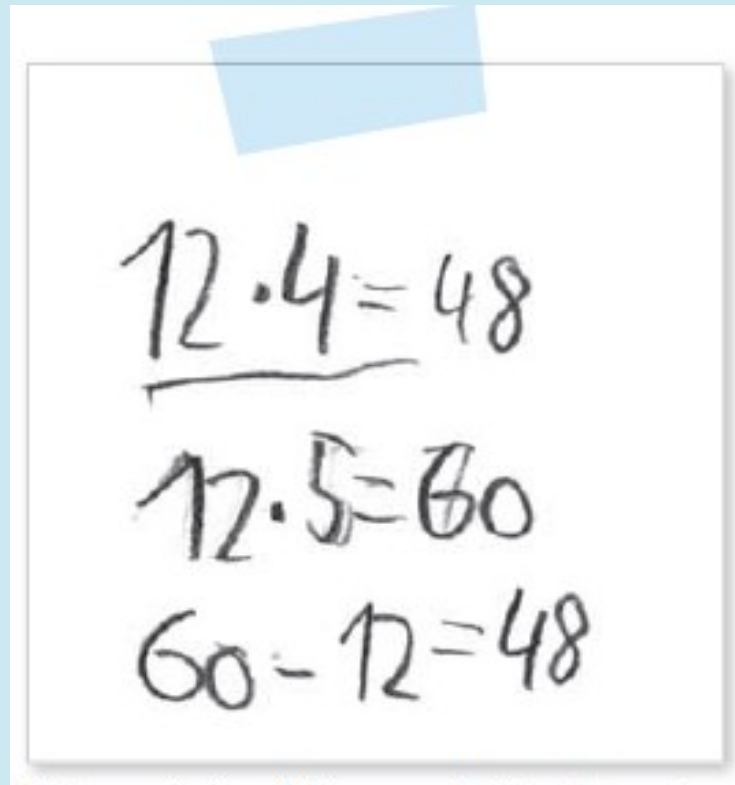
A photograph of a white sticky note with a blue tab at the top, showing handwritten mathematical examples. The examples are arranged vertically and include a final result and three intermediate steps.

$$11 \cdot 12 = \underline{132}$$
$$10 \cdot 10 = 100$$
$$12 \cdot 10 = 120$$
$$10 \cdot 10 = 100$$

## Halbschriftliches Multiplizieren

# Beispiele

Ibo

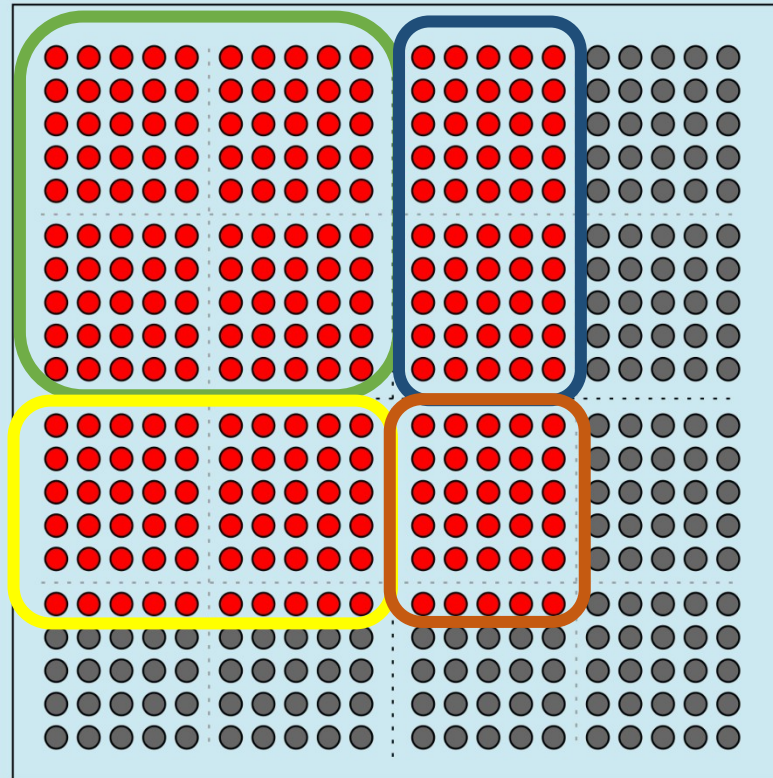


A white sticky note with a blue tab at the top, containing three handwritten mathematical equations. The first equation is  $12 \cdot 4 = 48$  with a horizontal line under the number 12. The second equation is  $12 \cdot 5 = 60$ . The third equation is  $60 - 12 = 48$ .

$$\begin{array}{l} \underline{12} \cdot 4 = 48 \\ 12 \cdot 5 = 60 \\ 60 - 12 = 48 \end{array}$$

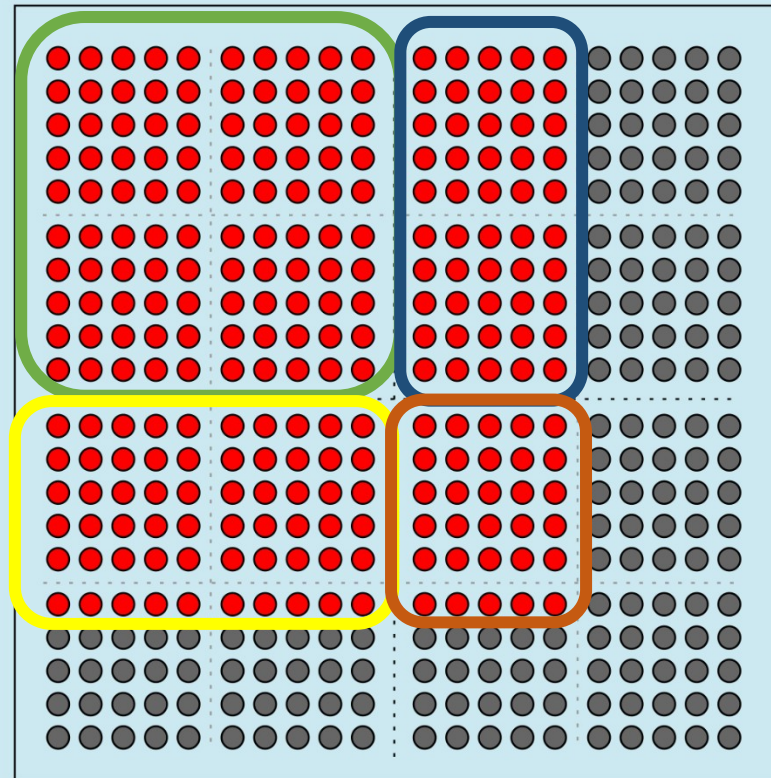
Halbschriftliches Multiplizieren

# Praxis – am Punktefeld



$$16 \cdot 15$$

# Halbschriftliches Multiplizieren ... am Punktefeld



$$10 \cdot 10$$

$$10 \cdot 5$$

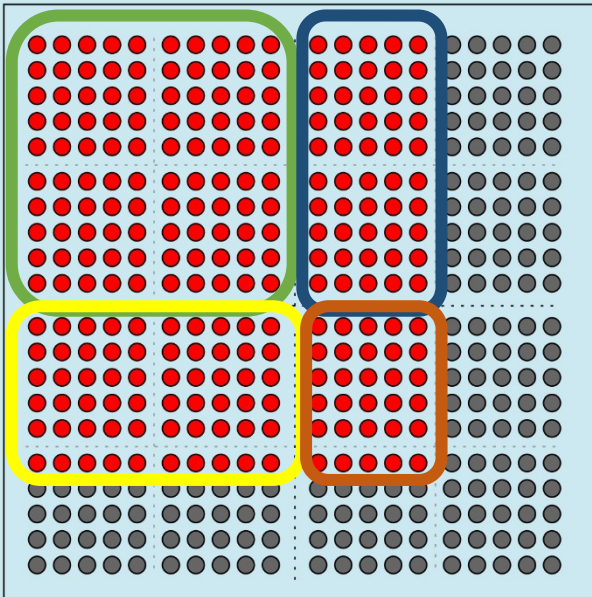
$$6 \cdot 10$$

$$6 \cdot 5$$

$$16 \cdot 15$$

Halbschriftliches Multiplizieren

# Vereinfachte Darstellung im Malkreuz

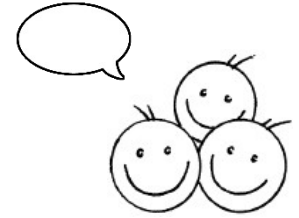


$$16 \cdot 15$$

•	10	5	
10	100	50	150
6	60	30	90
			240

$$\begin{aligned} 16 \cdot 15 &= 100 + 50 + 60 + 30 = 240 \\ \hline 10 \cdot 10 &= 100 \\ 10 \cdot 5 &= 50 \\ 6 \cdot 10 &= 60 \\ 6 \cdot 5 &= 30 \end{aligned}$$

# Anwendung



- Methode: Einzelarbeit - Plenum
- Aufgabe: AB *Malaufgaben* aus moodle
- Ablauf:
  1. Lösen Sie die Aufgabe  $17 \cdot 12$  und ggf. noch die Aufgabe  $13 \cdot 19$  schrittweise, stellenweise, mit Punktefeld und mit dem Malkreuz.
  2. Welche Strategie bzw. welche Darstellung sorgt bei Ihnen für die meiste Einsicht?

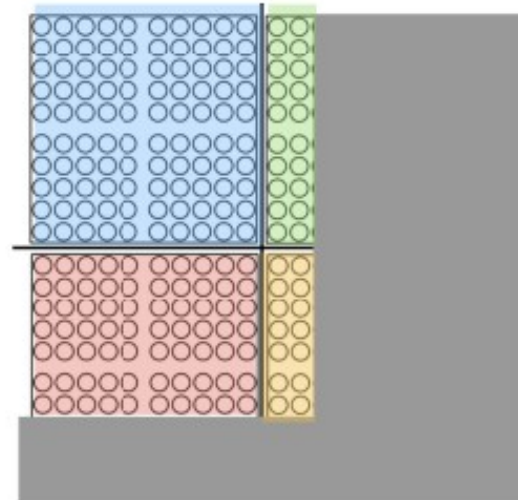
# Halbschriftliches Multiplizieren

## Praxis – am Punktefeld

halbschriftlich multiplizieren

$$17 \cdot 12 = \underline{\quad}$$

•	10	2	
10			
7			



	1	7	•	1	2	=						
	1	0	•	1	0	=	1	0	0			
	1	0	•		2	=		2	0			
		7	•	1	0	=		7	0			
		7	•		2	=		1	4			

Beide Faktoren werden in ihre Stellenwerte zerlegt und multipliziert.

	1	7	•	1	2	=						
	1	7	•	1	0	=	1	7	0			
	1	7	•		2	=		3	4			

Der erste Faktor bleibt gleich. Der zweite Faktor wird in seine Stellenwerte zerlegt.



Rechenmethoden - Multiplikation

## Ablauf der Veranstaltung 3.2

1. Rückblick und vertiefende Aufgaben
2. Multiplikation – ganzheitliche Erarbeitung
3. Halbschriftliche Multiplikation
4. **Schriftliche Multiplikation**

# Anwendung



- Methode: Einzelarbeit
- Ablauf:
  1. Berechnen Sie mit einer schriftlichen Multiplikation die Aufgabe  $18 \cdot 14$ .
  2. Notieren Sie alle Teilrechen Schritte, die Sie dabei durchlaufen, in Worten.

Schriftliche Multiplikation

## ... die Endform des Algorithmus

$$\begin{array}{r} 18 \cdot 14 \\ \hline 18 \\ 72 \\ \hline 252 \end{array}$$

**Sprechweise:**

1 mal 8 = 8,

1 mal 1 = 1,

4 mal 8 = 32, schreibe 2, merke 3,

4 mal 1 = 4, plus 3 ist gleich 7,

*dann Addition*

## Schriftliche Multiplikation

# ... mit dem Bezug zu den Stellenwerten

$$\begin{array}{r} \text{ZE} \quad \text{ZE} \\ 18 \cdot 14 \\ \hline \text{T} \quad \text{H} \quad \text{ZE} \quad \text{E} \\ \quad \quad 1 \quad 8 \\ \quad \quad \quad 1 \quad 7 \quad 2 \\ \hline \quad \quad 2 \quad 5 \quad 2 \end{array}$$

Sprechweise:

1 Z mal 8 E = 8 Z,

1 Z mal 1 Z = 1 H,






4 E mal 8 E = 32 E, schreibe 2 E, merke 3 Z,

4 E mal 1 Z = 4 Z, plus 3 Z ist gleich 7 Z,

*dann Addition*






**Verfahrensorientierung vs. Verstehensorientierung!**

# Fachanforderungen Klasse 1 (S. 31)





Rechenoperationen		
<p>nutzen die Zahlzerlegungen bis 10 flexibel,</p> <p>nutzen die Rechenoperationen Addition und Subtraktion flexibel und stellen ihre Rechenwege dar,</p> <p>beschreiben, vergleichen und bewerten Rechenwege,</p> <p>äußern eigene Vermutungen zu mathematischen Fragestellungen,</p> <p>kontrollieren Lösungen und finden, erklären und berichtigen Rechenfehler,</p> <p>nutzen Rechenvorteile flexibel,</p> <p>nutzen das Gleichheitszeichen als Relationszeichen zwischen gleichwertigen Termen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zahlzerlegungen</li> <li>• Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion (Hinzufügen, Wegnehmen, Ergänzen, Vereinigen, Vergleichen) </li> <li>• Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 10</li> <li>• Automatisierung aller Rechenoperationen bis 10 </li> <li>• Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 20 ohne und mit Zehnerübergang </li> <li>• Kopfrechenstrategien (Verdoppeln, Halbieren, Tauschaufgabe, Umkehraufgabe, Nachbaraufgabe, gleichsinniges und gegensinniges Verändern)</li> <li>• Analogien im ersten und zweiten Zehner </li> <li>• einfache Gleichungen und Ungleichungen </li> </ul>	<p><i>Für die Zahlzerlegungen geeignete Materialien sind z. B.: Wendeplättchen, Schüttelboxen, Steckwürfel.</i></p> <p>Es ist darauf hinzuwirken, dass das Gleichheitszeichen nicht vornehmlich als Handlungszeichen verstanden wird, das zum Berechnen des Wertes eines Terms auffordert, sondern vielmehr als Relationszeichen, das die Gleichwertigkeit von Termen ausdrückt. Daraus folgt, dass frühzeitig Gleichungen in Darstellungen jenseits des Schemas <math>a + b = x</math> Raum finden wie beispielsweise <math>2 + 7 = 6 + 3</math>.</p> <p>Für alle Rechenoperationen sind zunächst Grundvorstellungen aufzubauen, bevor die Automatisierung angestrebt wird.</p> <p>Die Übersetzung von Handlungen in zeichnerische Darstellungen und in die symbolische Notationsform sollte regelmäßiges Unterrichtselement sein. Um die Automatisierung zu initiieren, erfolgt nach dem Aufbau einer gesicherten Grundvorstellung die schrittweise Ablösung vom Material als Rechenhilfe.</p>



# Fachanforderungen Klasse 2 (S. 32)

Rechenoperationen		
<p>nutzen operative Beziehungen für die Rechenoperationen Addition und Subtraktion flexibel,</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• operative Beziehungen: Nachbaraufgaben, Aufgabenfamilien, Tauschaufgaben, Umkehraufgaben, Analogien, gleich- und gegensinniges Verändern </li><li>• Kopfrechenstrategien: Ergänzen auf Zehnerzahlen, Verdoppeln, Halbieren, vorteilhaftes Zählen, Rechnen mit Zehnerzahlen </li><li>• Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100 mündlich und halbschriftlich </li></ul>	<p>Am Ende der Eingangsphase besteht das Ziel beim Erlernen des Einmaleins noch nicht in der Automatisierung aller Einmaleins-Aufgaben. Der Aufbau tragfähiger Vorstellungen bildet den Fokus. Dazu gehört das Verständnis für die Multiplikation als fortgesetzte Addition, als zeitlich-sukzessive Situation und räumlich-simultane Repräsentation. Bei der Einführung der Division ist darauf zu achten, dass über die Umkehrung der Multiplikation hinaus tragfähige Grundvorstellungen des Aufteilens und Verteilens aufgebaut werden.</p>
<p>lösen Aufgaben der Multiplikation und Division, indem sie Ableitungsstrategien nutzen,</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Grundvorstellung der Multiplikation und Division </li><li>• Automatisierung der Kern- und Quadratzahlaufgaben </li></ul>	<p>Im Sinne des produktiven Übens sind die Kernaufgaben (<math>1 \cdot x</math>, <math>2 \cdot x</math>, <math>5 \cdot x</math>, <math>10 \cdot x</math>) und die Quadratzahlaufgaben zu automatisieren, um hieraus die weiteren Einmaleins-Aufgaben abzuleiten.</p>
<p>beschreiben, vergleichen und bewerten Rechenwege,</p> <p>kontrollieren Lösungen und finden, erklären und berichtigen Rechenfehler.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Fachbegriffe: Addition, addieren zu, plus, Subtraktion, subtrahieren von, minus, Multiplikation, multiplizieren mit, mal, Division, dividieren durch, geteilt durch</li></ul>	

# Fachanforderungen Klasse 3 (S. 33, 34)

Rechenoperationen		
<p>nutzen alle vier Grundrechenarten flexibel, beschreiben und erklären das Prinzip eines Algorithmus, rufen aus dem Gedächtnis die Ergebnisse von Einmaleinsaufgaben ab und nutzen Einmaleinsergebnisse für Zahlzerlegungen. </p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000 mündlich, halbschriftlich, schriftliche Algorithmen </li> <li>• Automatisierung aller Einmaleinsaufgaben und ihrer Umkehrungen </li> <li>• kombinatorischer Aspekt als weitere Grundvorstellung der Multiplikation</li> <li>• Fachbegriffe der Rechenarten: Summe, Differenz, Produkt, Quotient</li> </ul>	<p><i>Neben dem schriftlichen und mündlichen Rechnen (Kopfrechnen) stellt das halbschriftliche Rechnen eine wichtige Rechenmethode dar. Halbschriftliches Rechnen ist dadurch gekennzeichnet, dass hierbei nicht mit einzelnen Ziffern der zu verknüpfenden Zahlen gearbeitet wird, sondern stets das gesamte Zahlenmaterial im Blick behalten werden muss. Es fördert und fordert somit das Zahlverständnis.</i></p>
<p>nutzen operative Beziehungen flexibel, beschreiben, vergleichen und bewerten Rechenwege, kontrollieren Lösungen und finden, erklären und berichtigen Rechenfehler.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Überschlagsrechnen</li> <li>• Übertragung der Kopfrechenstrategien auf den größeren Zahlenraum: Ergänzen auf Zehnerzahlen, Verdoppeln, Halbieren, Rechnen mit Zehnerzahlen</li> <li>• Analogiebildung vom Einmaleins auf den Zahlenraum bis 1000</li> <li>• halbschriftliche Multiplikation</li> <li>• mündliche Division mit und ohne Rest</li> </ul>	<p><i>Damit unterstützt es im Vergleich zu schriftlichen Rechenverfahren mathematisch relevante Einsichtsprozesse (u. a. in das Stellenwertsystem).</i></p> <p><i>Ein einheitliches Verfahren für das halbschriftliche Rechnen besteht nicht, vielmehr werden einige Hauptstrategien verwendet (z. B. schrittweises Rechnen, Hilfsaufgabe, stellenweises Rechnen).</i></p> <p> <i>Die schriftliche Addition kann dazu genutzt werden, Einsicht in das Konzept eines Algorithmus (festgelegte, schrittweise Handlungsabfolge) zu gewinnen.</i></p> <p><i>Bei der Division mit Rest ist die Divisionsschreibweise zu bevorzugen, z. B. <math>50 : 8 = 6 + (2 : 8)</math>.</i></p>

# Fachanforderungen Klasse 4 (S. 35)

## Rechenoperationen

nutzen alle vier Grundrechenarten flexibel,

setzen die Rechenmethoden Kopfrechnen, halbschriftliches und schriftliches Rechnen situationsgerecht und flexibel ein,


beschreiben, vergleichen und bewerten Rechenwege,

nutzen operative Beziehungen,

kontrollieren Lösungen und finden, erklären und berichtigen Rechenfehler.

- halbschriftliche Division mit und ohne Rest

- Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division im Zahlenraum bis 1 000 000 mündlich und halbschriftlich

- schriftliche Algorithmen der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division 

- Rechengesetze: Distributivgesetz, Assoziativgesetz, Teilbarkeitskriterien, Punkt-vor-Strich-Rechnung, Rechnen mit Klammern

- Fachbegriffe: Summand, Faktor, Minuend, Subtrahend, Dividend, Divisor

- Übertragung der Kopfrechenstrategien auf den größeren Zahlenraum: Ergänzen auf Zehnerzahlen, Verdoppeln, Halbieren, Rechnen mit Zehnerzahlen

- Überschlagsrechnen

*Das Erschließen des neuen Zahlenraumes ist untrennbar mit dem rechnerischen Durchdringen verbunden.*

Die schriftlichen Algorithmen der Addition, Subtraktion und Multiplikation müssen verstehensorientiert erarbeitet werden, während die schriftliche Division durch direkte Instruktion vermittelt wird. Eine Vertiefung erfolgt in der Sekundarstufe.

Kopfrechenübungen tragen dazu bei, ein Verständnis für die großen Zahlen zu erzeugen. Sie sind so zu wählen, dass sie einen verstehensorientierten Zugang zum Kopfrechnen bieten, der durch operative Zusammenhänge und Analogien gekennzeichnet ist.

## Schriftliche Multiplikation

# ... vom halbschriftlichen zum schriftlichen

① HZE HZE


$$\begin{array}{r} 3 \cdot 218 = \\ \hline 3 \cdot 8 = 24 \\ 3 \cdot 10 = 30 \\ 3 \cdot 200 = 600 \end{array}$$

②

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 218 \\ \hline \phantom{3 \cdot} 24 \\ \phantom{3 \cdot} 30 \\ \phantom{3 \cdot} 600 \\ \hline 654 \end{array}$$

③  $218 \cdot 3 = \underline{\quad}$

H	Z	E
2	1	8
		· 3
		4
		:
		4



$3 \cdot 8E = 24E$   
 $4E$  schreibe ich auf.  
Die 2 Zehner  
merke ich mir.



Multiplikation

## Ziele der Veranstaltung 3.2

- Sie erfassen **halbschriftliches** und **schriftliches Rechnen** unter der Maßgabe der **Verstehensorientierung** am Beispiel der **Multiplikation**.
- Sie veranschaulichen **Zusammenhänge** zwischen **halbschriftlicher Rechenstrategien** und **schriftlicher Verfahren** der Multiplikation.

Was will Mathematik in der Grundschule?

# VA - Vertiefende Aufgabe

## 1. Analyse von SuS-Lösungen – halbschriftliches Rechnen

Erklären Sie folgende Lösungen von Schülerinnen. Benennen Sie die **angewendete Strategie** und gehen Sie auf mögliche Fehler ein.

$$\begin{array}{r} 398 - 110 = 280 \\ \hline 300 - 100 = 200 \\ 9 - 1 = 8 \\ 8 - 0 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 415 - 244 = 181 \\ \hline 415 - 200 = 215 \\ 215 - 40 = 185 \\ 185 - 4 = 181 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62 - 39 = 23 \\ 60 - 40 = 20 \\ 20 + 1 = 21 \\ 21 + 2 = 23 \end{array}$$

## 2. Stellungnahme zu einer Aussage zum Einmaleins

„Ich lasse die Kinder die Einmaleins-Reihen einfach auswendig lernen, dann bin ich in 4 Wochen mit dem Thema durch.“

Diese Äußerung hören Sie im Lehrerzimmer von einer Kollegin/einem Kollegen. Notieren Sie vier fachdidaktische Argumente, in denen Sie erklären, warum das nicht sinnvoll ist. Bitte führen Sie jedes Argument in zwei bis drei Sätzen aus.

→ Material: siehe moodle

# Abschlussrunde mit Ausblick

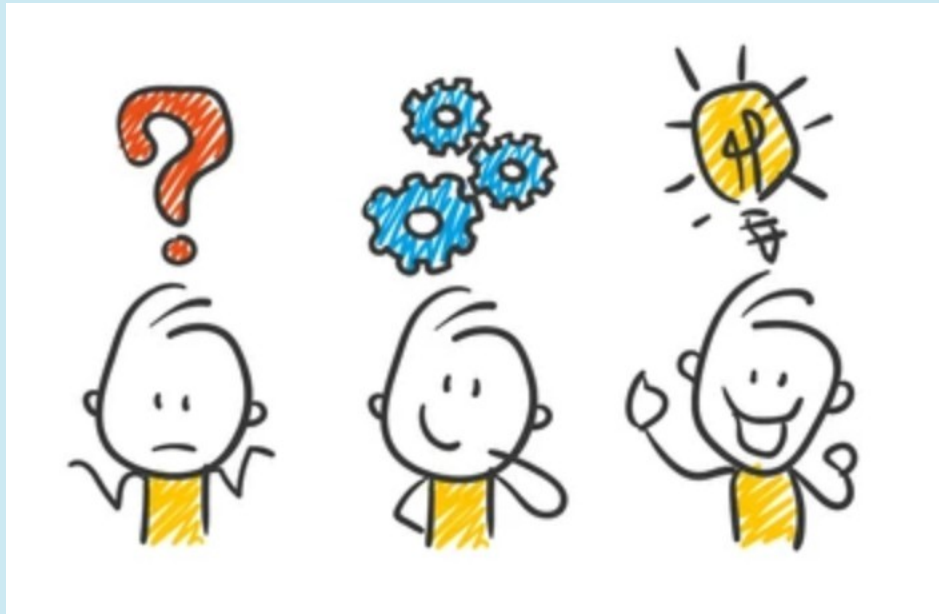


## Modul 4: Sachrechnen

**OV - Online-Veranstaltung:**

**Schiene B – 21.04.2026, 14:00 – 17:00 Uhr**

# Wünsche, Fragen, Offenes?



# Wünsche, Fragen, Offenes?

