# Zertifikatskurs Mathematik

## Modul 3.1: Rechenmethoden – halbschriftliches und schriftliches Rechnen

Lajla Hummel

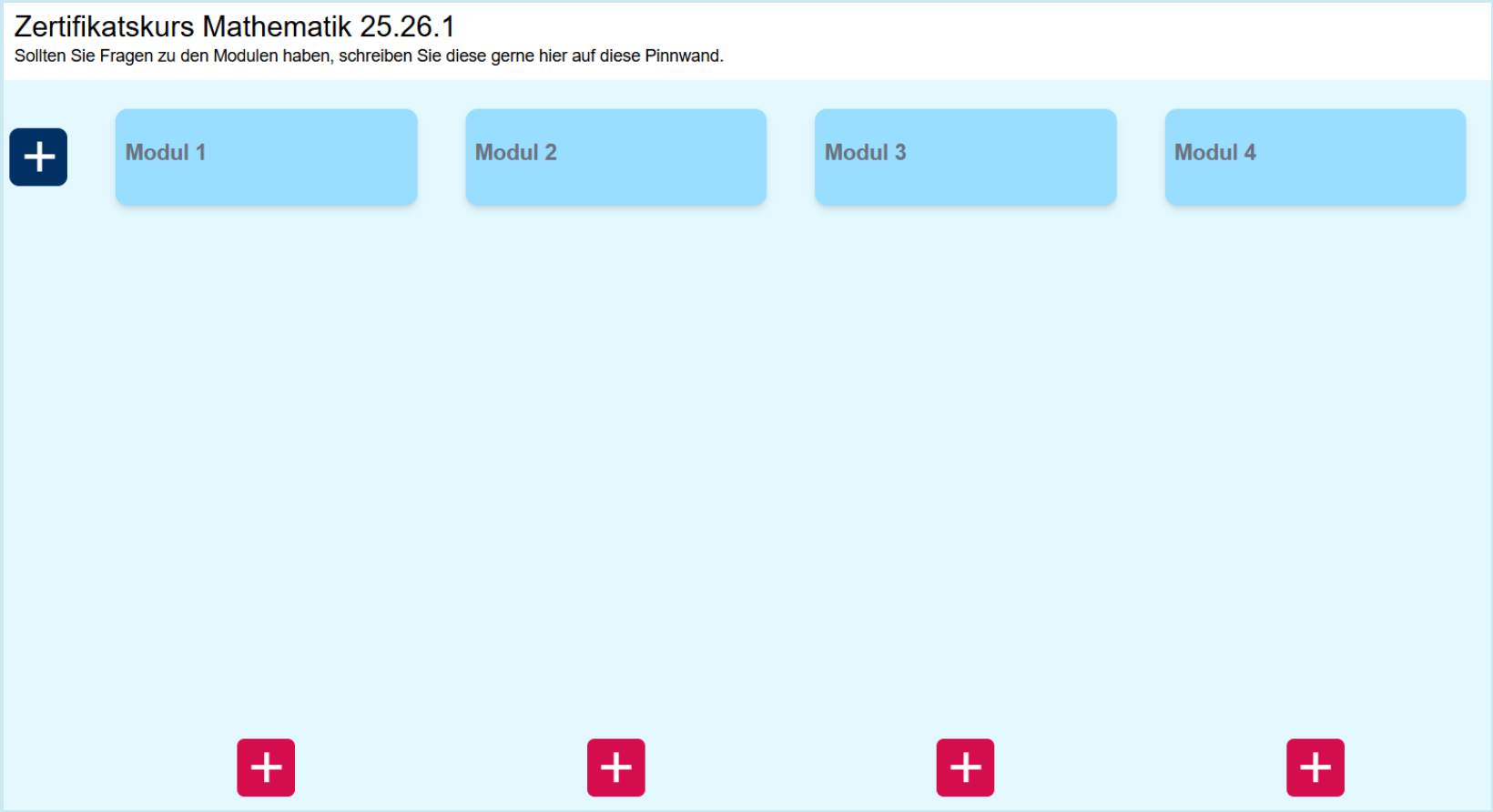
Lajla.hummel@iqsh.de 24.03.2026 14:00 bis 18:00 Uhr

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

# Aktuelle Runde



# OPSH Pinnwand für Fragestunde zur Klausur




https://opsh.lernnetz.de/m8eeatf0345f
Passwort: Mathe2026

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein



# Ziele der Veranstaltung 3.1

- Sie unterscheiden die **vier Rechenmethoden** der GS und beurteilen deren Relevanz im Lernprozess.
- Sie erfassen **halbschriftliches** und **schriftliches Rechnen** unter der Maßgabe der **Verstehensorientierung.**
- Sie veranschaulichen **Zusammenhänge** zwischen **halbschriftlicher Rechenstrategien** und **schriftlicher Verfahren**.

# Ablauf der Veranstaltung 3.1



1. Rechenmethoden
2. Halbschriftliche Rechenstrategien der Subtraktion
3. Schriftliche Subtraktion

# Ablauf der Veranstaltung 3.1



1. **Rechenmethoden**
2. Halbschriftliche Rechenstrategien der Subtraktion
3. Schriftliche Subtraktion

# Begriffsklärung: Rechenmethoden

Mit **Rechenmethoden** sind hier die Methoden gemeint, nach denen das Ergebnis einer Rechenaufgabe ermittelt werden kann:

1) **Kopfrechnen**
2) **Halbschriftliches Rechnen**
3) **Schriftliche Rechenverfahren**
4) **Taschenrechner**

Rechenmethode

# (1) Kopfrechnen

- **Kopfrechnen** ist ein Operieren mit Zahlen auf der **Vorstellungsebene**.
- Alle zur Lösung einer Aufgabe notwendigen **Zwischen-schritte** werden im **Kopf** ausgeführt.
- Eine Notation findet nicht statt.
- Die Art der Darbietung ist unerheblich; es spielt keine Rolle, ob die Aufgabe schriftlich oder mündlich präsentiert wird.

Rechenmethode

# (2) Halbschriftliches Rechnen

- Beim **halbschriftlichen Rechnen** – ebenfalls eine Form des **Zahlenrechnens** - werden die **Teilergebnisse** und die einzelnen **Rechenschritte schriftlich** festgehalten.

337 + 198 =

Rechenmethode

# (2) Halbschriftliches Rechnen: Bsp.-Aufg.

**halbschriftlich, z.B. so:**

337+198 = 400+120+15 = 535

300+100 = 400

30+ 90 = 120

7+ 8 = 15

**halbschriftlich, z.B. so:**

337+198 = 535

337+100 = 437

437+ 90 = 527

527+ 8 = 535

**halbschriftlich, z.B. so:**

337+198 = 535

335+200 = 535

**halbschriftlich, z.B. so:**

337+198 = 535

337+200 = 537

537- 2 = 535

Quelle: PIKAS: Elterninfo_Rechenmethoden

Rechenmethode

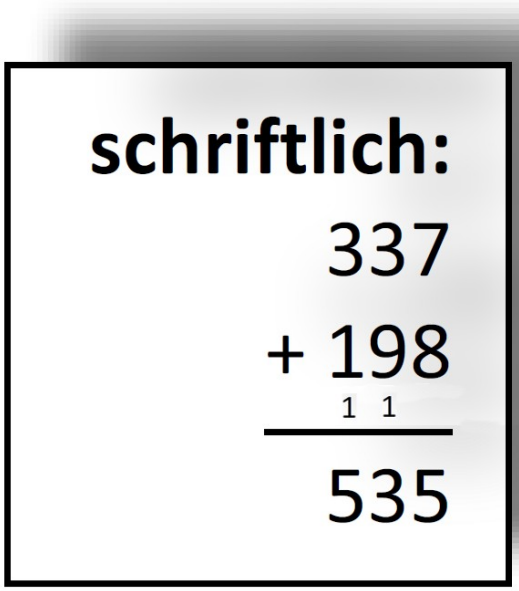
# (3) Schriftliches Rechnen

- Unter den **schriftlichen Rechenverfahren** sind die **schriftlichen Algorithmen** zu verstehen.
- Im Unterschied zum Zahlenrechnen wird bei diesen Verfahren auf der Grundlage des **Stellenwertsystems ziffernweise** gerechnet.

337 + 198 =

Rechenmethode

# (3) Schriftliches Rechnen: Bsp.-Aufg.



Rechenmethode

# (4) Taschenrechner

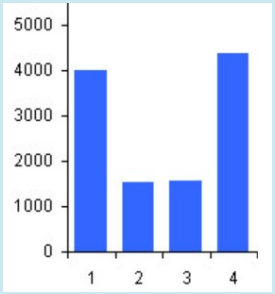
- Der **Taschenrechner** ist eins der **technischen Hilfsmittel**, mit dem Ergebnisse produziert werden.

# Ihre Einschätzung





**10 Min.**




**Bedeutsamkeit der Rechenmethoden**

1. Sie erhalten einen Streifen. Diesen zerreißen Sie in bis zu vier Teilen. Je länger der Streifen, desto bedeutsamer schätzen Sie diese Rechenmethode im MU der Grundschule ein.
2. Die Streifen kleben Sie senkrecht über die Rechen-methoden.

# Kopfrechnen

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Rechenmethode

# Vielfältiges Kopfrechnen

**mündlich, z.B. so:**

„Ich rechne im Kopf: Erst 337 plus 100; das sind 437. Dann plus 90, das sind 527. Dann noch plus 8. Das Ergebnis ist 535."

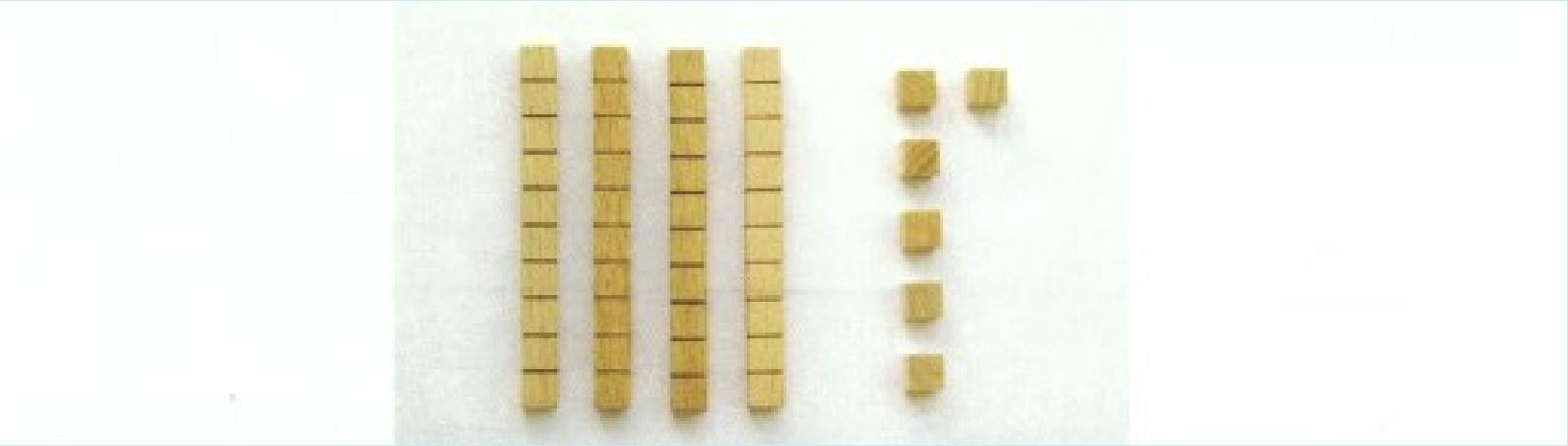
**mündlich, z.B. so:**

„Ich rechne im Kopf: Ich sehe, dass 198 nah an 200 liegt; 337+200 ist eine leichte Aufgabe, 337+200 ist 537. Die 2, die ich zu viel dazu gerechnet habe, ziehe ich jetzt wieder ab: 537 – 2 ist 535. Das Ergebnis ist 535."

Quelle: PIKAS: Elterninfo_Rechenmethoden

Rechenmethode

# Vielfältiges Kopfrechnen



Rechenmethode

# Vielfältiges Kopfrechnen

| Zahl | + | + | | | + | + | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| □ | 36 | | | | | | | |
| □ | | | | | | | | |
| □ | | | | | | | | |
| □ | | | | | | | | |

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Rechenmethode

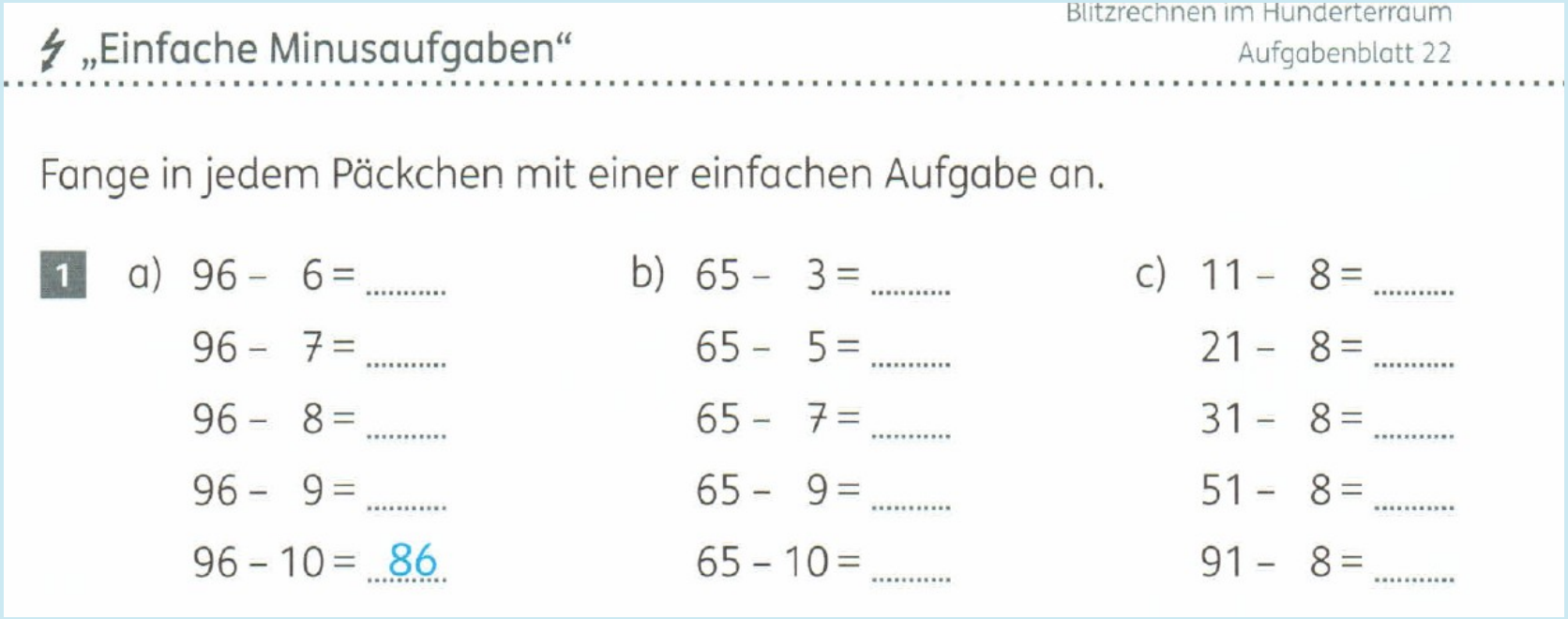
# Vielfältiges Kopfrechnen

## Zehner, Einer, Zahl

| Zahl | + 1 | – 1 | Anzahl Einer | Anzahl Zehner | Einer zum nächsten Zehner | nächster Zehner | + 10 | – 10 | Punkte |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 62 | 63 | 61 | 2 | 6 | 8 | 70 | 72 | 52 | 8 |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

Rechenmethode

# Vielfältiges Kopfrechnen



„Einfache Minusaufgaben“

Blitzrechnen im Hunderterraum
Aufgabenblatt 22

Fange in jedem Päckchen mit einer einfachen Aufgabe an.

**1**

a)
96 – 6 = .....
96 – 7 = .....
96 – 8 = .....
96 – 9 = .....
96 – 10 = 86

b)
65 – 3 = .....
65 – 5 = .....
65 – 7 = .....
65 – 9 = .....
65 – 10 = .....

c)
11 – 8 = .....
21 – 8 = .....
31 – 8 = .....
51 – 8 = .....
91 – 8 = .....

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

# Taschenrechner

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Rechenmethode

# Taschenrechner in der GS?

- Taschenrechnerdiktat zum Schreiben der Zahlen gegen die inverse Schreibweise
- Taschenrechnerwettkampf
- …?

Rechenmethode

# Taschenrechner in der GS

**4** Wer rechnet schneller mit dem Taschenrechner? Kreuzt an. Vergleicht vorher die Ergebnisse.

| 1. Runde: | ich | Partner |
|---|---|---|
| 587 – 45 | ☐ | ☐ |
| 1 069 + 520 | ☐ | ☐ |
| 3 162 · 100 | ☐ | ☐ |
| 48 251 – 6 082 | ☐ | ☐ |
| 25 000 : 500 | ☐ | ☐ |
| 9 421 · 14 | ☐ | ☐ |
| 1 794 : 13 | ☐ | ☐ |




| 2. Runde: | ich | Partner |
|---|---|---|
| 624 + 4 597 | ☐ | ☐ |
| 9 641 – 347 | ☐ | ☐ |
| 2 941 · 63 | ☐ | ☐ |
| 601 523 – 9 412 | ☐ | ☐ |
| 539 880 : 330 | ☐ | ☐ |
| 3 597 · 16 | ☐ | ☐ |
| 6 504 : 24 | ☐ | ☐ |

50 138 542 1 589 1 785 42 169 131 894 316 200 271 1 636 5 221 6 931 9 294 57 552 185 283 592 111

Rechenmethode

# Taschenrechner in der GS

**1** a) Wer ist schneller? Kopf ☺ oder Taschenrechner T?

Entscheidet, wer zuerst im Kopf rechnet und wer zuerst den Taschenrechner benutzt.

Kreuzt nach jeder Aufgabe an, wer schneller war. Nach der Hälfte wird gewechselt.

| | | ☺ | T |
|---|---|---|---|
| 350 000 + 350 000 = | | ☐ | ☐ |
| 950 · 30 = | | ☐ | ☐ |
| 300 003 : 3 = | | ☐ | ☐ |
| 96 371 − 96 301 = | | ☐ | ☐ |
| 231 405 + 40 962 = | | ☐ | ☐ |
| 70 002 − 69 999 = | | ☐ | ☐ |
| 125 · 8 = | | ☐ | ☐ |
| 699 999 + 300 001 = | | ☐ | ☐ |
| 100 − 9 − 8 − 7 − 6 − 5 − 4 − 3 − 2 − 1 = | | ☐ | ☐ |
| 240 000 : 8 = | | ☐ | ☐ |
| 6 000 · 40 = | | ☐ | ☐ |
| 254 080 + 254 080 = | | ☐ | ☐ |



b) Überlegt euch, bei welchen Aufgaben der Taschenrechner hilft. Markiert sie.

Rechenmethode

# Taschenrechner in der GS

Auf dem Taschenrechner funktionieren jetzt nur noch wenige Tasten.

a) Benutze nur die Tasten 3 , 6 , + , - , x und = .
Versuche folgende Ergebnisse zu erhalten: 108, 216, 324, 648 und 7776.

b) Verwendet die Tasten 2 , 4 , 8, x und = nur jeweils einmal.
Welches ist das größte (kleinste) Ergebnis? Welche Ergebnisse sind noch möglich?

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

# Ablauf der Veranstaltung 3.1



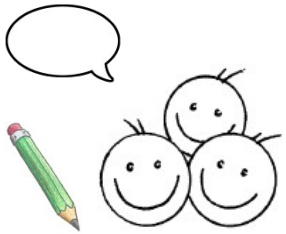
1. Rechenmethoden
2. **Halbschriftliche Rechenstrategien der Subtraktion**
3. Schriftliche Subtraktion

Halbschriftliches Rechnen

# Rechenwege nachvollziehen



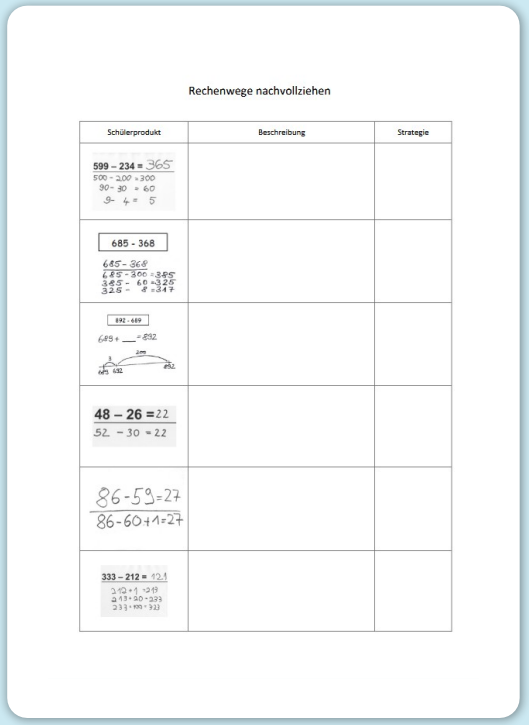
10 Min.



**Schauen Sie sich die Rechenwege der SuS an und beschreiben Sie wie gerechnet wurde.**

(Benennung der Strategie zweitrangig)

1. Setzen Sie sich vorerst allein mit allen Aufgaben auseinander.
2. Tauschen Sie sich anschließend mit einem Partner aus.
3. Besprechen im Plenum.



Rechenwege nachvollziehen

| Schülerprodukt | Beschreibung | Strategie |
|---|---|---|
| 599 – 234 = 365<br>500 – 200 = 300<br>90 – 30 = 60<br>9 – 4 = 5 | | |
| 685 - 368<br>685 - 368<br>685 - 300 = 385<br>385 - 60 = 325<br>325 - 8 = 317 | | |
| 892 - 689<br>689 + ___ = 892<br>2m<br>689 692 892 | | |
| 48 – 26 = 22<br>52 – 30 = 22 | | |
| 86-59=27<br>86-60+1=27 | | |
| 333 – 212 = 121<br>212 + 1 = 213<br>213 + 10 = 223<br>223 + 100 = 323 | | |

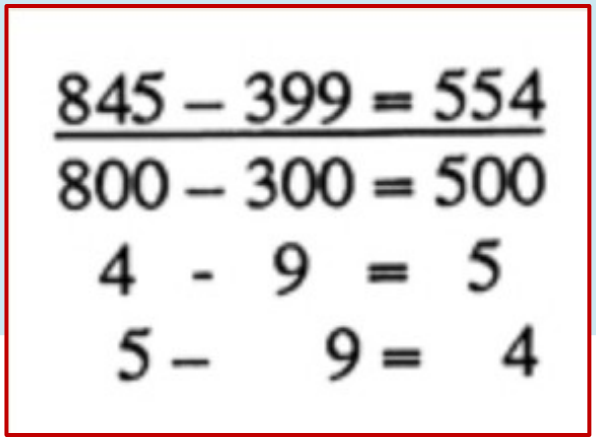
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

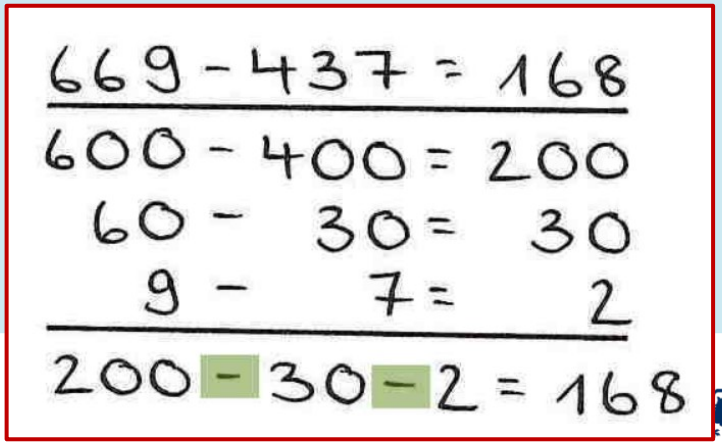
Halbschriftliches Rechnen

# Hauptstrategien halbschriftliche Subtraktion

| Beispiel | Beschreibung | Strategie |
|---|---|---|
| 599 – 234 = 365<br>500 – 200 = 300<br>90 – 30 = 60<br>9 – 4 = 5 | Die Subtraktion erfolgt stellenweise, das heißt, H, Z und E werden getrennt voneinander subtrahiert. Dazu werden beide Zahlen in ihre Stellenwerte zerlegt. | **Stellenweise** |

**Häufige Fehler**



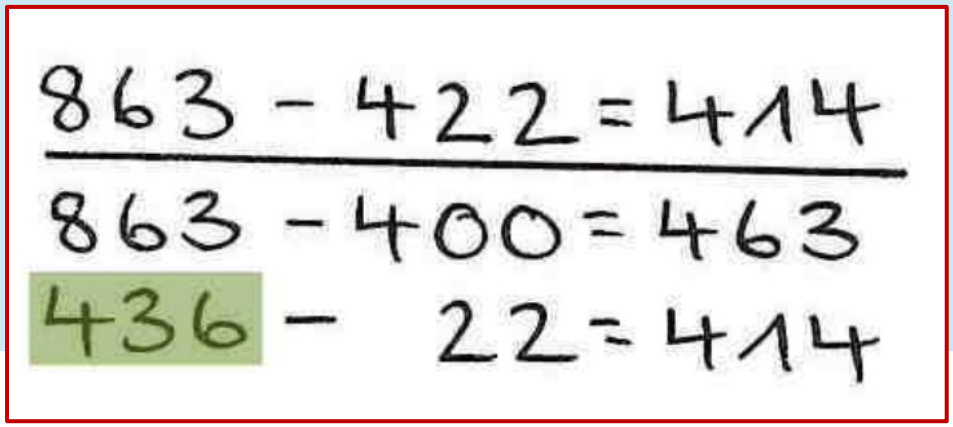



Halbschriftliches Rechnen

# Hauptstrategien halbschriftliche Subtraktion

| Beispiel | Beschreibung | Strategie |
|---|---|---|
| 685 – 368 = 317<br>685 – 300 = 385<br>385 – 60 = 325<br>325 – 8 = 317 | Der Minuend bleibt unverändert, während der Subtrahend schrittweise abgezogen wird. Vorgehensweise und Notationsform sind hierbei vielfältig. | **Schrittweise** |

**Häufige Fehler**




IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Halbschriftliches Rechnen

# Hauptstrategien halbschriftliche Subtraktion

| Beispiel | Beschreibung | Strategie |
|---|---|---|
| 892– 689 = 203<br><br>689 + 3 + 200 = 892 | Vom Subtrahenden wird in sinnvollen Schritten zum Minuenden ergänzt. | **Ergänzen** |

628 – 364 =

701 - 699 =

Halbschriftliches Rechnen

# Hauptstrategien halbschriftliche Subtraktion

| Beispiel | Beschreibung | Strategie |
|---|---|---|
| $\underline{48 - 26 = 22}$<br>$52 - 30 = 22$ | Durch das gleichsinnige Verändern von Minuend und Subtrahend entsteht eine einfach zu lösende Aufgabe (gemäß dem Gesetz der Konstanz der Differenz) | **Gleichsinniges Verändern** |

Halbschriftliches Rechnen

# Hauptstrategien halbschriftliche Subtraktion

| Beispiel | Beschreibung | Strategie |
|---|---|---|
| 86 – 59 = 27<br>86 – 60 + 1 = 27 | Durch Veränderung des Subtrahenden oder Minuenden hin zum vollen Zehner entsteht eine einfach zu lösende Aufgabe. Anschließend erfolgt eine Korrektur. | **Nachbar- / Hilfsaufgabe** |

523 – 198 = 325
523 – 200 + 2 = 325

16 – 9 = 7
16 – 10 + 1 = 7

Halbschriftliches Rechnen

# Hauptstrategien halbschriftliche Subtraktion

| Beispiel | Beschreibung | Strategie |
|---|---|---|
| 599 – 234 = 365<br>500 – 200 = 300<br>90 – 30 = 60<br>9 – 4 = 5 | Die Subtraktion erfolgt stellenweise, das heißt, H, Z und E werden getrennt voneinander subtrahiert. Dazu werden beide Zahlen in ihre Stellenwerte zerlegt. | **Stellenweise** |
| 685 – 368 = 317<br>685 – 300 = 385<br>385 – 60 = 325<br>325 – 8 = 317 | Der Minuend bleibt unverändert, während der Subtrahend schrittweise abgezogen wird. Vorgehensweise und Notationsform sind hierbei vielfältig. | **Schrittweise** |

Halbschriftliches Rechnen

# Hauptstrategien halbschriftliche Subtraktion

| Beispiel | Beschreibung | Strategie |
|---|---|---|
| 892– 689= 203<br>689 + 3 + 200 = 892 | Vom Subtrahenden wird in sinnvollen Schritten zum Minuenden ergänzt. | **Ergänzen** |
| 86 – 59 = 27<br>86 – 60 + 1 = 27 | Durch Veränderung des Subtrahenden oder Minuenden hin zum vollen Zehner entsteht eine einfach zu lösende Aufgabe. Anschließend erfolgt eine Korrektur. | **Nachbar- / Hilfsaufgabe** |
| 48 – 26 = 22<br>52 – 30 = 22 | Durch das gleichsinnige Verändern von Minuend und Subtrahend entsteht eine einfach zu lösende Aufgabe (gemäß dem Gesetz der Konstanz der Differenz) | **Gleichsinniges Verändern** |

Halbschriftliches Rechnen

# Schülerbeispiele

LiNUS:

437 - 217 = 220

---

437 - 200 = 237

237 - 10 = 227

227 - 7 = 220

Lara:

437 - 217 = 220

---

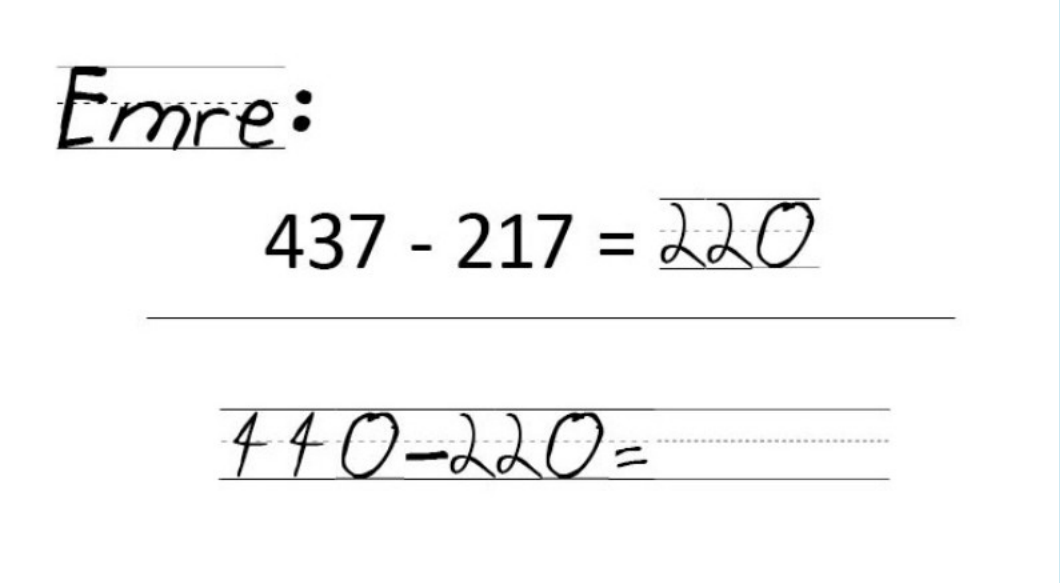
400 - 200 = 200

37 - 17 = 20

Quelle: Primakom Link

Halbschriftliches Rechnen

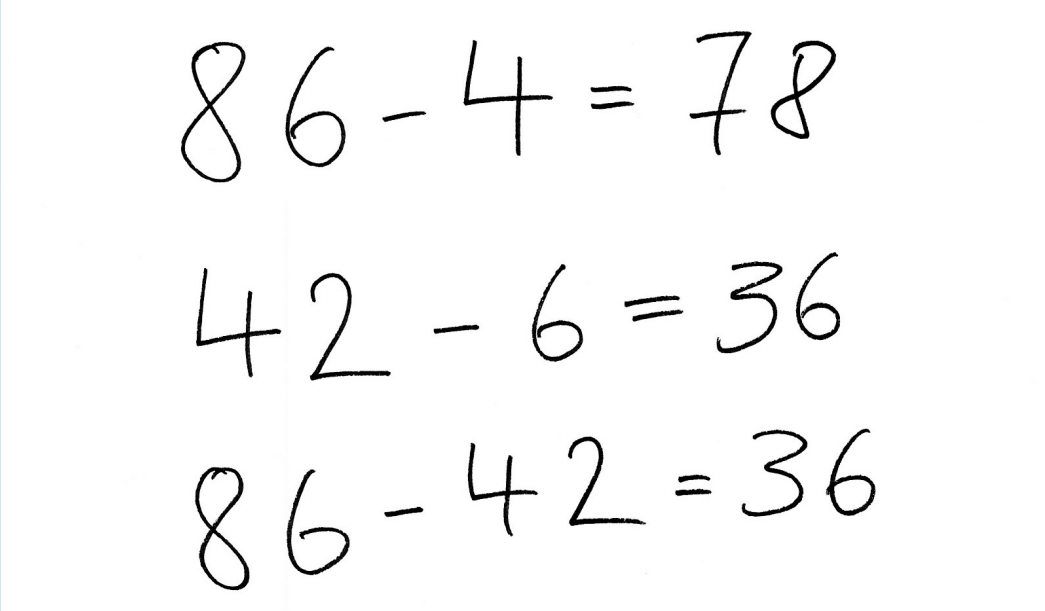
# Schülerbeispiele




Quelle: Primakom Link

# Exkurs: Diagnostik

## zu Subtraktionsaufgaben – wo liegt das Problem?



86 - 4




10 Min.

# Praxisbeispiel: Zählmaschine



# Halbschriftliches Rechnen – Warum?

nutzen alle vier Grundrechenarten flexibel,

setzen die Rechenmethoden Kopfrechnen, halbschriftliches und schriftliches Rechnen situationsgerecht und flexibel ein,

beschreiben, vergleichen und bewerten Rechenwege,

nutzen operative Beziehungen,

kontrollieren Lösungen und finden, erklären und berichtigen Rechenfehler.

Fachanforderungen, S. 35, Kl. 4

**Rechenoperationen verstehen und beherrschen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verfügen über ein Operationsverständnis zu den vier Grundrechenarten und erkennen und nutzen die Zusammenhänge zwischen den Operationen,
- beherrschen die Grundaufgaben des Kopfrechnens (u. a. Zahlzerlegungen, Einspluseins, Einmaleins) gedächtnismäßig und leiten deren Umkehrungen sicher ab,
- übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million,
- verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein,
- beschreiben, vergleichen und bewerten verschiedene Rechenwege; finden, erklären und berichtigen Rechenfehler,
- erkennen, erklären und nutzen Rechengesetze (z. B. Kommutativgesetz: Tauschaufgaben),
- verstehen schriftliche Verfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation, beschreiben den Algorithmus, führen diesen geläufig aus und wenden ihn bei geeigneten Aufgaben an,
- kontrollieren Lösungen durch geeignete Vorgehensweisen (z. B. Überschlagsrechnung, Umkehroperation).

Bildungsstandards, S. 14

Flexibles Rechnen

# Ziel des Mathematikunterrichts

- Ziel des Mathematikunterrichts sollte sein, Schülerinnen und Schüler zum **flexiblen Rechnen** zu befähigen.
- **Flexible Rechner** wenden unterschiedliche Rechenmethoden und Rechenstrategien zweckmäßig an.
- **Für flexibles Rechnen** ist **Zahlensinn** - ein Gespür für Zahlen, Zahlbeziehungen und strukturellen Zusammenhängen – notwendig.

Flexibles Rechnen

# Um flexibel zu rechnen, muss man…

- über eine **plausible Zahl- u. Größenvorstellung** verfügen,
- **Abschätzen** und **Überschlagen** können,
- ein Gefühl dafür haben, wann ein **genaues Ergebnis** notwendig und wann ein **ungefähres Ergebnis** ausreichend ist,
- **Zahlbeziehungen, Zusammenhänge, Regelhaftigkeiten** und **Gesetzmäßigkeiten** erkennen und nutzen können,
- über die **Zweckmäßigkeit** von **Rechenmethoden** und **Rechenstrategien** entscheiden können.

# Durch halbschriftliche Strategien…

- rechnen SuS mit **ganzen Zahlen,**
- erweitern SuS ihren **Zahlenblick,**
- spielen **Zahlvorstellungen** eine Rolle,
- gehen SuS **flexibel mit Zahlen** um,
- wird oft ein **ökonomischer Lösungsweg** gewählt,
- entwickeln sich **Kopfrechenstrategien** für größere Zahlenbereiche.
- wird die Grundlage für schriftliche Algorithmen gelegt.

Flexibles Rechnen

# Konsequenzen

Die **Konsequenzen**, die sich aus dem Konzept des **flexiblen Rechnens** und der **relativierten Sichtweise** der **Rechenmethoden** ergeben, lassen sich kurz in folgenden Stichwörtern zusammenfassen:

**Vielfalt vor Einfalt!**

**Einsicht vor Technik!**

Halbschriftliches Rechnen

# Strategiewahlmodell n. Heinze

1. **Strategierepertoire:** Kenntnis verschiedener Strategien
2. **Strategieverteilung**: Kenntnis, welche Strategien für welche Aufgabentypen geeignet sind
3. **Strategieanwendung:** Fähigkeit, jede bekannte Strategie schnell und sicher anzuwenden
4. **Strategieflexibilität:** Fähigkeit, die bekannten Strategien beim Lösen mehrerer Aufgaben flexibel anzuwenden

Halbschriftliches Rechnen

# Strategiewahlmodell n. Heinze

1. **Strategierepertoire:** Kenntnis verschiedener Strategien
2. **Strategieverteilung**: Kenntnis, welche Strategien für welche Aufgabentypen geeignet sind
3. **Strategieanwendung:** Fähigkeit, jede bekannte Strategie schnell und sicher anzuwenden
4. **Strategieflexibilität:** Fähigkeit, die bekannten Strategien beim Lösen mehrerer Aufgaben flexibel anzuwenden

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

| AB 1 | flexibles Rechnen | Name: | Datum: |
|---|---|---|---|

# Schrittweise Rechnen

**1** Zeichne, rechne halbschriftlich und rechne am Rechenstrich.

93 - 37

48 + 24

76 - 45

**2** Zu welchem Kästchen passt die Beschreibung?
Umrande Beschreibung und Berechnung mit je derselben Farbe.

| | | |
|---|---|---|
| Zuerst lege ich zu den 48 die 20 dazu. Dann sind es 68. Danach lege ich zu den 68 die 4 Einer dazu. (Zuerst die 2 bis zur 70 und dann die restlichen 2.) Jetzt habe ich 72. | Zuerst nehme ich von der 76 die 4 Zehner weg. Dann sind es 36. Danach nehme ich von der 36 die 5 Einer weg. Jetzt habe ich 31. | Zuerst nehme ich von der 93 die 30 weg. Dann sind es 63. Danach nehme ich von der 63 die 7 Einer weg. (Zuerst die 3 bis zur 60 und dann die restlichen 4.) Jetzt habe ich 56. |

Schreibe alle wichtigen Wörter/Mathewörter aus den Beschreibungen auf die Rückseite.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Halbschriftliches Rechnen

# Strategiewahlmodell n. Heinze

1. **Strategierepertoire:** Kenntnis verschiedener Strategien
2. **Strategieverteilung**: Kenntnis, welche Strategien für welche Aufgabentypen geeignet sind
3. **Strategieanwendung:** Fähigkeit, jede bekannte Strategie schnell und sicher anzuwenden
4. **Strategieflexibilität:** Fähigkeit, die bekannten Strategien beim Lösen mehrerer Aufgaben flexibel anzuwenden

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

# Strategie „stellenweise“

2 Bei welchen Aufgaben ist die Strategie NICHT geeignet? Streiche sie durch.
Berechne alle anderen Aufgaben mit dieser Strategie in dein Heft.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 26 + 16 = ____ | 89 + 11 = ____ | 73 - 23 = ____ | 54 - 53 = ____ |
| 54 - 47 = ____ | 79 - 38 = ____ | 68 + 10 = ____ | 32 + 27 = ____ |
| 52 - 11 = ____ | 87 + 12 = ____ | 95 - 66 = ____ | 62 - 12 = ____ |
| 25 + 29 = ____ | 96 - 70 = ____ | 39 + 43 = ____ | 77 + 13 = ____ |
| 64 - 41 = ____ | 55 - 43 = ____ | 51 - 29 = ____ | 30 + 25 = ____ |
| 24 + 45 = ____ | 46 + 45 = ____ | 79 + 15 = ____ | 90 - 29 = ____ |
| 76 - 27 = ____ | 91 - 46 = ____ | 70 - 47 = ____ | 64 - 14 = ____ |
| 55 + 33 = ____ | 46 + 37 = ____ | 73 + 16 = ____ | 51 + 31 = ____ |

Halbschriftliches Rechnen

# Strategiewahlmodell n. Heinze

1. **Strategierepertoire:** Kenntnis verschiedener Strategien
2. **Strategieverteilung**: Kenntnis, welche Strategien für welche Aufgabentypen geeignet sind
3. **Strategieanwendung:** Fähigkeit, jede bekannte Strategie schnell und sicher anzuwenden
4. **Strategieflexibilität:** Fähigkeit, die bekannten Strategien beim Lösen mehrerer Aufgaben flexibel anzuwenden

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

a

1. Berechne die Aufgaben im Heft. Schreibe dazu die eigentliche Aufgabe und deine gegensinnig veränderte Aufgabe auf.
Streiche die Lösungszahlen durch. Welche bleibt übrig?
2. Beschreibe eine Aufgabe mit Mathewörtern.

34 + 19 = ____ 25 + 39 = ____ 27 + 69 = ___ 59 + 18 = ____ 45 + 28 = ____

49 + 25 = ____ 29 + 46 = ____ 19 + 16 = ____ 37 + 35 = ____ 79 + 17 = ___

| |
|---|
| ~~64~~, ~~75~~, ~~35~~, ~~73~~, ~~94~~, ~~53~~, ~~77~~, ~~74~~, ~~72~~, ~~96~~, ~~96~~ |

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Halbschriftliches Rechnen

# **Strategiewahlmodell** n. Heinze

1. **Strategierepertoire:** Kenntnis verschiedener Strategien
2. **Strategieverteilung**: Kenntnis, welche Strategien für welche Aufgabentypen geeignet sind
3. **Strategieanwendung:** Fähigkeit, jede bekannte Strategie schnell und sicher anzuwenden
4. **Strategieflexibilität:** Fähigkeit, die bekannten Strategien beim Lösen mehrerer Aufgaben flexibel anzuwenden

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

| AB 9 | flexibles Rechnen | Name: | Datum: |
|---|---|---|---|

## Rechenstrategien der Subtraktion

### schrittweise Rechnen

75 - 48 = 27

75 - 40 = 35

$35^{5}$ - $8^{3}$ = 27

Minus Zehner

Minus Einer
Erst bis zum Zehner und dann den Rest?

### stellenweise Rechnen

~~75~~ - 48 = ___

70 - 40 = 30

5 - 8 = ___

ohne Übergang

96 - 32 = 64

90 - 30 = 60

6 - 2 = 4

+

### gleichsinniges Verändern

53 - 29 = 24

+ 1 | + 1

54 - 30 = 24

Ich verändere die beiden Zahlen um das Gleiche. Die Differenz bleibt gleich.

### Nachbaraufgabe

34 - 19 = 15

34 - 20 = 14

14 + 1 = 15

Zuerst subtrahiere ich 1 Einer zu viel.

Danach addiere ich den 1 Einer wieder dazu.

### Ergänzen

52 - 48 = 4

48 + 4 = 52

+4

48 52

Die beiden Zahlen liegen nah beieinander.
Ich ergänze, indem ich überlege, was die Differenz ist (was dazwischen liegt).

**1** Rechne auf deinem Weg ins Heft. Entscheide bei jeder Aufgabe, welche Strategie geschickt ist. Rechne halbschriftlich, sodass man deinen Rechenweg sehen kann.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 64 - 32 = ___ | 96 - 88 = ___ | 96 - 45 = ___ | 96 - 66 = ___ |
| 76 - 51 = ___ | 75 - 12 = ___ | 76 - 60 = ___ | 65 - 45 = ___ |
| 98 - 39 = ___ | 90 - 0 = ___ | 85 - 21 = ___ | 50 - 24 = ___ |
| 96 - 93 = ___ | 69 - 59 = ___ | 64 - 32 = ___ | 62 - 50 = ___ |
| 74 - 27 = ___ | 57 - 54 = ___ | 85 - 15 = ___ | 92 - 38 = ___ |
| 81 - 79 = ___ | 97 - 66 = ___ | 69 - 65 = ___ | 93 - 92 = ___ |
| 86 - 76 = ___ | 88 - 31 = ___ | 85 - 41 = ___ | 74 - 52 = ___ |
| 70 - 54 = ___ | 79 - 69 = ___ | 99 - 48 = ___ | 52 - 10 = ___ |
| 95 - 50 = ___ | 73 - 40 = ___ | 79 - 48 = ___ | 54 - 20 = ___ |

3, 3, 63, 54, 26, 10, 10, 70, 90, 44, 32, 37, 31, 51, 10, 64, 16, 20, 25, 42, 32, 57, 59, 1, 51, 30, 31, 16, 33, 22, 12, 47, 34, 4, 45

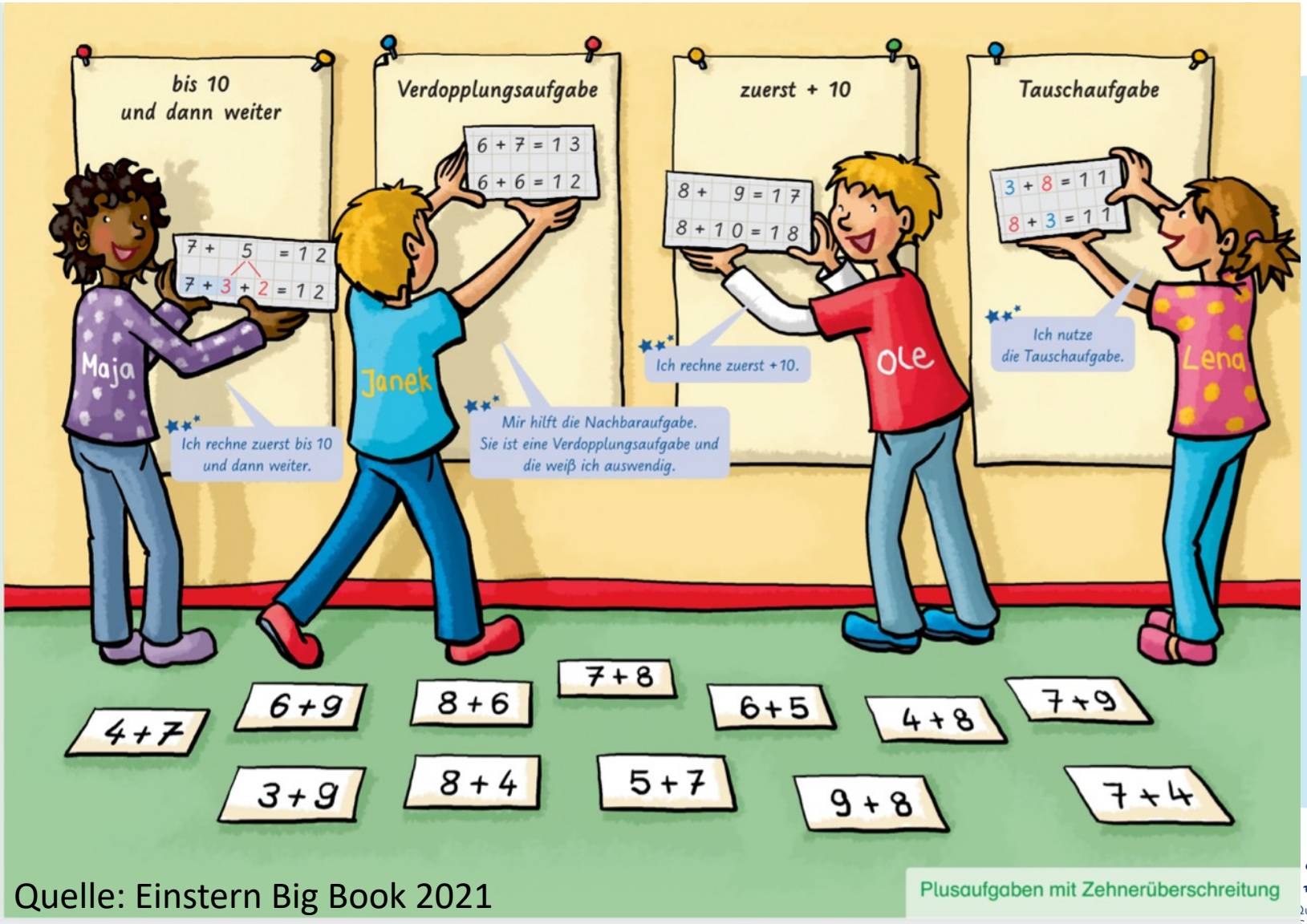
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Und wie soll ich‘s nun unterrichten?

# ... ein kurzer Beipackzettel

- mehrere Strategien zum Thema machen
- Aufgaben bedingen Strategien (502 – 499)
- Entdecken lassen, Konferieren, vs. Stilles Vorgeben
- Aufgaben- und Zahlenanalyse
- Wertschätzung des geschickten Rechnens

# Strategien, aber wie?




Quelle: Einstern Big Book 2021

# Ablauf der Veranstaltung 3.1



1. Rechenmethoden
2. Halbschriftliche Rechenstrategien der Subtraktion
3. **Schriftliche Subtraktion**

Schriftliche Subtraktion

# Warm Up





**5 Min.**

436 – 259

- Berechnen Sie diese Aufgabe mit einem schriftlichen Rechenverfahren. Notieren Sie die Rechnung.
- Erklären Sie einem Partner, wie Sie gerechnet haben.

# Schriftliche Subtraktion

- zwei verschiedene Algorithmen finden in den Grundschulen hauptsächlich Verwendung
- Grundvorstellungen des Abziehens und des Ergänzens
- Stellenwertübergang durch Entbündeln, Erweitern oder Auffüllen

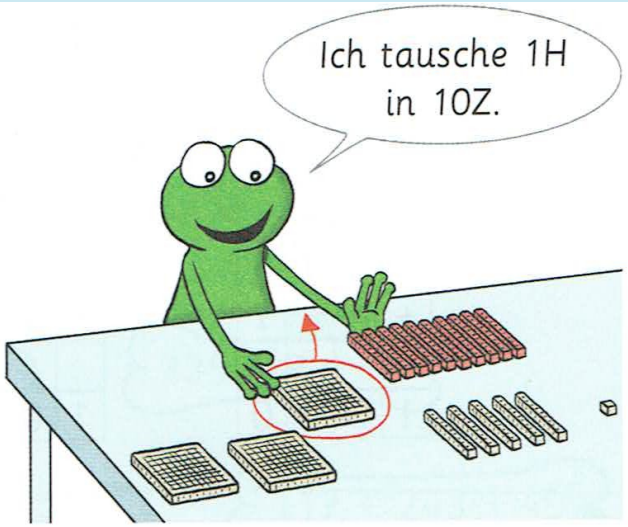
| | **Entbündeln** | **Erweitern** | **Auffüllen** |
|---|---|---|---|
| **Abziehen** | Abziehen mit Entbündeln | Abziehen mit Erweitern | |
| **Ergänzen** | Ergänzen mit Entbündeln | Ergänzen mit Erweitern | Ergänzen mit Auffüllen |

Schriftliche Subtraktion

# Abziehen mit Entbündeln




| | H | Z | E |
|---|---|---|---|
| | 2 | 15 | |
| | ~~3~~ | ~~5~~ | 9 |
| – | 1 | ~~7~~ | 8 |
| | | | |
| | 1 | 8 | 1 |



Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern



Schriftliche Subtraktion

# Aktivität



**15 Min.**

Führen Sie mithilfe der Zehnersystemblöcke die beiden schriftlichen Subtraktionsverfahren **„Abziehen mit Entbündeln“** und **„Ergänzen mit Erweitern“** enaktiv durch und rechnen Sie anschließend die Aufgabe schriftlich aus.

342 – 158

Schriftliche Subtraktion

# Abziehen mit Entbündeln

Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern

# Schriftliche Subtraktion

Zum Nachschauen, die beiden Verfahren zur schriftlichen Subtraktion

**Abziehen mit Entbündeln**

**Ergänzen mit Erweitern**

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein




10 Min.

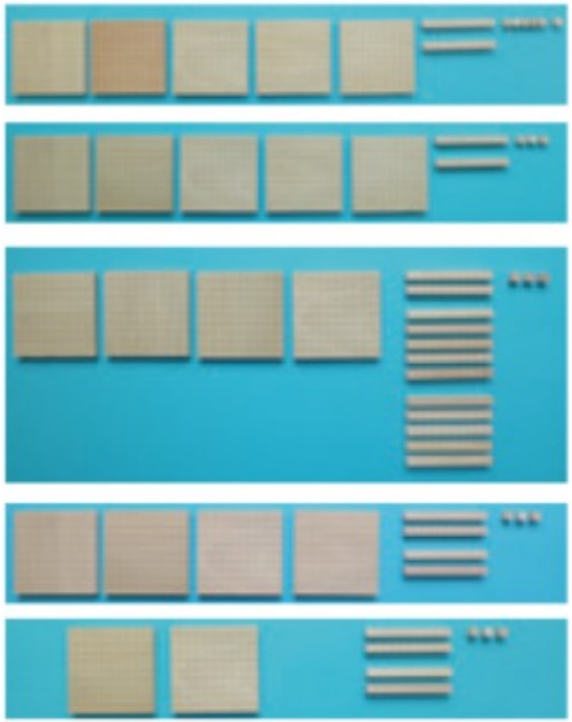
# Schriftliche Subtraktion

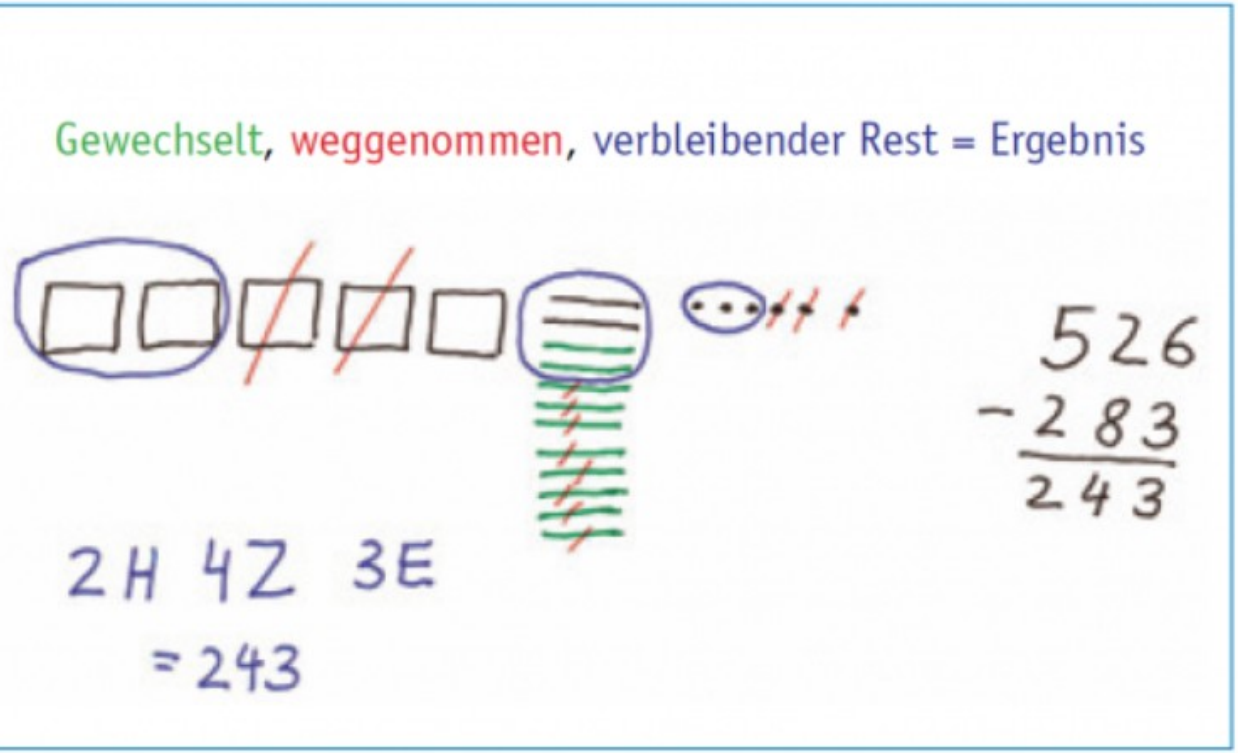


Schriftliche Subtraktion

# Abziehen mit Entbündeln

## Entbündeln mit ZSB







10 Min.

# **Aufgabe:** Vergleich der Verfahren

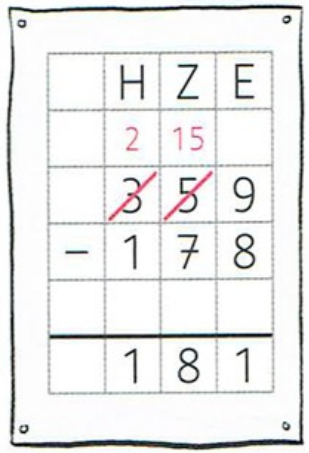
Sammeln Sie Vor- und Nachteile der beiden Verfahren zur schriftlichen Subtraktion.

**Abziehen mit Entbündeln**

**Ergänzen mit Erweitern**

Schriftliche Subtraktion

# Abziehen mit Entbündeln

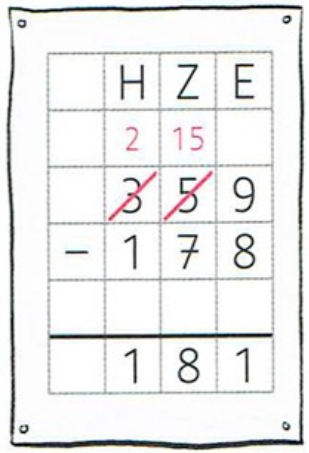



## Vorteile

- natürlichere Sinngebung der Subtraktion
- keine Verwechslung mit der schriftlichen Addition
- Entbündeln hängt eng mit dem Umbündeln in der schriftlichen Addition zusammen
- Entbündelungstechnik lässt sich enaktiv und ikonisch gut veranschaulichen

Schriftliche Subtraktion

# Abziehen mit Entbündeln




## Nachteile

- Subtraktionsaufgaben mit mehreren Subtrahenden
- Aufgaben mit mehreren (Zwischen-)nullen sind fehleranfällig und müssen als Sonderfall behandelt werden
- Erzieher/Eltern kennen oftmals nur das Verfahren „erweitern“

Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern

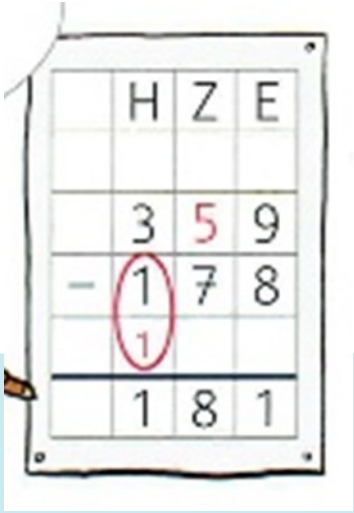



## Vorteile

- nur das Einspluseins wird benötigt
- Vorwärtszählen wird besser beherrscht als das Rückwärtszählen
- Subtraktion mehrerer Subtrahenden ist leichter
- Erzieher/Eltern können dieses Verfahren ausführen und somit unterstützen (nicht erklären)

Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern

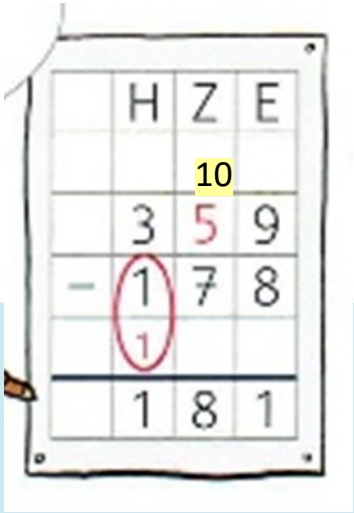



## Nachteile

- die Verstehensorientierung wird in der Praxis oft vernachlässigt
- eignet sich nicht für eine Erarbeitung mit Dienes
- übliche Endform der Kurzschreibweise lässt die Idee des Erweiterns nicht mehr sichtbar werden
  → Gefahr der gedankenlosen Mechanisierung
- durch Abänderungen der gegebenen Zahlen wird die ursprüngliche Aufgabenstellung stark verändert

Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern




## Verstehensorientierung

In Klasse 2 und erstes Halbjahr 3 intensiv Entdeckungen an schönen Päckchen ermöglichen

Die zweite Zahl wird immer um 1 größer!

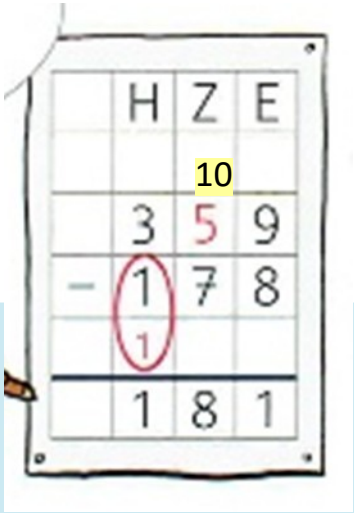
Die Differenz (der Unterschied) bleibt gleich.

Die erste Zahl wird immer um 1 größer!

10 – 3 = 7
11 – 4 = 7
12 – 5 = 7
13 – 6 = 7

Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern




## Verstehensorientierung

In Klasse 2 und erstes Halbjahr 3 intensiv Entdeckungen an schönen Päckchen ermöglichen

Die zweite Zahl wird immer um 1 größer!

Die Differenz (der Unterschied) bleibt gleich.

Die erste Zahl wird immer um 1 größer!

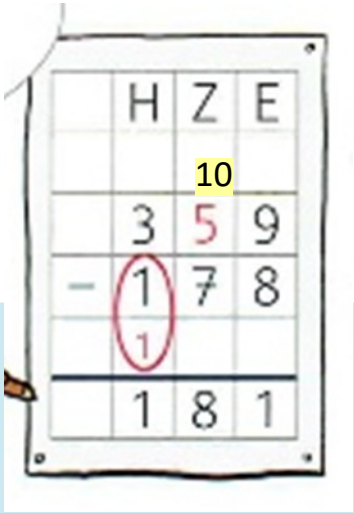
10 – 3 = 7
11 – 4 = 7
12 – 5 = 7
13 – 6 = 7



Aah! Wenn beide Zahlen gleich viel dazubekommen, bleibt der Unterschied gleich.

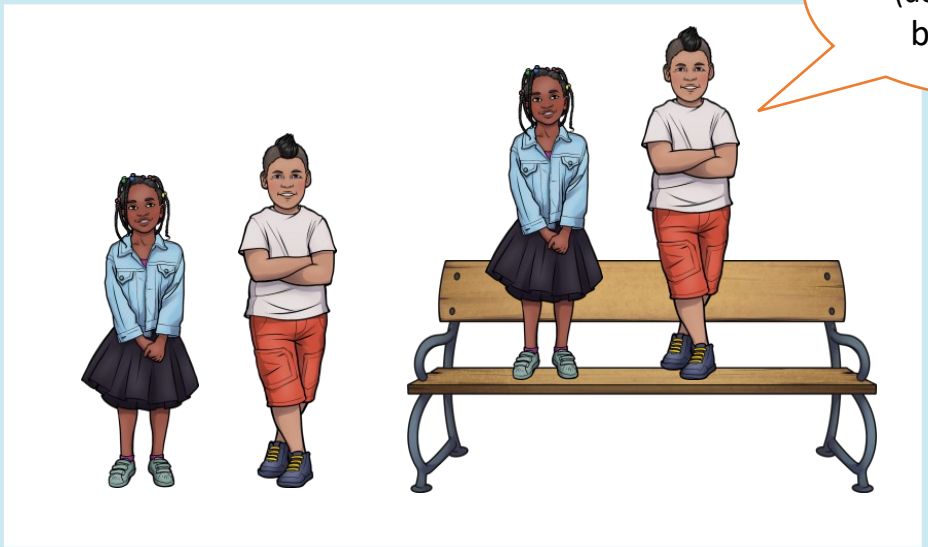
Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern



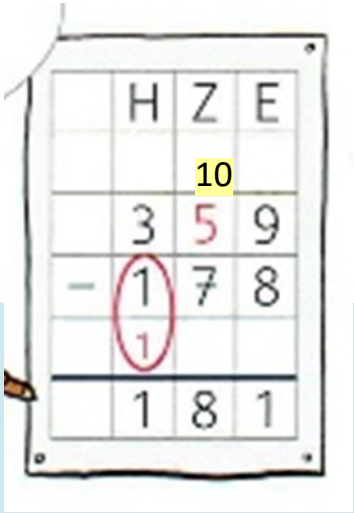

## Verstehensorientierung

In Klasse 2 und erstes Halbjahr 3 intensiv Entdeckungen an schönen Päckchen ermöglichen



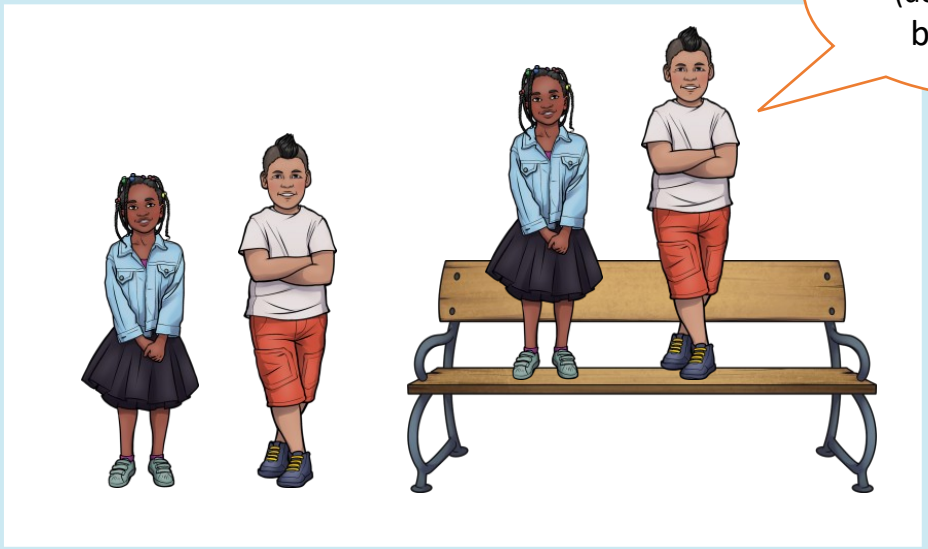
Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern




## Verstehensorientierung

In Klasse 2 und erstes Halbjahr 3 intensiv Entdeckungen an schönen Päckchen ermöglichen



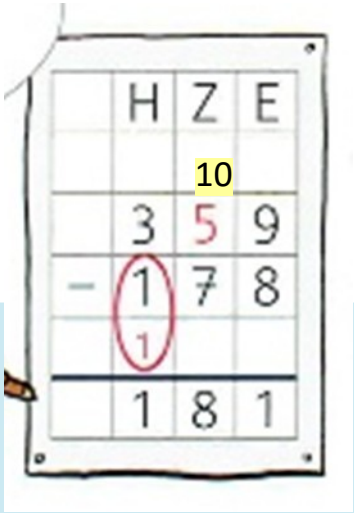




IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

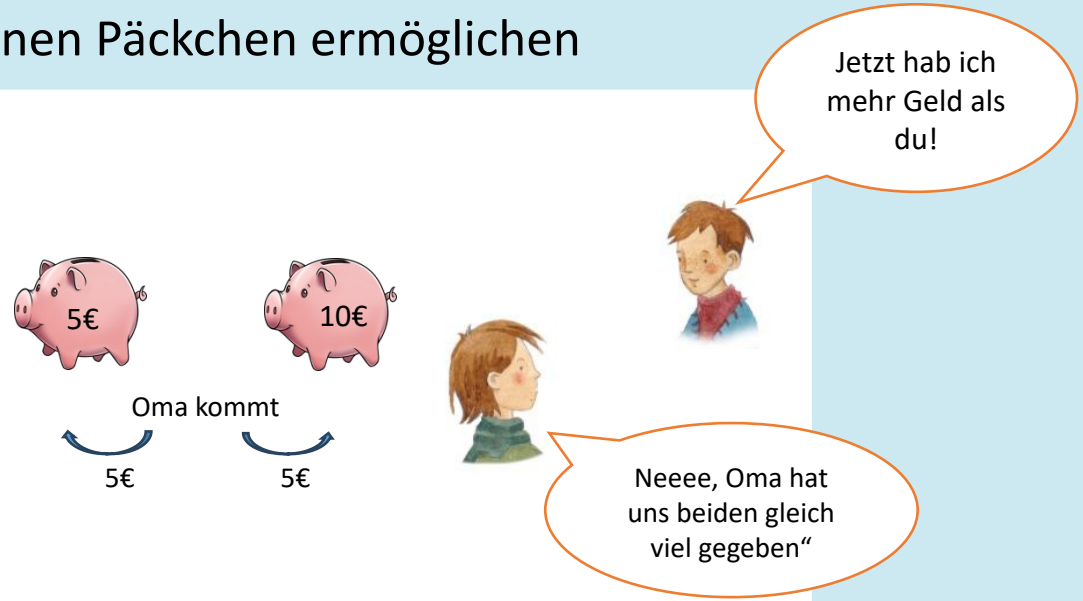
Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern



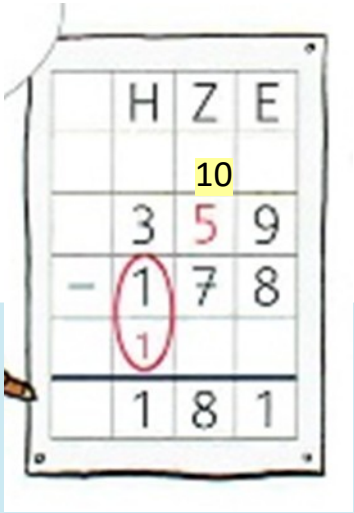

## Verstehensorientierung

In Klasse 2 und erstes Halbjahr 3 intensiv Entdeckungen an schönen Päckchen ermöglichen



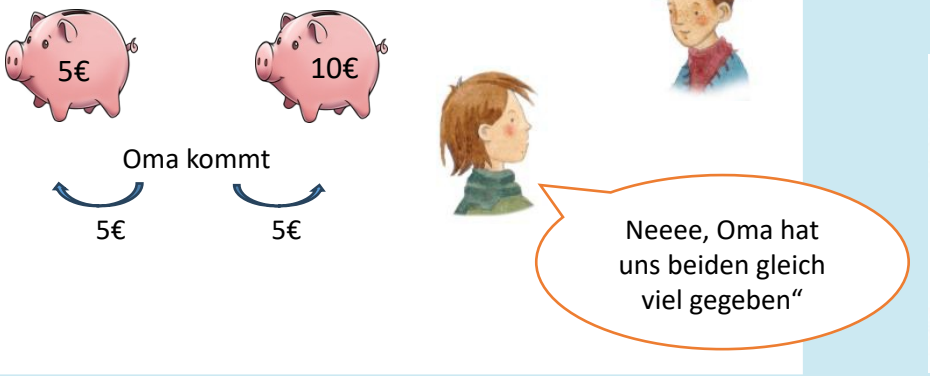
Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern




## Verstehensorientierung

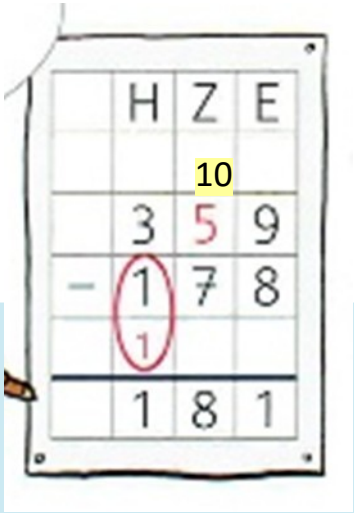
In Klasse 2 und erstes Halbjahr 3 intensiv Entdeckungen an schönen Päckchen ermöglichen




IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern




## Verstehensorientierung




**Gesetz von der Konstanz der Differenz**

Das Gesetz von der Konstanz der Differenz besagt, dass sich der Wert einer Differenz nicht verändert, wenn sich Minuend und Subtrahend um einen gleichen Wert *gleichsinnig* verändern.

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

Schriftliche Subtraktion

# Abziehen mit Entbündeln

**Voraussetzung**

**=**

**Grundvorstellung des Entbündelns**

Schriftliche Subtraktion

# Ergänzen mit Erweitern

**Vorgang des Erweiterns**

**=**

**Strategie des gleichsinnigen Veränderns**

**Grundvorstellung des Ergänzens**

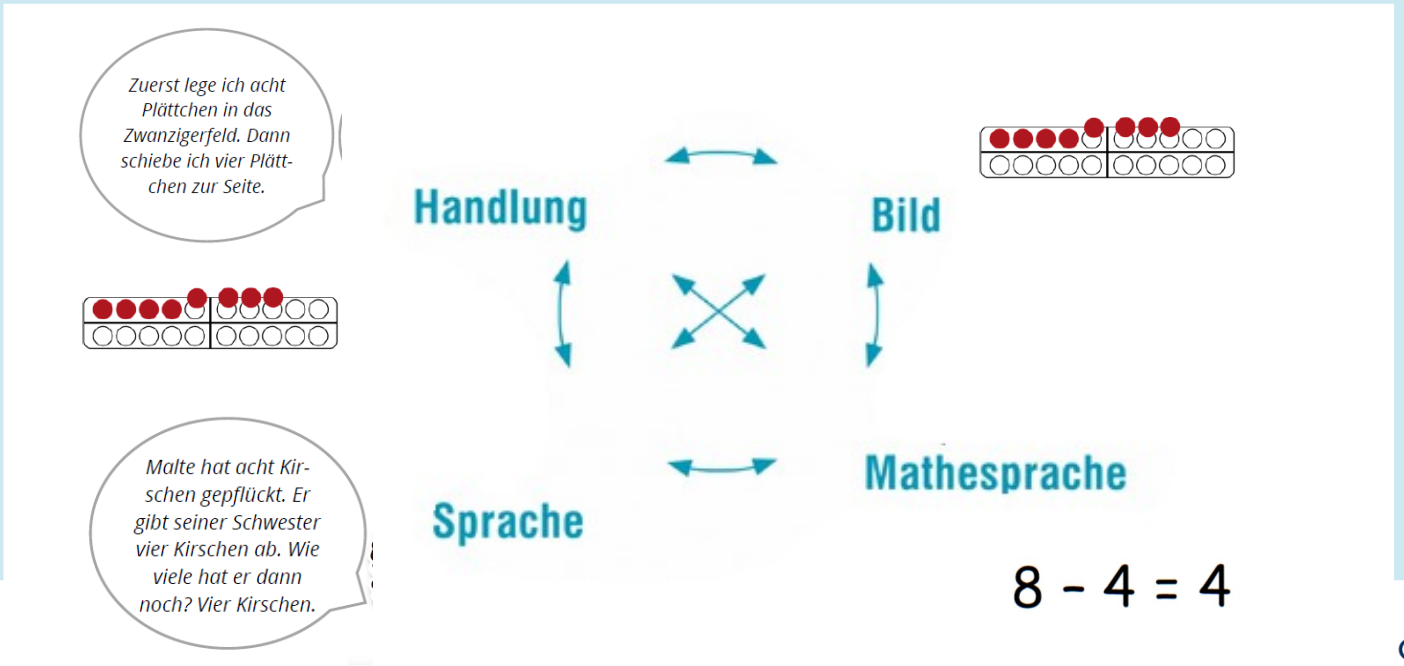
IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung
an Schulen Schleswig-Holstein

Schriftliche Subtraktion

# Verstehensorientierung

## **Prinzip des Darstellungswechsels** (nach Bruner)

Dieses Prinzip gilt als verstehensförderlich und sollte Grundlage guten Mathematikunterrichts sein -> E-I-S



Rechenmethoden

# 701 – 698, eine leichte Aufgabe?



1 Min.

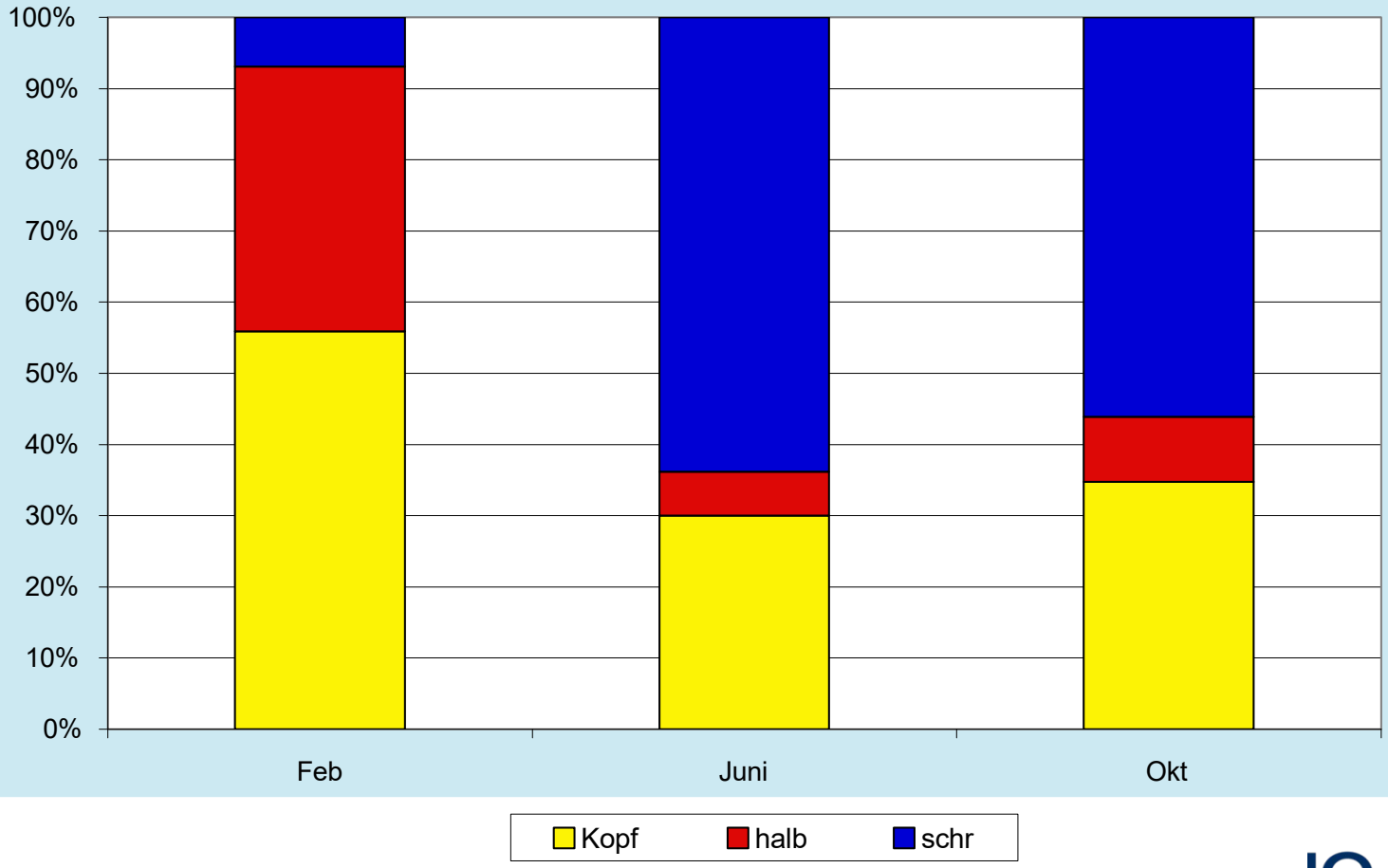
**Vermuten Sie:** Wie viel Prozent der Drittklässlerinnen und Drittklässler lösen diese Aufgabe im Kopf, halbschriftlich oder schriftlich?

Schätzen Sie die jeweiligen Prozentsätze einmal für den Februar und einmal für den Juni (vor und nach der Einführung der schriftlichen Subtraktion)?

Vgl. C.Selter , Vorgehensweisen von Grundschüler(inne)n bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000, 2000

Rechenmethoden

# 701 – 698, eine leichte Aufgabe?

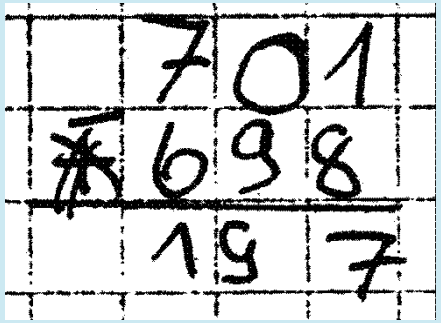


Rechenmethoden

# 701 – 698, eine leichte Aufgabe?

## Wie viel ist 701–698?

8 minus 1 gleich 7, 9 minus 0 gleich 9, 7 minus 6 gleich 1. 197!




## Kannst du das auch anders rechnen?

Ja. Von 698 bis 700 sind es 2 und von 701 bis 700 ist es 1, also sind´s 3.

Rechenmethoden

# 701 – 698, eine leichte Aufgabe?

Mhm. Die selbe Aufgabe, aber zwei verschiedene Ergebnisse?

Mhm, weiß auch nicht.

Kann denn Beides richtig sein?

Ne.

Was denkst du denn, was stimmt?

Das da! *(Er zeigt auf das schriftlich Gerechnete.*)

Warum glaubst du, dass das stimmt und das andere nicht?

Ja, weil das hier (*zeigt auf das schriftlich Gerechnete*) habe ich richtig ausgerechnet und das andere habe ich mir nur so hopp-di-hopp im Kopf überlegt.

Rechenmethoden

# Halbschriftlich – schriftlich, aber wie?

- Schriftliche Verfahren neben den halbschriftlichen benutzen
- Erklären, begründen, vergleichen

Rechenmethoden

# Halbschriftlich – schriftlich, aber wie?

**1. Entscheide selbst!**

Schau dir jede Aufgabe genau an.
Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

520 - 360

468 - 237

600 - 98

800 - 45

972 - 238

512 - 289

680 - 270

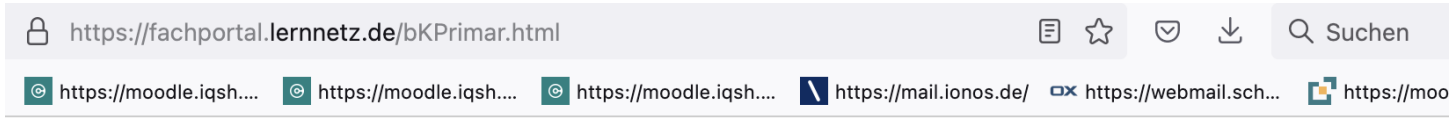
701 - 698

870 - 55

342 - 98

| im Kopf gerechnet | schriftlich gerechnet |
| --- | --- |
| | |

https://fachportal.lernnetz.de/bKPrimar.html




## Zahlen und Operationen Jahrgangsstufe 3

| Kompetenzen | Verbindliche Themen und Inhalte | Vorgaben und Hinweise |
|---|---|---|
| **Die Schülerinnen und Schüler ...**<br>• besitzen Einsicht in das dezimale Stellenwertsystem.<br>• stellen Zahlen und Mengen im Zahlenraum bis 1000 auf verschiedene Weisen dar und wechseln situationsgerecht zwischen den Repräsentationsebenen.<br>• stellen Zahlbeziehungen her.<br>• verstehen und beherrschen alle vier Grundrechenarten.<br>• rufen aus dem Gedächtnis die Ergebnisse von Einmaleinsaufgaben ab und nutzen Einmaleinsergebnisse für Zahlzerlegungen.<br>• erkennen und nutzen Rechenvorteile. | • Vertiefung der Struktur des Zehnersystems: Bündelung und Stellenwertschreibweise<br>• Darstellung von Zahlen<br>• Lesen und Schreiben der Zahlen<br>• Orientierung im Zahlenraum bis 1000 (Größenvergleiche, Zahlenfolgen, Zahlenstrahl, Nachbarzehner/ Nachbarhunderter)<br>• Runden<br>• Addition / Subtraktion im Zahlenraum bis 1000 mündlich, halbschriftlich und schriftlich<br>• Automatisierung aller Einmaleinsaufgaben und ihrer Umkehrungen | *Neben dem schriftlichen und mündlichen Rechnen (Kopfrechnen) stellt das halbschriftliche Rechnen eine wichtige Rechenmethode dar. Halbschriftliches Rechnen ist dadurch gekennzeichnet, dass hierbei nicht mit einzelnen Ziffern der zu verknüpfenden Zahlen gearbeitet wird, sondern stets das gesamte Zahlenmaterial im Blick behalten werden muss. Es fördert und fordert somit das Zahlverständnis. Damit unterstützt es im Vergleich zu schriftlichen Rechenverfahren mathematisch relevante Einsichtsprozesse (u.a. in das Stellenwertsystem).*<br><br>*Ein einheitliches Verfahren für das halbschriftliche Rechnen besteht nicht, vielmehr werden einige Hauptstrategien verwendet (z. B.* |

- erkennen und nutzen Rechenvorteile.
- beschreiben, vergleichen und bewerten Rechenwege.
- finden mathematische Fragestellungen.
- entnehmen relevante Daten aus Texten,Bildern und Tabellen.
- überprüfen Plausibilität von Lösungswegen und Ergebnissen.
- nutzen entdeckungsförderliche oder problemlösende Strategien.
- verstehen und nutzen verschieden Darstellungsformen zur Unterstützung von Lösungsprozessen.

Einmaleinsaufgaben und ihrer Umkehrungen

- Fachbegriffe der Rechenarten: Summe, Differenz, Produkt, Quotient
- Überschlagsrechnen
- Übertragung der Kopfrechenstrategien auf den größeren Zahlenraum: Ergänzen auf Zehnerzahlen, Verdoppeln, Halbieren, vorteilhaftes Zählen, Rechnen mit Zehnerzahlen/li>
- Analogiebildung vom Einmaleins auf den Zahlenraum bis 1000
- halbschriftliche Multiplikation
- mündliche und halbschriftliche Division mit Rest

**Hilfen zur Diagnose**

Geschickte Addition
Geschickte Subtraktion (entbündeln)
Geschickte Subtraktion (Erweitern)

**Übungsformate**

Im Kopf oder schriftlich?

*halbschriftliche Rechnen best*
*nicht, vielmehr werden einige*
*Hauptstrategien verwendet (z*
*schrittweises Rechnen, Hilfsa*
*stellenweises Rechnen).*

*Bei der Division mit Rest ist d*
*Divisionsschreibweise zu bev*
*z. B. 50 : 8 = 6 + (2 : 8).*

Rechenmethoden

# Halbschriftlich – schriftlich, aber wie?

Name:
Datum:

**Im Kopf oder schriftlich?**
**Meine Tipps**



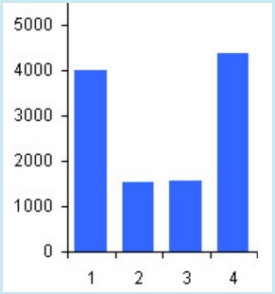

| Ich rechne **im Kopf**, wenn … | Ich rechne **schriftlich**, wenn … |
| --- | --- |
| • … | • … |
| • | • |

Rechenmethoden

# Strategien, aber wie?

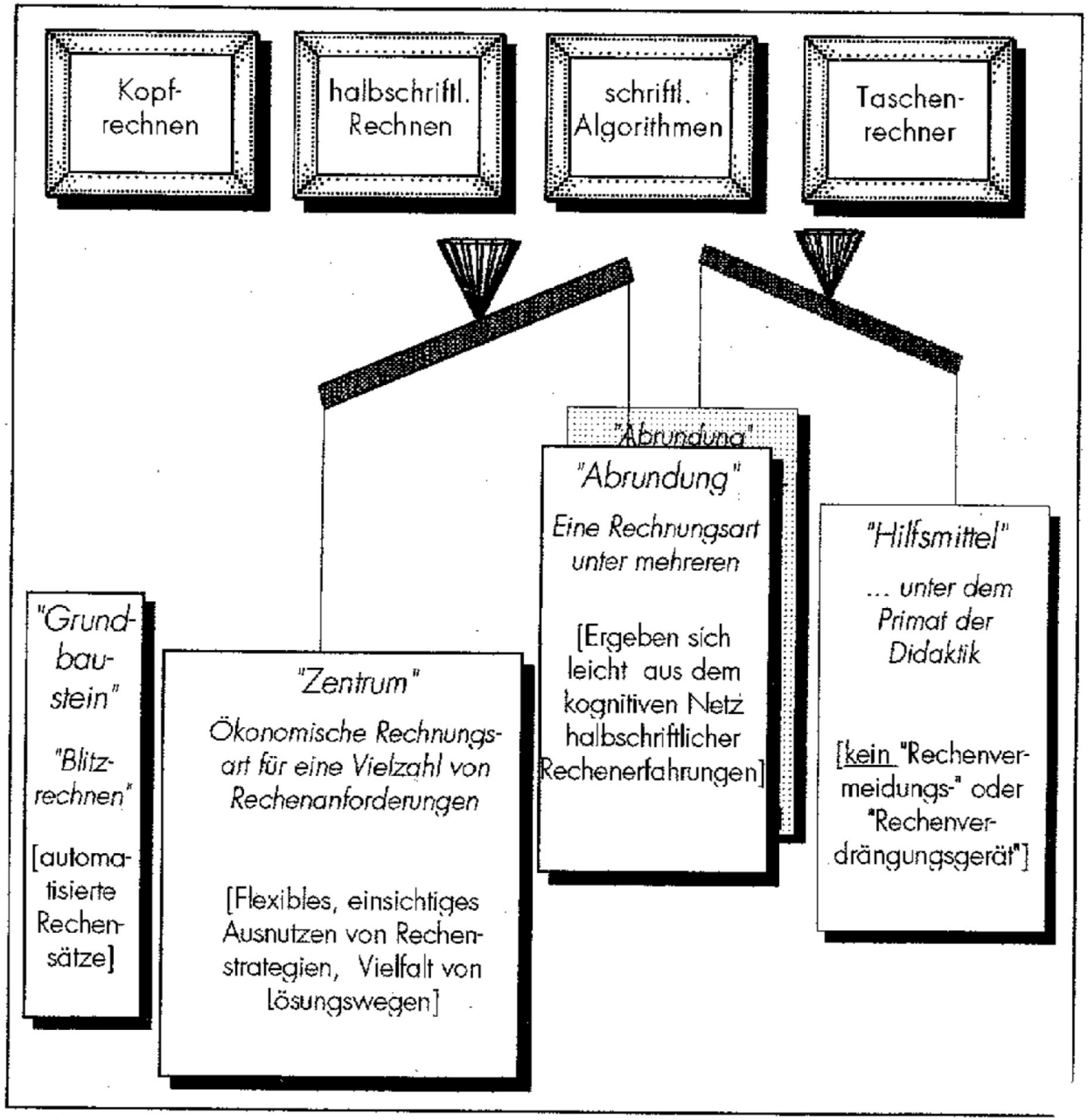


# Und das Diagramm?




Wenn Sie Ihren Streifen jetzt nochmal aufteilen dürften…

**Würden Sie etwas verändern?**




Sichtweise auf Rechenmethoden nach Krauthausen, 1993

Rechenmethoden, halbschriftliches und schriftliches Rechnen

# Auftrag zur Hospitationsstunde

## 1. Verfahren zur schriftlichen Subtraktion

Fragen Sie in Ihrer Schule nach, welches Verfahren zur schriftlichen Subtraktion wird genutzt? Nutzt die Schule das Verfahren einheitlich?

## 2. Spiel zum Kopfrechnen

Beobachten Sie ein Kopfrechenspiel oder fragen Sie bei Ihren Fachkolleginnen nach, welches Spiel sie im Unterricht einsetzen.

→ Austausch in der OV



# Ziele der Veranstaltung 3.1

- Sie unterscheiden die **vier Rechenmethoden** der GS und beurteilen deren Relevanz im Lernprozess.
- Sie erfassen **halbschriftliches** und **schriftliches Rechnen** unter der Maßgabe der **Verstehensorientierung.**
- Sie veranschaulichen **Zusammenhänge** zwischen **halbschriftlicher Rechenstrategien** und **schriftlicher Verfahren**.

# Abschlussrunde mit Ausblick




**Modul 3: Rechenmethoden – halbschriftliches und schriftliches Rechnen**

**M 3.1 PV - Präsenz-Veranstaltung:**
**Schiene B – 24.03.2026**, 14:00 – 18:00 Uhr

**M 3.2 OV - Online-Veranstaltung:**
**Schiene B – 14.04.2026**, 14:00 – 17:00 Uhr

IQ.SH
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein

# Wünsche, Fragen, Offenes?



# 2-Finger-Feedback

