

Ideen zur Umsetzung der Leitidee „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ im Mathematikunterricht der Primarstufe

Daniel Frischemeier
WWU Münster

Vortrag auf dem Dortmunder Mathetag 2021 für die Grundschule
(DoMath G)
18.9.2021

Überblick

Teil 1: Förderung von Datenkompetenz in der Primarstufe – Ausgangslage und unterrichtspraktische Hinweise in einzelnen Phasen der Datenanalyse

Teil 2: Wahrscheinlichkeiten in der Primarstufe – Ausgangslage und unterrichtspraktische Hinweise in einzelnen Phasen der Datenanalyse

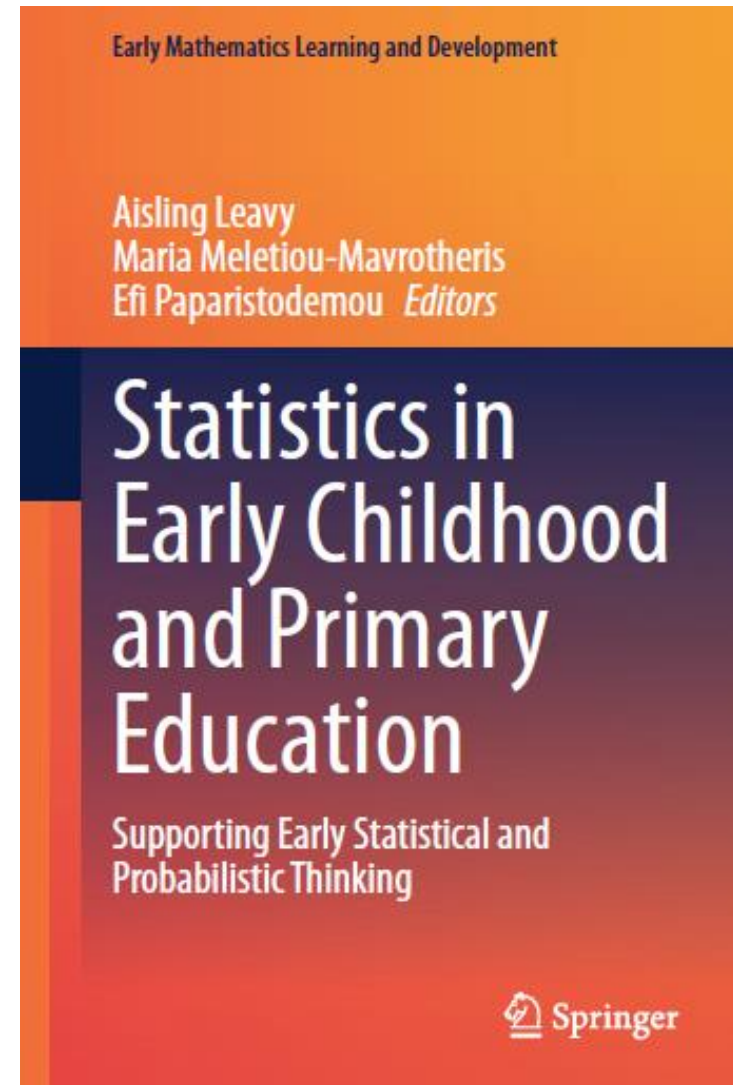
Teil 1

**Förderung von Datenkompetenz in der Primarstufe
– Ausgangslage und unterrichtspraktische
Hinweise in einzelnen Phasen der Datenanalyse**

The need for Early Statistical Thinking

„Today´s students need to learn to work and think with data and chance from an early age, so they begin to prepare for the data-driven society in which they live.“ (Ben-Zvi, 2018, vii)

Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M., & Paparistodemou, E. (2018). *Statistics in Early Childhood and Primary Education: Supporting Early Statistical and Probabilistic Thinking*. Singapore: Springer.



Ausgangslage

Vorschläge, um Datenkompetenz in der Primarstufe zu fördern:

- Schülerinnen und Schüler beim Generieren adäquater statistischer Fragen unterstützen (u.a. Allmond & Makar, 2010; Arnold, 2013)
- (umfangreiche) Daten mit digitalen Werkzeugen explorieren (u.a. Konold & Higgins, 2003; Harradine & Konold, 2006; Konold, 2007)
- Sammeln von bedeutsamen („meaningful“) Daten (u.a. Leavy & Hourigan, 2018)
- Entwicklung einer globalen Perspektive auf Verteilungen (u.a. Bakker, 2004; Bakker & Gravemeijer, 2004; Konold et al., 2015)
- Vergleich von Verteilungen anhand von Präkonzepten wie modale Klumpen (u.a. Konold et al., 2002; Bakker, 2004; Fielding-Wells, 2018; Allmond & Makar, 2018)
- Durchführen statistischer (Mini-)Projekte, Erleben eines Datenanalysezyklus (z.B. Wild & Pfannkuch, 1999)

Ausgangslage

- Viele dieser Vorschläge und Konzepte finden noch wenig Beachtung
- Datenanalyse im Mathematikunterricht der Primarstufe oftmals ein „Randthema“
 - aber: Digitalisierung, Data Society, Data Literacy, Data Science, etc. ist allgegenwärtig

Was soll im Bereich „Daten“ in der Primarstufe vermittelt werden?

Die Leitidee Daten, Häufigkeit & Wahrscheinlichkeit

Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen...

- ...wie man **Daten** über Objekte oder Ereignisse **erfasst**.
- ...wie man sie **dokumentiert**, insbesondere dann, wenn sie flüchtig (vergänglich) sind.
- ...wie man die so erfassten **Daten** für andere Personen **übersichtlich** in **Tabellen und Diagrammen darstellt**
- ...dass es hilfreich oder sogar notwendig sein kann, die **Daten noch weiter zu bearbeiten um ihren Informationswert zu erhöhen**
- ...wie man solchen **Darstellungen Informationen entnimmt** und diese dann benutzt

(Hasemann & Mirwald, 2012, S. 145)

Was soll im Bereich „Daten“ in der Primarstufe vermittelt werden?

Die Leitidee Daten, Häufigkeit & Wahrscheinlichkeit

Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen...

- ...wie man Daten über Objekte oder Ereignisse erfasst.
- ...wie man sie dokumentiert, insbesondere dann, wenn sie flüchtig (vergänglich) sind.
- ...wie man die so erfassten Daten für andere Personen übersichtlich in Tabellen und Diagrammen darstellt
- ...dass es hilfreich oder sogar notwendig sein kann, die Daten noch weiter zu bearbeiten um ihren Informationswert zu erhöhen
- ...wie man solchen Darstellungen Informationen entnimmt und diese dann benutzt

(Hasemann & Mirwald, 2012, S. 145)

NCTM Standards zur Datenanalyse (NCTM 2001, S. 11)

Schülerinnen und Schüler sollen befähigt werden...

- „**Fragen zu formulieren**, die mit Daten angegangen werden können und **relevante Daten** so zu **sammeln**, zu **organisieren** und **darzustellen**, dass die Fragen beantwortet werden können“
- „geeignete statistische Methoden auszuwählen und einzusetzen, um Daten zu analysieren, sowie **auf Daten basierende Schlussfolgerungen und Vorhersagen herzuleiten und zu bewerten**“ (Übersetzung C. Bescherer & J. Engel)

Paradigmatisch: Der Datenanalyse-Zyklus

(z.B. PPDAC-Cycle nach Wild & Pfannkuch, 1999)

Verschiedene Phasen

- **Problem** Problemstellung, Entwicklung einer (stat.)Fragestellung
- **Plan** Planen der Datenerhebung
- **Data Collection** Datenerhebung (Umfrage, Beobachtung, Experiment)
- **Analysis** Darstellung und Analyse der gesammelten Daten

Große, reale Datensätze explorieren? Software einsetzen? (Konold & Higgins, 2003; Harradine & Konold, 2006; Konold, 2007)

Statistische Projekte (mit großen Datensätzen) durchführen?

Exemplarisch: Eine Lehr- Lernumgebung zum schrittweisen Aufbau einer Datenkompetenz in der Primarstufe

1. Verständnis für erste Datenoperationen (wie Trennen und Stapeln) am Beispiel kleiner Datensätzen aufbauen

→ Datenanalyse mit Datenkarten (u.a. in Harradine & Konold, 2006)

2. Aktivitäten aus 1. auf die Analyse größerer Datensätze übertragen

→ Datenanalyse mit der Software TinkerPlots (u.a. Konold, 2006)

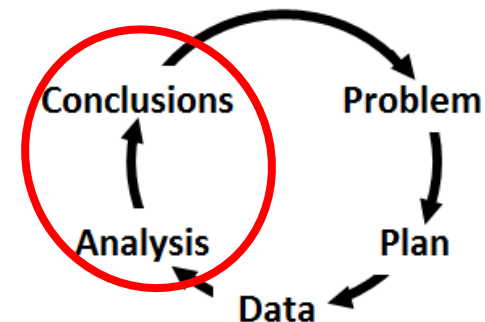
Daten organisieren... mit Datenkarten (siehe Biehler & Frischemeier, 2015)

Tantannenname : Jolie
Geschlecht : weiblich
Augenfarbe : blau
Geschwister : 3
Körpergröße : 134 cm
Abends-Geschichte : nein
Schuhgröße : 33

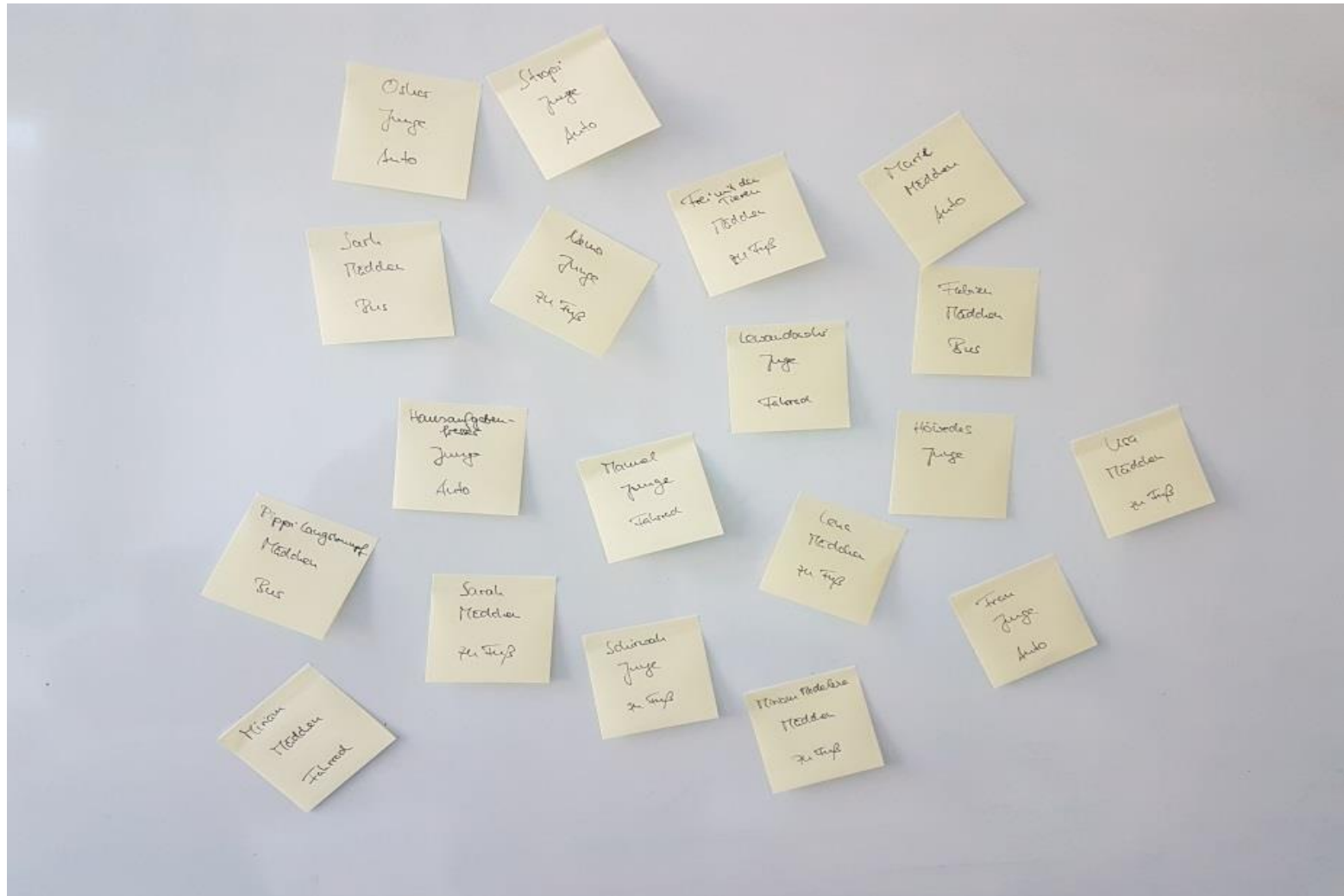
Datenoperationen und Erstellen von Diagrammen

Wie kann ich die Verteilung eines kategorialen Merkmals (z.B.

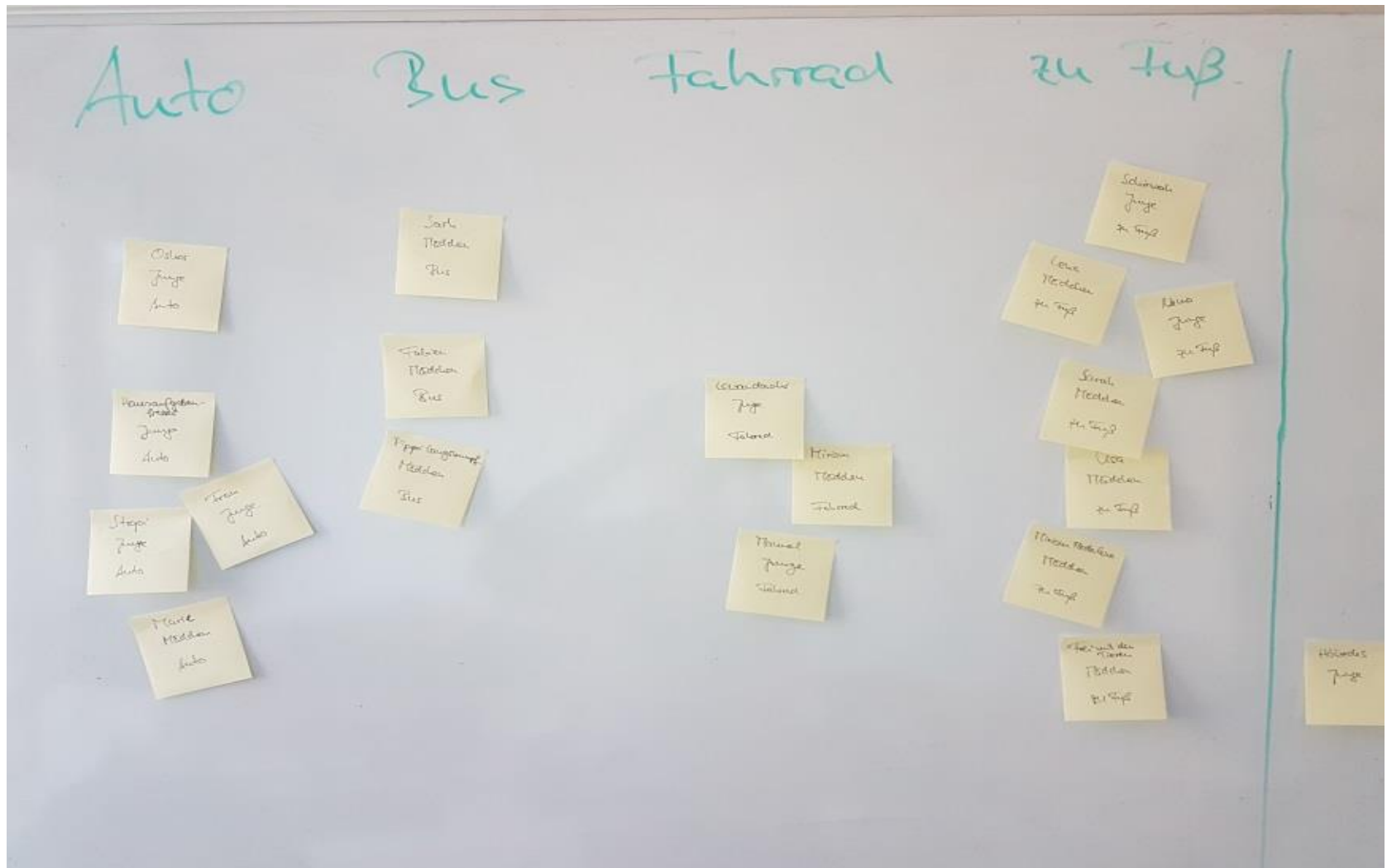
Wie_zur_Schule) darstellen?



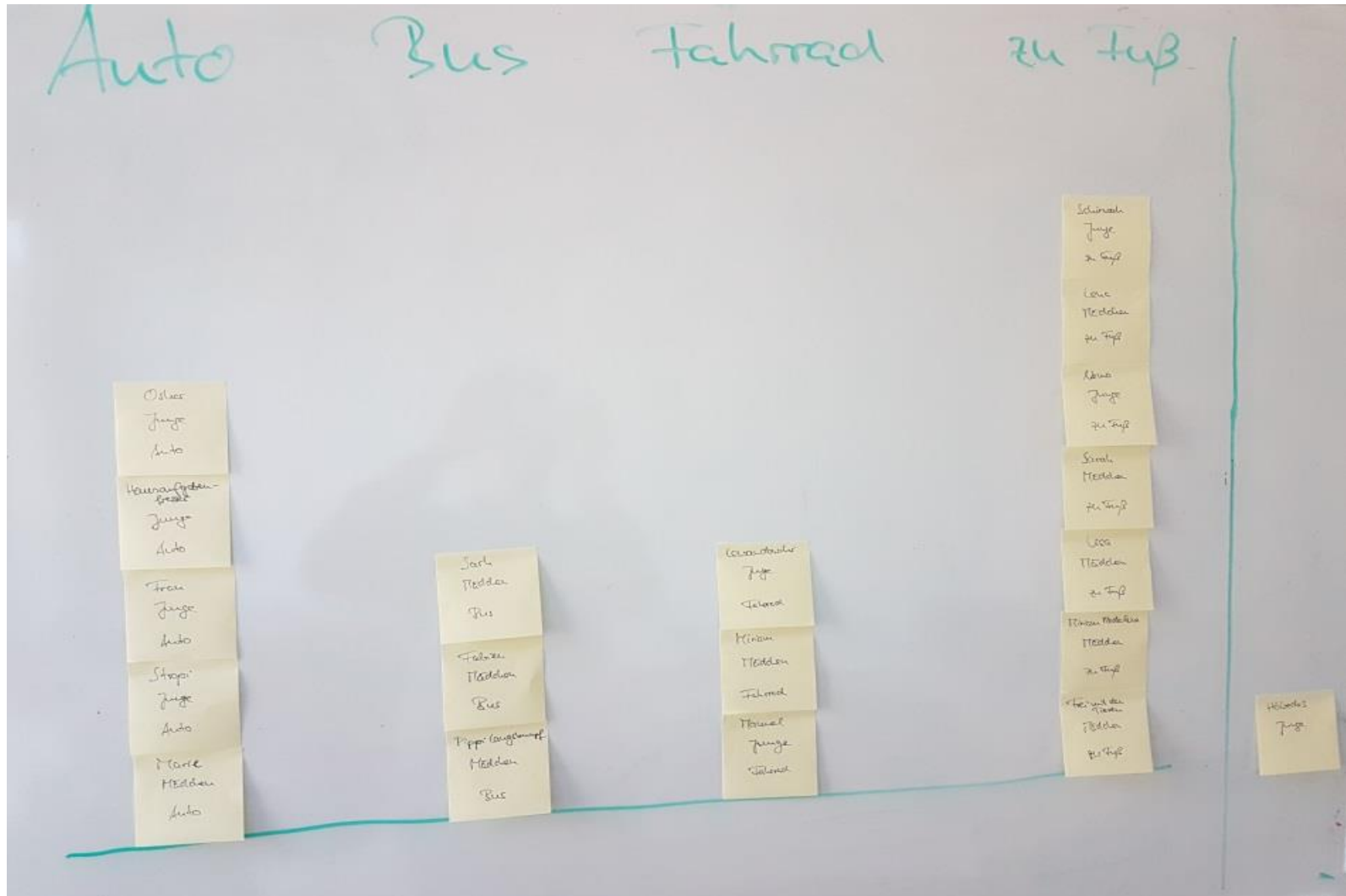
Datenkarten ungeordnet



Datenkarten getrennt nach Ausprägungen

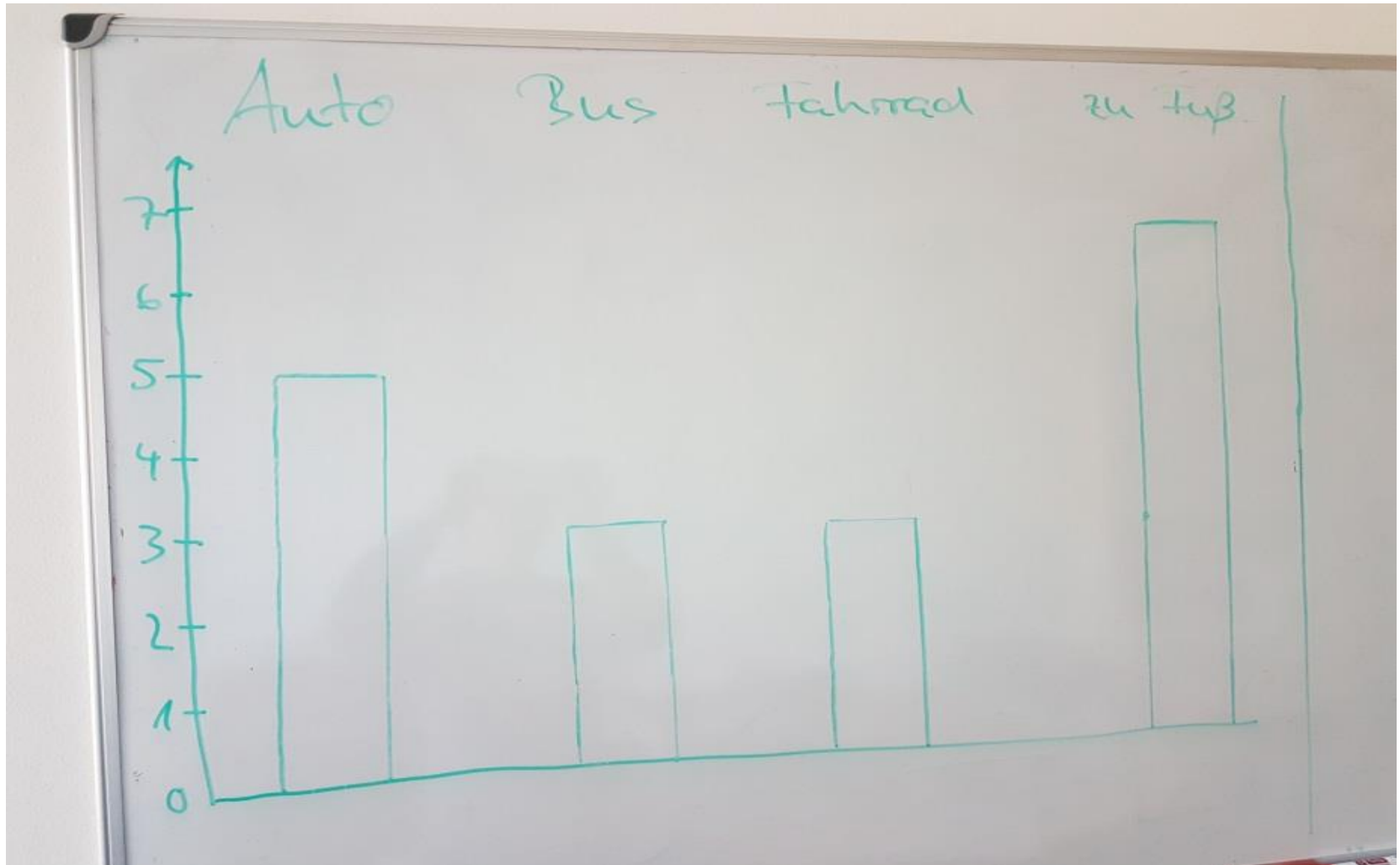


Datenkarten-Säulendiagramm



Daten: (Grundschule Willich, Klasse 4, 2017)

Konventionelles Säulendiagramm

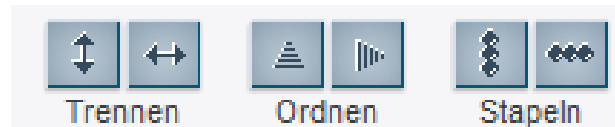


Daten: (Grundschule Willich, Klasse 4, 2017)

Von den Datenkarten zur Software TinkerPlots

- An das Arbeiten mit Datenkarten und an bekannte Datenoperationen anknüpfen
- Größere Datensätze explorieren können

- Entwickelt auf Basis aktueller Erkenntnisse der Stochastikdidaktik für den Einsatz in Klassen 3-8
- TinkerPlots ist geeignet um einen **frühen Zugang zu statistischen und probabilistischen Denkweisen** von Schülerinnen und Schülern zu ermöglichen - **das Besondere:**
 - **Knüpft an das Arbeiten mit Datenkarten an**
 - **Erstellen der Graphiken mittels drei Operationen: „Trennen“, „Ordnen“ und „Stapeln“**



- **Ermöglicht die Analyse umfangreicher Datensätze → Arbeit an „statistischen Projekten“**

Ein „größerer“ Datensatz mit realen Daten zur Datenanalyse in der Grundschule und die Analyse mit TinkerPlots

Umfrage zu Medien- und Freizeitgewohnheiten von 809 Grundschülerinnen und Grundschülern in NRW



Hallo 😊

Bitte beantwortet die folgenden Fragen selbstständig. Es kommt ganz allein auf Eure **EIGENEN**

Angaben an!

Danke für Eure Mitarbeit! 😊

- 1) Denke dir einen Namen aus. _____
- 2) Bist du ein Junge oder ein Mädchen?
☐ Junge ☐ Mädchen
- 3) Wie alt bist du?
☐ 7 Jahre ☐ 8 Jahre ☐ 9
- 4) In welcher Klasse bist du?
☐ 3. Klasse ☐ 4. Klasse
- 5) Wie groß bist du? _____ c
- 6) Welche Schuhgröße hast du? (wenn du es schauen 😊) _____
- 18) Wofür nutzt du das Smartphone am meisten?
☐ zum Spielen ☐ Freunden schreiben (z.B. Whatsapp) ☐ telefonieren
☐ Videos gucken (z.B. Youtube) ☐ sonstiges
- 19) Wie lange benutzt du das Smartphone am Tag?
☐ weniger als eine Stunde ☐ 1-2 Stunden ☐ 2-3 Stunden ☐ mehr als 3 Stunden
- 20) Wie viele Spiele hast du auf deinem Smartphone/Tablet?
- 21) Achten deine Eltern darauf, dass du nicht zu lange mit deinem Smartphone beschäftigt bist?
☐ ja, meistens ☐ ja, ab und zu ☐ nein, ich darf es benutzen wann ich möchte
- 22) Hast du eine Spielekonsole? (Playstation, Wii, Xbox, Nintendo)
☐ ja ☐ nein

Daten als Datenkarten in TinkerPlots

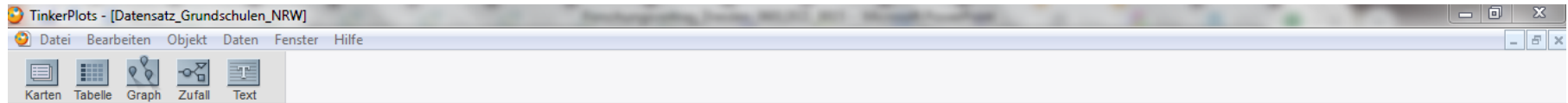
Grundschüler NRW Einstellungen

Fall 1 von 809

Merkmal	Wert	Ein...	F...
Ort	Kleve		☐
Großstadt_Stadt_Dorf	Stadt		☐
Fantasiename	Bad Girl		☐
Geschlecht	Mädchen		☐
Alter	8		☐
Klasse	3		☐
Körpergröße_incm			☐
Schuhgröße	38		☐
Anzahl_Kinder_Familie	2		☐
Haustier	nein		☐
FallsHaustier_Welches			☐
FallsHaustier_WievieStund...			☐
FallsHaustier_Wiealt_inJahr...			☐
Minuten_zur_Schule	5		☐
Von_Eltern_gebracht	ja		☐
Wie_zur_Schule	zu Fuß		☐
sportliche_Aktivität	Tennis		☐
Stunden_sportlicheAktivität...	2,00		☐
Freizeitaktivität	am Smartphone/T...		☐
Stunden_Freizeitaktivität_p...	1,0		☐
Eigenes_SmartphoneTablet	ja		☐
Alter_Smartphone_inJahren	6		☐
Aktivität_mit_Smartphone	Freunden schreiben		☐
Stunden_Smartphone_proT...	mehr als 3		☐
Anzahl_Spiele_auf_Smartph...	60,0		☐

Umfrage zu Medien- und
Freizeitgewohnheiten
von 809
Grundschülerinnen und
Grundschülern in NRW

Die Arbeitsfläche in TinkerPlots

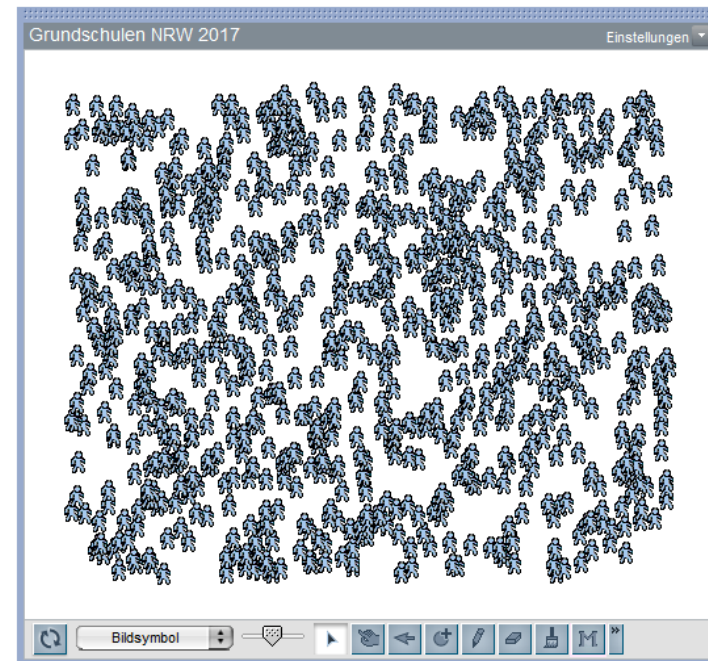


Grundschulen NRW 2017 Einstellungen

● Fall 1 von 809 ◀▶

Merkmal	Wert	Ein...
Ort	Kleve	
Großstadt_Stadt_Dorf	Stadt	
Fantasiename	Bad Girl	
Geschlecht	Mädchen	
Alter	8	
Klasse	3	
Körpergröße_incm		
Schuhgröße	38	
Anzahl_Kinder_Familie	2	
Haustier	nein	
FallsHaustier_Welches		
FallsHaustier_WievieleStunden_proTag		
FallsHaustier_Wiealt_inJahren		
Minuten_zur_Schule	5	
Von_Eltern_gebracht	ja	
Wie_zur_Schule	zu Fuß	
sportliche_Aktivität	Tennis	
Stunden_sportlicheAktivität_proWoche	2,00	
Freizeitaktivität	am Smartphone/T...	
Stunden_Freizeitaktivität_proTag	1,0	
Eigenes_SmartphoneTablet	ja	

809 Datenkarten im
Datenkartenstapel



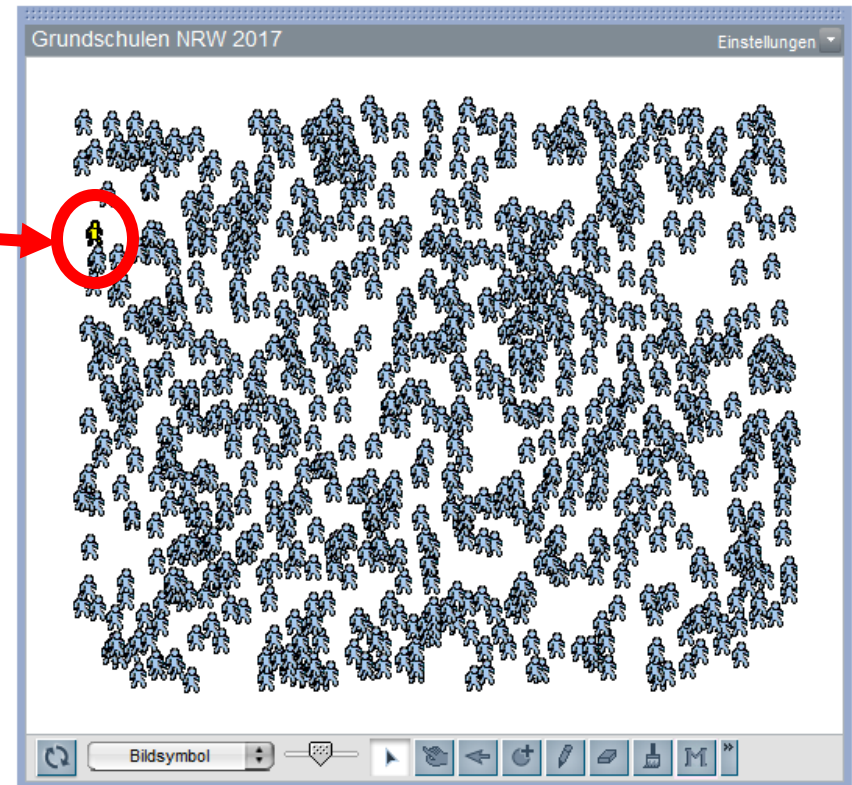
809 Symbole/Fälle im
Auswertungsgraph

Datenkarten & Auswertungsgraph

Grundschulen NRW 2017 Einstellungen

● Fall 621 von 809 ◀▶

Merkmal	Wert	Ein...
Ort	Rheindahlen	
Großstadt_Stadt_Dorf	Dorf	
Fantasiename	Lino	
Geschlecht	Mädchen	
Alter	8	
Klasse	3	
Körpergröße_incm		
Schuhgröße	34	
Anzahl_Kinder_Familie	4	
Haustier	ja	
FallsHaustier_Welches	Katze	
FallsHaustier_WievielStunden_proTag	1 bis 2	
FallsHaustier_Wiealt_inJahren		
Minuten_zur_Schule		
Von_Eltern_gebracht	ja	
Wie_zur_Schule	Auto	
sportliche_Aktivität		
Stunden_sportlicheAktivität_proWoche		
Freizeitaktivität	fernsehen	
Stunden_Freizeitaktivität_proTag	2,0	
Eigenes_SmartphoneTablet	nein	

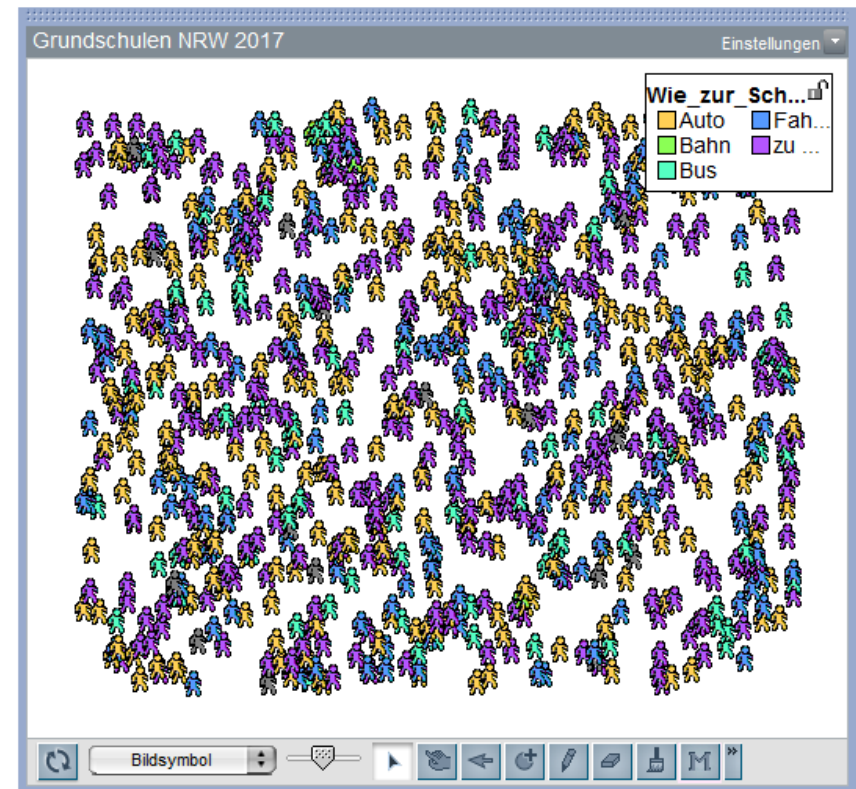


Einfärbung nach Merkmalsausprägungen

Grundschulen NRW 2017 Einstellungen

Fall 621 von 809

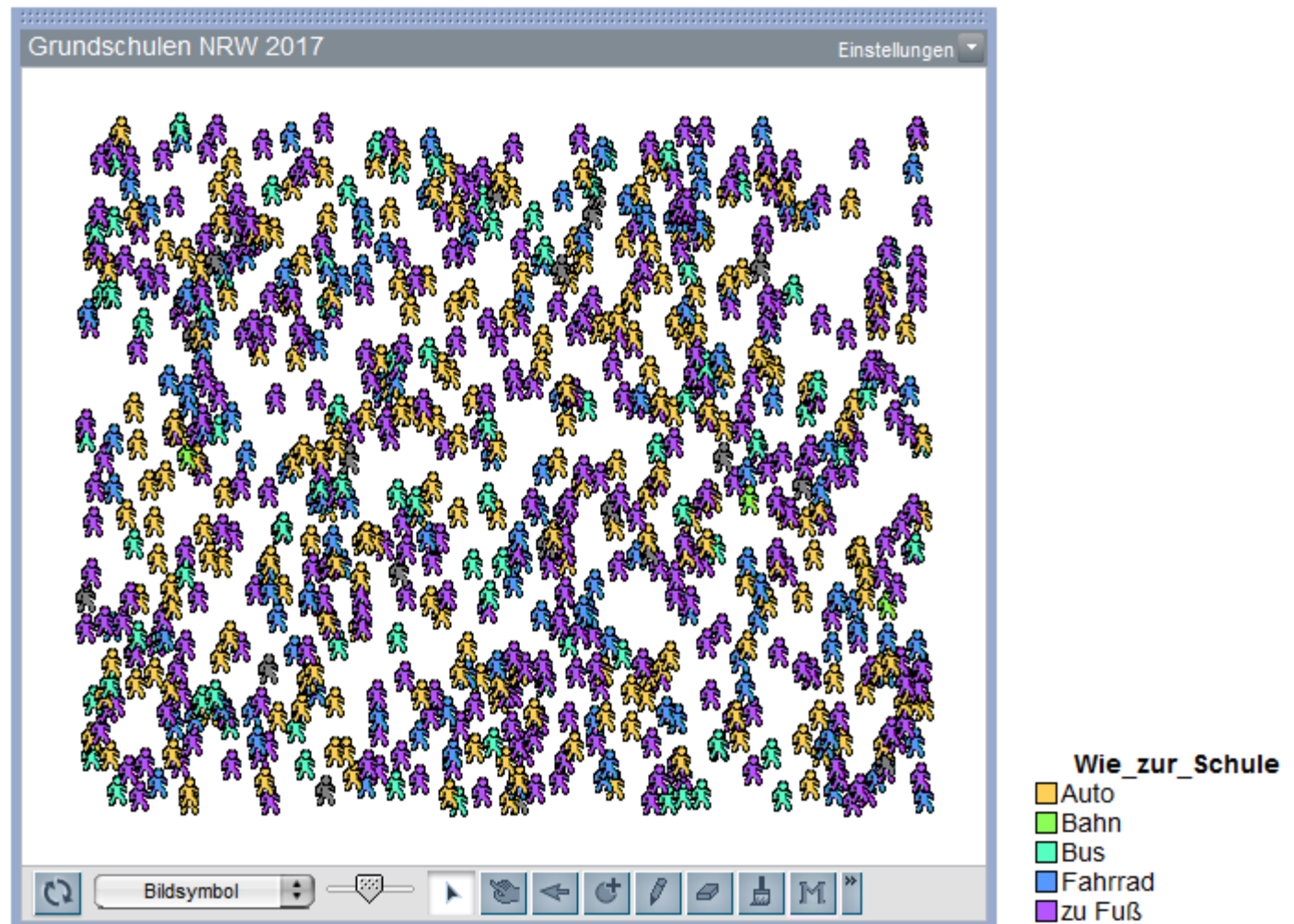
Merkmal	Wert	Ein...
Ort	Rheindahlen	
Großstadt_Stadt_Dorf	Dorf	
Fantasiename	Lino	
Geschlecht	Mädchen	
Alter	8	
Klasse	3	
Körpergröße_incm		
Schuhgröße	34	
Anzahl_Kinder_Familie	4	
Haustier	ja	
FallsHaustier_Welches	Katze	
FallsHaustier_WievielStunden_proTag	1 bis 2	
FallsHaustier_Wiealt_inJahren		
Minuten_zur_Schule		
Von_Eltern_gebracht	ja	
Wie_zur_Schule	Auto	
sportliche_Aktivität		
Stunden_sportlicheAktivität_proWoche		
Freizeitaktivität	fernsehen	
Stunden_Freizeitaktivität_proTag	2,0	
Eigenes_SmartphoneTablet	nein	



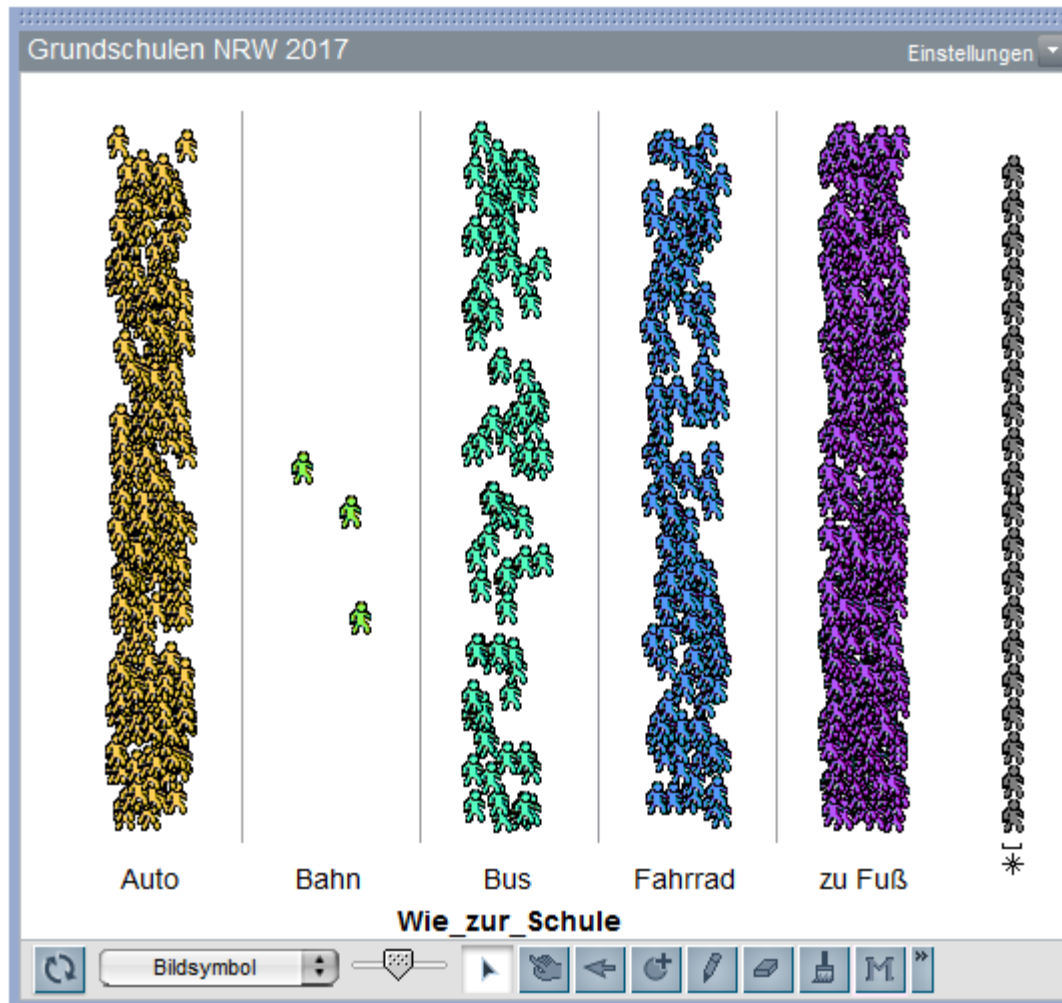
Wie_zur_Schule

- Auto
- Bahn
- Bus
- Fahrrad
- zu Fuß

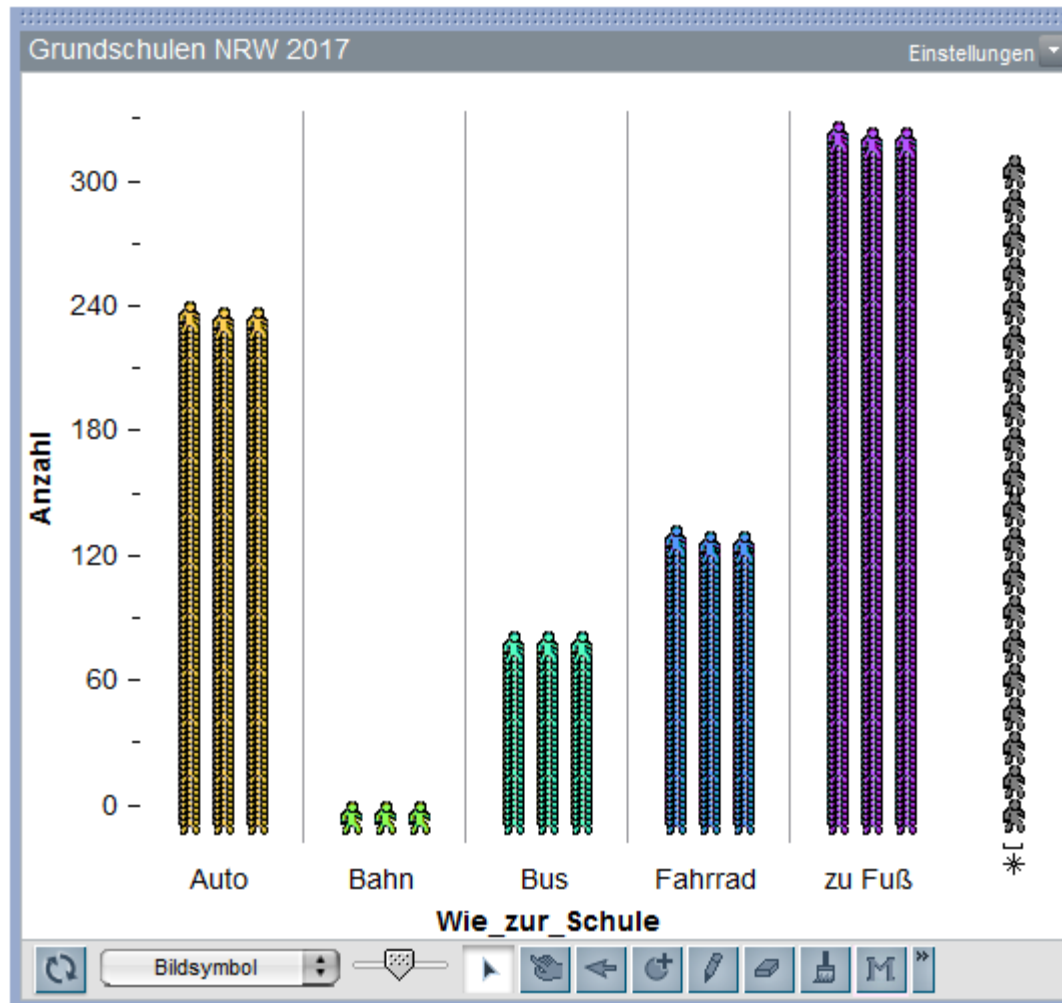
Der Auswertungsgraph in TinkerPlots - ungeordnet



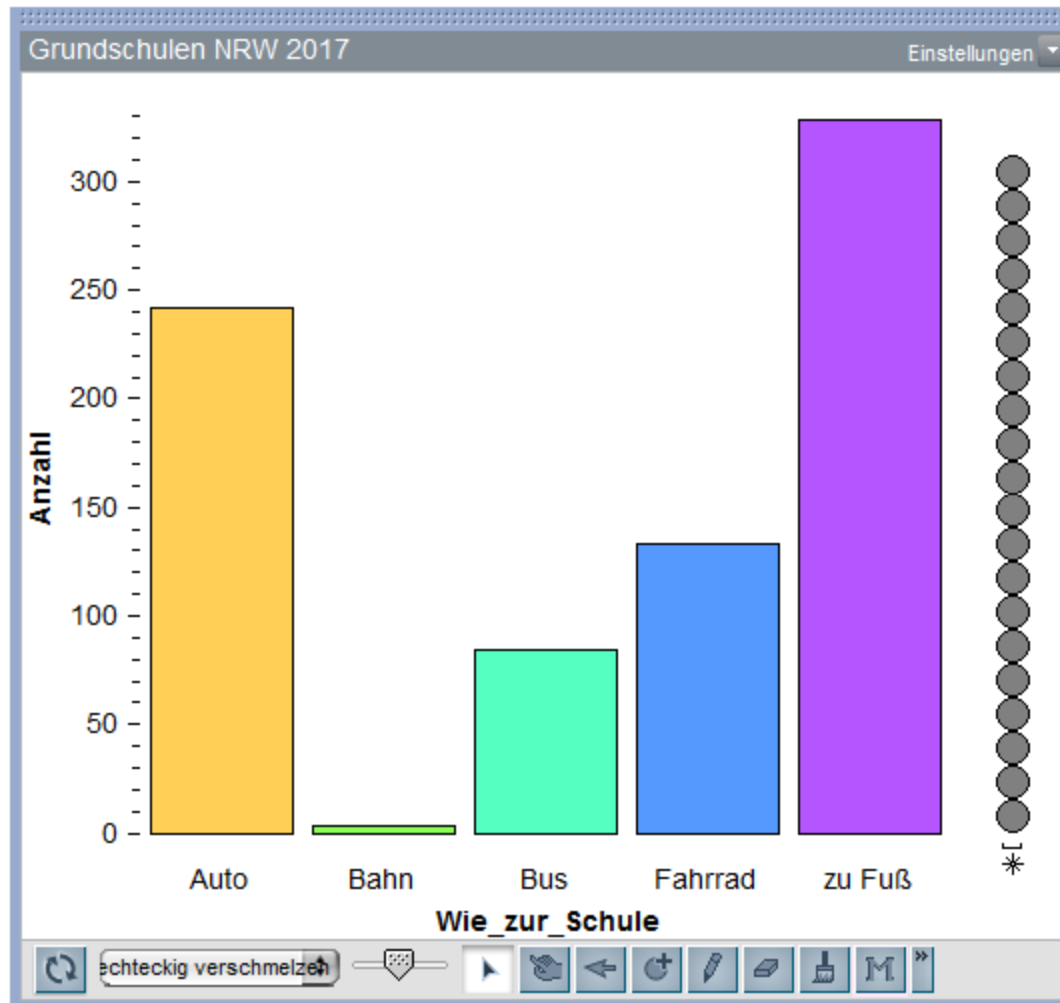
Trennen nach den verschiedenen Merkmalsausprägungen



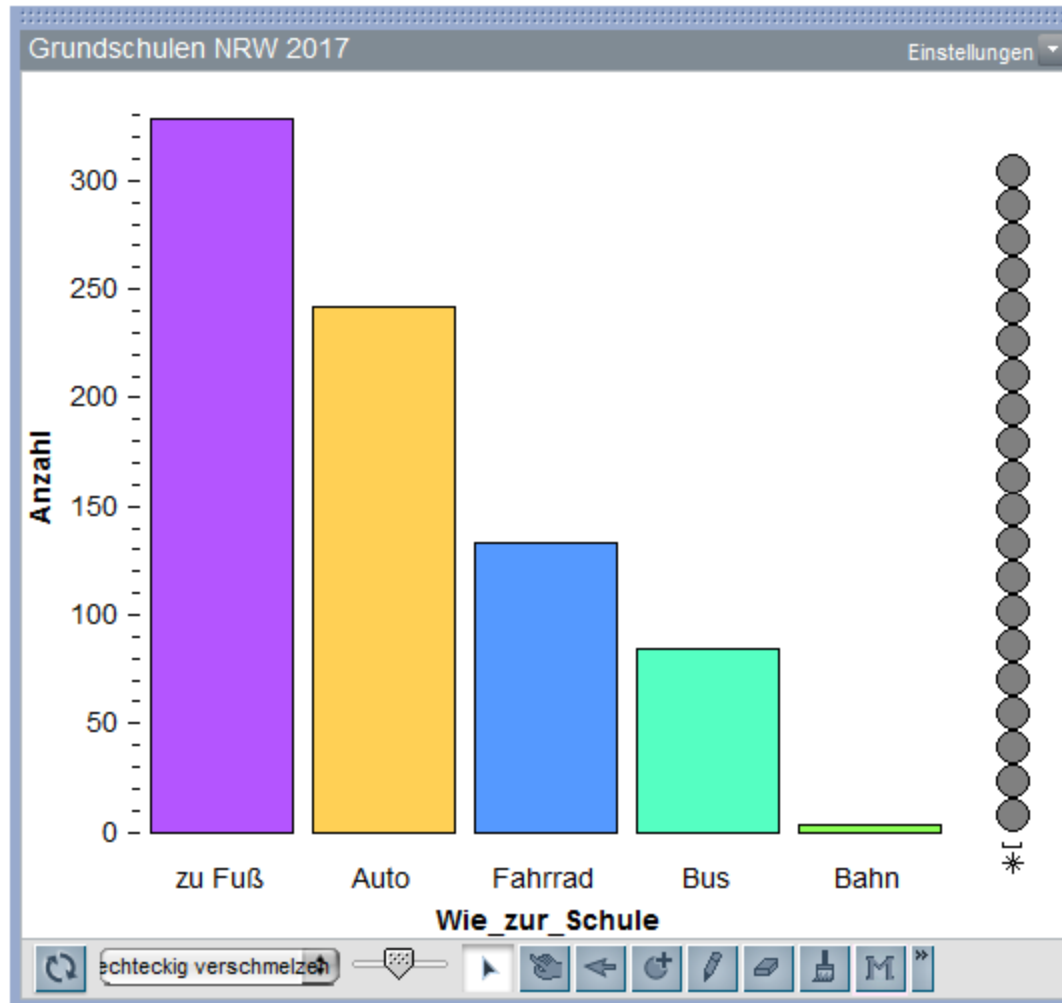
Stapeln der Fälle in den einzelnen Kategorien



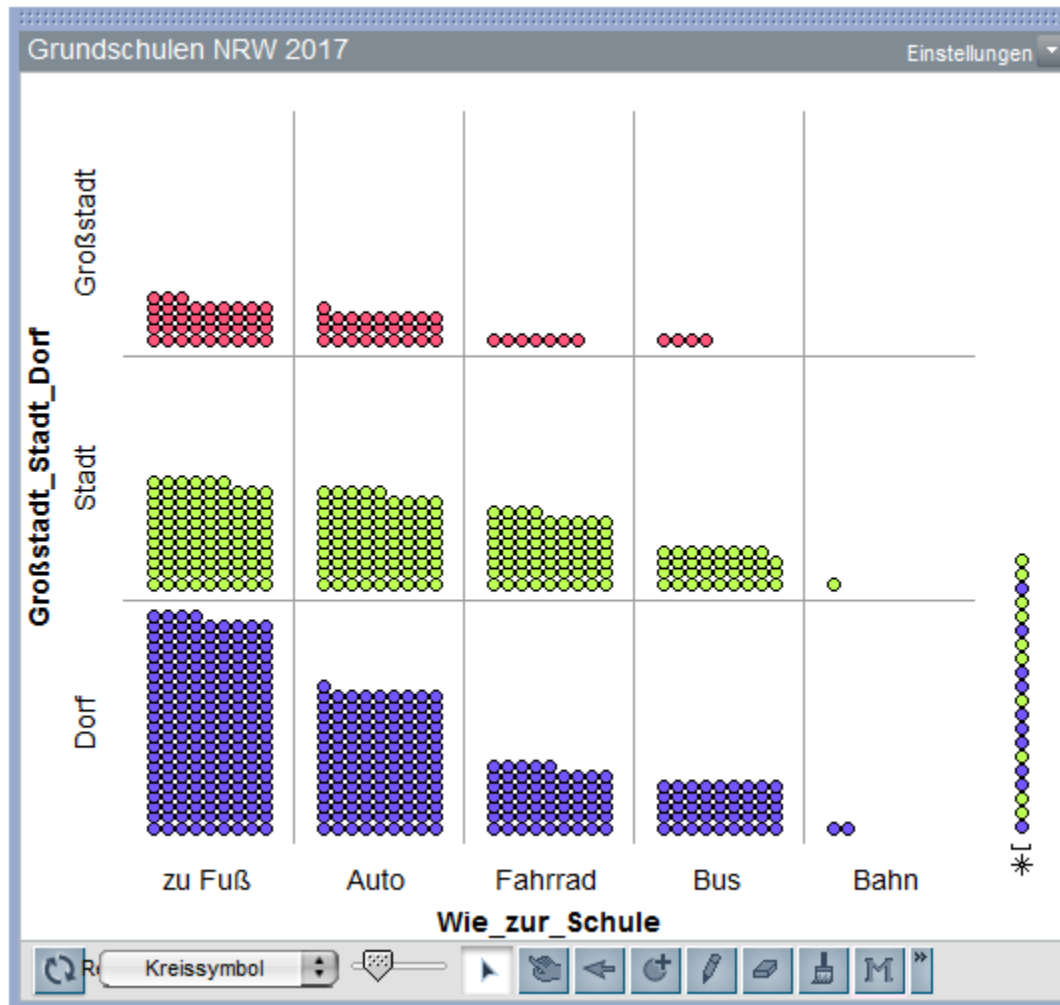
„Verschmelzen der Fälle“ als Abstraktionsschritt zum Säulendiagramm



Anordnung der Säulen ändern



Weiterführende Explorationen



Unterschiede beim
Weg_zur_Schule
zwischen Schulen auf
dem Dorf, in der Stadt
oder in der Großstadt im
vorliegenden Datensatz

Eigenständige Exploration durch Schülerpaare

Zurück zum PPDAC-Zyklus...

Förderung von Datenkompetenz in der Primarstufe

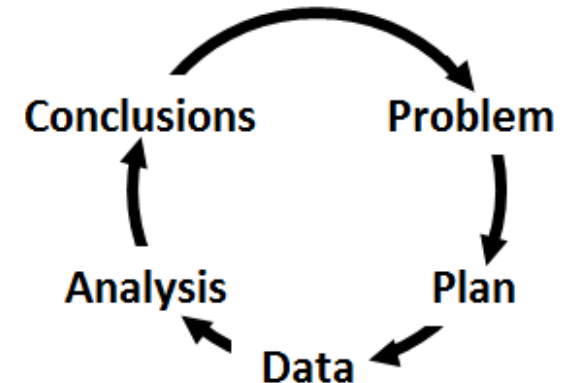
Ausgangslage und unterrichtspraktische Hinweise in einzelnen Phasen
der Datenanalyse

Paradigmatisch: Der PPDAC Cycle nach Wild & Pfannkuch (1999)

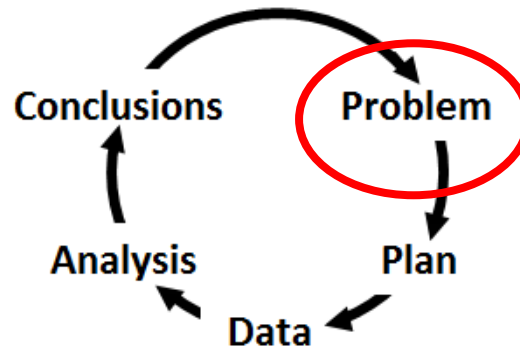
Verschiedene Phasen

- **Problem** Problemstellung, Entwicklung einer (stat.)Fragestellung
- **Plan** Planen der Datenerhebung
- **Data Collection** Datenerhebung (Umfrage, Beobachtung, Experiment)
- **Analysis** Darstellung und Analyse der gesammelten Daten
- **Conclusions** Interpretation der Ergebnisse

→ Anregungen für die Umsetzung der einzelnen Phasen im Mathematikunterricht der Primarstufe



Problemstellung, Entwicklung einer statistischen Fragestellung



Es gibt viele Arten Fragen zu stellen...

Sind Jungen oder Mädchen größer?

So groß sind die Kinder in NRW
Wie groß sind die Jungen und Mädchen im Durchschnitt gibt es ein Unterschied.

Wie viele Kinder spielen es?

was ist dein Hobby?

15 Stunden Freizeit pro Tag
Forscherfrage: Wer hat mehr Freizeit
Junge oder Mädchen?

Haben Jungen oder Mädchen mehr Spielzeug?

wie groß bist

Wie unterscheiden sich Jungen und



• Mädchen
schale?

• bei der Zeit zur

Verschiedene Intentionen für Fragen...

Statistische Fragestellung („Forschungsfrage“)

Wie unterscheidet sich der Umfang der Tabletnutzung zwischen Jungen und Mädchen in Stunden pro Tag?

„Fragebogenfrage(n)“ (Frage für die Datenerhebung)

- Wie viele Stunden nutzt du am Tag dein Tablet?
- Bist du ein Junge oder ein Mädchen?

Statistische Fragestellungen können verschiedene „Tiefen“ haben

Welche Merkmale sind in der Fragestellung enthalten?

- Kategoriale Merkmale (wie Geschlecht, Augenfarbe, Verkehrsmittel zur Schule, ...)
- Numerische Merkmale (wie Körpergröße, Zeit am Tablet pro Tag in Stunden, Anzahl Kontakte auf dem Smartphone, ...)

Wie viele Merkmale sind in der Fragestellung enthalten?

- Ein Merkmal (z.B. kategorial, „Wie kommen die Kinder in unserer Klasse zur Schule?“, Merkmal: Wie_zur_Schule)
- Zwei Merkmale (z.B. kategorial vs. kategorial: „Haben Jungen oder eher Mädchen ein Haustier?“, Merkmale: Geschlecht, Haustier)
- Zwei Merkmale (z.B. kategorial vs. numerisch: „Wie unterscheiden sich die Buskinder und die Fahrradkinder in der Zeit die sie zur Schule benötigen?“, Merkmale: Wie_zur_Schule, Zeit_zur_Schule)

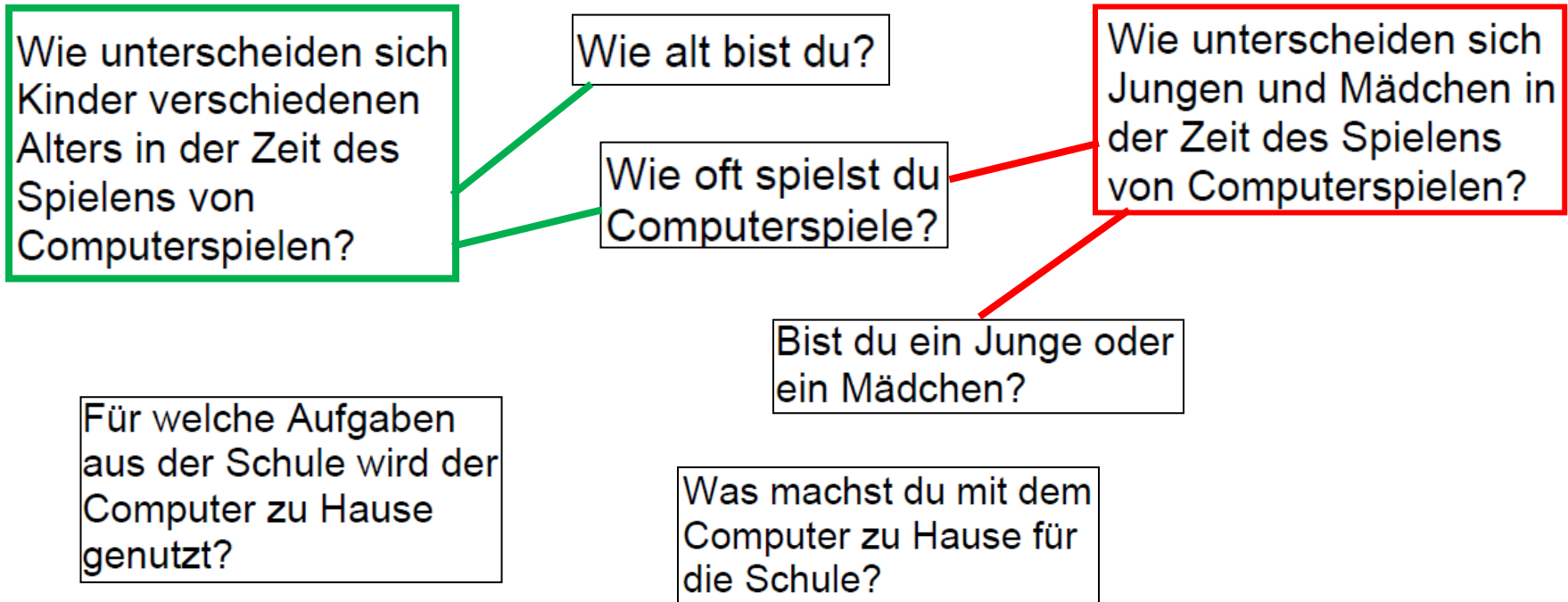
Statistische Fragestellungen können verschiedene „Tiefen“ haben

Wie ist die Qualität der Fragestellung?

- „Wie viele“-Fragen, z.B. „Wie viele Kinder spielen Fussball?“
- „Ja/Nein“-Fragen, z.B. „Sind Jungen oder Mädchen größer?“
- Verteilungsfragen, z.B. „Wie ist die Verteilung des Merkmals Verkehrsmittel zur Schule in unserer Klasse?“
- Unterschiedsfragen, z.B. „Wie unterscheiden sich die Buskinder und die Fahrradkinder bei der Zeit die sie zur Schule benötigen?“
- Offene Fragen, z.B. „Welche Unterschiede in ihrem Freizeitverhalten gibt es zwischen den Dritt- und Viertklässlern?“

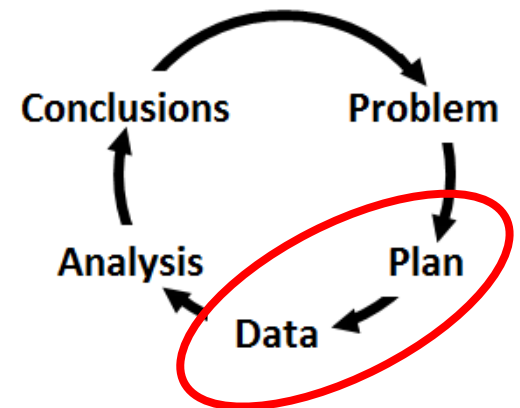
vgl. Biehler (2001), Arnold (2013), Frischemeier & Biehler (2018), Frischemeier & Leavy (2019)

Unterrichtsideen zur Unterscheidung von Fragebogenfragen und Statistischen Fragestellungen...



Daten erheben in der Primarstufe

Wie kann ich Daten erheben?
Welche Daten können thematisiert werden?



Beispiele für Datenerhebungen

Umfrage

Experiment

Beobachtung

Umfrage mit einem „Freundschaftsbuch“

Das ist meine Seite

Ich heiße: _____

Hier wohne ich: _____

Mein Geburtstag: _____ Meine Lieblingsfarbe: _____

Ich esse am liebsten: _____

Mein Lieblingstier ist: _____

Mein Lieblingsbuch: _____

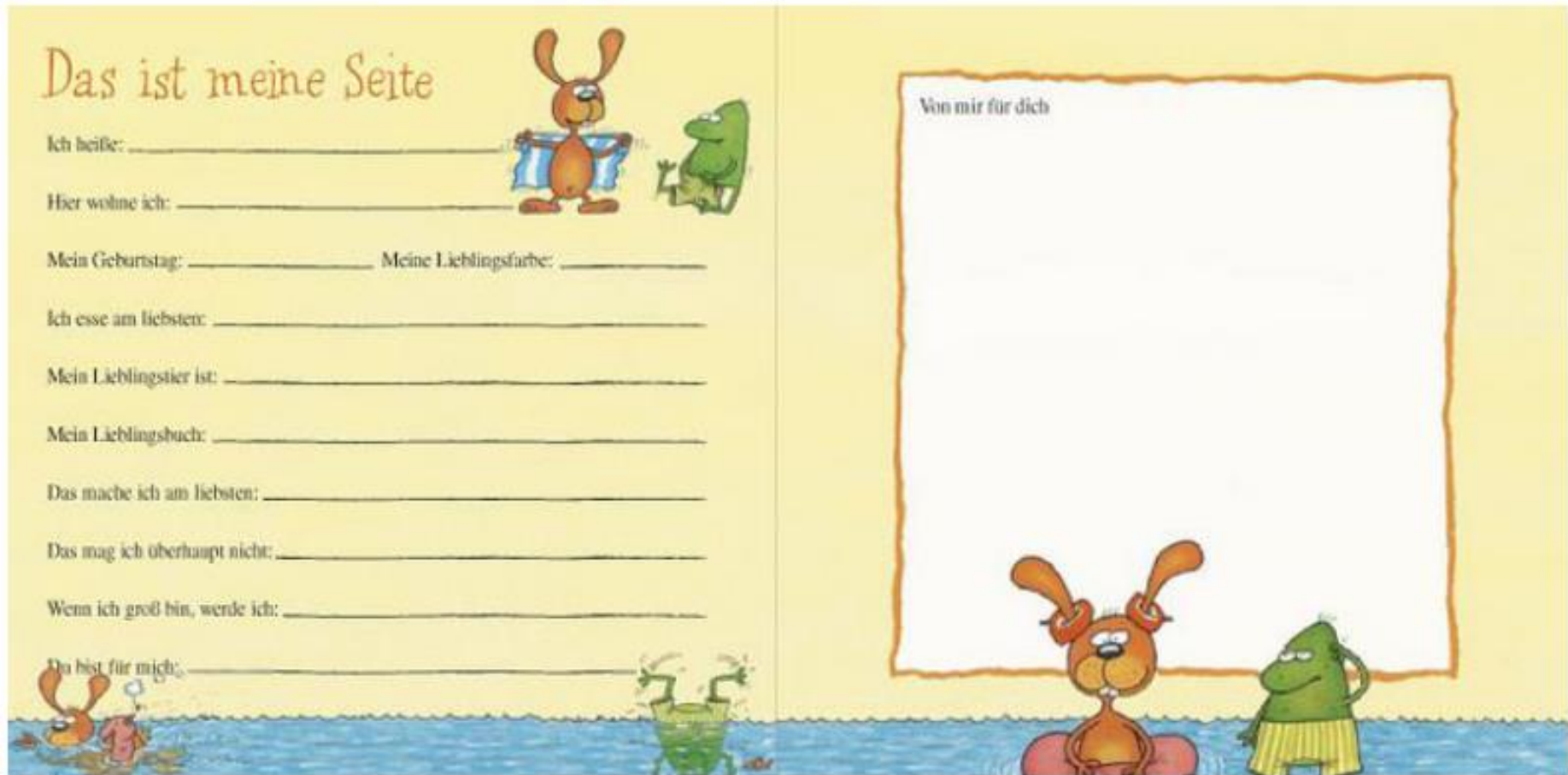
Das mache ich am liebsten: _____

Das mag ich überhaupt nicht: _____

Wenn ich groß bin, werde ich: _____

Da bist für mich: _____

Von mir für dich



Umfrage: Ein „größerer“ Datensatz mit realen Daten zur Datenanalyse in der Grundschule

Umfrage zu Medien- und Freizeitgewohnheiten von Grundschulern in NRW (Bachelorarbeit)



Frage

Hallo ☺

Bitte beantwortet die folgenden Fragen selbstständig. Es kommt ganz auf eure Angaben an!

Danke für Eure Mitarbeit! ☺

- 1) Denke dir einen Namen aus. _____
- 2) Bist du ein Junge oder ein Mädchen?
☐ Junge ☐ Mädchen
- 3) Wie alt bist du?
☐ 7 Jahre ☐ 8 Jahre ☐ 9 Jahre ☐ weniger als eine Stufe
- 4) In welcher Klasse bist du?
☐ 3. Klasse ☐ 4. Klasse
- 5) Wie groß bist du? _____ cm
- 6) Welche Schuhgröße hast du? (wenn du es nicht weißt, schau dir deine Eltern an) _____
- 7) Wofür nutzt du das Smartphone?
☐ zum Spielen ☐ Freizeitsport ☐ Videos gucken (z.B. YouTube)
- 8) Wie lange benutzt du das Smartphone?
☐ weniger als eine Woche ☐ 1-2 Wochen ☐ 3-4 Wochen ☐ 5-6 Wochen ☐ 7-8 Wochen ☐ 9-10 Wochen ☐ 11-12 Wochen ☐ 13-14 Wochen ☐ 15-16 Wochen ☐ 17-18 Wochen ☐ 19-20 Wochen ☐ 21-22 Wochen ☐ 23-24 Wochen ☐ 25-26 Wochen ☐ 27-28 Wochen ☐ 29-30 Wochen ☐ 31-32 Wochen ☐ 33-34 Wochen ☐ 35-36 Wochen ☐ 37-38 Wochen ☐ 39-40 Wochen ☐ 41-42 Wochen ☐ 43-44 Wochen ☐ 45-46 Wochen ☐ 47-48 Wochen ☐ 49-50 Wochen ☐ 51-52 Wochen ☐ 53-54 Wochen ☐ 55-56 Wochen ☐ 57-58 Wochen ☐ 59-60 Wochen ☐ 61-62 Wochen ☐ 63-64 Wochen ☐ 65-66 Wochen ☐ 67-68 Wochen ☐ 69-70 Wochen ☐ 71-72 Wochen ☐ 73-74 Wochen ☐ 75-76 Wochen ☐ 77-78 Wochen ☐ 79-80 Wochen ☐ 81-82 Wochen ☐ 83-84 Wochen ☐ 85-86 Wochen ☐ 87-88 Wochen ☐ 89-90 Wochen ☐ 91-92 Wochen ☐ 93-94 Wochen ☐ 95-96 Wochen ☐ 97-98 Wochen ☐ 99-100 Wochen ☐ 101-102 Wochen ☐ 103-104 Wochen ☐ 105-106 Wochen ☐ 107-108 Wochen ☐ 109-110 Wochen ☐ 111-112 Wochen ☐ 113-114 Wochen ☐ 115-116 Wochen ☐ 117-118 Wochen ☐ 119-120 Wochen ☐ 121-122 Wochen ☐ 123-124 Wochen ☐ 125-126 Wochen ☐ 127-128 Wochen ☐ 129-130 Wochen ☐ 131-132 Wochen ☐ 133-134 Wochen ☐ 135-136 Wochen ☐ 137-138 Wochen ☐ 139-140 Wochen ☐ 141-142 Wochen ☐ 143-144 Wochen ☐ 145-146 Wochen ☐ 147-148 Wochen ☐ 149-150 Wochen ☐ 151-152 Wochen ☐ 153-154 Wochen ☐ 155-156 Wochen ☐ 157-158 Wochen ☐ 159-160 Wochen ☐ 161-162 Wochen ☐ 163-164 Wochen ☐ 165-166 Wochen ☐ 167-168 Wochen ☐ 169-170 Wochen ☐ 171-172 Wochen ☐ 173-174 Wochen ☐ 175-176 Wochen ☐ 177-178 Wochen ☐ 179-180 Wochen ☐ 181-182 Wochen ☐ 183-184 Wochen ☐ 185-186 Wochen ☐ 187-188 Wochen ☐ 189-190 Wochen ☐ 191-192 Wochen ☐ 193-194 Wochen ☐ 195-196 Wochen ☐ 197-198 Wochen ☐ 199-200 Wochen ☐ 201-202 Wochen ☐ 203-204 Wochen ☐ 205-206 Wochen ☐ 207-208 Wochen ☐ 209-210 Wochen ☐ 211-212 Wochen ☐ 213-214 Wochen ☐ 215-216 Wochen ☐ 217-218 Wochen ☐ 219-220 Wochen ☐ 221-222 Wochen ☐ 223-224 Wochen ☐ 225-226 Wochen ☐ 227-228 Wochen ☐ 229-230 Wochen ☐ 231-232 Wochen ☐ 233-234 Wochen ☐ 235-236 Wochen ☐ 237-238 Wochen ☐ 239-240 Wochen ☐ 241-242 Wochen ☐ 243-244 Wochen ☐ 245-246 Wochen ☐ 247-248 Wochen ☐ 249-250 Wochen ☐ 251-252 Wochen ☐ 253-254 Wochen ☐ 255-256 Wochen ☐ 257-258 Wochen ☐ 259-260 Wochen ☐ 261-262 Wochen ☐ 263-264 Wochen ☐ 265-266 Wochen ☐ 267-268 Wochen ☐ 269-270 Wochen ☐ 271-272 Wochen ☐ 273-274 Wochen ☐ 275-276 Wochen ☐ 277-278 Wochen ☐ 279-280 Wochen ☐ 281-282 Wochen ☐ 283-284 Wochen ☐ 285-286 Wochen ☐ 287-288 Wochen ☐ 289-290 Wochen ☐ 291-292 Wochen ☐ 293-294 Wochen ☐ 295-296 Wochen ☐ 297-298 Wochen ☐ 299-300 Wochen ☐ 301-302 Wochen ☐ 303-304 Wochen ☐ 305-306 Wochen ☐ 307-308 Wochen ☐ 309-310 Wochen ☐ 311-312 Wochen ☐ 313-314 Wochen ☐ 315-316 Wochen ☐ 317-318 Wochen ☐ 319-320 Wochen ☐ 321-322 Wochen ☐ 323-324 Wochen ☐ 325-326 Wochen ☐ 327-328 Wochen ☐ 329-330 Wochen ☐ 331-332 Wochen ☐ 333-334 Wochen ☐ 335-336 Wochen ☐ 337-338 Wochen ☐ 339-340 Wochen ☐ 341-342 Wochen ☐ 343-344 Wochen ☐ 345-346 Wochen ☐ 347-348 Wochen ☐ 349-350 Wochen ☐ 351-352 Wochen ☐ 353-354 Wochen ☐ 355-356 Wochen ☐ 357-358 Wochen ☐ 359-360 Wochen ☐ 361-362 Wochen ☐ 363-364 Wochen ☐ 365-366 Wochen ☐ 367-368 Wochen ☐ 369-370 Wochen ☐ 371-372 Wochen ☐ 373-374 Wochen ☐ 375-376 Wochen ☐ 377-378 Wochen ☐ 379-380 Wochen ☐ 381-382 Wochen ☐ 383-384 Wochen ☐ 385-386 Wochen ☐ 387-388 Wochen ☐ 389-390 Wochen ☐ 391-392 Wochen ☐ 393-394 Wochen ☐ 395-396 Wochen ☐ 397-398 Wochen ☐ 399-400 Wochen ☐ 401-402 Wochen ☐ 403-404 Wochen ☐ 405-406 Wochen ☐ 407-408 Wochen ☐ 409-410 Wochen ☐ 411-412 Wochen ☐ 413-414 Wochen ☐ 415-416 Wochen ☐ 417-418 Wochen ☐ 419-420 Wochen ☐ 421-422 Wochen ☐ 423-424 Wochen ☐ 425-426 Wochen ☐ 427-428 Wochen ☐ 429-430 Wochen ☐ 431-432 Wochen ☐ 433-434 Wochen ☐ 435-436 Wochen ☐ 437-438 Wochen ☐ 439-440 Wochen ☐ 441-442 Wochen ☐ 443-444 Wochen ☐ 445-446 Wochen ☐ 447-448 Wochen ☐ 449-450 Wochen ☐ 451-452 Wochen ☐ 453-454 Wochen ☐ 455-456 Wochen ☐ 457-458 Wochen ☐ 459-460 Wochen ☐ 461-462 Wochen ☐ 463-464 Wochen ☐ 465-466 Wochen ☐ 467-468 Wochen ☐ 469-470 Wochen ☐ 471-472 Wochen ☐ 473-474 Wochen ☐ 475-476 Wochen ☐ 477-478 Wochen ☐ 479-480 Wochen ☐ 481-482 Wochen ☐ 483-484 Wochen ☐ 485-486 Wochen ☐ 487-488 Wochen ☐ 489-490 Wochen ☐ 491-492 Wochen ☐ 493-494 Wochen ☐ 495-496 Wochen ☐ 497-498 Wochen ☐ 499-500 Wochen ☐ 501-502 Wochen ☐ 503-504 Wochen ☐ 505-506 Wochen ☐ 507-508 Wochen ☐ 509-510 Wochen ☐ 511-512 Wochen ☐ 513-514 Wochen ☐ 515-516 Wochen ☐ 517-518 Wochen ☐ 519-520 Wochen ☐ 521-522 Wochen ☐ 523-524 Wochen ☐ 525-526 Wochen ☐ 527-528 Wochen ☐ 529-530 Wochen ☐ 531-532 Wochen ☐ 533-534 Wochen ☐ 535-536 Wochen ☐ 537-538 Wochen ☐ 539-540 Wochen ☐ 541-542 Wochen ☐ 543-544 Wochen ☐ 545-546 Wochen ☐ 547-548 Wochen ☐ 549-550 Wochen ☐ 551-552 Wochen ☐ 553-554 Wochen ☐ 555-556 Wochen ☐ 557-558 Wochen ☐ 559-560 Wochen ☐ 561-562 Wochen ☐ 563-564 Wochen ☐ 565-566 Wochen ☐ 567-568 Wochen ☐ 569-570 Wochen ☐ 571-572 Wochen ☐ 573-574 Wochen ☐ 575-576 Wochen ☐ 577-578 Wochen ☐ 579-580 Wochen ☐ 581-582 Wochen ☐ 583-584 Wochen ☐ 585-586 Wochen ☐ 587-588 Wochen ☐ 589-590 Wochen ☐ 591-592 Wochen ☐ 593-594 Wochen ☐ 595-596 Wochen ☐ 597-598 Wochen ☐ 599-600 Wochen ☐ 601-602 Wochen ☐ 603-604 Wochen ☐ 605-606 Wochen ☐ 607-608 Wochen ☐ 609-610 Wochen ☐ 611-612 Wochen ☐ 613-614 Wochen ☐ 615-616 Wochen ☐ 617-618 Wochen ☐ 619-620 Wochen ☐ 621-622 Wochen ☐ 623-624 Wochen ☐ 625-626 Wochen ☐ 627-628 Wochen ☐ 629-630 Wochen ☐ 631-632 Wochen ☐ 633-634 Wochen ☐ 635-636 Wochen ☐ 637-638 Wochen ☐ 639-640 Wochen ☐ 641-642 Wochen ☐ 643-644 Wochen ☐ 645-646 Wochen ☐ 647-648 Wochen ☐ 649-650 Wochen ☐ 651-652 Wochen ☐ 653-654 Wochen ☐ 655-656 Wochen ☐ 657-658 Wochen ☐ 659-660 Wochen ☐ 661-662 Wochen ☐ 663-664 Wochen ☐ 665-666 Wochen ☐ 667-668 Wochen ☐ 669-670 Wochen ☐ 671-672 Wochen ☐ 673-674 Wochen ☐ 675-676 Wochen ☐ 677-678 Wochen ☐ 679-680 Wochen ☐ 681-682 Wochen ☐ 683-684 Wochen ☐ 685-686 Wochen ☐ 687-688 Wochen ☐ 689-690 Wochen ☐ 691-692 Wochen ☐ 693-694 Wochen ☐ 695-696 Wochen ☐ 697-698 Wochen ☐ 699-700 Wochen ☐ 701-702 Wochen ☐ 703-704 Wochen ☐ 705-706 Wochen ☐ 707-708 Wochen ☐ 709-710 Wochen ☐ 711-712 Wochen ☐ 713-714 Wochen ☐ 715-716 Wochen ☐ 717-718 Wochen ☐ 719-720 Wochen ☐ 721-722 Wochen ☐ 723-724 Wochen ☐ 725-726 Wochen ☐ 727-728 Wochen ☐ 729-730 Wochen ☐ 731-732 Wochen ☐ 733-734 Wochen ☐ 735-736 Wochen ☐ 737-738 Wochen ☐ 739-740 Wochen ☐ 741-742 Wochen ☐ 743-744 Wochen ☐ 745-746 Wochen ☐ 747-748 Wochen ☐ 749-750 Wochen ☐ 751-752 Wochen ☐ 753-754 Wochen ☐ 755-756 Wochen ☐ 757-758 Wochen ☐ 759-760 Wochen ☐ 761-762 Wochen ☐ 763-764 Wochen ☐ 765-766 Wochen ☐ 767-768 Wochen ☐ 769-770 Wochen ☐ 771-772 Wochen ☐ 773-774 Wochen ☐ 775-776 Wochen ☐ 777-778 Wochen ☐ 779-780 Wochen ☐ 781-782 Wochen ☐ 783-784 Wochen ☐ 785-786 Wochen ☐ 787-788 Wochen ☐ 789-790 Wochen ☐ 791-792 Wochen ☐ 793-794 Wochen ☐ 795-796 Wochen ☐ 797-798 Wochen ☐ 799-800 Wochen ☐ 801-802 Wochen ☐ 803-804 Wochen ☐ 805-806 Wochen ☐ 807-808 Wochen ☐ 809-810 Wochen ☐ 811-812 Wochen ☐ 813-814 Wochen ☐ 815-816 Wochen ☐ 817-818 Wochen ☐ 819-820 Wochen ☐ 821-822 Wochen ☐ 823-824 Wochen ☐ 825-826 Wochen ☐ 827-828 Wochen ☐ 829-830 Wochen ☐ 831-832 Wochen ☐ 833-834 Wochen ☐ 835-836 Wochen ☐ 837-838 Wochen ☐ 839-840 Wochen ☐ 841-842 Wochen ☐ 843-844 Wochen ☐ 845-846 Wochen ☐ 847-848 Wochen ☐ 849-850 Wochen ☐ 851-852 Wochen ☐ 853-854 Wochen ☐ 855-856 Wochen ☐ 857-858 Wochen ☐ 859-860 Wochen ☐ 861-862 Wochen ☐ 863-864 Wochen ☐ 865-866 Wochen ☐ 867-868 Wochen ☐ 869-870 Wochen ☐ 871-872 Wochen ☐ 873-874 Wochen ☐ 875-876 Wochen ☐ 877-878 Wochen ☐ 879-880 Wochen ☐ 881-882 Wochen ☐ 883-884 Wochen ☐ 885-886 Wochen ☐ 887-888 Wochen ☐ 889-890 Wochen ☐ 891-892 Wochen ☐ 893-894 Wochen ☐ 895-896 Wochen ☐ 897-898 Wochen ☐ 899-900 Wochen ☐ 901-902 Wochen ☐ 903-904 Wochen ☐ 905-906 Wochen ☐ 907-908 Wochen ☐ 909-910 Wochen ☐ 911-912 Wochen ☐ 913-914 Wochen ☐ 915-916 Wochen ☐ 917-918 Wochen ☐ 919-920 Wochen ☐ 921-922 Wochen ☐ 923-924 Wochen ☐ 925-926 Wochen ☐ 927-928 Wochen ☐ 929-930 Wochen ☐ 931-932 Wochen ☐ 933-934 Wochen ☐ 935-936 Wochen ☐ 937-938 Wochen ☐ 939-940 Wochen ☐ 941-942 Wochen ☐ 943-944 Wochen ☐ 945-946 Wochen ☐ 947-948 Wochen ☐ 949-950 Wochen ☐ 951-952 Wochen ☐ 953-954 Wochen ☐ 955-956 Wochen ☐ 957-958 Wochen ☐ 959-960 Wochen ☐ 961-962 Wochen ☐ 963-964 Wochen ☐ 965-966 Wochen ☐ 967-968 Wochen ☐ 969-970 Wochen ☐ 971-972 Wochen ☐ 973-974 Wochen ☐ 975-976 Wochen ☐ 977-978 Wochen ☐ 979-980 Wochen ☐ 981-982 Wochen ☐ 983-984 Wochen ☐ 985-986 Wochen ☐ 987-988 Wochen ☐ 989-990 Wochen ☐ 991-992 Wochen ☐ 993-994 Wochen ☐ 995-996 Wochen ☐ 997-998 Wochen ☐ 999-1000 Wochen ☐ 1001-1002 Wochen ☐ 1003-1004 Wochen ☐ 1005-1006 Wochen ☐ 1007-1008 Wochen ☐ 1009-1010 Wochen ☐ 1011-1012 Wochen ☐ 1013-1014 Wochen ☐ 1015-1016 Wochen ☐ 1017-1018 Wochen ☐ 1019-1020 Wochen ☐ 1021-1022 Wochen ☐ 1023-1024 Wochen ☐ 1025-1026 Wochen ☐ 1027-1028 Wochen ☐ 1029-1030 Wochen ☐ 1031-1032 Wochen ☐ 1033-1034 Wochen ☐ 1035-1036 Wochen ☐ 1037-1038 Wochen ☐ 1039-1040 Wochen ☐ 1041-1042 Wochen ☐ 1043-1044 Wochen ☐ 1045-1046 Wochen ☐ 1047-1048 Wochen ☐ 1049-1050 Wochen ☐ 1051-1052 Wochen ☐ 1053-1054 Wochen ☐ 1055-1056 Wochen ☐ 1057-1058 Wochen ☐ 1059-1060 Wochen ☐ 1061-1062 Wochen ☐ 1063-1064 Wochen ☐ 1065-1066 Wochen ☐ 1067-1068 Wochen ☐ 1069-1070 Wochen ☐ 1071-1072 Wochen ☐ 1073-1074 Wochen ☐ 1075-1076 Wochen ☐ 1077-1078 Wochen ☐ 1079-1080 Wochen ☐ 1081-1082 Wochen ☐ 1083-1084 Wochen ☐ 1085-1086 Wochen ☐ 1087-1088 Wochen ☐ 1089-1090 Wochen ☐ 1091-1092 Wochen ☐ 1093-1094 Wochen ☐ 1095-1096 Wochen ☐ 1097-1098 Wochen ☐ 1099-1100 Wochen ☐ 1101-1102 Wochen ☐ 1103-1104 Wochen ☐ 1105-1106 Wochen ☐ 1107-1108 Wochen ☐ 1109-1110 Wochen ☐ 1111-1112 Wochen ☐ 1113-1114 Wochen ☐ 1115-1116 Wochen ☐ 1117-1118 Wochen ☐ 1119-1120 Wochen ☐ 1121-1122 Wochen ☐ 1123-1124 Wochen ☐ 1125-1126 Wochen ☐ 1127-1128 Wochen ☐ 1129-1130 Wochen ☐ 1131-1132 Wochen ☐ 1133-1134 Wochen ☐ 1135-1136 Wochen ☐ 1137-1138 Wochen ☐ 1139-1140 Wochen ☐ 1141-1142 Wochen ☐ 1143-1144 Wochen ☐ 1145-1146 Wochen ☐ 1147-1148 Wochen ☐ 1149-1150 Wochen ☐ 1151-1152 Wochen ☐ 1153-1154 Wochen ☐ 1155-1156 Wochen ☐ 1157-1158 Wochen ☐ 1159-1160 Wochen ☐ 1161-1162 Wochen ☐ 1163-1164 Wochen ☐ 1165-1166 Wochen ☐ 1167-1168 Wochen ☐ 1169-1170 Wochen ☐ 1171-1172 Wochen ☐ 1173-1174 Wochen ☐ 1175-1176 Wochen ☐ 1177-1178 Wochen ☐ 1179-1180 Wochen ☐ 1181-1182 Wochen ☐ 1183-1184 Wochen ☐ 1185-1186 Wochen ☐ 1187-1188 Wochen ☐ 1189-1190 Wochen ☐ 1191-1192 Wochen ☐ 1193-1194 Wochen ☐ 1195-1196 Wochen ☐ 1197-1198 Wochen ☐ 1199-1200 Wochen ☐ 1201-1202 Wochen ☐ 1203-1204 Wochen ☐ 1205-1206 Wochen ☐ 1207-1208 Wochen ☐ 1209-1210 Wochen ☐ 1211-1212 Wochen ☐ 1213-1214 Wochen ☐ 1215-1216 Wochen ☐ 1217-1218 Wochen ☐ 1219-1220 Wochen ☐ 1221-1222 Wochen ☐ 1223-1224 Wochen ☐ 1225-1226 Wochen ☐ 1227-1228 Wochen ☐ 1229-1230 Wochen ☐ 1231-1232 Wochen ☐ 1233-1234 Wochen ☐ 1235-1236 Wochen ☐ 1237-1238 Wochen ☐ 1239-1240 Wochen ☐ 1241-1242 Wochen ☐ 1243-1244 Wochen ☐ 1245-1246 Wochen ☐ 1247-1248 Wochen ☐ 1249-1250 Wochen ☐ 1251-1252 Wochen ☐ 1253-1254 Wochen ☐ 1255-1256 Wochen ☐ 1257-1258 Wochen ☐ 1259-1260 Wochen ☐ 1261-1262 Wochen ☐ 1263-1264 Wochen ☐ 1265-1266 Wochen ☐ 1267-1268 Wochen ☐ 1269-1270 Wochen ☐ 1271-1272 Wochen ☐ 1273-1274 Wochen ☐ 1275-1276 Wochen ☐ 1277-1278 Wochen ☐ 1279-1280 Wochen ☐ 1281-1282 Wochen ☐ 1283-1284 Wochen ☐ 1285-1286 Wochen ☐ 1287-1288 Wochen ☐ 1289-1290 Wochen ☐ 1291-1292 Wochen ☐ 1293-1294 Wochen ☐ 1295-1296 Wochen ☐ 1297-1298 Wochen ☐ 1299-1300 Wochen ☐ 1301-1302 Wochen ☐ 1303-1304 Wochen ☐ 1305-1306 Wochen ☐ 1307-1308 Wochen ☐ 1309-1310 Wochen ☐ 1311-1312 Wochen ☐ 1313-1314 Wochen ☐ 1315-1316 Wochen ☐ 1317-1318 Wochen ☐ 1319-1320 Wochen ☐ 1321-1322 Wochen ☐ 1323-1324 Wochen ☐ 1325-1326 Wochen ☐ 1327-1328 Wochen ☐ 1329-1330 Wochen ☐ 1331-1332 Wochen ☐ 1333-1334 Wochen ☐ 1335-1336 Wochen ☐ 1337-1338 Wochen ☐ 1339-1340 Wochen ☐ 1341-1342 Wochen ☐ 1343-1344 Wochen ☐ 1345-1346 Wochen ☐ 1347-1348 Wochen ☐ 1349-1350 Wochen ☐ 1351-1352 Wochen ☐ 1353-1354 Wochen ☐ 1355-1356 Wochen ☐ 1357-1358 Wochen ☐ 1359-1360 Wochen ☐ 1361-1362 Wochen ☐ 1363-1364 Wochen ☐ 1365-1366 Wochen ☐ 1367-1368 Wochen ☐ 1369-1370 Wochen ☐ 1371-1372 Wochen ☐ 1373-1374 Wochen ☐ 1375-1376 Wochen ☐ 1377-1378 Wochen ☐ 1379-1380 Wochen ☐ 1381-1382 Wochen ☐ 1383-1384 Wochen ☐ 1385-1386 Wochen ☐ 1387-1388 Wochen ☐ 1389-1390 Wochen ☐ 1391-1392 Wochen ☐ 1393-1394 Wochen ☐ 1395-1396 Wochen ☐ 1397-1398 Wochen ☐ 1399-1400 Wochen ☐ 1401-1402 Wochen ☐ 1403-1404 Wochen ☐ 1405-1406 Wochen ☐ 1407-1408 Wochen ☐ 1409-1410 Wochen ☐ 1411-1412 Wochen ☐ 1413-1414 Wochen ☐ 1415-1416 Wochen ☐ 1417-1418 Wochen ☐ 1419-1420 Wochen ☐ 1421-1422 Wochen ☐ 1423-1424 Wochen ☐ 1425-1426 Wochen ☐ 1427-1428 Wochen ☐ 1429-1430 Wochen ☐ 1431-1432 Wochen ☐ 1433-1434 Wochen ☐ 1435-1436 Wochen ☐ 1437-1438 Wochen ☐ 1439-1440 Wochen ☐ 1441-1442 Wochen ☐ 1443-1444 Wochen ☐ 1445-1446 Wochen ☐ 1447-1448 Wochen ☐ 1449-1450 Wochen ☐ 1451-1452 Wochen ☐ 1453-1454 Wochen ☐ 1455-1456 Wochen ☐ 1457-1458 Wochen ☐ 1459-1460 Wochen ☐ 1461-1462 Wochen ☐ 1463-1464 Wochen ☐ 1465-1466 Wochen ☐ 1467-1468 Wochen ☐ 1469-1470 Wochen ☐ 1471-1472 Wochen ☐ 1473-1474 Wochen ☐ 1475-1476 Wochen ☐ 1477-1478 Wochen ☐ 1479-1480 Wochen ☐ 1481-1482 Wochen ☐ 1483-1484 Wochen ☐ 1485-1486 Wochen ☐ 1487-1488 Wochen ☐ 1489-1490 Wochen ☐ 1491-1492 Wochen ☐ 1493-1494 Wochen ☐ 1495-1496 Wochen ☐ 1497-1498 Wochen ☐ 1499-1500 Wochen ☐ 1501-1502 Wochen ☐ 1503-1504 Wochen ☐ 1505-1506 Wochen ☐ 1507-1508 Wochen ☐ 1509-1510 Wochen ☐ 1511-1512 Wochen

Experiment: Weitspringen der Papierfrösche

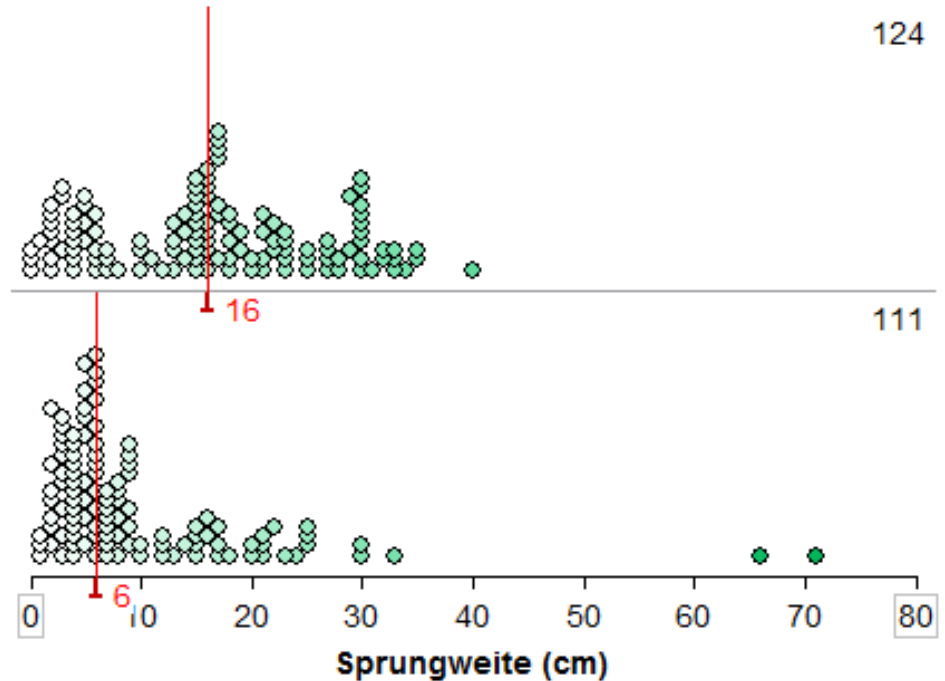


Messtabelle

Sprung-Nr.	Froschart	Sprung	Froschart
1	grün/schwarz		
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

schwer

leicht



vgl. Eichler & Vogel
(2013)

Rucksäcke, Achterbahnen, etc. (I

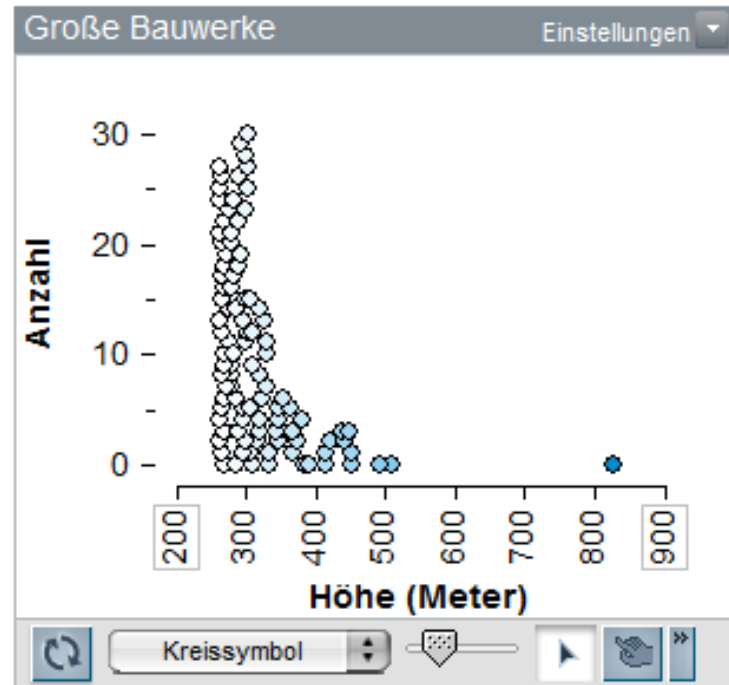
25-75 Perzentil-Hut von Gewicht_Rucksack

Material

Stahl



Holz



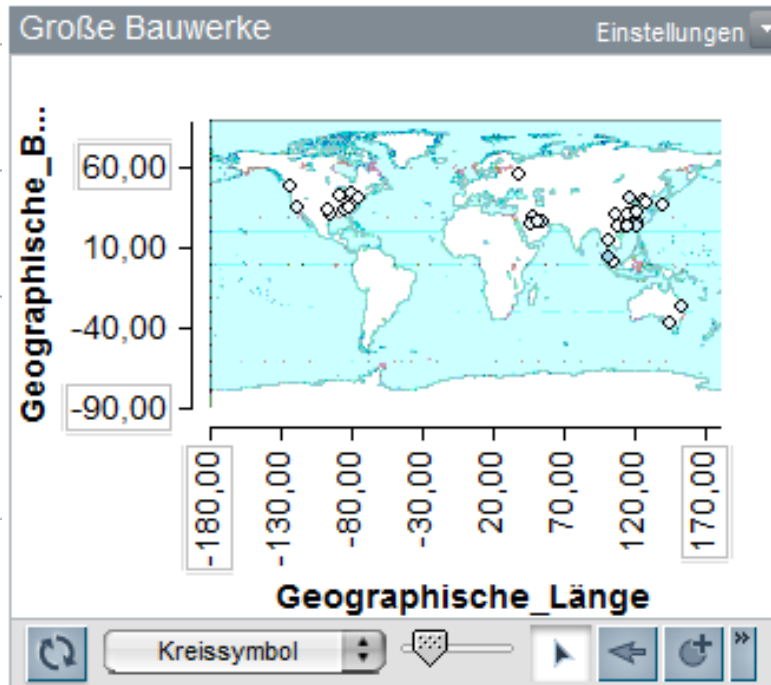
Klassenstufe

Sieben

Fünf

Drei

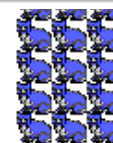
Eins



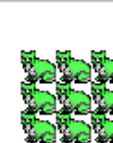
12
6
0



grün



gelb



blau



braun



grau

Augenfarbe

Erstellen von Diagrammen

Lesen und Interpretieren der Diagramme

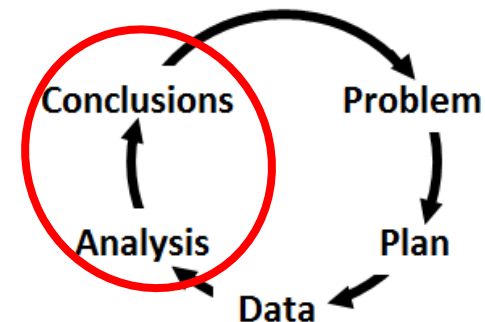
u.a.

Säulen-/ Balkendiagramme

Kreisdiagramme

Eindimensionale Streudiagramme

„Verteilungsvergleichsgraphiken“



(Säulen-)Diagramme lesen und interpretieren:

Die Entwicklung des Verständnisses graphischer Darstellungen

Reading the data

Reading between the data

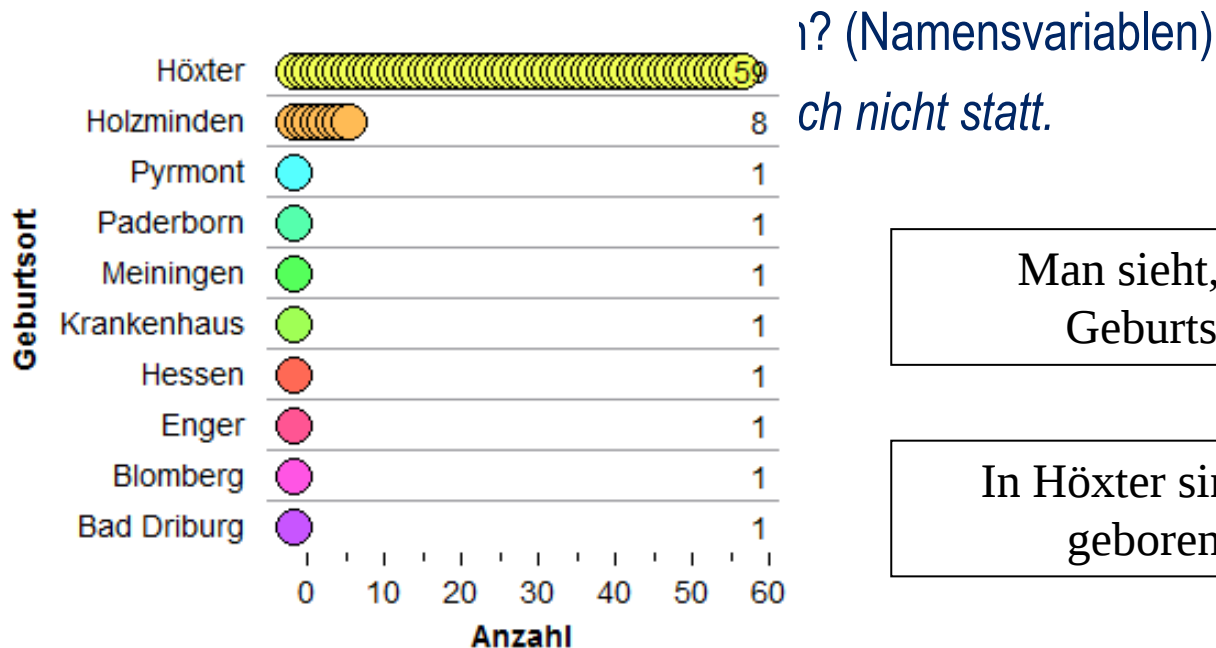
Reading beyond the data

Oder: Auf welche Weisen kann ich ein Diagramm lesen und interpretieren?

Friel, S.N., Curcio, F.R. & Bright, G.W. (2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 (2), 124-158.

Reading the data

- Ablesen von gegebenen Informationen
 - z.B. Was wird dargestellt?
 - Welche Kategorien gibt es? (kategoriale Merkmale)
 - Welche Werte kommen vor? (numerische Merkmale)
 - Wie viele Schüler sind in Kategorie X? (Häufigkeitsverteilung)

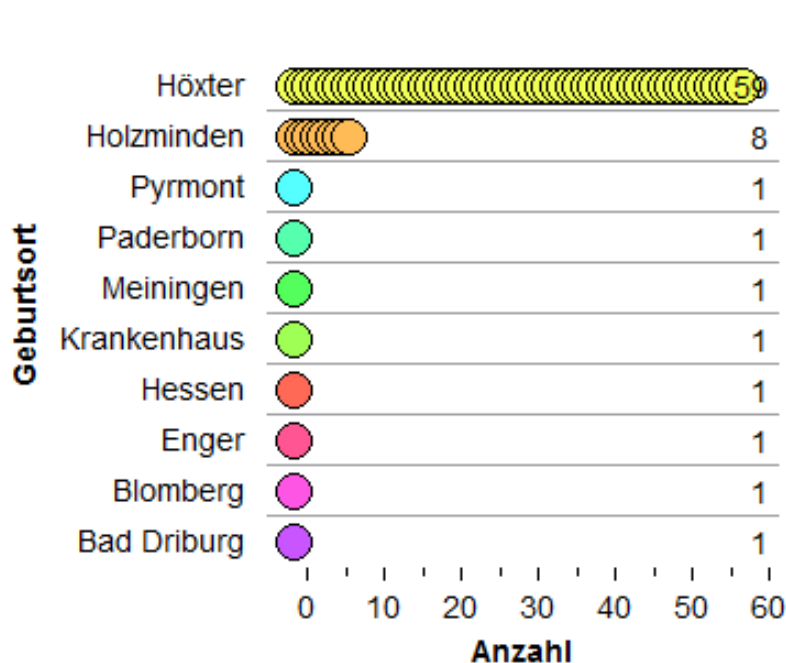


Man sieht, dass es 10
Geburtsorte gibt

In Höxter sind 59 Kinder
geboren wurden

Reading between the data

- Erfordert mathematische Fähigkeiten/Fertigkeiten
 - Mengen vergleichen
 - Elementare Rechenoperationen durchführen, um Beziehungen in den Daten zu entdecken und interpretieren zu können
 - z.B. Welches ist der häufigste Wert / die häufigste Kategorie?

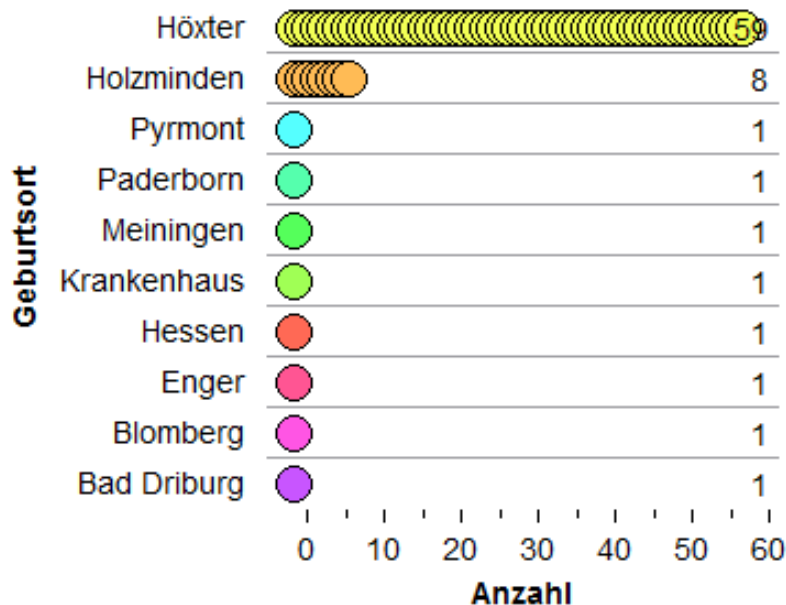


Die Meisten wurden in
Höxter geboren

In
Höxter wurden 51
Kinder mehr geboren
als in Holzminden

Reading beyond the data

- Voraussagen/Schlussfolgern unter Einbeziehung von Hintergrundwissen
- Informationen sind weder explizit noch implizit in der Graphik enthalten
 - z.B. Welche Fragen kann man mit Hilfe der Graphik



zwischen den zwei Variablen?

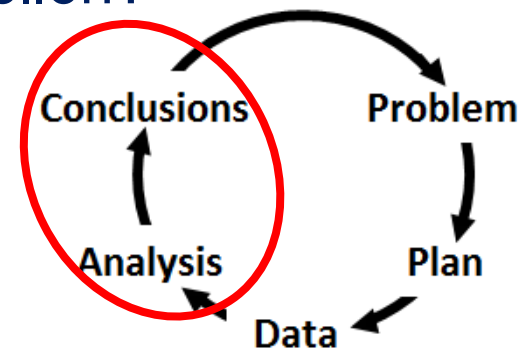
aphiken

abal

Höxter ist das Krankenhaus, das am nächsten ist. Deshalb werden da auch die meisten Kinder geboren

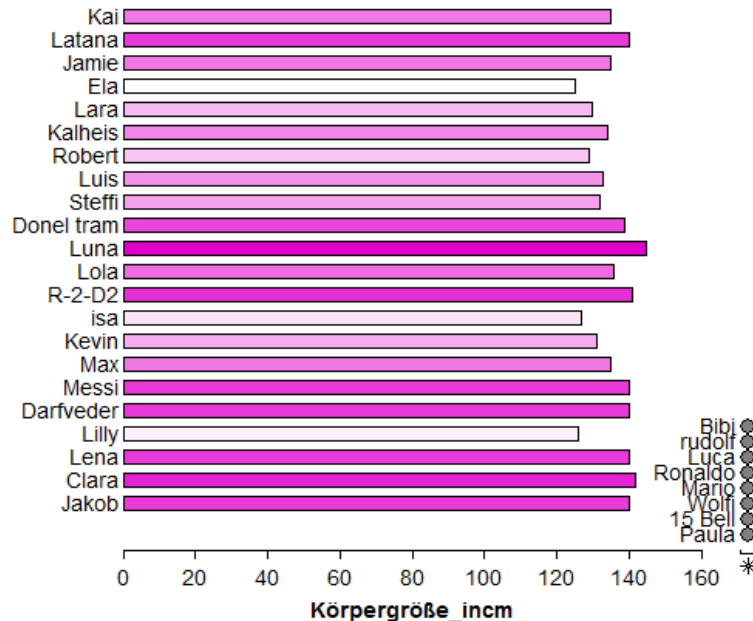
Eindimensionale Streudiagramme

Wie kann ich die Verteilung eines numerischen Merkmals (z.B. Körpergröße) darstellen?



Vom (Werte-) Balkendiagramm zum gestapelten Punktediagramm

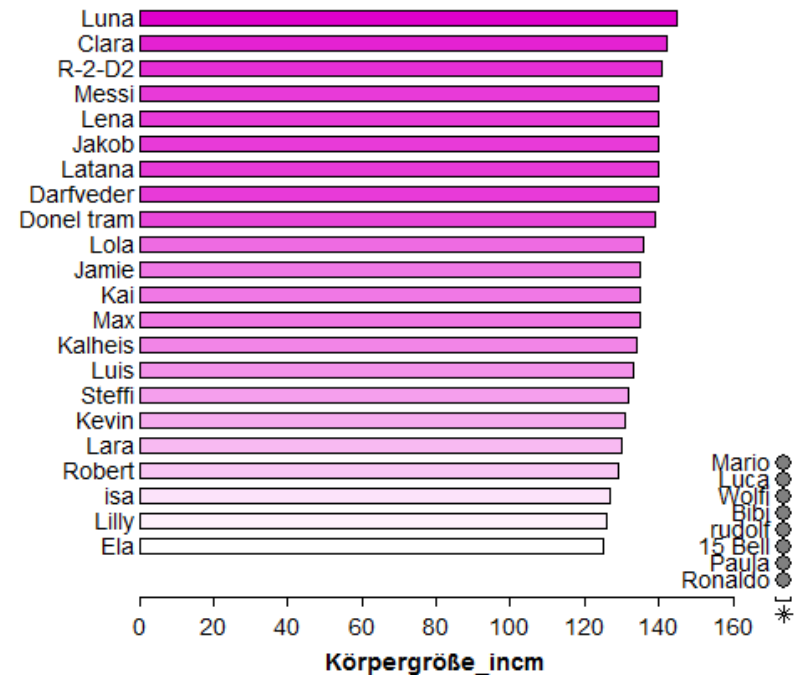
Schritt 2: Wertebalken geordnet



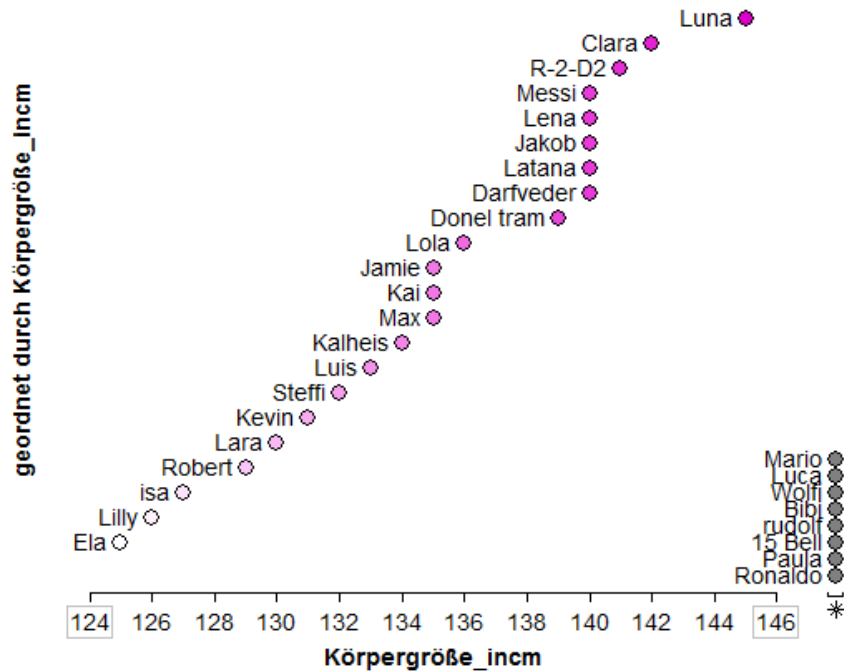
Schritt 1: Wertebalken ungeordnet

Siehe Cobb (1999), Bakker
(2004)

geordnet durch Körpergröße_incm

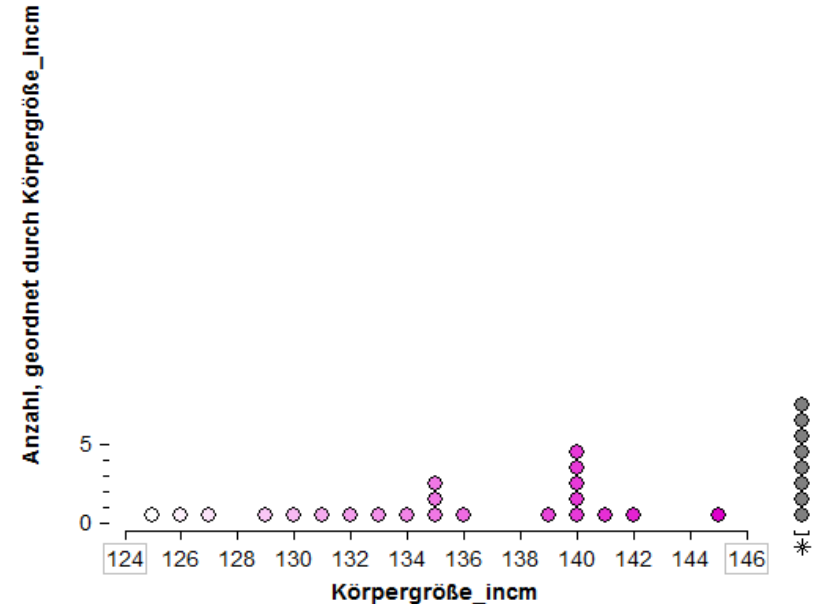


Vom (Werte-) Balkendiagramm zum gestapelten Punktediagramm

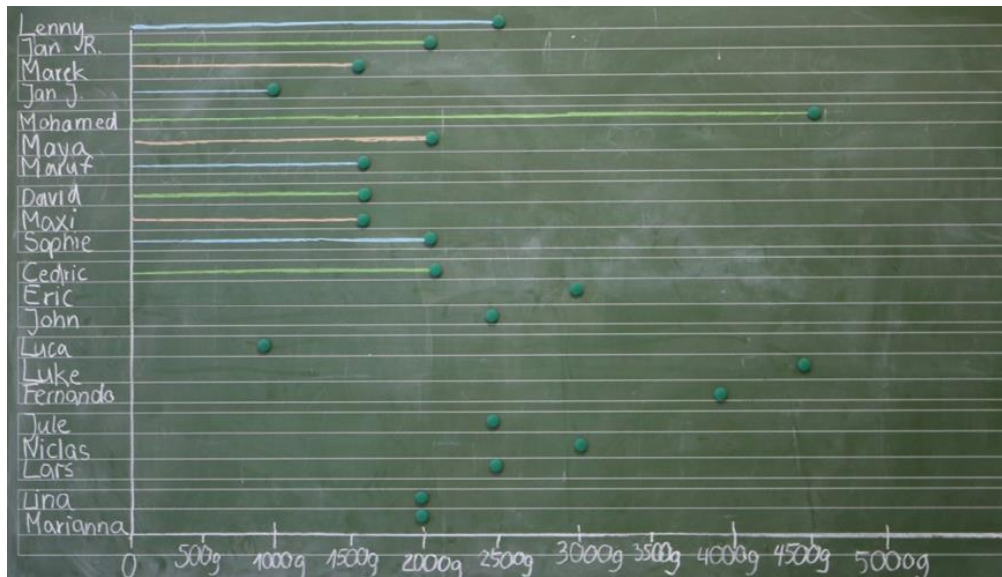


Schritt 3: Wertebalken
durch Punkte ersetzen

Schritt 4: Punkte stapeln



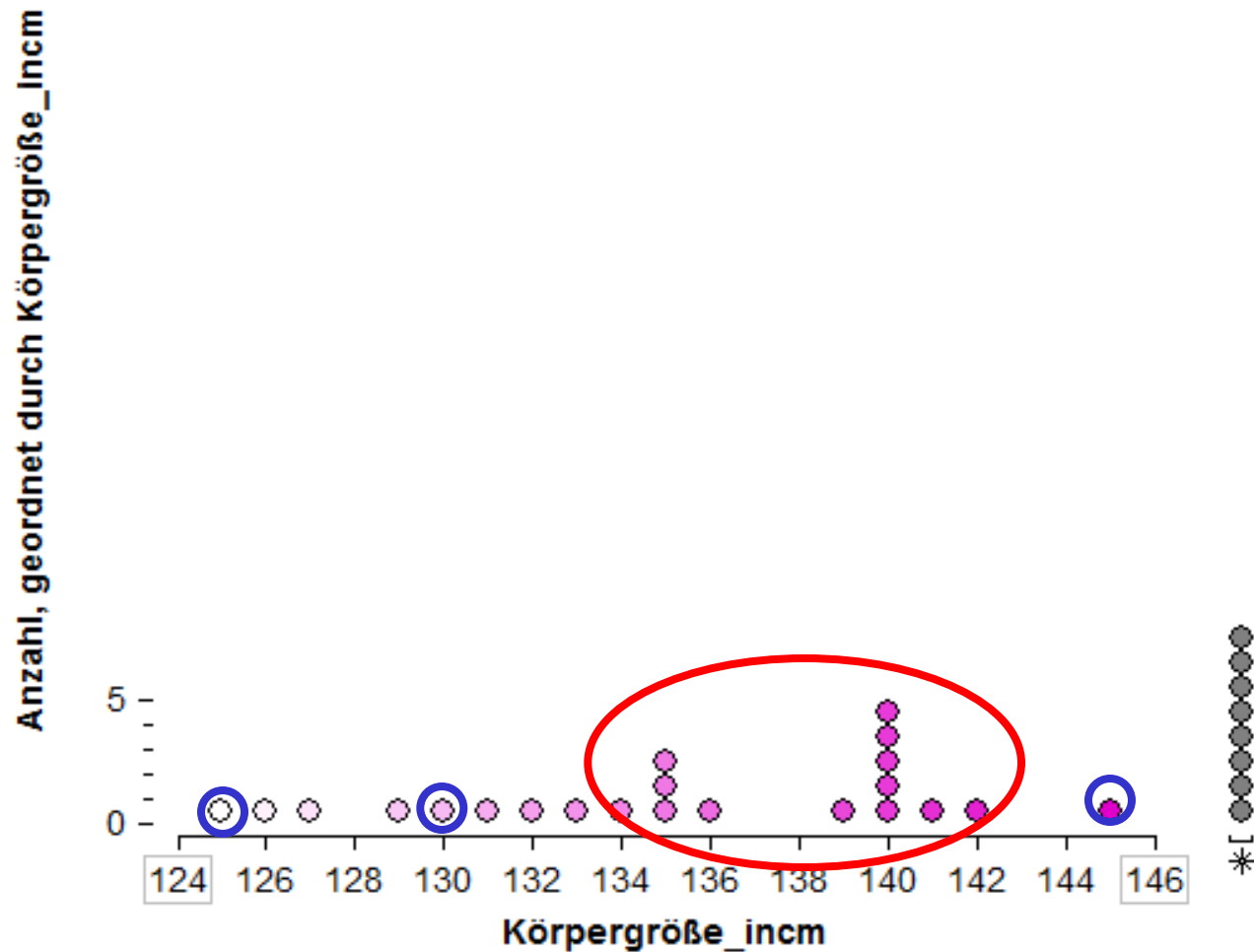
Vom (Werte-) Balkendiagramm zum gestapelten Punktediagramm ...auch ohne digitale Werkzeuge (siehe Wasmuth, 2017)



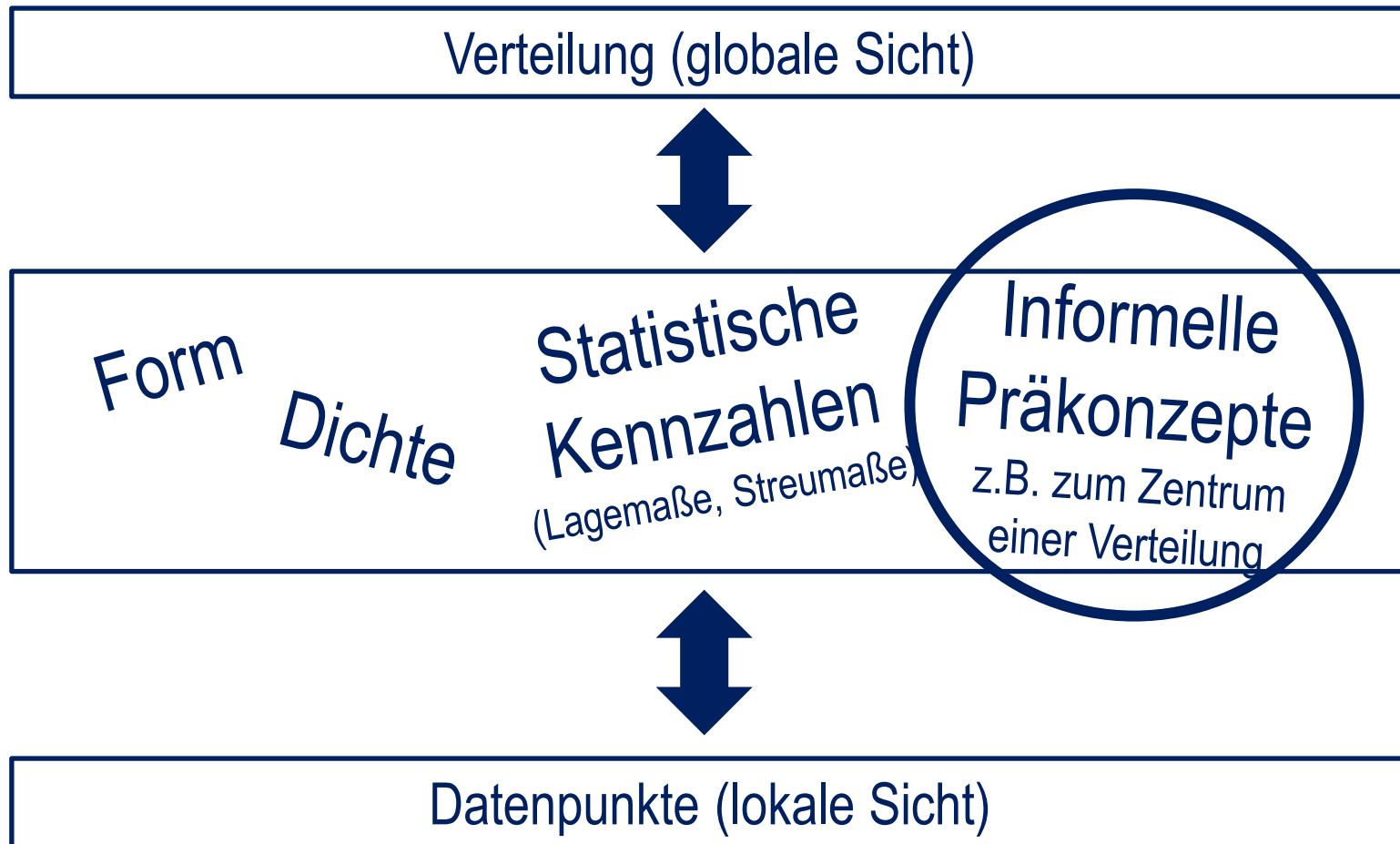
Wertebalken und
gestapeltes Punktdiagramm
zur Verteilung des
Merkmals
„Rucksackgewicht in g“



Lokale Sicht vs. globale Sicht auf Verteilungen

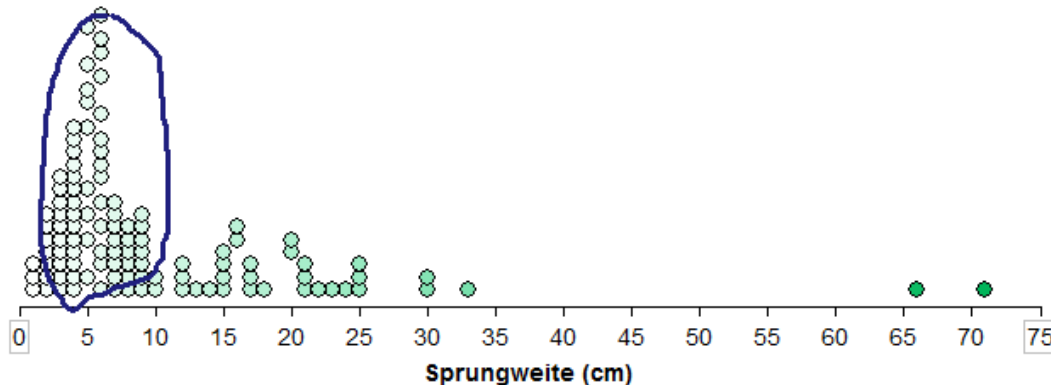


Lokale Sicht vs. globale Sicht auf Verteilungen



(in Anlehnung an Bakker & Gravemeijer, 2004)

Modale Klumpen (modal clumps)



“Hauptbereich” der Daten

Modale Klumpen greifen die Vorstellungen zum Zentrum und Streuung von Grundschülerinnen und Grundschülern auf (Konold et al., 2002, p. 1)

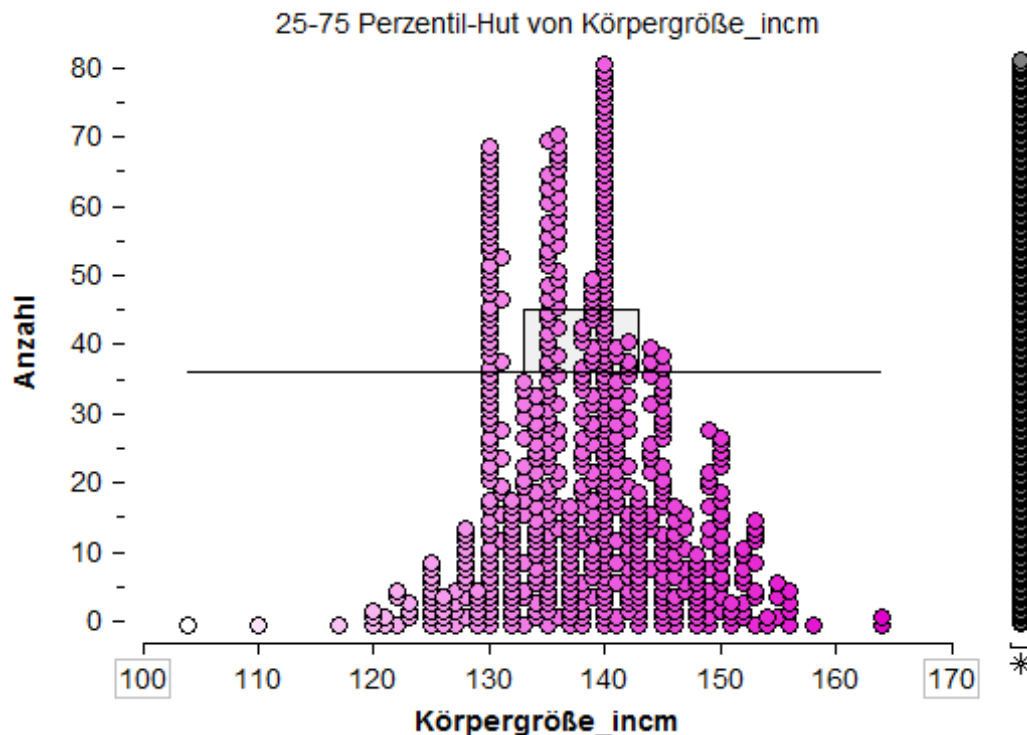
“these clumps appear to allow students to express simultaneously what is average and how variable the data are”

“modal clumps may provide useful beginning points for explorations of more formal statistical ideas of center” (Konold et al., 2002, p. 1).

Konold, C., Robinson, A., Khalil, K., Pollatsek, A., Well, A., Wing, R., & Mayr, S. (2002). *Students' use of modal clumps to summarize data*. Paper presented at the Sixth International Conference on Teaching Statistics, Cape Town, South Africa.

Ein Hut für die Daten

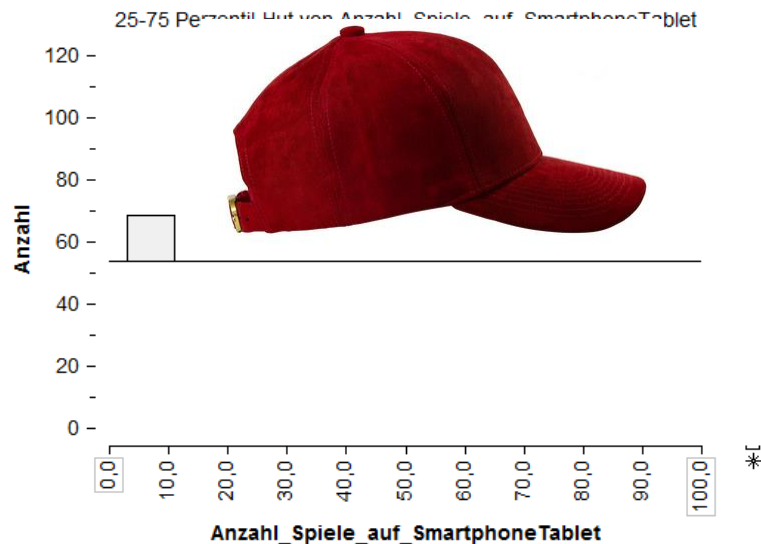
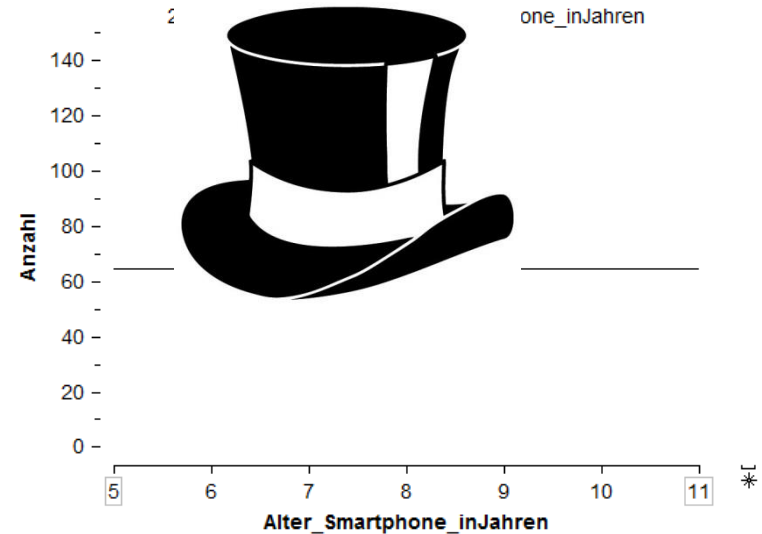
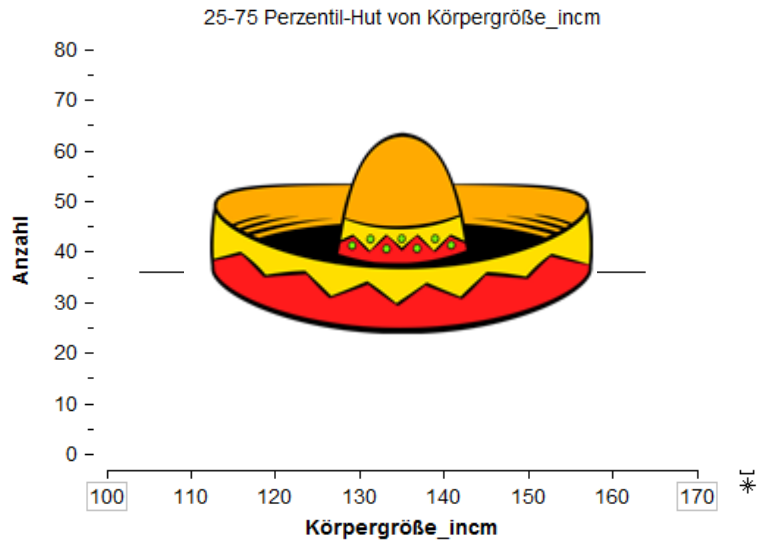
Hutplot macht die mittlere Hälfte einer Verteilung sichtbar



- Teilt den Datensatz in drei (nicht gleiche!) Teile auf: **Viertel / Hälfte / Viertel**
- Gibt ein „Maß“ für die **mittlere Hälfte** einer Verteilung eines numerischen Merkmals an
- Metapher: Krempe & Krone des Hutes

Watson, J., Fitzallen, N., Wilson, K., & Creed, J. (2008). The Representational Value of HATS. *Mathematics Teaching in Middle School*, 14(1), 4-10.

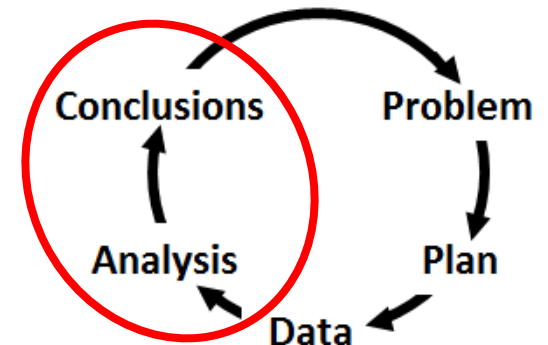
Hutmetaphern zum Beschreiben der Hüte (und der Verteilungen)



Ein Schritt weiter...

Verteilungsvergleiche

Wie unterscheiden sich Dritt- und Viertklässler
hinsichtlich...?



Vergleichen von Verteilungen eines numerischen Merkmals

- **Was sind überhaupt Verteilungsvergleiche?**

„Sind Jungen größer als Mädchen?“ oder „Inwiefern unterscheiden sich Jungen und Mädchen hinsichtlich ihres Fernsehkonsums (z.B. in Stunden pro Woche)?“

- **Warum Verteilungsvergleiche?**

- Ermöglichen interessante, motivierende Fragestellungen
- Komplexe Aktivität, die im Rahmen von Projekten unumgänglich sind

- **Anhand welcher Konzepte kann man vergleichen?**

- Zentrum (z.B. Median), Streuung, Form, Verschiebung, etc.

- **Welche Konzepte können in der Primarstufe aufgegriffen werden?**

- **modale Klumpen** als Vorstufe zum Zentrum (**Median**)
- **Hutplots** für die Daten als Formalisierung der modalen Klumpen

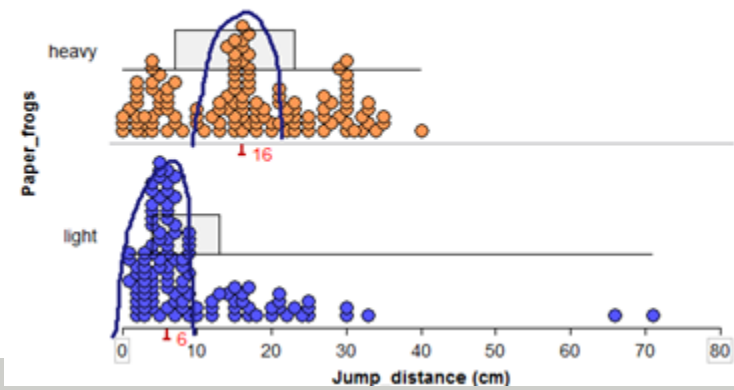
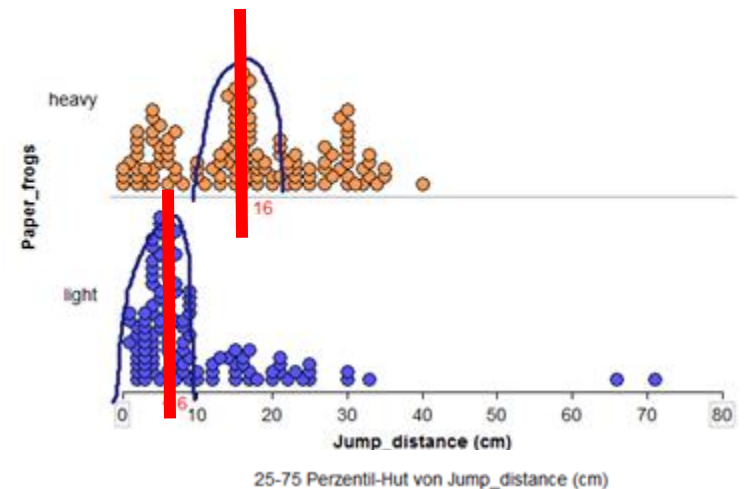
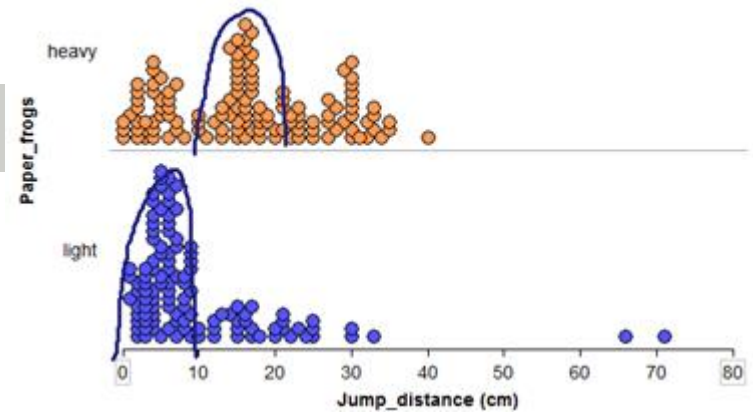
Schritte zum Vergleich

Identifiziere modale Klumpen (ungefähr den mittleren Hauptbereich der Verteilung)

Finde in den modalen Klumpen den Median

Lege Hüte über die modalen Klumpen

Siehe z.B. Konold et al, 2002; Bakker, 2004; Frischemeier, 2019



Lesen und Interpretieren der Modalen Klumpen, Hüte, etc.

Wortspeicher

WORTSPEICHER

Hügel

- **Beschreiben:** Der Hügel der Jungen/Mädchen liegt im Bereich ...
- **Vergleichen:** Der Hügel der Jungen/Mädchen liegt viel weiter links/weiter links/auf gleicher Höhe/weita rechts/viel weiter rechts als der Hügel der Jungen/Mädchen.

Median

- **Beschreiben:** Der Median der Jungen/Mädchen liegt bei ...
- **Vergleichen:** Der Median der Jungen/Mädchen liegt viel weiter links/weiter links/weiter rechts/viel weiter rechts als bei den Jungen/Mädchen.

Die Jungen/Mädchen waren im Median älter/jünger/kleiner/größer/... als die Jungen/Mädchen.

oder: Die Jungen/Mädchen haben im Median ...

Einschleifübungen

Der „Hut“

Der Hut zeigt mir, wo die „mittlere Hälfte“ der Daten liegt. Der Hut besteht aus einer

Krone und einer Krempe. Die mittlere Hälfte der Daten

liegt unter der Krone. Die Krempe geht vom kleinsten bis

zum größten Wert. Zum Vergleichen beschreibe ich die Lage der Krone

und der Krempe.

Diese Wörter sind eine Hilfe für das Ausfüllen des Lückentextes. Vorsicht, einige Wörter benötigt ihr gar nicht, andere Wörter benötigt ihr häufiger.

Krone	Breite	Zentralwert
Zeichenstift		
Wert anzeigen	Krempe	Kategoriemerkmal
Zahlmerkmal	Lage	Pinsel

WEGE-Konzept

<https://pikas.dzlm.de/node/1117>

Lesen und Interpretieren der Modalen Klumpen, Hüte, etc.

Ganzheitliche Übungen

Unser Plan, um Verteilungen mit TinkerPlots zu vergleichen

1. Notiert zunächst eure Fragestellung, die ihr untersucht:



2. Nutzt TinkerPlots, um eine möglichst aussagekräftige Graphik zum Verteilungsvergleich zu erstellen.

Fügt diese Graphik an dieser Stelle mit einem Bildschirmfoto ein

3. Nun vergleichen wir die Verteilungen.

Wir haben gelernt, dass wir zwei Verteilungen anhand von modalen Klumpen, anhand von Medianen und anhand von Hüten vergleichen können.

3.1 Zunächst vergleichen wir die Verteilungen anhand der modalen Klumpen.

- Markiert in TinkerPlots mit dem Stift die modalen Klumpen der beiden Verteilungen

Fügt eure Graphik an dieser Stelle mit einem Bildschirmfoto ein

- Beschreibt die modalen Klumpen und vergleicht die Lage der modalen Klumpen

- Welche Schlüsse für die Beantwortung eurer Fragestellung könnt ihr anhand des Vergleichs der modalen Klumpen ziehen?

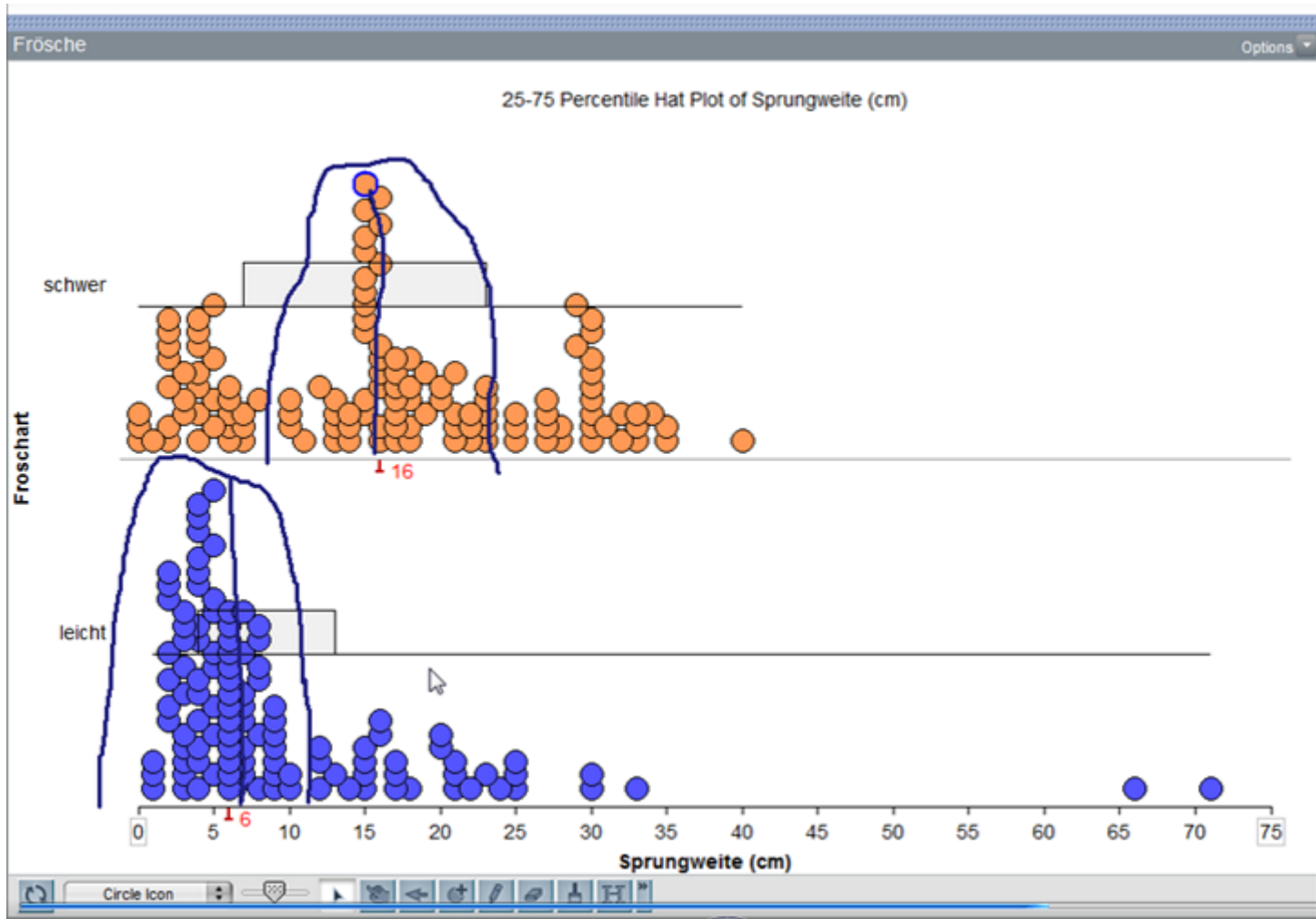
Eigenproduktionen

Die Kinder aus der vierten Klasse der Almeschule Wever haben bewiesen das die Technik von heute selbst kleine Kinder mitreist. Es gibt auch Kinder die mit der modernen Technik nicht viel zu tun haben. Manche Mädchen sind gar nicht am Tablet oder Handy. Bei den Mädchen ist der größte Wert 2h. 10min ist bei den Jungs 10min der kleinste Wert der größte 7h. Durchschnittlich spielt jedes Mädchen 45min jeder Junge spielt 60min. Der Hut spiegelt mehrere Wertef wieder. Einmal die Spanne der Werte, vom kleinsten bis zum größten unter der Krempe des Huts. Bei den Mädchen beträgt die Spanne 0-120 min, bei den Jungen 0-120 min. Der Hügel von den Mädchen geht von 30 min - 60 min bei den Jungs genauso. Es hat sich bewiesen das die Jungs mehr am Handy oder Tablet hängen.

am Handy oder Tablet hängen.

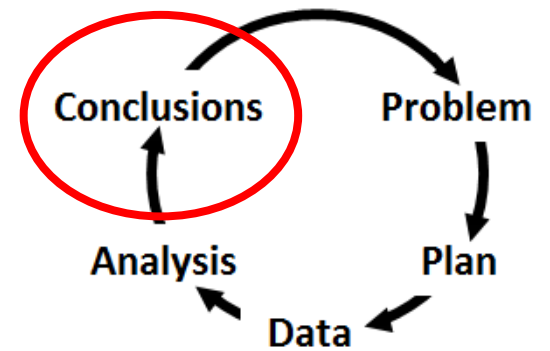
Lorik, Olaf, Johanna, Olivia

Luis & Max vergleichen Sprungweiten von Papierfröschen aus leichtem und schwerem Papier



[Video](#)

Ergebnisse präsentieren



Präsentation der Poster zum Abschluss

Wohnorte

In welchem Ort wohnen die meisten Kinder?
wenigsten?

Wir haben geguckt wo die meisten Kinder wo
wenigsten Kinder wohnen.
In Rischenau wohnen 31 Kinder und damit die
unserer Schule.

Die wenigsten Kinder wohnen in Käterberg.
Kind

Wewer

Stir Durchs

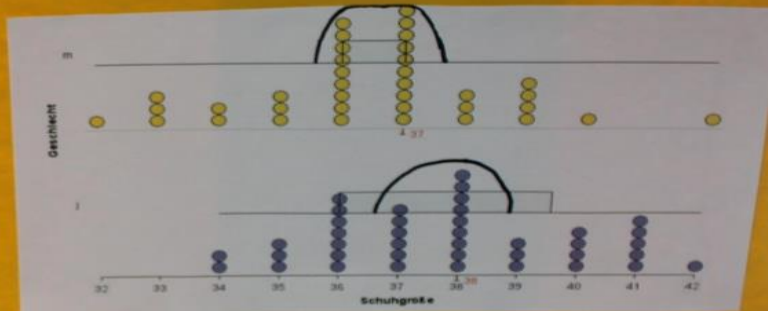
Ort	Anzahl Kinder
Rischenau	11
Hirschen	10
Hirschen	9
Hirschen	8
Käterberg	4

Die 4 Klassen der
auftrag, welche Se
Bei den Mädchen ist
grüße 42. Bei d
stehen anstehend
Schulgrüße 20
32. Der grüße
in dem Moch
kleuten sich
zu einem M
sich bei d
Kugel bei d
schon leeren
ist als 10
ist 25 auf
lang und

Wie kommst du morgens in die Schule?

Auf unserem Säulendiagramm sieht man wie die Kinder morgens in die Schule kommen. Die meisten Kinder kommen mit dem Bus zur Schule nämlich 59 Kinder. Die grüne Säule zeigt, dass 22 Kinder zu Fuß zur Schule kommen. Mit dem Auto kommen nur 9 und mit Rollis kommt nur 1 Kind.

Stimmt es, dass Jungen durchschnittlich größere Füße haben?



Da 4 Klassen der Altersstufe in Wever wurden
gefragt, welche Schuchgruppen sie haben.
Bei den Mädchen ist der kleinste Wert 32 und der
größte 42. Bei den Jungen liegen Werte alles
ander untereinander. Hier ist die kleinste
Schuchgruppe 30 und nicht wie bei den Mädchen
32. Der größte Wert ist 42 genau so wie
bei den Mädchen. Die Werte der Jungen
klaffen sich bei den Schuchgruppen 30, 32
zu einem Stück. Bei den Mädchen ist
auch bei allen Schuchgruppen 40, 38 ein
Stück. Bei den Jungen ist die kleinste
Schuchgruppe bei 38 den Mädchen. Bei
den Jungen ist die kleinste Schuchgruppe
ist es auch kleiner. Hier ist die kleinste
Gruppe und die kleinste Gruppe der Mädchen
weil der Mittelwert der Mädchen beträgt 32
und der Jungen von 30. Der Mittelwert
30. Der Mittelwert der Mädchen ist also
kleiner als der der Jungen. Das bedeutet,
dass die Jungen in Durchschnitt größer
sind.

Diese Ergebnisse der Ermittlung wurden
jedenfalls fast täglich durch schriftliche
Berichte gegeben.

Vorstellung der Ergebnisse in der Schule



Interaktive Präsentation am interaktiven Whiteboard



→ Sowohl Demonstration der Funktionen als auch Präsentation der Ergebnisse

Hier: Demonstration zur Erstellung eines Säulendiagramms zur Verteilung des Merkmals „Geschwister“

[Video](#)

Fazit zu Teil 1

Fazit zu Teil 1

- **Ein kompetenter Umgang mit Daten kann bereits im MU der Primarstufe gefördert werden** - wesentliche Komponenten:
 - Durchlaufen des Datenanalysezyklus PPDAC (Datenprojekte!)
 - Nutzen realer Daten
 - Sinnvoller Einsatz digitaler Werkzeuge
- Die Software TinkerPlots kann...
 - ...ein Tool sein, um z.B. auch die **Exploration großer Datensätze** zu ermöglichen
 - ...ein Tool sein, um Lernenden **Prä-Konzepte** (wie modale Klumpen oder Datenhüte) für das Zentrum einer Verteilung und deren Vergleich anzubieten
 - ...ein Tool für den Lehrer/die Lehrerin sein, um **Visualisierungen in den Daten** und die Analyse größerer Datensätze im Unterricht zu demonstrieren

Teil 2

Konkrete Umsetzungsmöglichkeiten und praktische
Anregungen zur Umsetzung der Leitidee „Wahrscheinlichkeit“
mit digitalen Werkzeugen in der Primarstufe

Was soll im Bereich „Wahrscheinlichkeit“ in der Primarstufe vermittelt werden?

Die Schülerinnen und Schüler ...

- ...verwenden die Begriffe sicher, möglich und unmöglich
- ...vergleichen Wahrscheinlichkeiten von zufälligen Ergebnissen
- ...planen einfache Zufallsexperimente, führen sie durch und dokumentieren sie
- ...nutzen Versuchsreihen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen
- ...nutzen Anordnungen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen

(aus Hasemann & Mirwald 2012)

Was soll im Bereich „Wahrscheinlichkeit“ in der Primarstufe vermittelt werden?

Die Schülerinnen und Schüler ...

- ...verwenden die Begriffe sicher, möglich und unmöglich
- ...vergleichen Wahrscheinlichkeiten von zufälligen Ergebnissen
- ...planen einfache Zufallsexperimente, führen sie durch und dokumentieren sie
- **...nutzen Versuchsreihen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen**
- ...nutzen Anordnungen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen

(aus Hasemann & Mirwald 2012)

Die Idee der stochastischen Simulation

Hinführung zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

- Über die Durchführung von Experimenten Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen anhand von relativen Häufigkeiten schätzen → Empirisches Gesetz der großen Zahl
- Empirisches Gesetz der großen Zahlen: Die relative Häufigkeit eines Ereignisses $h_n(A)$, die man bei Wiederholung eines Zufallsexperiments erhält, **pendelt sich** bei wachsender Wiederholungszahl n bei der Wahrscheinlichkeit $P(A)$ **ein**.

Die Idee der stochastischen Simulation

	1	2	3	4	5	6
1	16	30	41	41	72	94
2	2	3	4	5	6	7
3	1	2	5	1	5	10
4	2	4	3	7	8	8
5	2	4	3	6	7	10
6	1	2	3	6	7	6
7	2	4	2	1	12	8
8	2	4	2	1	13	5
9	2	4	2	3	2	6
10	2	4	3	4	7	4
11	2	4	2	6	10	12
12	2	4	2	4	7	6
13	2	4	2	5	7	6
14	2	4	2	4	7	6
15	2	4	2	3	7	6
16	2	4	2	2	7	6
17	2	4	2	1	7	6
18	2	4	2	0	7	6
19	2	4	2	3	7	6
20	2	4	2	4	7	6
21	2	4	2	5	7	6
22	2	4	2	6	7	6
23	2	4	2	7	7	6
24	2	4	2	8	7	6
25	2	4	2	9	7	6
26	2	4	2	10	7	6
27	2	4	2	11	7	6
28	2	4	2	12	7	6
29	2	4	2	13	7	6
30	2	4	2	14	7	6
31	2	4	2	15	7	6
32	2	4	2	16	7	6
33	2	4	2	17	7	6
34	2	4	2	18	7	6
35	2	4	2	19	7	6
36	2	4	2	20	7	6
37	2	4	2	21	7	6
38	2	4	2	22	7	6
39	2	4	2	23	7	6
40	2	4	2	24	7	6
41	2	4	2	25	7	6
42	2	4	2	26	7	6
43	2	4	2	27	7	6
44	2	4	2	28	7	6
45	2	4	2	29	7	6
46	2	4	2	30	7	6
47	2	4	2	31	7	6
48	2	4	2	32	7	6
49	2	4	2	33	7	6
50	2	4	2	34	7	6
51	2	4	2	35	7	6
52	2	4	2	36	7	6
53	2	4	2	37	7	6
54	2	4	2	38	7	6
55	2	4	2	39	7	6
56	2	4	2	40	7	6
57	2	4	2	41	7	6
58	2	4	2	42	7	6
59	2	4	2	43	7	6
60	2	4	2	44	7	6
61	2	4	2	45	7	6
62	2	4	2	46	7	6
63	2	4	2	47	7	6
64	2	4	2	48	7	6
65	2	4	2	49	7	6
66	2	4	2	50	7	6
67	2	4	2	51	7	6
68	2	4	2	52	7	6
69	2	4	2	53	7	6
70	2	4	2	54	7	6

- Erfahrung zunächst händisch → dann: Computereinsatz?
- Und was ist mit relativen Häufigkeiten?

Die Zufallsmaschine in TinkerPlots



Demo

Wo kann TinkerPlots bei der Simulation von Zufallsexperimenten unterstützen?

- Einfaches Erstellen eines Zufallsgenerators, Modellieren des Zufallsexperiments (ohne Formelkenntnisse)
- Simulation von mehrstufigen Zufallsexperimenten, Erhebung und Dokumentation der Daten
- “Schnelles” Visualisieren von Häufigkeitsverteilungen
- “Adäquates” Visualisieren von Häufigkeitsverteilungen (Kreisdiagramm, Säulendiagramm mit absoluten Häufigkeiten)

Simulation von Zufallsexperimenten: Der einfache Münzwurf

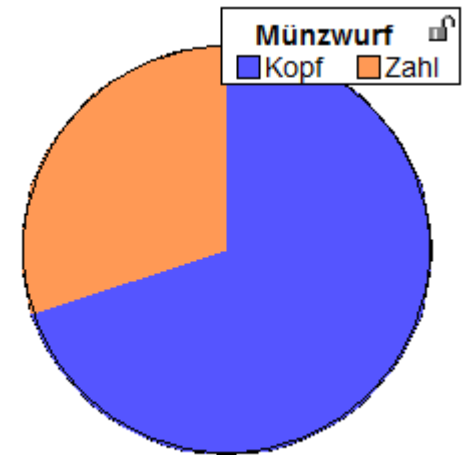
Auf dem Weg zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

Demo: Simulation des einfachen Münzwurfs ($n=10$)



Ergebnisse von Zufalls...		Einstellungen
	Münzwurf	<neu>
1	Zahl	
2	Kopf	
3	Kopf	
4	Kopf	
5	Zahl	
6	Zahl	
7	Kopf	
8	Kopf	
9	Kopf	
10	Kopf	

geordnet durch Münzwurf



Simulation von Zufallsexperimenten: Der einfache Münzwurf

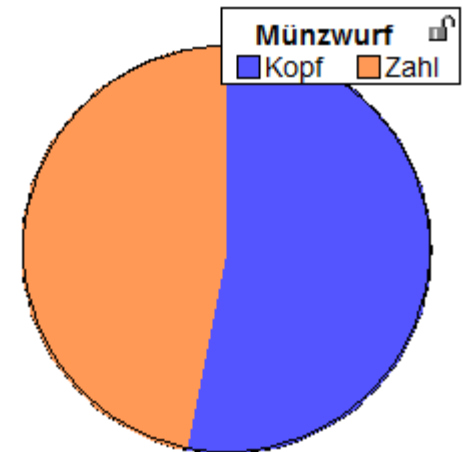
Auf dem Weg zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

Demo: Simulation des einfachen Münzwurfs ($n=100$)



Ergebnisse von Zufalls... Einstellungen	
	Münzwurf <neu>
91	Zahl
92	Zahl
93	Zahl
94	Zahl
95	Zahl
96	Kopf
97	Kopf
98	Zahl
99	Kopf
100	Kopf

geordnet durch Münzwurf



Simulation von Zufallsexperimenten: Der einfache Münzwurf

Auf dem Weg zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

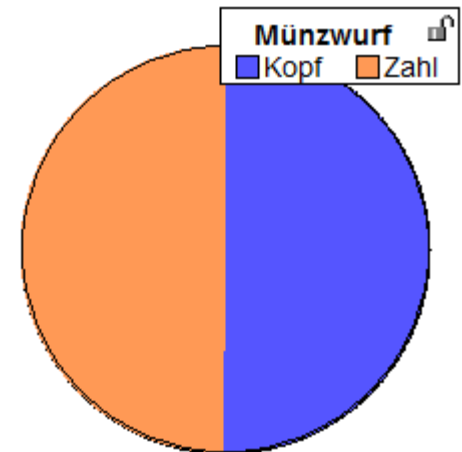
Demo: Simulation des einfachen Münzwurfs ($n=1000$)



The screenshot shows the 'Ergebnisse von Zufalls...' (Results of Random...) window. It displays a table of 1000 coin flip results. The first row is highlighted, showing a blue bar for 'Kopf' and an orange bar for 'Zahl'. The table has two columns: 'Münzwurf' and '<neu>'. The results are listed from 991 to 1000.

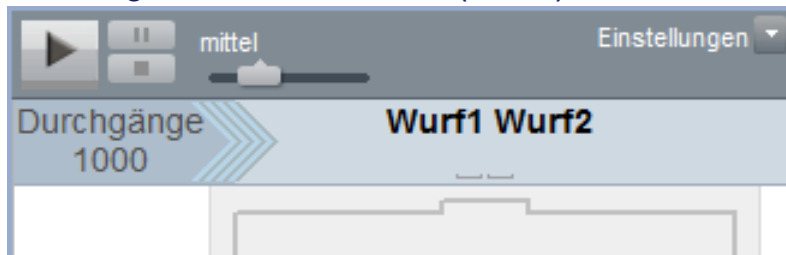
	Münzwurf	<neu>
991	Kopf	
992	Kopf	
993	Kopf	
994	Kopf	
995	Kopf	
996	Kopf	
997	Zahl	
998	Kopf	
999	Zahl	
1000	Kopf	

geordnet durch Münzwurf

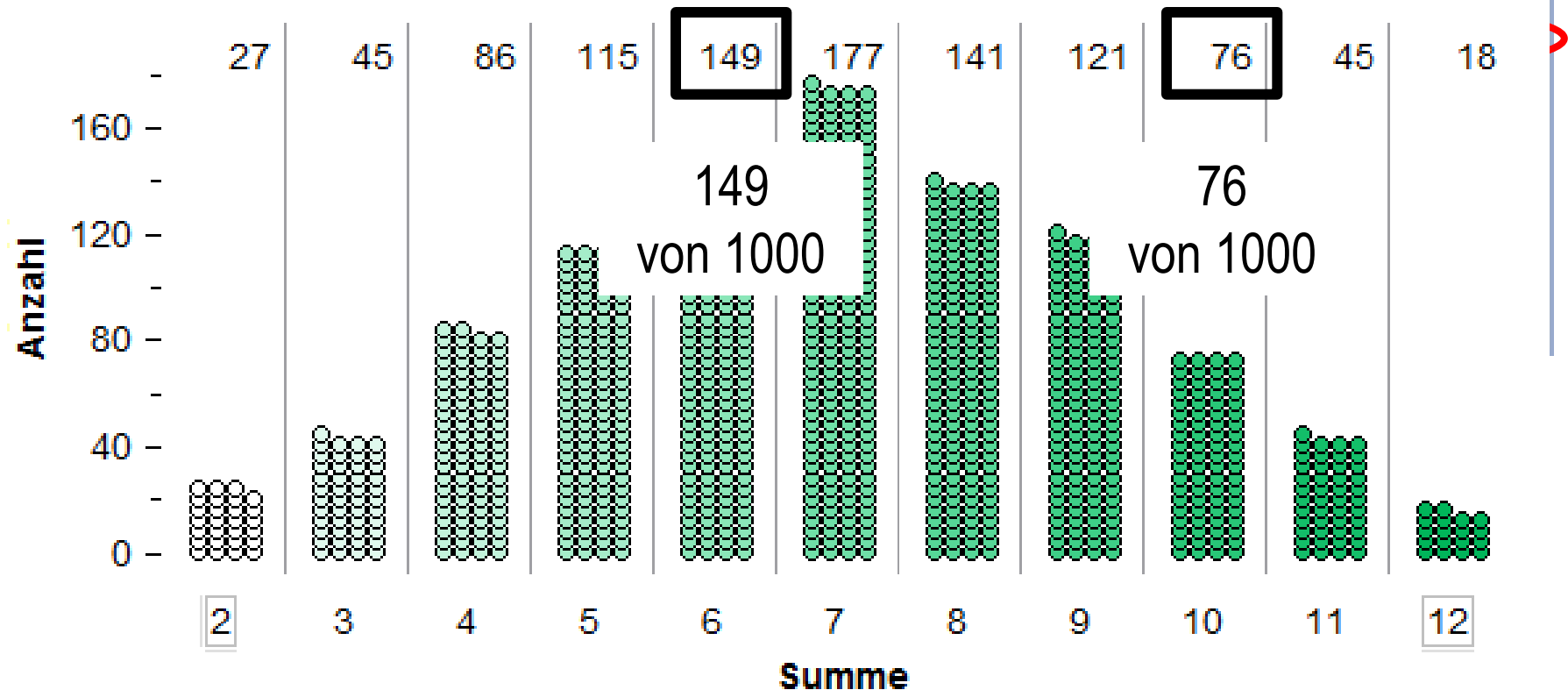


Simulation des doppelten Würfelwurfs in TinkerPlots...

vgl. Jackes-Schulte (2016); Plückebaum (2018)



Ergebnisse von Zufallsmaschine 1					Einstellungen
	Gesamt	Wurf1	Wurf2	Summe	
993	3;6	3	6	9	
994	4;6	4	6	7	



Simulation von Zufallsexperimenten: Der doppelte Würfelwurf

Auf dem Weg zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

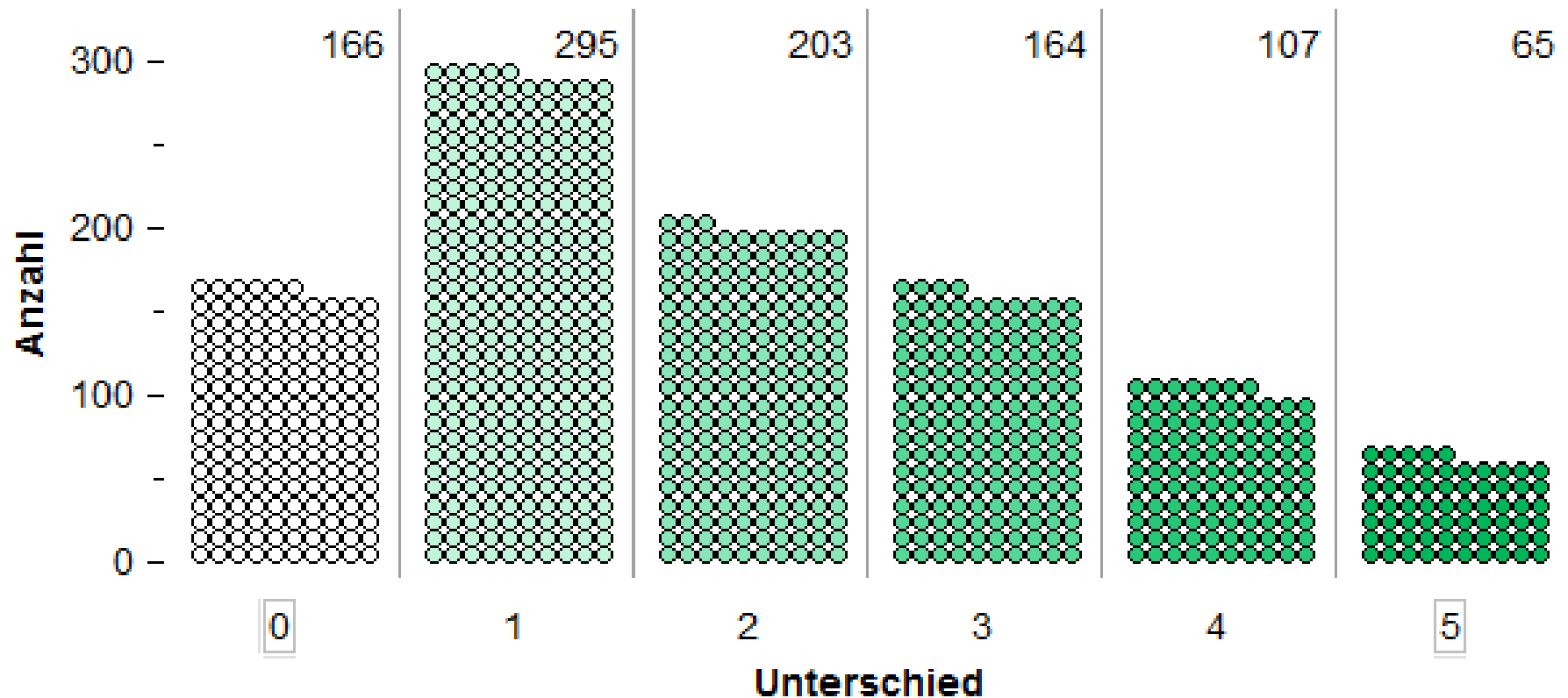
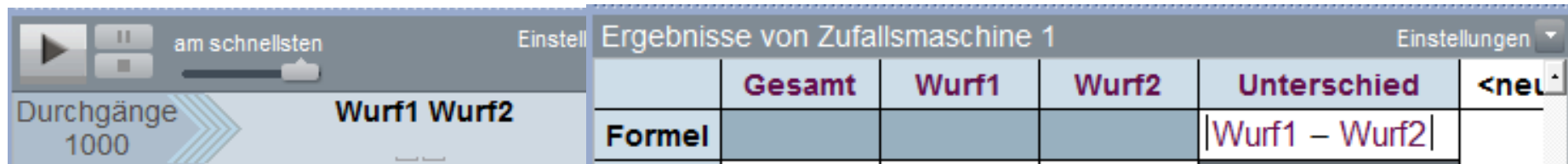
Demo: Simulation des doppelten Würfelwurf

Für Unterrichtseinheit zum doppelten Würfelwurf im Mathematikunterricht der Primarstufe
siehe z.B. Wuestenfeld (2007) oder Jackes-Schulte (2016)



Noch einen Schritt weiter... „Differenz“ der beiden Würfel

Vgl. Plückebaum (2018)



Fazit zu Teil 2

Fazit zu Teil 2

- Hands-on Aktivitäten (Durchführen von Zufallsexperimenten und die Dokumentation und Interpretation der Ergebnisse) sollten im Vordergrund stehen
- TinkerPlots kann (insbesondere als Medium der Lehrerin/des Lehrers) genutzt werden um “komplexe” Zufallsexperimente zu simulieren und die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten von Ereignissen auf Basis von absoluten Häufigkeiten zu schätzen und zu vergleichen
- Bei der Durchführung des Münzwurfs kann das Kreisdiagramm eine gute Visualisierung der Ergebnisse des Experiments darstellen, beim doppelten Würfelwurf das Häufigkeits-Säulendiagramm (aber: auf Versprachlichung achten: “In 177 von 1000 Versuchen ist die 7, in 45 von 1000 Versuchen ist die 11 aufgetreten”)

Abschließendes Fazit

Abschließendes Fazit

- Ein kompetenter Umgang mit Daten kann bereits im Mathematikunterricht der Primarstufe gefördert werden – wesentliche Komponenten:
 - Durchlaufen des Datenanalysezyklus PPDAC (Datenprojekte!)
 - Nutzen realer Daten
 - Einsatz digitaler Werkzeuge
- Digitale Werkzeuge können...
 - ...die Schülerinnen und Schüler in ihren Lernprozessen unterstützen
 - ...ein Tool sein, um z.B. auch die Exploration großer Datensätze zu ermöglichen
 - ...ein Tool für die Lehrkraft sein, um die Simulation eines Zufallsexperiments zu demonstrieren und die Ergebnisse geeignet darzustellen

Abschließendes Fazit

- Hands-on Aktivitäten (wie die Datenanalyse mit “echten” Datenkarten, das Durchführen von realen Experimenten) spielen eine wesentliche Rolle und sollten in jedem Fall vor bzw. mit dem Werkzeugeinsatz begleitend eingesetzt werden
- Präkonzepte wie modale Klumpen und Hüte können in der Primarstufe eingeführt und in der weiterführenden Schule zu formalen Konzepten (Median, Boxplots, ...) ausgebaut werden

Literatur (ausgewählt)

- Biehler, R., & Frischemeier, D. (2015). Förderung von Datenkompetenz in der Primarstufe. *Lernen und Lernstörungen*, 4(2), 131-137.
- Frischemeier, D. (2018a). Statistisches Denken im Mathematikunterricht der Primarstufe mit digitalen Werkzeugen entwickeln: Über Lebendige Statistik und Datenkarten zur Software TinkerPlots. In B. Brandt & H. Dausend (Eds.), *Digitales Lernen in der Grundschule* (pp. 73-102). Münster: Waxmann.
- Frischemeier, D. (2018b). Design, Implementation, and Evaluation of an Instructional Sequence to Lead Primary School Students to Comparing Groups in Statistical Projects. In A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, & E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in Early Childhood and Primary Education* (pp. 217-238). Singapore: Springer.
- Frischemeier, D. (2019). Primary school students' reasoning when comparing groups using modal clumps, medians and hatplots. *Mathematics Education Research Journal*. doi.org/10.1007/s13394-019-00261-6
- Konold, C., Robinson, A., Khalil, K., Pollatsek, A., Well, A., Wing, R., & Mayr, S. (2002). *Students' use of modal clumps to summarize data*. Paper presented at the Sixth International Conference on Teaching Statistics, Cape Town, South Africa.
- Konold, C., & Miller, C. (2011). TinkerPlots 2.0. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M., & Paparistodemou, E. (2018). *Statistics in Early Childhood and Primary Education: Supporting Early Statistical and Probabilistic Thinking*. Singapore: Springer.
- Harradine, A., & Konold, C. (2006). *How representational medium affects the data displays students make*. Paper presented at the Seventh International Conference on Teaching Statistics, Salvador, Brazil.
- Watson, J., Fitzallen, N., Wilson, K., & Creed, J. (2008). The Representational Value of HATS. *Mathematics Teaching in Middle School*, 14(1), 4-10.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

Vielen lieben Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

dfrische@uni-muenster.de