

Aktivität 1

Punkte zählen – Binärzahlen

Zusammenfassung

Daten sind im Computer als eine Folge von Nullen und Einsen gespeichert und werden auch so übermittelt. Wie können wir Wörter und Zahlen darstellen, indem wir nur diese beiden Symbole verwenden?

Themenüberschnitte

- ✓ Mathematik: Zahlen in einer anderen Basis (hier 2) darstellen.
- ✓ Mathematik: Zahlenfolgen fortsetzen und eine Regel dafür finden. In diesem Fall handelt es sich um Zweierpotenzen.

Vorkenntnisse

- ✓ Zählen
- ✓ Vervollständigen
- ✓ Fortführen

Alter

- ✓ 7+

Materialien

Die Lehrperson benötigt:

- ✓ Fünf Binärkarten (wie auf Seite 4) für die Demonstration
- ✓ A4 Seiten mit Smileys funktionieren gut
- ✓ Diskussionsblatt mit Fragen und Aufgaben für die Demonstration (Seite 2)

Jedes Kind benötigt:

- ✓ Fünf Karten (Kopiervorlage auf Seite 4), zum Ausschneiden
- ✓ Aufgabenblatt: Binärzahlen (Seite 3)

Für die erweiterten Aktivitäten braucht jedes Kind:

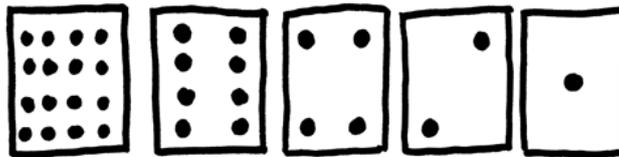
- ✓ Aufgabenblatt: Arbeiten mit Binärzahlen (Seite 5)
- ✓ Aufgabenblatt: Geheime Nachrichten verschicken (Seite 6)
- ✓ Aufgabenblatt: E-mails und Modems (Seite 7)
- ✓ Aufgabenblatt: Weiter zählen als 31 (Seite 8)
- ✓ Aufgabenblatt: Mehr zum Thema Binärzahlen (Seite 9)

Aufgabenblatt: Binärzahlen

Einführung

Bevor das Aufgabenblatt auf Seite 3 verteilt wird, kann es sinnvoll sein das Prinzip vor der ganzen Gruppe zunächst einmal zu demonstrieren.

Für diese Aktivität benötigt die Lehrperson fünf Karten, welche (wie unten dargestellt) auf der einen Seite mit Punkten bedruckt sind, während sie auf der anderen Seite nicht bedruckt sind. Die Lehrperson beginnt damit fünf Kinder nach vorne zu bitten. Die Karten werden an die Kinder in der folgenden Reihenfolge verteilt:



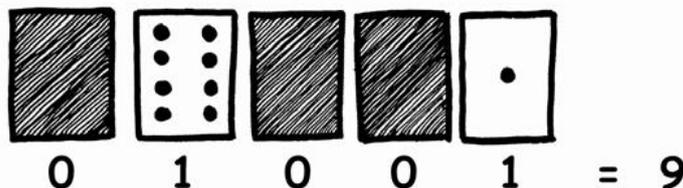
Diskussion

Was fällt euch an der Anzahl der Punkte auf den Karten auf? (Jede Karte enthält jeweils doppelt so viele Punkte wie die vorherige Karte)

Wie viele Punkte müssten also auf der nächsten Karte auf der linken Seite sein, wenn wir noch eine Karte hinzunehmen würden? (32) und die darauf folgende...?

Wir können diese Karten verwenden um Zahlen darzustellen, indem wir gewisse Karten drehen, sodass deren Punkte sichtbar sind (dies schreiben wir als 1), oder wir lassen sie, sodass keine Punkte sichtbar sind (wir schreiben eine 0). Wir zählen die Anzahl der sichtbaren Punkte. Fragen Sie die Kinder, wie man die Zahl 6 darstellen kann (4 Punkte und 2 Punkte), danach 15 (8, 4, 2 und 1 Punkt), danach 21 (16, 4 und 1).

Versuchen Sie nun die Klasse von null hochzählen zu lassen. Der Rest der Klasse soll sorgfältig zuschauen und versuchen das Muster zu erkennen. (Jede Karte dreht halb so oft wie die Karte rechts davon). Dies kann man mit mehr als nur einer Gruppe machen.



Fordern Sie die Kinder auf die Zahl 01001 zu bilden. Welche Zahl wird dargestellt? (9). Wie sieht 17 als Binärzahl aus? (10001). Versuchen Sie noch einige mehr, bis die Kinder das Konzept verstanden haben.

Nun gibt es fünf mögliche Aktivitäten, die folgen können, um das Konzept der Binärzahlen zu verstärken. Die Kinder sollten so viele davon erledigen, wie möglich.

Aufgabenblatt: Binärzahlen

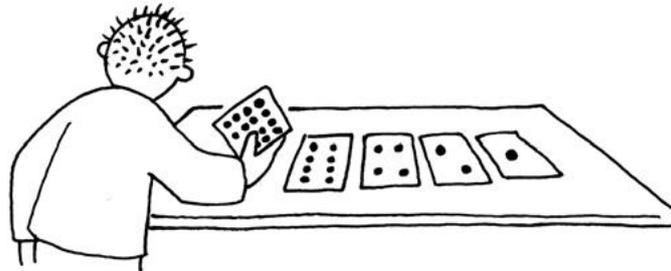
Lernen zu zählen

So, du meinst also, du weisst bereits wie man zählt? Na dann, hier ist eine neue Art zu zählen!

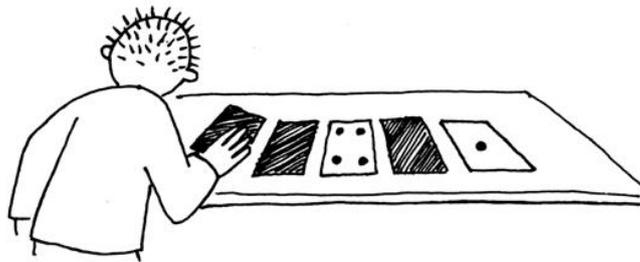
Wusstest du, dass Computer nur Nullen und Einsen kennen? Alles was du auf einem Computer siehst oder von ihm hörst – Wörter, Bilder, Filme, ja sogar Musik, wird mit diesen beiden Zahlen gespeichert. In dieser Aktivität werden wir uns damit befassen, wie man geheime Nachrichten mit Freunden austauscht, genauso wie es der Computer tut.

Aufgabe

Nimm das Aufgabenblatt zur Hand und schneide die Karten aus der Vorlage aus. Lege sie danach vor dir auf den Tisch wie dargestellt (die Karte mit 16 Punkten ganz links):



Wichtig: Stelle sicher, dass die Karten genau in derselben Reihenfolge da liegen, wie auf dem Bild. Drehe nun die Karten so um, dass nur noch 5 Punkte sichtbar sind. Behalte dabei die Reihenfolge bei!

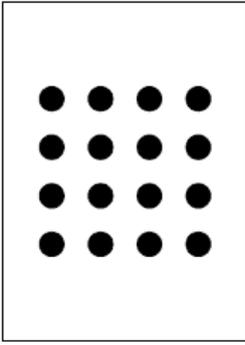
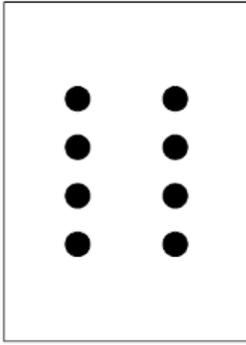
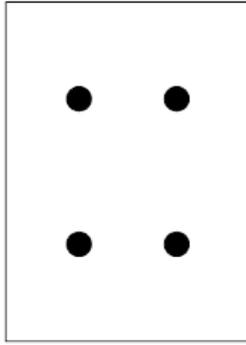
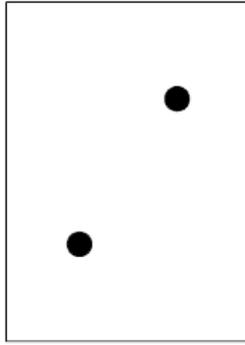
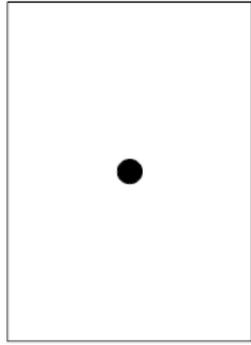
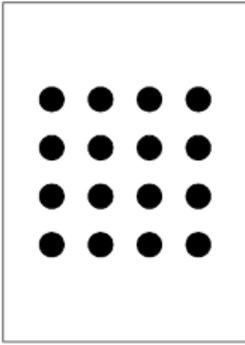
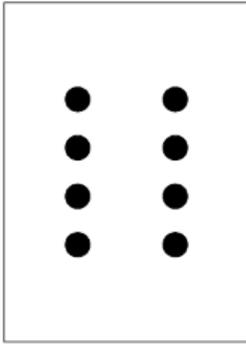
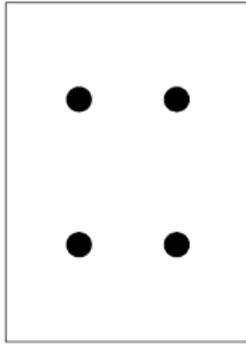
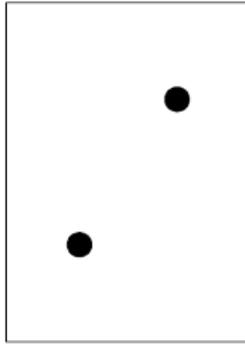
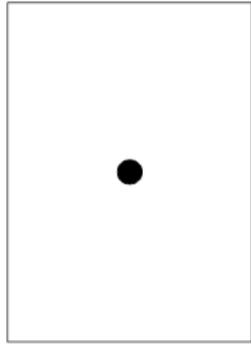
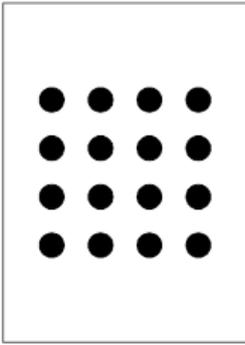
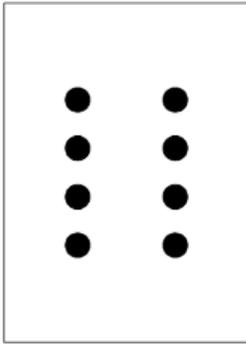
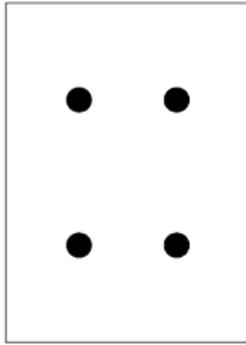
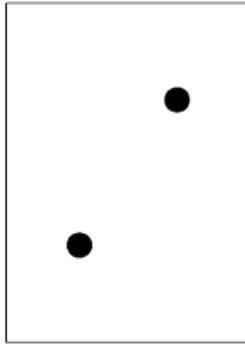
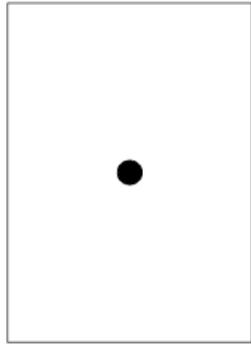
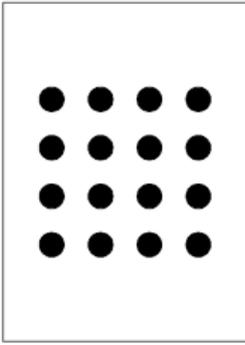
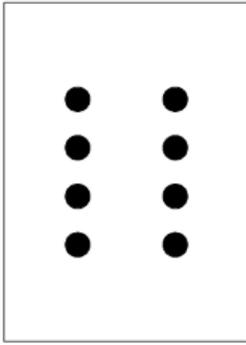
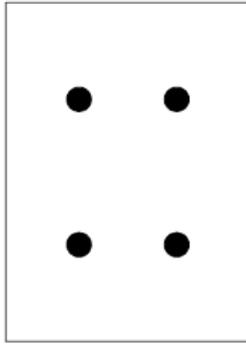
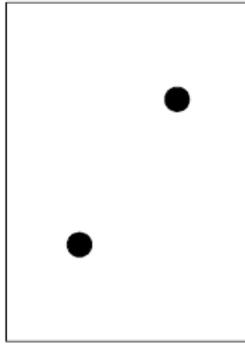
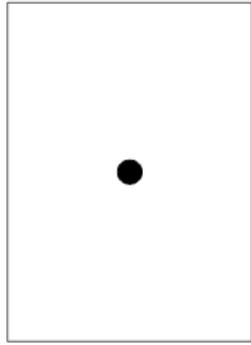


Wie stellt man 3, 12 und 19 dar? Gibt es mehrere Möglichkeiten eine Zahl zu bilden? Was ist die grösste Zahl, die du auf diese Weise darstellen kannst? Und die kleinste? Gibt es Zahlen zwischen der grössten und der kleinsten Zahl, die man nicht erzeugen kann?

Zusatzaufgabe für Experten:

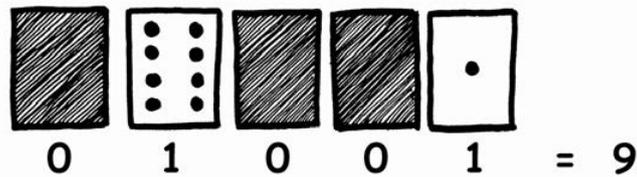
Versuchen der Reihe nach die Zahlen 1, 2, 3, 4 zu bauen. Finde eine logische und zuverlässige Methode, mit welcher du sagen kannst, welche Karten als nächstes gedreht werden müssen wenn du hochzählst.

Kopiervorlage: Binärzahlen

Aufgabenblatt: Arbeiten mit Binärzahlen

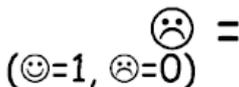
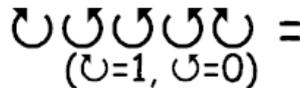
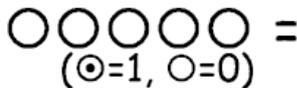
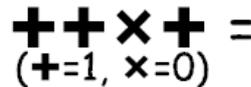
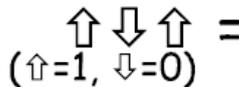
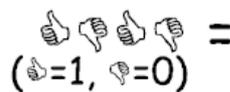
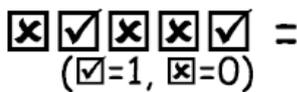
Das binäre Zahlensystem verwendet **null** und **eins** um auszusagen, ob eine Karte nach oben auf dem Tisch liegt (sodass die Punkte sichtbar sind), oder nach unten (dass keine Punkte sichtbar sind). **0** heisst, man sieht keine Punkte. **1** heisst, man sieht welche. Zum Beispiel:



Welche Zahl stellt **10101** dar? Wie steht's mit **11111**?

An welchem Tag im Monat wurdest du geboren? Schreibe die Zahl binär auf. Mache dasselbe für das Geburtsdatum deines Banknachbarn.

Versuche die folgenden Zahlen zu entziffern:

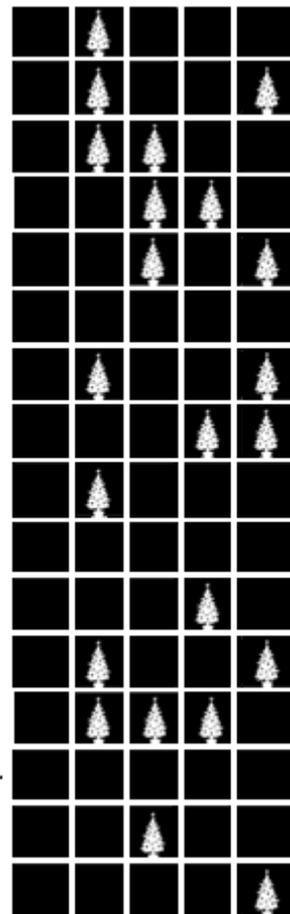
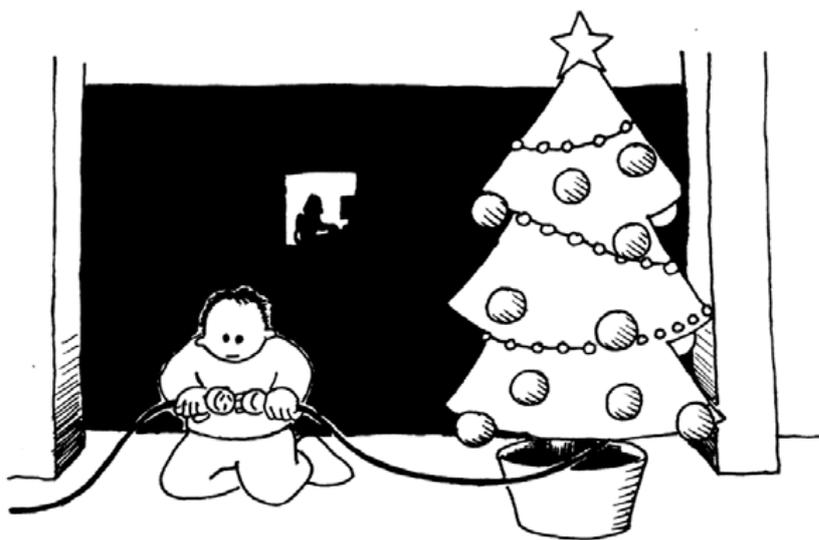


Zusatzaufgabe für Experten:

Sagen wir, du hast fünf Schnüre der Länge 1m, 2m, 4m, 8m und 16m. Zeige wie du daraus jede beliebige Länge zwischen 1 und 31 Metern abmessen kannst. Oder überlege dir, wie du bloss mit einer Waage und ein paar Gewichten schwere Gegenstände wie beispielsweise einen Koffer wägen kannst.

Aufgabenblatt: Geheime Nachrichten Verschicken

Tom wurde im obersten Stock eines Warenhauses eingeschlossen. Es ist schon bald Weihnachten und er möchte gerne nach Hause zu seiner Familie, wo ihn viele Geschenke erwarten. Was kann er tun? Er hat bereits versucht anzurufen, sogar um Hilfe geschrien hat er, aber er ist weit und breit der Einzige im Warenhaus; auf diese Weise kann er niemanden erreichen. Auf der anderen Strassenseite kann er eine Person sehen, die noch am Computer arbeitet, obwohl es bereits langsam dunkel wird. Wie kann er die Aufmerksamkeit dieser Person wecken? Tom schaut sich um, um zu sehen, was er dazu verwenden könnte. Er hat eine geniale Idee: Er kann das elektrische Licht des Weihnachtsbaums verwenden, um der Person auf der anderen Strassenseite eine Nachricht zu schicken! Er sucht den Stecker und lässt den Weihnachtsbaum erleuchten und erlöschen. Tom verwendet einen einfachen Code, von dem er weiss, dass die Person auf der anderen Strassenseite ihn sicher verstehen wird. Findest du heraus, wie die Nachricht lautet, die Tom der Person geschickt hat?



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

Aufgabenblatt: E-Mail und Modems

Computer verbinden sich via Modem mit dem Internet. Sie verwenden das binäre System um Nachrichten über das Internet zu versenden. Der einzige Unterschied ist, dass sie dies mit Piep-Tönen tun. Das Modem kann hohe Töne machen (mit welchen es eine eins übermittelt) und tiefe Töne (mit welchen es eine null übermittelt). Die Töne werden sehr schnell gesendet. Es ist sogar so schnell, dass wir es nur als ein grässliches andauerndes Krächzen hören. Falls du das noch nie gehört hast, solltest du unbedingt einmal zuhören, während sich ein Modem mit dem Internet verbindet, oder einen Fax anrufen; denn diese verwenden ebenfalls Modems um Informationen zu übermitteln.



Verwende denselben Code wie Tom vorher im Warenhaus, um eine Nachricht an deine Freunde zu senden. Du brauchst jedoch nicht so schnell zu piepsen wie ein Modem, so machst du dir selbst und deinen Freunden das Leben etwas einfacher...



Aufgabenblatt: Weiter zählen als 31

Schau dir nochmals die Binärkarten an. Wie viele Punkte müsstest du zeichnen, wenn du die nächstgrössere Karte (auf der linken Seite) zeichnen möchtest? Und die danach? Wie lautet die Regel, die du befolgen musst, wenn du neue Karten zeichnen willst? Wie wir gesehen haben, braucht es nur wenige Karten um schon ziemlich grosse Zahlen zu erzeugen.

Wenn wir uns das nochmals genauer betrachten, finden wir einen interessanten Zusammenhang: 1, 2, 4, 8, 16, ...

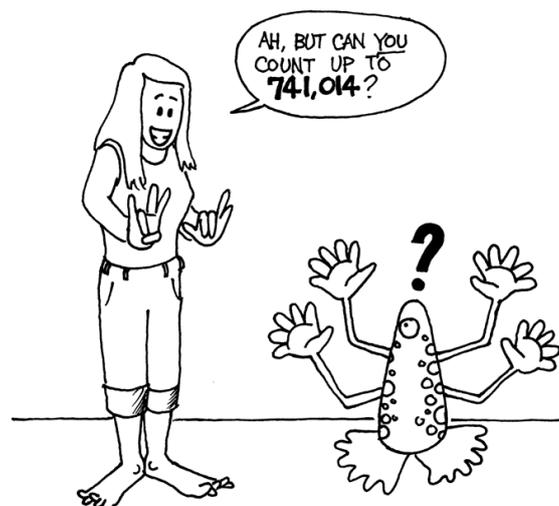
Versuchen wir die Zahlen mal zu addieren: Was ergibt $1+2+4$? Wie steht's mit $1+2+4+8$?

Hast du dich schon mal daran gestört, dass du nur zehn Finger hast? Früher, als du begonnen hast zu zählen war das sicher einmal der Fall. Nun ja, wenn wir die Zahlen addieren, können wir viel höhere Zahlen erzeugen, als nur zehn. Und dazu brauchst du nicht einmal ein Alien zu sein. Wenn du das binäre Zahlensystem verwendest, und jeden Finger als eine Karte mit 1 bis 16 Punkten betrachtest, kannst du bereits alle Zahlen von 0 bis 31 darstellen. Das sind insgesamt 32 Zahlen (nicht vergessen, die null ist auch eine Zahl!).

Versuche bis 31 zu zählen mit deinen Fingern, wobei ein Finger immer entweder nach oben gestreckt ist oder nach unten gebeugt, um die Zahlen null und eins darzustellen. Oben ist eins, unten ist null.

Wenn du nun beide Hände benutzt kommst du sogar bis 1023. Das sind 1024 Zahlen!

Wenn du auch noch sehr bewegliche Zehen hast (und dazu wäre es wohl doch von Vorteil ein Alien zu sein), kämst du sogar noch höher. Mit einer Hand kannst du 32 Zahlen abzählen. Mit zwei Händen sind es $32 \times 32 = 1024$ Zahlen. Wie weit kann Miss Flexible-Zehen zählen?



„Kannst du auch bis 741'014 zählen?“

Aufgabenblatt: Mehr zum Thema Binärzahlen

1. Eine andere interessante Eigenschaft binärer Zahlen ist das, was mit einer Zahl geschieht, wenn man eine null rechts anhängt. Wenn wir im Dezimalsystem arbeiten und eine null rechts an eine Zahl anhängen, wird die ursprüngliche Zahl mit 10 multipliziert. So wird 9 beispielsweise 90 und 30 wird zu 300. Was aber geschieht wenn wir eine null rechts an eine Binärzahl heften? Versuchen wir es:

1001 → 10010

(9)

(?)

Mache noch ein paar andere Experimente um deine Vermutung zu testen. Was ist die Regel? Weshalb ist das so?

2. Jede der Karten, die wir bis jetzt verwendet haben, stellt ein sogenanntes „Bit“ dar auf dem Computer. Der Code, den wir bis jetzt verwendet haben, hat nur fünf Karten (oder Bits) verwendet. Auf dem Computer müssen wir jedoch wissen, ob ein Buchstabe gross- oder kleingeschrieben ist, wir müssen Sonderzeichen und Satzzeichen wie ä, ö, ü und . , : ? oder auch & beachten. Schau dir eine Tastatur an und zähle, wie viele Symbole du erkennen kannst. Wie viele Bits brauchen wir, um alle diese Zeichen darstellen zu können?

Die meisten Computer brauchen heutzutage eine Darstellung namens ASCII, die auf eben dem Prinzip beruht. Da aber nicht alle Länder die lateinische Schrift verwenden (und deshalb manchmal viel mehr Zeichen verwenden), gibt es auch andere Darstellungen, die dann jedoch mehr Bits benötigen um ein einzelnes Zeichen zu beschreiben.



Worum geht es in dieser Aktivität?

Die Computer von heute verwenden das binäre Zahlensystem um Information darzustellen. Es wird **binär** genannt, da es zwei verschiedene Nummern verwendet. Manchmal wird es auch als Basis zwei bezeichnet (während wir normalerweise Basis 10 verwenden). Jede Null und jede Eins nennen wir ein Bit. Diese werden im Computer meist durch das Memory repräsentiert, wo ein Transistor angedreht oder abgestellt wird, oder ein Kondensator wird aufgeladen, oder entladen.

Wenn Daten via Telefon- oder Fernsehleitung übermittelt werden, erfolgt die Übermittlung meist über hohe und tiefe Töne, die jeweils 0 und 1 darstellen. Auf Disketten und Festplatten werden Bits mittels magnetischer Ausrichtung kleiner Elemente auf der Festplatte dargestellt, die entweder Nord-Süd orientiert sind oder Süd-Nord.

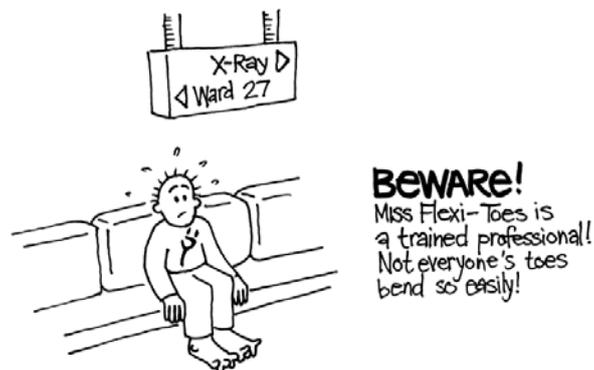


Musik-CDs, CD-ROMs und DVDs speichern Bits optisch – der Teil der Oberfläche der die Information speichert ist entweder spiegelnd oder nicht spiegelnd.



Ein einzelnes Bit kann nicht sehr viel repräsentieren, deshalb werden sie oft zusammen gruppiert, in Gruppengrößen von acht, die Zahlen von 0 bis 255 darstellen. Eine Gruppe von Bits der Größe acht nennt man auch Byte.

Die Geschwindigkeit des Computers hängt davon ab, wie viele Bits er pro Zeiteinheit verarbeiten kann. Ein 32-Bit Computer kann 32-Bit Zahlen in einer Operation verarbeiten. Während ein 16-Bit Computer die Operation auf zwei Operationen aufteilen muss, was ihn langsamer macht.



„Achtung! Das Verbiegen der Zehen funktioniert nur bei regelmässigem Training.“

Lösungen und Tipps

Binäre Zahlen (Seite 3)

- Um die Zahl 3 darzustellen, benötigen wir 2 Punkte und 1 Punkt.
- Um die Zahl 12 darzustellen, benötigen wir 8 und 4 Punkte.
- Um die Zahl 19 darzustellen, benötigen wir 16, 2 und 1 Punkt(e).

Die grösstmögliche Zahl, die mit den Karten 1,2,4,8 und 16 darstellbar ist, ist die Zahl 31 (wenn sämtliche Karten offen daliegen). Jede Zahl zwischen 1 und 31 lässt sich darstellen und es gibt nur eine korrekte Darstellung pro Zahl.

Expertenfrage: Um hochzuzählen werden von rechts her alle Karten gedreht bis man eine dreht, die nach oben dagelegen ist.

Arbeiten mit Binärzahlen (Seite 5)

$$10101 = 21$$

$$11111 = 31$$

Geheime Nachrichten verschicken (Seite 6)

Die Nachricht lautet: HILFE ICH BIN DA

Weiter zählen als 31 (Seite 8)

Jede Karte enthält genau einen Punkt mehr alle vorherigen Karten zusammen. (So enthält beispielsweise die vierte Karte 8 Punkte, während die Summe der ersten drei Karten 7 Punkte ergibt.)

Miss Flexible-Zehen kann bis $1024 \times 1024 = 1048576$ zählen (und somit alle Zahlen von 0 bis 1048575 mit den Händen und Zehen darstellen).

Mehr zum Thema Binärzahlen (Seite 9)

Wenn man eine 0 ganz rechts an eine Binärzahl anhängt, verdoppelt sich die Zahl. (All die Stellen, wo die Zahl vorher eine 1 enthalten hat werden verdoppelt, da wir sie um eine Stelle nach rechts verschieben. Daher verdoppelt sich die ganze Zahl.

Nebenbemerkung: Wenn wir dasselbe machen bei Dezimalzahlen, multiplizieren wir die Zahl mit 10.)

Ein Computer braucht 7 Bits um alle Buchstaben zu speichern. Die Darstellung mit 7 Bits ermöglicht uns bis zu 128 Buchstaben darzustellen. Normalerweise werden die 7 Bits jedoch als 8-Bit Sequenz (Byte) abgespeichert, wobei ein Bit verschwendet wird.